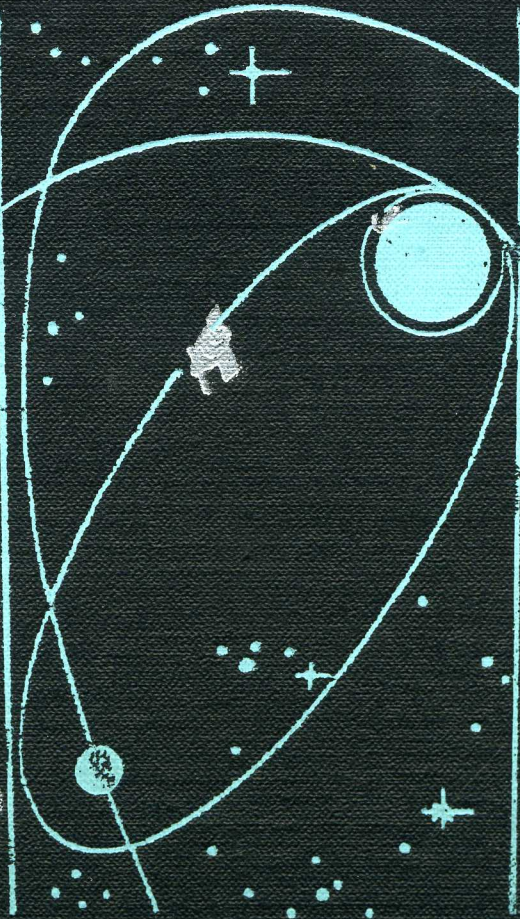


Е.В.ТАРАСОВ

Космонавтика



КОСМОНАВТИКА

Е.В.ТАРАСОВ

Е. В. ТАРАСОВ

КОСМОНАВТИКА

(МЕХАНИКА ПОЛЕТА
И БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ
ПРОЕКТИРОВАНИЕ КЛА)

Допущено Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия для студентов вузов



Тарасов
22. II - 78 г.

Москва
«МАШИНОСТРОЕНИЕ»
1977

Рецензенты д-р техн. наук Ц. В. Соловьев
и д-р техн. наук Л. М. Воробьев

Тарасов Е. В. Космонавтика, М., «Машиностроение», 1977, 216 с.

В учебном пособии изложен ряд основных вопросов теории полетов космических летательных аппаратов (КЛА) с двигателями установками большой тяги. Рассмотрены выведение КЛА на орбиты искусственных спутников Земли (ИСЗ), некоторые общие вопросы теории движения, выбор орбит ИСЗ и орбитальные маневры КЛА в центральном поле Земли. Исследованы полеты к Луне и межпланетные полеты. Предложена классификация схем межпланетных траекторий КЛА, приведены методы расчета проектно-баллистических характеристик космических аппаратов при полетах к планетам по различным схемам. Отдельно рассмотрены некоторые вопросы коррекции траекторий полета КЛА. Дана методика оценок скорости коррекции. Представлены результаты многочисленных расчетов различных характеристик полетов межпланетных аппаратов к планетам (как с возвращением к Земле, так и без него), к Солнцу и во внесолнечные области. Дана оценка характеристик полетов к кометам.

Книга предназначена для студентов вузов и может быть полезна специалистам ракетно-космической промышленности.

Табл. 7, ил. 135, список лит. 6 назв.

Т 31901-170 — 170-77
038(01)-77

© Издательство «Машиностроение», 1977 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое учебное пособие рассматривает вопросы движения космического летательного аппарата (КЛА) в Солнечной системе под действием сил притяжения Солнца, планет и реактивной силы и определение основных проектно-баллистических характеристик аппарата.

Учебное пособие следует рассматривать как одно из звеньев общей цепочки учебных дисциплин, необходимых для подготовки специалистов в этой области техники. Исходя из этих требований и определялось содержание предлагаемого учебного пособия. Относительно небольшой объем издания не позволил, к сожалению, осветить ряд важных вопросов теории движения и проектирования КЛА. Однако руководством по ним могут служить книги, приведенные в списке литературы для самостоятельного изучения.

В гл. 1 учебного пособия последовательно излагаются выведения КЛА на орбиты искусственных спутников Земли (ИСЗ) и выбор этих орбит, оценка характеристик орбитальных маневров. Рассмотрение движения КЛА в центральном поле проводится совместно с изложением приближенных методов решения дифференциальных уравнений управляемого движения.

В гл. 2 дается изложение методов расчета траекторий полета КЛА к Луне. С различных позиций рассматриваются приближенные решения ограниченной задачи трех тел.

Глава, посвященная межпланетным полетам, начинается с изложения методических аспектов проектных расчетов межпланетных траекторий. В ней рассматриваются разнообразные схемы полета межпланетного аппарата как без возвращения КЛА к Земле, так и с возвращением. Исследуются также такие схемы полета, когда для улучшения баллистических характеристик траекторий используются гравитационные поля планет, пролетаемых аппаратом попутно. Широко представлены методы расчета и оптимизации проектно-баллистических характеристик КЛА, базирующиеся на кусочно-конической аппроксимации межпланетных траекторий. Отдельно рассматриваются некоторые вопросы коррекции

траекторий полета КЛА. Дана методика оценок импульсов скорости коррекции.

При изложении курса предполагается, что читатель знаком с основами баллистики управляемых ракет дальнего действия¹.

Разделы книги — § 1.2 и §§ 3.1—3.4 написаны Е. В. Тарасовым, § 1.3 и § 1.4 — В. К. Карраском, § 2.1 и § 2.2 — М. С. Константиновым, § 3.5 — А. В. Лещенко, § 3.6 — О. В. Палковым и К. Г. Сухановым, § 1.1 написан совместно Е. В. Тарасовым и В. К. Карраском. Общее редактирование книги осуществил Е. В. Тарасов.

Авторы благодарны А. В. Лещенко за проведенные для пособия расчеты.

Искреннюю благодарность за квалифицированные и подробные замечания, способствовавшие улучшению рукописи книги, авторы считают своим долгом выразить ее рецензентам — д-рам техн. наук Ц. В. Соловьеву и Л. М. Воробьеву.

Все замечания и пожелания по книге авторы просят высылать по адресу: Москва, Б-78, 1-й Басманный пер., д. 3, издательство «Машиностроение».

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

A — азимут запуска;
 a — большая полуось орбиты;
 b — малая полуось орбиты;
 c — хорда орбиты;
 C_x — коэффициент аэродинамического лобового сопротивления;
 C_y — коэффициент аэродинамической подъемной силы;
 E — эксцентрическая аномалия;
 e — эксцентриситет орбиты;
 f — постоянная тяготения;
 G — вес, сила тяжести;
 $G_{п.н.}$ — полезная нагрузка КЛА, РН;
 $g_0, g_0 \oplus$ — гравитационное ускорение на поверхности Земли;
 $g_{0пл}$ — гравитационное ускорение на поверхности планеты;
 H — высота полета, аргумент гиперболы;
 i — угол наклонения плоскости орбиты к основной плоскости;
 L — дальность полета, вертикальная функция;
 M — текущая масса КЛА;
 m — масса материальной точки; масса планет, Солнца; вспомогательная переменная;
 m_0 — начальная тяговооруженность КЛА, РН;
 P — сила тяги двигательной установки КЛА, РН, их ступеней;

p — фокальный параметр орбиты; вспомогательный угол;
 R — расстояние от центрального тела до материальной точки;
 R_3 — средний радиус Земли;
 r — относительное расстояние от центрального тела до материальной точки;
 T — период обращения ИСП, сидерический период обращения планеты;
 Δt — время полета;
 V — скорость;
 V_∞ — гиперболический избыток скорости;
 ΔV — изменение скорости;
 W — скорость истечения продуктов рабочего тела из сопла двигателя;
 X — сила аэродинамического сопротивления;
 Y — аэродинамическая подъемная сила;
 α — угол между вектором скорости и вектором тяги; угол атаки; прямое восхождение;
 β — центральный угол участка выведения; эклиптическая широта; вспомогательный угол;
 δ — склонение;
 θ — траекторный угол;
 ϕ — угол тангажа;
 μ — относительный текущий вес КЛА, РН;
 μ_k — относительный конечный вес КЛА, РН;
 $\mu_{п.н.}$ — относительная полезная нагрузка КЛА, РН;

¹ Например по книге: Р. Ф. Аппазов, С. С. Лавров, В. П. Мишин. Баллистика управляемых ракет дальнего действия. М., «Наука», 1966.

Q — расстояние от начала координат до материальной точки, плотность газа в атмосфере;
 τ — постоянная интегрирования, характеризующая момент времени прохождения КЛА перигея орбиты;
 v — истинная аномалия;
 Φ — угловая дальность полета КЛА по кривой конического сечения;
 φ — угол асимптоты гиперболической орбиты; угол между линиями узлов орбиты;
 ψ — угол рыскания; вспомогательный угол;
 Ω — долгота восходящего узла орбиты;
 ω — угловое расстояние перигея орбиты от линии восходящего узла.

Векторные величины

C_u — вектор момента количества движения КЛА;
 f_u — переменный вектор Лапласа управляемого неволевого движения;
 P — вектор силы тяги;
 R — радиус-вектор точки;
 V — вектор скорости;
 $V_{\infty}, V_{\infty k}$ — векторы гиперболических избытков скорости орбит отрыва и прибытия;
 $V_{пл}$ — вектор скорости планеты;
 Y — вектор скорости Земли;
 ∇ — оператор градиента.

Индексы

a — момент окончания активного участка разгона КЛА, аэродинамический;
 $г$ — гиперболическая орбита;
 $к$ — конечное состояние КЛА;
 $о$ — начальное состояние КЛА;
 $т$ — начальный момент торможения КЛА на активном участке;
 $кр$ — круговая орбита;
 $п$ — значение величины в пункте;
 $пар$ — параболическая орбита;
 $пл$ — планета;
 $ст$ — момент (точка) старта;
 $эл$ — эллиптическая орбита;
 $п$ — перигея орбиты;
 α — апоцентр орбиты;
 $кл$ — перигея конечной орбиты;
 $ка$ — апоцентр конечной орбиты.

Астрономические знаки и обозначения

☉ — Солнце;
 ☿ — Меркурий;
 ♀ — Венера;
 ♂ — Марс;
 ⊕ — Земля;
 ♃ — Юпитер;
 ♄ — Сатурн;
 ♅ — Уран;
 ♆ — Нептун;
 ♇ — Плутон;
 ☾ — Луна;
 ♄ — точка весеннего равноденствия;
 ♋ — точка восходящего узла орбиты;
 ♎ — точка нисходящего узла орбиты.

ГЛАВА I

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОРБИТ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ

§ 1.1. ВЫВЕДЕНИЕ СПУТНИКА НА ОРБИТУ

Постановка задачи

Выведением искусственного спутника Земли (ИСЗ) на орбиту является его доставка ракетой-носителем (РН) на заданную высоту с заданной скоростью и в заданном направлении.

Задача выведения спутника на околоземную орбиту включает целый комплекс проблем: выбор типа РН, программы управления полетом, времени старта РН и т. п.

Выбор типа ракеты-носителя связан с существованием транспортных ракетно-космических средств, представляющих собой в настоящем одноразовые, а в перспективе многоразовые ракетные системы.

Применение многоразовых транспортных космических систем (МТКС) — основной путь снижения экономических затрат на выведение¹. Для создания рентабельных многоразово используемых РН необходимо, чтобы стоимость одного их пуска уменьшалась в большей мере, чем грузоподъемность таких РН по сравнению с одноразовыми системами из-за наличия средств спасения. Это уменьшение грузоподъемности можно в какой-то мере компенсировать лишь ценой всемерной интенсификации: использованием более высокопрочных материалов, новых топлив, сокращением избыточности принимаемых решений за счет их более глубокой оптимизации и уточнения наших представлений об условиях работы конструкции на всех этапах полета и т. д.

Сейчас сложилась техническая основа для создания рентабельных РН с многоразовым использованием пока что лишь некоторых частей конструкции, и только на последующих этапах развития ракетно-космической техники окажется экономически оправданным создание полностью многоразово используемых ракет-носителей.

¹ Появление МТКС существенно снизит также стоимость самих выводимых объектов, например, из-за улучшения условий их выведения (снижения перегрузок, вибраций), возможности ремонта на орбите, спуска на Землю для ремонта и повторного использования и т. п.

пеням, тяга и удельная тяга по ступеням, аэродинамические характеристики системы и т. п.).

Траектории выведения и их оптимизация

Одной из основных проблем, которую необходимо решить при выборе программы полета ракеты-носителя, является проблема выбора оптимальной траектории ее движения, на которой выбранный критерий оптимизации достигает своего экстремального значения. Таким критерием чаще всего является величина выводимой на орбиту ИСЗ полезной нагрузки.

Задача оптимизации траекторий выведения базируется на анализе решений численного интегрирования уравнений движения РН

Уравнения движения ракет-носителей при выведении ИСЗ

Рассматривая движение РН относительно Земли в процессе выведения ИСЗ, можно с вполне достаточной для всех известных задач точностью пренебрегать влиянием Солнца, Луны и других небесных тел. При этом дифференциальное уравнение движения РН в векторной форме будет иметь вид

$$M \frac{d^2 \mathbf{R}}{dt^2} = \mathbf{P} + \mathbf{F} + \mathbf{Q}.$$

Гравитационная сила или сила притяжения \mathbf{F} определяется положением РН в рассматриваемый момент времени и гравитационным полем Земли, характеризуемым ускорением свободного падения \mathbf{g} . Для подавляющего большинства задач выведения вполне достаточно приближенное представление о форме Земли как о двух- или трехосном эллипсоиде. В СССР в качестве такого эллипсоида, наилучшим образом отражающего наш район Земли, принят эллипсоид, предложенный Ф. М. Красовским («референц-эллипсоид» Красовского). В некоторых случаях (в частности, при выборе закона управления РН) можно использовать предположение о сферичности Земли, об изменении ее плотности только по глубине и пренебрегать ее вращением. При этом ускорение свободного падения направлено по радиусу к центру Земли и определяется из выражения $g = f m_{\oplus} / R^2$.

Аэродинамическая сила \mathbf{Q} возникает в результате воздействия набегающего потока воздуха на поверхность ракеты. Обычно рассматривают ее проекции на оси либо связанной, либо скоростной системы координат¹. Расчет составляющих полной аэродинамической системы координат.

¹ Связанная система координат $Ox_1y_1z_1$: начало — в центре тяжести РН. Ось Ox_1 направлена вдоль продольной оси ракеты, ось Oy_1 — перпендикулярна ей и лежит в плоскости траекторий, а ось Oz_1 дополняет систему до правой.

Скоростная система координат: начало совпадает с началом связанной системы координат. Ось Ox направлена по вектору \mathbf{V} скорости РН, ось Oy перпендикулярна ей и лежит в плоскости траектории, а ось Oz — перпендикулярна им обеим и лежит в плоскости, касательной к траектории.

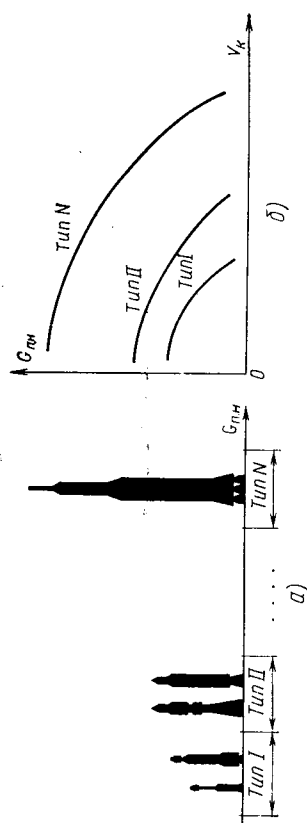


Рис. 1.1. Многоцелевая система однотиповых ракет-носителей:

а — зависимость типа многоцелевой системы ракет-носителей от выводимой на заданную орбиту полезной нагрузки; б — зависимость выводимой полезной нагрузки от потребной характеристики скорости для различных типов многоцелевой системы ракет-носителей

Многоцелевая система однотиповых ракет-носителей представляет собой ограниченное число типов РН, каждый из которых оптимально по суммарным энергозатратам для выведения ИСЗ определенного диапазона весов на условную орбиту (рис. 1.1, а) или для получения потребной конечной скорости (рис. 1.1, б).

Системный подход к планированию операции выведения с использованием технико-экономических критериев позволяет выбрать наиболее экономичный тип ракеты-носителя.

Наиболее желательным представляется вариант, когда потребный вес объекта соответствует располагаемому максимальным энергетическим возможностям РН данного весового класса. В тех случаях, когда это невозможно без серьезного ущерба для выполнения намеченной задачи при выведении космических аппаратов, принимают другие пути их доставки на орбиту ИСЗ. Если вес объекта незначительно превосходит грузоподъемную силу РН, то может быть, в пределах допустимого, использовано ее форсирование. Если же вес объекта оказывается существенно больше грузоподъемности РН данного весового класса, то возможно использование с недогрузкой или дефорсирование РН следующего весового класса, выведение с помощью РН следующего весового класса одновременно нескольких объектов одинакового или различного назначения или при допустимости расчленения намеченного объекта выведения на несколько частей — выведение их с помощью нескольких РН данного весового класса с последующей сборкой на орбите.

Методы решения проблемы выбора одного из перечисленных вариантов базируются на исследовании операций с использованием экономических критериев при различных ограничениях и излагаются в курсах проектирования. Поэтому будем далее предполагать, что ракета-носитель для выполнения операции выведения выбрана, т. е. известны все ее проектно-конструкторские характеристики (количество ступеней, начальная масса и ее распределение по сту-

ской силы Q в этих координатах: силы лобового сопротивления (соответственно, X или X_1), подъемной силы (Y или Y_1) и боковой (поперечной) силы (Z или Z_1) рассматриваются в соответствующих курсах.

Расчет траектории выведения может производиться в соответствии с решаемыми задачами в различных системах координат (рис. 1.2). Для исполнительных расчетов наиболее удобна стартовая система¹ координат $O_c x_c y_c z_c$, которая наиболее просто увязывает траекторию с местом старта, с местами падения ускорителей ступеней и с измерительными пунктами, контролирующими траекторию и работу систем ракеты. Характер влияния основных сил, действующих на РН, наиболее удобно исследовать, используя скоростьную систему координат $Ox y z$ или связанную систему координат $Ox_1 y_1 z_1$.

Аппаратурная реализация закона управления ракетой, т. е. ее угловым положением, наиболее удобно достигается при использовании в аппарате, гироскопической системы координат $Ox_T y_T z_T$, которая в начальный момент старта t_0 совпадает со стартовой системой, а в дальнейшем сохраняет неизменное положение в пространстве.

Угловое положение связанной системы координат относительно гироскопической системы определяется угловым тангажом φ_T (проекция угла между осями Ox_T и Ox_1 на плоскость $y_T Oz_T$), углом рыскания ψ_T (проекция угла между осями Ox_T и Ox_1 на плоскость $x_T Oz_T$) и углом крена γ_T (проекция угла между осями Oz_T и Oz_1 на плоскость $y_T Oz_T$).

Таким образом, для выполнения операции вы-

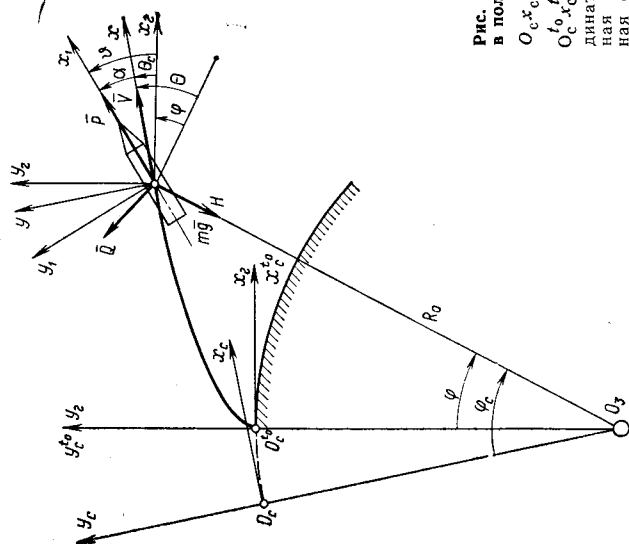


Рис. 1.2. Силы, действующие на ракету в полете:

$O_c x_c y_c z_c$ — стартовая система координат;
 $O x y z$ — скоростьная система координат;
 $O x_T y_T z_T$ — гироскопическая система координат (совпадает в момент старта со стартовой)

¹ Стартовая система координат: начало — на поверхности Земли в точке старта O_c , ось $O_c x_c$ лежит в горизонтальной плоскости и задается азимутом запуска, ось $O_c y_c$ направлена противоположно направлению силы тяжести в точке O_c , а ось $O_c z_c$ дополняет систему до правой.

ведения намеченного объекта на заданную орбиту требуется определить траекторию выведения и обеспечивающий ее закон управления вектором тяги. При этом общей информацией для всех РН является гравитационная модель Земли и характеристики стандартной атмосферы. Кроме того, для каждой конкретной ракеты-носителя исходные данные включают число ступеней, распределение начальной массы и располагаемого запаса рабочего тела по ступеням, закон изменения расхода топлива для основных и управляющих (если они есть) двигателей, а также некоторые другие характеристики (удельные тяги двигателей, аэродинамические коэффициенты сил, изменение положения во время движения РН ее центра тяжести и центра давления аэродинамических сил, точки приложения управляющих сил, а также структуру и коэффициенты уравнений системы управления).

Траектория выведения должна обеспечивать возможно меньшие энергетические затраты, что является непременным условием экономичности операции при выполнении ряда ограничений (по прочности конструкции, по устойчивости полета и т. д.).

Минимизация энергетических затрат достигается уменьшением необратимых энергетических потерь на участке выведения, основную долю которых составляют потери, обусловленные силой тяжести Земли и наличием у нее атмосферы¹. Наиболее наглядно эти потери можно выразить в виде потерь скорости, сообщаемой выводямому объекту, по сравнению с идеальной или характеристической скоростью, которую данная РН могла бы сообщить этому же объекту в прямолинейном полете при отсутствии у Земли поля тяготения и атмосферы. Строго говоря, не вся эта разность может быть отнесена к потерям, так как ее определенная доля обусловлена увеличением потенциальной энергии объекта при выведении его на орбиту. Однако при выведении на так называемые низкие орбиты с высотой над уровнем моря 200—400 км эта доля потерь от носителя невелика и составляет 5—6% от идеальной скорости.

Цель выбора траектории выведения — определить траекторию с таким законом управления вектором тяги, который позволил бы уменьшить энергетические потери.

Выбор закона управления

При определении закона управления необходимо руководствоваться рядом ограничений, диктуемых требованиями эксплуатации, прочности конструкции РН, возможности аппаратной реализации и др.

Старт современных РН всегда вертикален ($\theta = \varphi = 90^\circ$), ввиду относительно невысокой начальной тяговооруженности ($n_0 =$

¹ Определенная часть силы тяги ракеты должна быть истрачена на преодоление этих сил, поэтому под термином «потери» здесь следует понимать ту часть энергии, расходуемой двигательной установкой РН, которая не используется непосредственно для ускорения полезной нагрузки.

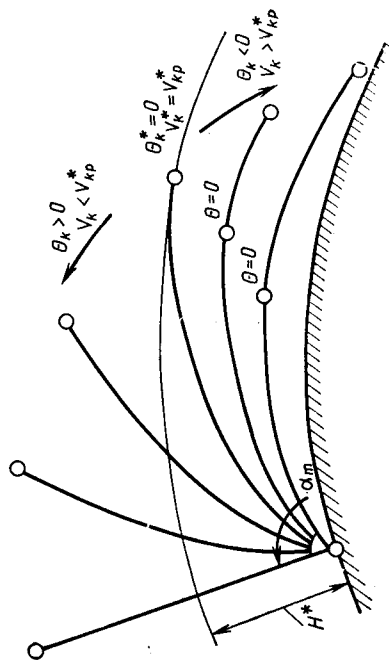


Рис. 1.3. Траектории выведения при однопараметрическом тангенциальном управлении

$= P_0/(g_0 M_0) = 1,2 \div 1,5$, где P_0 — стартовая тяга двигателей). Первые 10—15 с вертикального полета происходит относительно кратковременное (до скоростей, приблизительно соответствующих числу Маха $M \approx 0,8$) изменение угла атаки, вследствие чего движение РН отклоняется от вертикального. Закон изменения $\alpha(t)$ на этом участке траектории может быть, например, таким:

$$\alpha(t) = \alpha_m \sin^2 \frac{\pi(t-t_1)}{(t-t_1) + k(t_2-t)} \quad (1.1)$$

где t_1 — момент начала изменения угла атаки; t_2 — момент окончания участка; k — отношение времени изменения α от нуля до минимума α_m ко времени его изменения от минимума до нуля.

Дальнейший участок траектории выведения, проходящий в плотных слоях атмосферы, характеризуется требованием $\alpha=0$, что вытекает из стремления ограничить действующие на ракету аэродинамические моменты как для обеспечения прочности, так и для снижения требований к органам управления (от аэродинамических моментов на этом участке полностью избавиться не удается, так как неизбежны отклонения от программного, нулевого, значения угла атаки из-за порывов ветра и неточной, обычно кусочно-линейной, аппроксимации закона управления). На этом участке искривление траектории достигается (если не учитывать возмущения) только действием силы притяжения, вследствие чего его иногда называют *гравитационным разворотом*. На последующих участках траектории выведения, где скоростным напором можно пренебрегать, угол атаки может быть принят отличным от нуля и иметь значения, вытекающие из энергетической оптимизации траектории. Однако можно представить и всю остальную часть траектории выведения, формируемую по тангенциальному закону. В этом случае для данной ракеты (и заданных широты и азимута запуска) существует единственная круговая околоземная орбита высотой

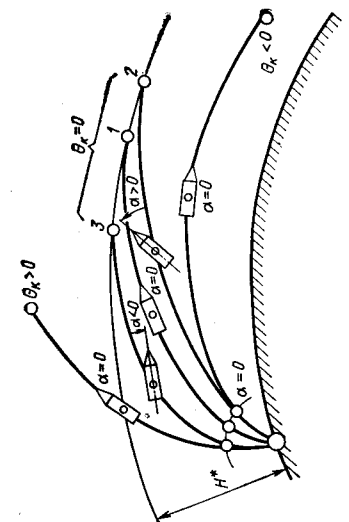


Рис. 1.4. Потери на управление при выведении (при $\alpha_{m3} > \alpha_{m1} > \alpha_{m2}$; $\mu_{п.п1} > \mu_{п.п2}$ и $\mu_{п.п1} > \mu_{п.п3}$)

Рис. 1.5. Зависимость относительных составляющих гравитационных потерь скорости $\Delta \tilde{V}_g$ от относительного приращения скорости $\Delta V_k/W$ на участке полета первой ступени двухступенчатой ракеты-носителя при выведении ИСЗ на круговую орбиту ($H_k = 200$ км, $\theta_k = 0$):

$$\Delta \tilde{V}_g^{\text{п.п.}} = \frac{\Delta V^{\text{п.п.}}}{\Delta V_g}, \quad \Delta \tilde{V}_g^{\text{л.у.}} = \frac{\Delta V^{\text{л.у.}}}{\Delta V_g}, \quad \Delta \tilde{V}_g^{\text{к.э.}} = \frac{\Delta V^{\text{к.э.}}}{\Delta V_g}, \quad \Delta \tilde{V}_g^{\text{т.}} = \frac{\Delta V^{\text{т.}}}{\Delta V_g}$$

— относительные гравитационные потери скорости на выведение соответственно полезной нагрузки, двигательных установок, конструктивных элементов и топлива ступени

H^* , для которой выполняются конечные условия выведения: $V_k^* = V_{кр}^*$, где $V_{кр}^* = \sqrt{f m_3 / (R_3 + H^*)}$; $\theta_k^* = 0$ (рис. 1.3). При этом это достигается при $\alpha_m = \alpha_m^*$ в выражении (1.1). В случае же, если $\alpha_m > \alpha_m^*$, то траектории будут расположены круче, в результате $\theta_k > 0$, $H_k > H_k^*$, а $V_k < V_{кр}^*$ (при грузе, выводимом на круговую орбиту высотой H^*). При $\alpha_m < \alpha_m^*$, наоборот, траектории будут расположены ниже и $\theta_k < 0$, $H_k < H^*$, а $V_k > V_{кр}^*$.

Орбиту H^* можно достичь и при $\alpha_m \neq \alpha_m^*$. В этом случае для получения конечных условий выхода на орбиту ИСЗ необходимо создавать на отдельном участке нормальную составляющую тяги двигателей РН: при $\alpha_m > \alpha_m^*$ — направленную к Земле ($\alpha < 0$), а при $\alpha_m < \alpha_m^*$ — направленную от Земли ($\alpha > 0$) (рис. 1.4). Для этих способов разгона в отличие от тангенциального разгона при $\alpha_m = \alpha_m^*$ очевидно, возникнут потери тяги двигателей на величину $P(1 - \cos \alpha)$, что повлечет за собой возникновение потерь скорости на управление и соответствующих потерь выводимой полезной нагрузки.

Рассмотренный пример является лишь иллюстрацией потерь скорости на управление, так как тангенциальный закон управления, даже в случаях, где он может быть использован, не всегда является оптимальным по энергетике, хотя он и весьма близок к

нему. Энергетически оптимальные законы управления отличаются от тангенциального и при несколько худшем использовании тяги для разгона окупают соответствующие потери на управление вследствие уменьшения гравитационных потерь за счет более благоприятного изменения углов наклона траектории, т. е. за счет ее более благоприятной формы.

Выбранный закон управления должен обеспечивать падение отработавших ускорителей в заданных районах. Это ограничение вытекает из географических условий места старта и трассы полета. В ряде случаев, например, при падении отработавших конструкций в пустынные ненаселенные области, в океан вдали от судовых трасс и т. п., оно может отсутствовать.

Для приближенного расчета траектории выведения, когда параметры ракеты известны ориентировочно, а структура системы управления не определена, можно воспользоваться упрощенными уравнениями движения РН, полученными в предположении, что Земля не вращается. При этом, если ракетой-носителем намеренно не совершается пространственный маневр, траектория выведения становится плоской.

Анализировать движение РН в этом случае наиболее удобно в скоростной системе координат, так как расчет аэродинамических сил в ней упрощается. Принимая ракету сбалансированной относительно поперечной оси Oy , можно представить дифференциальные уравнения движения ее центра масс в скоростной системе координат (см. рис. 1.2) в виде

$$\left. \begin{aligned} M \frac{dV}{dt} &= P \cos \alpha - X - Mg \sin \theta; \\ MV \frac{d\theta}{dt} &= P \sin \alpha + Y - Mg \cos \theta; \\ dH/dt &= V \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

В результате интегрирования этого уравнения получим

$$V_k - V_0 = \int_0^{t_k} \frac{P_n}{M} dt - \Delta V_a - \Delta V_{\text{упр}} - \Delta V_g. \quad (1.3)$$

Здесь ΔV_a — суммарные потери скорости, обусловленные наличием у Земли атмосферы¹. Эти потери проявляются практически только на участке полета первых ступеней ракет-носителей и от носителя невелики, поэтому при расчете траекторий выведения ими в первом приближении можно пренебрегать;

$$\Delta V_{\text{упр}} = \int_0^{t_k} \frac{1 - \cos \alpha}{M} P_n dt$$

¹ Суммарные аэродинамические потери ΔV_a можно разделить на потери скорости, вызванные преодолением аэродинамического сопротивления набегающего потока, и потери скорости, обусловленные падением тяги ракетных двигателей по сравнению с их тягой в пустоте P_n из-за противодавления атмосферы.

— потери скорости на управление вектором тяги РН;

$$\Delta V_g = \int_0^{t_k} g \sin \theta dt$$

— потери на преодоление силы тяжести или гравитационные потери.

Гравитационные потери скорости характеризуются разностью между скоростью, достигаемой РН при отсутствии силы тяжести и ее фактической скоростью. Гравитационные потери скорости являются потерями лишь в том смысле, что затраченная энергия топлива не расходуется на разгон ракеты-носителя, поскольку на участке выведения увеличивается высота полета РН и, следовательно, ее потенциальная энергия.

Для правильного понимания всех особенностей гравитационных потерь отметим, что определенная их часть связана непосредственно с выведением полезной нагрузки, другую же часть составляют потери на выведение топлива и конструкции ракеты.

На рис. 1.5 представлена зависимость этих относительных составляющих гравитационных потерь от относительного приращения скорости $\Delta V_k/W$ на участке полета первой ступени двухступенчатой ракеты-носителя, при выведении на заданную круговую орбиту ИСЗ.

Допущение о пренебрежении суммарными аэродинамическими потерями скорости позволяет несколько упростить уравнение (1.3), представив его для одной ступени в виде

$$\Delta V_k = V_k - V_0 = -W \int_1^{t_k} \frac{\cos \alpha}{\mu} d\mu - \int_0^{t_k} g \sin \theta dt. \quad (1.4)$$

Тогда, согласно определению гравитационных потерь скорости и вследствие близости значений $g(R_0)$ и $g(R_k)$, учитывая вторую теорему о среднем², можно записать

$$\Delta V_g = \int_0^{t_k} g \sin \theta dt = g t_k I_\theta = \frac{1 - \mu_{\text{кон}}}{n_0} W I_\theta,$$

где

$$I_\theta = \int_0^1 \sin \theta d\tau; \quad \tau = t/t_k; \quad \mu_{\text{кон}} = G_{\text{кон}}/G_0, \quad n_0 = P_0/G_0;$$

$G_{\text{кон}}$ — вес конструкции ступени.

¹ См. Градштейн И. С., Рыжик Н. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1963, с. 225—226.

² Ускорение свободного падения в диапазоне высот полета каждой ступени меняется незначительно, и его можно принимать постоянным в пределах погрешностей от остальных допущений.

При известном значении I_0 и законе управления вектором тяги $\alpha(t)$ из уравнения (1.4) получим выражение для полезной нагрузки ступени

$$G_{п.н} = \frac{1 - \mu_{кон} e^{\Delta \tilde{V}_x}}{e^{\Delta \tilde{V}_x} - 1} G_{00},$$

где

$$\Delta \tilde{V}_x = \sec \alpha_i \left(\frac{\Delta V_k}{W} + \frac{1 - \mu_{кон}}{n_0} I_0 \right).$$

Здесь принималось во внимание, что

$$\mu_k = \frac{G_{кон} + G_{п.н}}{G_{00} + G_{п.н}}$$

и благодаря первой теореме о среднем

$$\int_0^{\mu_k} \cos \alpha d \ln \mu = \cos \alpha_i \ln \mu_k,$$

где

$$\alpha_i = \alpha(t_i); \quad t_0 \leq t_i \leq t_k.$$

При известных основных характеристиках ступеней РН и заданных кинематических параметрах конца активного участка выведения задача выбора траектории выведения состоит в определении оптимального закона управления $\alpha_{opt}(t)$ в условиях ряда перечисленных выше ограничений, при котором величина $G_{п.н}$ получилась бы максимальной. Основываясь на приведенных зависимостях, можно отметить, что максимизация $G_{п.н}$ в данной постановке обеспечивается выбором такого закона $\alpha(t)$ или определением такого α_i , при котором достигается уменьшение гравитационных потерь скорости или I_0 , приводящее к минимальному значению $\Delta \tilde{V}_x$.

Оптимальное управление вектором тяги, позволяющее доставить на заданную орбиту ИСЗ максимальную полезную нагрузку, можно определить и с помощью решения вариационной задачи, в которой критерием оптимальности является $G_{п.н}$, а негOLONOMными уравнениями связи — дифференциальные уравнения (1.2). Однако даже применительно к рассмотренному простейшему случаю выведения решение этой вариационной задачи сводится к многоточечной краевой задаче, алгоритмы решения которой являются весьма не простыми [6]. При использовании допущения об однородности и плоскопараллельности поля тяготения Земли оптимальный закон управления второй ступенью имеет вид [1]

$$\lg \vartheta = a + b\tau,$$

где a, b — коэффициенты.

Выведение на высокие орбиты

С увеличением высоты орбиты H возникает необходимость в дополнительном к гравитационному развороту искривлений траектории выведения с целью обеспечения одного из условий выхода на орбиту $\theta_k = 0$. При этом, очевидно, растут потери скорости на управление и соответствующие потери в полезной массе выводимого объекта. Поэтому выведение объекта заданной массы при непрерывной работе ДУ ракеты-носителя («непрерывном» выведении или выведении «без дожого»), начиная с определенной высоты H' , характерной для конкретной РН, оказывается или нецелесообразным или при $H > H'$ невозможным. В этих случаях, а также при необходимости выведения космического аппарата в определенную область околоземного пространства в заданное время, используется выведение с промежуточным пассивным участком (эллиптическим или круговым) и последующим повторным включением двигателей — выведение «с дожогом» топлива. При этом весь процесс выведения разбивается на два этапа: выведение на «низкую» (высотой 200—500 км) промежуточную орбиту, где энергетические возможности РН типа Земля — низкая орбита (З—О) используются в максимальной степени, и межорбитальный маневр перелета на заданную «высокую» (высотой более 500 км) орбиту, для чего может быть использована как последняя ступень РН З—О с повторным запуском ее двигателей, так и специальная ступень РН типа низкая орбита — высокая орбита (О—О), называемая также разгонным блоком (или блоками). Старт одноразовых ракет-носителей О—О, а в очень недалекой перспективе — межорбитальных многоразовых транспортных космических аппаратов (МТКА), осуществляется с низкой промежуточной орбиты, куда они могут доставляться с помощью одноразовых РН З—О или многоразовых транспортных аппаратов.

Особенности выведения многоразовых транспортных аппаратов

С ростом масштабов космических операций обостряются проблемы, связанные с необходимостью «отжуждения» значительных районов (сотен и тысяч квадратных километров) для спуска отработавших ускорителей. Эти проблемы являются следствием освоения экономически малоценных до недавнего времени, но играющих все большую роль в народном хозяйстве, полупустынных, пустынных и других малоосвоенных районов. Эти проблемы еще более обостряются в связи с растущей для решения ряда задач потребностью запусков РН по новым трассам, где отжуждение больших районов затруднено или вообще невозможно. Поэтому независимо от многократности применения частей транспортных аппаратов возникает задача их управляемого приземления в определенные районы небольшой площади (в идеальном слу-

чае — обратно на космодром старта). Трудности решения этой задачи, усложняющей и удорожающей аппарат, увеличиваются при требовании его мягкого приземления.

Приземление в заранее отведенном и специально оборудованном месте значительно облегчит эксплуатацию всей системы, повысит ее оперативность и рентабельность. Выполнение этих двух требований — требований оперативности многоразовой транспортной космической системы и ее рентабельности — определяет особенности выведения МТА, их облик и облик их многократно используемых частей.

Одна или более нижние разгонные ступени могут быть как крылатыми, так и бескрылыми, причем их старт с Земли может происходить или вертикально, или горизонтально. Первая ступень МТА может ускоряться с помощью ЖРД, РДТТ или воздушных реактивных двигателей (ВРД). После достижения (на высоте порядка 50 км) скорости около 3 км/с орбитальная ступень (в случае двухступенчатого варианта) отделяется, а разгонная ступень возвращается на Землю в заданный район. Орбитальная ступень разгоняется далее и выходит на запланированную орбиту ИСЗ. Ступень многоразового аппарата, выходящая на орбиту (орбитальная ступень), должна обладать крыльями или по крайней мере несущим корпусом для последующего планирующего спуска в атмосфере и горизонтальной посадки самолетного типа. Большая скорость спуска обеспечивает хорошую маневренность и большую боковую дальность орбитальной ступени даже при ее малом аэродинамическом качестве.

Очень перспективным представляется использование ВРД в качестве маршевых двигателей при выведении многоразовой транспортной системы, так как ВРД вследствие отброса набегающего потока воздуха, масса которого в 20—30 раз превосходит массу горючего, находящегося на борту, имеют на порядок меньший, чем у ЖРД, удельный расход топлива. Выигрыш в удельном расходе должен перекрыть потери полезной нагрузки от большего, приближенно на порядок, удельного веса ВРД. Траектория выведения такого аппарата специфична. Она получается существенно пологой, так как, во-первых, должна лежать в основном в плотных слоях атмосферы, чтобы обеспечить достаточный скоростной напор для производимой работы ВРД, и, во-вторых, вследствие меньшей, чем у ракетных двигателей, располагаемой тяговооруженности $\eta_0 < 1$, ограниченной большой удельной МТА накладывает определенные отпечатки и на закон управления на активном участке: во избежание возникновения чрезмерных перегрузок, испытываемых крылатым аппаратом при входе в плотные слои атмосферы, а также для сокращения дистанции возвращения, если предусмотрен возврат РН в район места старта, угол входа $\gamma_{вх}$ МТА, а значит, и его угол тангажа $\theta_в$ в момент окончания работы разгонной ступени должны быть как можно меньше. Однако, с дру-

гой стороны, уменьшение угла тангажа до углов, меньших оптимального при выведении, неизбежно вызывает уменьшение веса выводимого полезного груза. Оптимизация этой задачи дает значения угла тангажа существенно меньшие, чем у однократно используемых РН.

Из-за пологости траектории выведения и относительно небольшой тяги маршевых двигателей аппарат должен поддерживаться аэродинамической подъемной силой развитого крыла. При этом аэродинамическое качество аппарата должно быть как можно выше.

Для крылатого разгонного аппарата возможен как горизонтальный, самолетный, старт, например, с применением различного рода специальных ускорителей (катапульт, взлетных тележек, остающихся на Земле после старта), так и вертикальный старт с использованием ракетных ускорителей.

Использование подъемной силы крыльев на активном участке для аппаратов с ракетными двигателями и вертикальным стартом дает положительный энергетический эффект, соизмеримый с отрицательным эффектом от увеличения веса конструкции.

Если бы ВРД можно было использовать во всем диапазоне скоростей вплоть до круговой и сохранить при этом низкий удельный расход топлива, то многоразовый транспортный аппарат мог бы быть одноступенчатым и иметь весовую отдачу, намного большую, чем у современных многоступенчатых одноразовых РН. Полезный груз выводился бы этим аппаратом в перигей эллиптической орбиты на высоте 30—40 км, в апогее которой, на высотах порядка 200 км и более, сообщался бы необходимый для решения задачи поддерживающий импульс в несколько десятков м/с несомым вспомогательным ракетным двигателем.

Однако современные ВРД могут работать лишь до чисел $M = 4-5$, что недостаточно для первой ступени оптимальной двухступенчатой системы. Поэтому такая транспортная система пока не может иметь серьезных энергетических и экономических преимуществ перед двухступенчатой чисто ракетной транспортной системой. Некоторое повышение энергетических характеристик всей системы введением третьей ракетной ступени делает систему неудобной в эксплуатации и неприемлемой для многоразового использования всех ее элементов. Поэтому создание описанного разгонного аппарата является, по всей вероятности, делом весьма отдаленных этапов развития ракетостроения.

Для управляемой точной посадки разгонной (первой) ступени МТА в заданное место суши можно использовать так называемый ракетодинамический способ. При этом необходимая траектория спуска формируется с помощью определенного импульса тяги непосредственно после отделения разгонной ступени от орбитальной, представляющей собой одноразовую РН О—О, ИСЗ или МТКА, и корректируется затем на всех участках полета ракетными импульсами. Для коррекции траектории на атмосферном уча-

стке спуска можно совместно с ракетными корректирующими импульсами воспользоваться и ограниченной аэродинамической несущей способностью бескрылого корпуса возвращаемой ступени. Основная часть кинетической энергии ступени должна быть погашена аэродинамическими средствами (например, тормозными парашютами), а приземление должно производиться вертикально с использованием на заключительном этапе посадки тормозных РДТТ.

При рассмотренном способе посадки расход топлива на первый необходимый для нее импульс зависит, очевидно, от параметров конца активного участка разгонной ступени, что требует совершенной оптимизации траекторий выведения и спуска. Вообще говоря, ракетодинамический способ посадки отработавших ускорителей МТА применяться может, хотя он и нерационален из-за слишком большого потребного импульса перехода на посадочную траекторию.

Широкое применение получит способ точной посадки разгонных ступеней МТА с использованием тяги ВРД посадки (или маршевых) и аэродинамического качества, при котором возвращаемая ступень после разделения с орбитальной или верхними ступенями выполняет определенным образом маневр разворота и с помощью перечисленных средств спуска совершает обычную горизонтальную посадку самолетного типа точно в намеченное место. Такие аппараты смогут опускаться по пологим траекториям, имея при этом возможность широкого маневрирования как по дальности, так и в боковом направлении.

Данный способ посадки разгонных ступеней имеет много очевидных преимуществ, существенных недостатков же у него всего два: большая техническая сложность создания аппаратов, способных его реализовать, и необходимость наличия на борту ступени топлива на возвращение, что ведет за собой соответствующие потери в весе выводимого груза.

Создаваемые в настоящее время и перспективные многоэтапные транспортные аппараты на химическом топливе являются двухступенчатыми. Если вторая (орбитальная) ступень МТА представляет собой многоэтапную конструкцию, то ее возврат на Землю может осуществляться известными способами спуска с околоземных орбит. Причем с учетом роста требований к таким системам многоэтапная орбитальная ступень так же, как и многоэтапная разгонная ступень, должна с высокой точностью приземляться в заранее подготовленное место (например, на аэродром), по возможности расположенное вблизи космодрома старта.

Решение задачи точного приземления ступени облегчается практическими неограниченными дальностью и временем ее орбитального полета в пределах пояса между южными и северными географическими широтами, ограниченными углом наклона плоскости орбиты ступени перед спуском. Время до приземления может быть резко сокращено при использовании аэродинамического маневра

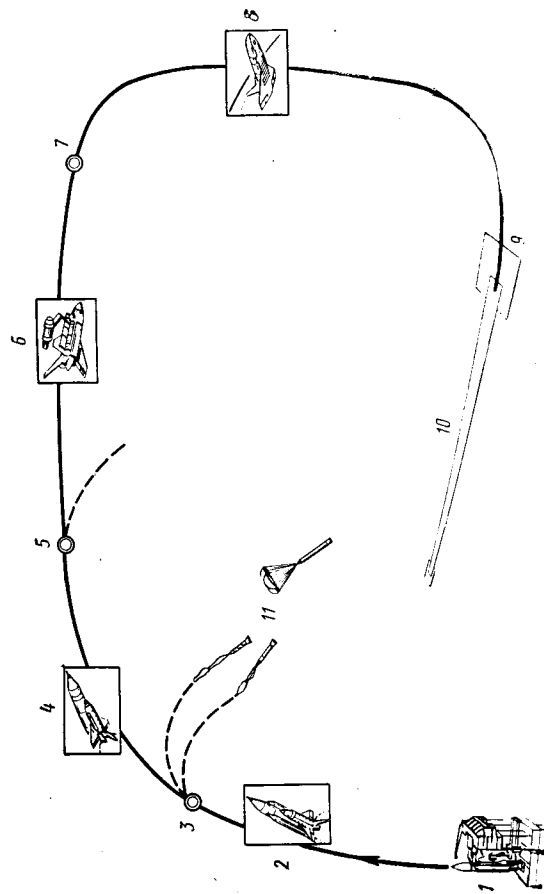


Рис. 1.6. Схема полета многоэтапного транспортного аппарата (МТА):

1—момент старта; 2—МТА на этапе работы первой ступени; 3—момент сброса твердотопливного ускорителя первой ступени; 4—МТА на этапе работы второй ступени; 5—момент сброса бакового отсека второй ступени; 6—МТА во время выполнения различных операций на орбите ИСЗ; 7—торможение МТА перед спуском; 8—МТА на этапе спуска в атмосферу; 9—заход на посадку; 10—посадочная полоса; 11—спуск твердотопливного ускорителя первой ступени

боковым и в продольном направлениях, причем тем в большей степени, чем выше аэродинамическое качество аппарата.

На рис. 1.6 показана типичная схема полета двухступенчатого многоэтапного транспортного аппарата.

§ 1.2. ДВИЖЕНИЕ КЛА В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ

Векторные уравнения движения

Движение КЛА происходит под действием различного рода сил, причем одни силы, природа и характер действия которых известны, можно оценивать количественно, другие же оцениваются лишь очень приблизительно или вообще не поддаются количественной оценке. В общем случае силы, действующие на КЛА, можно представить состоящими из реактивной силы R , сил притяжения небесных тел F и сил сопротивления внешней среды Q .

К силам сопротивления внешней среды относятся, например, сила аэродинамического сопротивления атмосферы, сила светового давления солнечного излучения, силы электромагнитной природы, возникающие благодаря взаимодействию различных электромагнитных полей в межпланетном пространстве и т. д.

Дифференциальное уравнение движения КЛА под действием всех перечисленных сил в векторной форме запишется так:

$$M \frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2} = \mathbf{P} + \mathbf{F} + \mathbf{Q}, \quad (1.5)$$

где M — масса КЛА; \mathbf{Q} — радиус-вектор КЛА.

При изучении межпланетных полетов КЛА силой сопротивления внешней среды часто пренебрегают, так как движение КЛА происходит в основном за пределами атмосферы, а остальные составляющие силы \mathbf{Q} оказывают на полет весьма малое влияние¹. Поэтому дифференциальное уравнение движения КЛА в векторной форме будем представлять в виде

$$M \frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2} = \mathbf{F} + \mathbf{P}. \quad (1.6)$$

Движение КЛА, описываемое уравнением (1.6), называется управляемым, так как оно может изменяться путем управления вектором реактивной тяги двигателей по величине и по направлению.

При отсутствии реактивной тяги двигателей движение КЛА называется баллистическим или неуправляемым и описывается уравнением

$$M \frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2} = \mathbf{F}. \quad (1.7)$$

Если Солнце и планетные системы принять за материальные точки, то

$$\mathbf{F} = -fM \sum_{j=1}^n \frac{m_j}{\Delta_j^3} (\mathbf{p} - \mathbf{p}_j),$$

где \mathbf{Q}_j , m_j — радиус-вектор и масса j -го небесного тела ($j=0, 1, \dots, \dots, 9$); $\Delta_j = |\mathbf{Q} - \mathbf{Q}_j|$ — расстояние между j -м небесным телом и КЛА.

При изучении движения КЛА обычно принимают материальную точку, т. е. материальным телом нулевой массы. С математической точки зрения тело нулевой массы — это тело, которое испытывает притяжение других тел конечной массы, а само их не притягивает. С физической же точки зрения тело нулевой массы — это тело, которое не вносит возмущения в движение тел конечной массы.

Солнце и планеты следует в большинстве случаев рассматривать в качестве материальных тел, имеющих достаточно протяжен-

¹ Например, для обычных спутников, движущихся по достаточно высоким круговым орбитам, со значениями коэффициента A (отношение характерной площади спутника к его массе) в пределах $0,003-0,3 \text{ м}^2/\text{кг} \cdot \text{с}^2$, возмущения от светового давления равны по периоду обращения $-\Delta T = 5 \cdot 10^{-7} - 5 \cdot 10^{-5} \text{ с}$, по радиусу за один оборот $-\Delta r_{\text{max}} = 0,02 - 0,2 \text{ м}$.

ные геометрические размеры и определенные формы со специфичным распределением масс. Однако теория притяжения позволяет в некоторых случаях упростить расчеты сил притяжения небесных тел. В ней показывается, что небесное тело любой формы и структуры притягивает весьма удаленный от него КЛА так, как будто вся масса тела сконцентрирована в одной точке, и далее, что планета, имеющая форму шара со сферическим или однородным распределением плотностей, притягивает КЛА так, как будто вся масса планеты сконцентрирована в ее центре.

Эти положения широко используются в механике полета космического аппарата и позволяют в удобной и простой форме вычислять силы притяжения небесных тел. Принятые здесь допущения вполне удовлетворяют тем точностям, которые необходимы для исследования проектно-баллистических характеристик космического летательного аппарата¹ на этапе его предельных разработок.

При изучении и прогнозировании движения искусственных спутников планет, особенно движущихся по низким орбитам, необходима более точная информация о гравитационном поле планеты, поскольку ранее принятые допущения о распределении масс и форме планеты могут быть слишком грубыми. Исчерпывающих сведений о форме и размерах Земли и других планет в настоящее время нет. Однако можно предложить физические модели планет, аппроксимирующие в зависимости от порядка малости отбрасываемых и удерживаемых членов практически с любой степенью точности форму и гравитационный потенциал планет. Кроме потенциала сферы в качестве моделей потенциалов планет могут рассматриваться потенциалы сфероида, трехосного эллипсоида, несимметричного сфероида, трехосного несимметричного эллипсоида и т. д. Выбранная модель называется *нормальным гравитационным потенциалом*, а его отклонения от действительного — *гравитационными аномалиями*. Выбор нормального потенциала определяется поставленной задачей и требуемым уровнем точности решений.

Для задач баллистического проектирования и недолгосрочного прогнозирования околопланетных орбит допущение об осевой симметрии тел, т. е. симметричного распределения масс относительно оси вращения планеты, справедливо и дает хорошие результаты. В этом случае в результате разложения потенциала планеты по сферическим функциям гравитационный потенциал можно представить, ограничиваясь уже вторым членом разложения.

¹ Проектно-баллистические характеристики КЛА включают в себя основные проектные параметры аппарата, определяющие его облик и характеристики ДУ (количество модулей i ; относительный конечный вес i -го модуля КЛА μ_{ki} ; начальная тяговооруженность модуля μ_{0i} ; эффективная скорость истечения рабочего тела W_i и т. д.), и основные параметры, определяющие расчетную траекторию движения КЛА и его положение на ней в каждый момент времени.

$$R_p = \sum_{j=1}^n f m_j \left(\frac{1}{\Delta_j} - \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}_j}{R^3} \right)$$

характеризует действия притяжения небесных тел за исключением центрального тела и поэтому ее можно назвать *возмущающей функцией*, так как сила притяжения центрального тела является определяющей. Это определение R_p дано по аналогии с определением возмущающих функций в небесной механике, возникающих при изучении относительного движения планет.

Дифференциальное уравнение (1.8) определяет *управляемое относительное движение*. *Баллистическое относительное движение* описывается дифференциальным уравнением

$$\ddot{\mathbf{R}} = -\frac{f m_0}{R^3} \mathbf{R} + \nabla R_p, \quad (1.9)$$

полученным из (1.8). Если центральное тело выбрано правильно, то в правых частях уравнений (1.8) и (1.9)

$$\left| \frac{f m_0 \mathbf{R}}{R^3} \right| \gg |\nabla R_p|$$

и член $|\nabla R_p|$ можно трактовать как возмущающее ускорение, возникающее от возмущающих сил — сил притяжения небесных тел, исключая центральное небесное тело. Исходя из такой трактовки действия сил притяжения небесных тел (кроме центрального) относительное движение, описываемое уравнениями (1.8) и (1.9), рассматривается как *относительное возмущенное движение КЛА*. Это позволяет применять для решения уравнений (1.8) и (1.9) специфические аналитические и численные методы, рассматриваемые в теории возмущенного движения (см., например, [3]).

Решение дифференциальных уравнений управляемого и баллистического возмущенного движений позволяет получить практически точную информацию о характеристиках траекторий межпланетных перелетов. Если отвлечься от ошибок аппаратной реализации законов управления на активных участках полета, то действительная траектория полета будет мало отличаться от расчетной. Однако обращение к точным решениям оправдано лишь на заключительных этапах проектирования.

При предварительных же проектных разработках КЛА вряд ли необходимо иметь информацию о характеристиках движения более точную, чем информация о проектно-весовых характеристиках КЛА, о материалах его конструкции, топливе и т. д. В связи с этим возникает задача о получении приближенных решений уравнений движения КЛА, позволяющих достаточно просто, но с необходимой для проектных разработок точностью оценивать характер

Для нахождения характеристик управляемого (1.6) или баллистического (1.7) движения нужно иметь информацию о действии на КЛА сил притяжения небесных тел, т. е. об изменении радиуса-вектора планеты \mathbf{Q}_j в зависимости от времени его полета Δt . Эта информация может быть получена различными путями. Наиболее простой способ ее получения заключается при предположении о движении планет только под действием силы притяжения Солнца и об изолированности Солнечной системы (т. е. о прамолетном и равномерном движении ее центра масс).

Для более точных расчетов уравнения (1.6) и (1.7) следует рассматривать совместно с дифференциальными уравнениями движения планет и Солнца. Однако изучать движение КЛА с учетом влияния сил притяжения многих небесных тел в абсолютной системе координат неудобно и трудно, поскольку астрономические наблюдения дают только их относительные положения и скорости. В пособиях по небесной механике (см., например, [3]) предлагается изучать движение небесных тел (планет) в относительной (например, гелиоцентрической) системе координат, когда начало координат помещается в центр масс одного из небесных тел (например Солнца). Поэтому следует перейти к *дифференциальным уравнениям относительного движения КЛА*, когда за начало координат принимается центр масс *центрального тела* — небесного тела, относительно которого рассматривается движение.

Для получения дифференциального уравнения управляемого относительного движения следует из левой и правой частей уравнения (1.6) вычесть соответственно левую и правую части дифференциального уравнения движения центрального тела

$$m_0 \ddot{\mathbf{p}}_0 = \mathbf{F}_0,$$

что дает

$$\ddot{\mathbf{p}} - \ddot{\mathbf{p}}_0 = \mathbf{P}/M + \mathbf{F}/M - \mathbf{F}_0/m_0.$$

Отсюда *дифференциальное уравнение управляемого относительного движения КЛА* примет вид

$$\ddot{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{P}}{M} - \frac{f m_0}{R^3} \mathbf{R} - \sum_{j=1}^n f m_j \left(\frac{\Delta_j}{\Delta_j^3} + \frac{\mathbf{R}_j}{R_j^3} \right),$$

где

$$\mathbf{R}_j = \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_0; \quad \mathbf{R} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_0, \\ \Delta_j = |\mathbf{R} - \mathbf{R}_j| \quad (j = 1, \dots, n).$$

В связи со справедливостью соотношения

$$\frac{\Delta_j}{\Delta_j^3} + \frac{\mathbf{R}_j}{R_j^3} = -\nabla \left(\frac{1}{\Delta_j} - \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}_j}{R^3} \right),$$

где ∇ — оператор градиента по компонентам вектора \mathbf{R} , получим

$$\ddot{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{P}}{M} - \frac{f m_0}{R^3} \mathbf{R} + \nabla R_p, \quad (1.8)$$

стики межпланетных перелетов и определять соответствующие требования к космическим аппаратам. Достигнуть этого можно употреблением правых частей уравнений (1.8) и (1.9), если не учитывать сил притяжения тех небесных тел, которые по тем или иным причинам (большие расстояния, сравнительно малые массы и т. д.) оказывают слабое воздействие на движение КЛА. Из всех допустимых решений наиболее простое достигается тогда, когда пренебрегают возмущающим ускорением, полагая $\nabla R_p = 0$. В этом случае имеет место как бы фиктивное движение аппарата, возникающее под действием силы тяги его двигателей и силы притяжения центрального тела, которое назовем *невозмущенным движением*. Оно аппроксимирует в первом приближении действительное движение. Существуют определенные ограничения, в пределах которых можно утверждать о хорошем приближении характеристик невозмущенного движения к действительным характеристикам полета.

Согласно (1.8) *управляемое невозмущенное движение* КЛА описывается следующим уравнением:

$$\ddot{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{P}}{M} - \frac{f m_0}{R^3} \mathbf{R}. \quad (1.10)$$

Решения дифференциального уравнения (1.10) могут быть найдены только при задании начальных условий полета и закона изменения вектора тяги по времени. К сожалению, точных аналитических решений данного уравнения не существует. Если же рассматривать дифференциальное уравнение *баллистического невозмущенного движения* КЛА¹

$$\ddot{\mathbf{R}} = -\frac{f m_0}{R^3} \mathbf{R}, \quad (1.11)$$

то в этом случае оказывается возможным аналитически получить все необходимые первые интегралы, полностью его описывающие. Для решения этой задачи обычно используют хорошо разработанные в небесной механике методы решения задачи двух тел (см., например, [3]), учитывая при этом, что одно из тел (КЛА) принимается за тело бесконечно малой массы.

При решении задач межпланетных полетов методически более удобно баллистическое движение рассматривать как частный случай управляемого движения. Поэтому был найден такой подход к решению дифференциального уравнения управляемого невозмущенного движения, при котором управляемое и баллистическое движения выступают в единстве, а первые интегралы баллистического движения определяются как частный случай общего решения.

¹ Баллистическое невозмущенное движение КЛА называют также *кеплеровым движением*.

Интегралы векторного уравнения (управляемого и баллистического) невозмущенного движения

Интеграл энергии. Уравнение (1.10) можно, приняв $\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{V}$, представить в виде

$$\dot{\mathbf{V}} = \frac{\mathbf{P}}{M} - \frac{f m_0}{R^3} \mathbf{R}. \quad (1.12)$$

Умножив скалярно обе части уравнения (1.12) на $2\mathbf{V}$, проинтегрировав и проведя несложные преобразования, получим

$$V^2 - \frac{2f m_0}{R} = h_u; \quad (1.13a)$$

$$\text{где} \quad h_u = h_0 - 2W \int_1^u \mathbf{p} \cdot \mathbf{V} d \ln \mu, \quad (1.14a)$$

\mathbf{p} — единичный вектор тяги; h_0 — постоянная интегрирования.

Уравнение (1.13a) будем называть *интегралом энергии управляемого движения*, показывающим, что полная энергия КЛА — сумма его кинетической и потенциальной энергии, приходящаяся на единицу массы аппарата, меняется на активном участке полета от h_0 до

$$h_{u_k} = h_0 - 2W \int_1^{u_k} \mathbf{p} \cdot \mathbf{V} d \ln \mu. \quad (1.14b)$$

При управляемом движении изменение полной энергии единицы массы космического аппарата происходит благодаря работе, совершаемой силой тяги \mathbf{P} ракетного двигателя. Если она нормальна вектору скорости, то, так как $\mathbf{P} \cdot \mathbf{V} = 0$, работа силы тяги двигателя будет равна нулю, и полная энергия, приходящаяся на единицу массы КЛА, не изменится. Для получения в конце активного участка полета КЛА максимального значения полной энергии надо так управлять вектором \mathbf{P} , чтобы в каждый момент времени управляемого полета $\mathbf{P} \cdot \mathbf{V}/M = \max$, что достигается при оптимальном управлении этим вектором (в общем случае при $\mathbf{P}^\wedge \mathbf{V} \neq 0$).

В случае баллистического движения относительная полная энергия КЛА будет, очевидно, оставаться постоянной:

$$V_k^2 - 2f m_0/R_k = h_{u_k}, \quad (1.13b)$$

где V_k , R_k — скорость КЛА и его расстояние от центрального тела в момент t_k окончания активного участка полета.

Векторный интеграл момента количества движения. Умножив векторно обе части уравнения (1.12) на \mathbf{R} и проинтегрировав, найдем

$$\mathbf{R} \times \mathbf{V} = \mathbf{C}_0 + \int_{t_0}^t \frac{\mathbf{R} \times \mathbf{P}}{M} dt = \mathbf{C}_0 - W \int_1^{\mathbf{p}} \mathbf{R} \times \mathbf{p} d \ln \mathbf{p},$$

где \mathbf{C}_0 — постоянная интегрирования.
Обозначив

$$\mathbf{C}_u = \mathbf{C}_0 - W \int_1^{\mathbf{p}} \mathbf{R} \times \mathbf{p} d \ln \mathbf{p}; \quad (1.15a)$$

получим

$$\mathbf{R} \times \mathbf{V} = \mathbf{C}_u. \quad (1.16a)$$

Полученное уравнение будем называть *векторным интегралом момента количества движения управляемого полета КЛА*, приходящегося на единицу его массы. Он показывает, что вектор момента количества движения единицы массы КЛА на активном участке меняется вследствие соответствующего изменения вектора момента количества движения истекающих частей рабочего тела ракетного двигателя от значения \mathbf{C}_0 до значения

$$\mathbf{C}_{u\kappa} = \mathbf{C}_0 - W \int_1^{\mathbf{p}_\kappa} \mathbf{R} \times \mathbf{p} d \ln \mathbf{p}. \quad (1.15b)$$

Если закон управления движением КЛА на активном участке полета таков, что вектор \mathbf{P} всегда параллелен радиусу-вектору КЛА, то вектор относительного момента количества его движения не изменится на протяжении всего полета и будет равен \mathbf{C}_0 .

Для баллистического невозмущенного движения КЛА векторный интеграл момента количества движения будет оставаться постоянным и равным

$$\mathbf{C}_{u\kappa} = \mathbf{R}_\kappa \times \mathbf{V}_\kappa. \quad (1.16b)$$

Вектор \mathbf{C}_u всегда нормален *мгновенной плоскости* (рис. 1.7), проходящей через центр масс центрального тела и содержащей векторы \mathbf{R} и \mathbf{V} , определяющие движение КЛА. Баллистическое невозмущенное движение происходит в одной плоскости, являющейся мгновенной плоскостью конца активного участка и определяемой уравнением

$$\mathbf{R}_\kappa \times \mathbf{C}_{u\kappa} = 0. \quad (1.17)$$

Если вектором тяги КЛА управлять так, чтобы он оставался в плос-

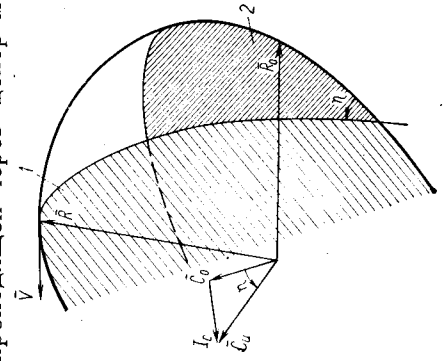


Рис. 1.7. Схема определения мгновенной плоскости и векторной переменной \mathbf{C}_u :
1 — мгновенная плоскость; 2 — начальная плоскость;

$$I_c = -W \int_1^{\mathbf{p}} \mathbf{R} \times \mathbf{p} d \ln \mathbf{p}$$

кости начальной орбиты¹, то и управляемое и баллистическое движения будут происходить в одной этой плоскости.

Векторный интеграл Лапласа. Умножив векторно на \mathbf{C}_u левую и правую части уравнения (1.12) и проинтегрировав получившееся выражение, найдем [2]:

$$\mathbf{V} \times \mathbf{C}_u = f m_0 \frac{\mathbf{R}}{R} + f m_0 \mathbf{e}_0 + \int_{t_0}^t \left(\mathbf{V} \times \dot{\mathbf{C}}_u + \frac{\mathbf{P} \times \mathbf{C}_u}{M} \right) dt,$$

где \mathbf{e}_0 — векторная постоянная интегрирования.
Обозначив

$$\mathbf{e}_u = \mathbf{e}_0 + \frac{1}{f m_0} \int_{t_0}^t \left(\mathbf{V} \times \dot{\mathbf{C}}_u + \frac{\mathbf{P} \times \mathbf{C}_u}{M} \right) dt,$$

окончательно получим

$$\mathbf{V} \times \mathbf{C}_u = f m_0 \mathbf{R}^0 + \mathbf{f}_u, \quad (1.18a)$$

где $\mathbf{f}_u = f m_0 \mathbf{e}_u$; $\mathbf{R}^0 = \mathbf{R}/R$.

По аналогии с решениями задачи двух тел небесной механики этот интеграл можно назвать *векторным интегралом Лапласа управляемого невозмущенного движения*, а переменный вектор — \mathbf{f}_u (или \mathbf{e}_u) — *переменным вектором Лапласа управляемого невозмущенного движения*.

Вектор \mathbf{e}_u управляемого невозмущенного движения КЛА можно представить также в следующем виде:

$$\mathbf{e}_u = \mathbf{e}_0 - \frac{W}{f m_0} \int_1^{\mathbf{p}} 2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}) \cdot \mathbf{R} - (\mathbf{p} \cdot \mathbf{R}) \cdot \mathbf{V} - (\mathbf{V} \cdot \mathbf{R}) \cdot \mathbf{p} d \ln \mathbf{p}. \quad (1.19a)$$

Для баллистического невозмущенного полета аппаратов в центральном поле вектор Лапласа становится постоянным и равным

$$\mathbf{e}_{u\kappa} = \mathbf{e}_0 - \frac{W}{f m_0} \int_1^{\mathbf{p}_\kappa} [2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}) \cdot \mathbf{R} - (\mathbf{p} \cdot \mathbf{R}) \cdot \mathbf{V} - (\mathbf{V} \cdot \mathbf{R}) \cdot \mathbf{p}] d \ln \mathbf{p}, \quad (1.19b)$$

а интеграл Лапласа приобретает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{V} \times \mathbf{C}_{u\kappa} &= f m_0 \mathbf{R}^0 + \mathbf{f}_{u\kappa}, \\ \mathbf{f}_{u\kappa} &= f m_0 \mathbf{e}_{u\kappa}. \end{aligned} \quad (1.18b)$$

где

Вектор Лапласа ортогонален векторной переменной интеграла момента количества движения \mathbf{C}_u и поэтому всегда лежит в мгновенной плоскости траектории активного полета (рис. 1.8).

¹ Т. е. орбиты, на которой находился КЛА до начала активного маневра.

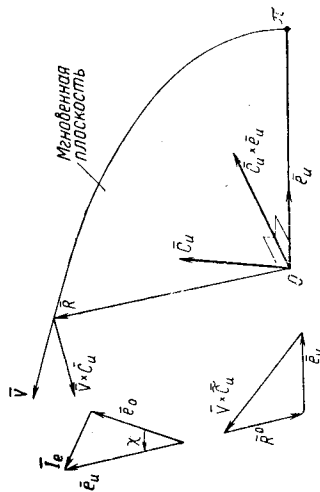


Рис. 1.8. Схема векторных соотношений:

$$\begin{aligned} R^0 &= R/R; \quad \tilde{C}_u = C_u/fm_0; \\ I_e &= -\frac{W}{fm_0} \int [2(p \cdot V) \cdot R - (p \cdot R) \cdot V - \\ &\quad - (V \cdot R) \cdot p] \ln \mu \end{aligned}$$

Уравнение орбиты. Умножив обе части уравнения (1.18а) скалярно на R и учитывая, что

$$(V \times C_u) \cdot R = (R \times V) \cdot C_u = C_u \cdot C_u = C_u^2,$$

получим

$$R + R \cdot e_u = C_u^2/fm_0. \quad (1.20)$$

Уравнение (1.20) представляет собой уравнение *мгновенной поверхности*, в одной из точек которой находится в текущий момент времени космический аппарат. Совместно с уравнением *мгновенной плоскости* $R \cdot C_u = 0$ оно *определяет мгновенную орбиту управляемого движения*. Поэтому эти два уравнения представляют собой общее уравнение *мгновенной орбиты*, в одной из точек которой в данный момент находится КЛА.

Мгновенная поверхность (1.20) является *поверхностью вращения второго порядка вокруг оси, направленной вдоль e_u* . Один из ее фокусов совпадает с центром масс центрального тела.

Мгновенная орбита управляемого движения является плоской кривой второго порядка, один из фокусов которой совпадает с центром масс центрального тела, а линия апсид (главная или фокальная ось) совпадает с направлением текущего вектора Лапласа. Текущий вектор Лапласа всегда направлен в *перилцентр мгновенной орбиты* — в точку *мгновенной орбиты*, наиболее близко расположенную к центру масс центрального тела.

Обозначив через ν угол между радиусом-вектором КЛА R и текущим вектором Лапласа e_u , уравнение орбиты в *мгновенной плоскости* можно представить в виде *полярного уравнения конического сечения*

$$R = \frac{p_u}{1 + e_u \cos \nu}, \quad (1.21)$$

где $p_u = C_u^2/fm_0$ — *фокальный параметр* *мгновенной орбиты*, e_u , ν — *эксцентриситет* и *истинная аномалия* *мгновенной орбиты*.

Приближенные методы решения дифференциальных уравнений управляемого движения

Если взять интегралы в правых частях уравнений (1.14), (1.15) и (1.19), т. е. определить зависимость h_u , C_u и e_u от кинематических параметров активного участка, относительного текущего веса μ КЛА и его начальной тяговооруженности n_0 , то соотношения (1.13а), (1.16а) и (1.18а) явятся основой для анализа проектно-баллистических характеристик аппарата. При заданном законе управления вектором тяги $a(t)$ получить такие решения можно только одним из существующих численных методов, причем результаты будут зависеть от основных проектных параметров КЛА — n_0 и μ_k .

Все это весьма затрудняет проведение анализа проектно-баллистических характеристик КЛА и, в особенности, выявление их оптимальных значений.

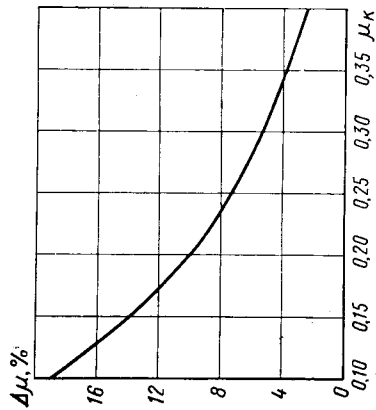
На стадии же предварительного проектирования КЛА и начальных разработок траекторий межпланетного перелета, когда важно найти рациональные пути осуществления общей идеи проекта и изучить его лишь наиболее существенные, определяющие элементы и параметры, особенно заметна основная слабость численных методов, заключающаяся в том, что, давая довольно точные решения, они слабо вскрывают сущность задачи. И здесь очень могут помочь приближенные методы решения дифференциальных уравнений управляемого движения, степень точности которых должна удовлетворять требованиям предварительного проектирования.

Метод импульсной аппроксимации активных участков полета КЛА. Во многих случаях предварительный анализ межпланетных траекторий полета КЛА основывается на методе импульсной аппроксимации, не учитывающем протяженность активных участков в грависферах планет и заменяющем конечную тягу, которая действует в течение определенного времени, импульсом тяги нулевой длительности. Ясно, что при этом не учитываются гравитационные потери активного маневра, а изменение скорости аппарата, происходящее скачкообразно, может быть выражено с помощью первой формулы Циолковского

$$\Delta V_{\text{ит}} = -W \ln \mu_k.$$

Хотя метод импульсной аппроксимации активных участков в настоящее время и широко применяется на этапе предварительного проектирования КЛА, однако он не всегда отвечает требованиям точности этого этапа. Погрешности, вызываемые импульсной аппроксимацией, являются результатом невозможности учета грави-

Рис. 1.9. Гравитационные потери конечного веса КЛА $\Delta \mu_K$ на участке разгона с околопромежуточной орбиты высотой $H_0=200$ км ($P_{уд}=350$ с, $n_0=0,2$)



тационных потерь и изменения ориентации вектора тяги аппарата на активном участке, а также пренебрежения его протяженностью. Кроме того, этот метод не позволяет выявить влияние на проектно-баллистические характеристики КЛА тактического важного параметра, как его начальная тяговооруженность n_0 .

На рис. 1.9. показана зависимость величины относительных гравитационных потерь в виде потерь конечного веса КЛА $\Delta \mu_K$, не учитываемых при импульсной аппроксимации, на участке разгона с промежуточной круговой орбиты ИСЗ, от значений μ_K , полученных при численном интегрировании.

Применение рассмотренного метода приближенной оценки активных участков полета КЛА для решения задачи межпланетных перелетов изложено в § 3. 1.

Метод конечных тяг. Рассмотрим активный участок разгона, в конечной точке которого значение $h_{ук}$ согласно (1. 146)

$$h_{ук} = h_0 - 2W \int_0^{\mu_K} p \cdot V d \ln \mu.$$

Для непрерывного изменения скалярной величины $p \cdot V$ по времени, интегрируя по частям и применяя затем теорему о среднем, получим

$$h_{ук} = h_0 - 2W \{ (p \cdot V)_a \ln \mu_K - a_e \ln \mu_K [(p \cdot V)_a - (p \cdot V)_0] \},$$

где $a_e = (\ln \mu)_e / \ln \mu_K$; $(\ln \mu)_e$ — промежуточное значение $\ln \mu$ на отрезке $[(p \cdot V)_0, (p \cdot V)_a]$.

Тогда интеграл энергии управляемого движения (1. 13а) для момента t_a окончания активного участка представим в виде

$$V_a^2 - \frac{2fm_0}{R_a} = h_0 - 2W [(1 - a_e)(p \cdot V)_a + a_e(p \cdot V)_0] \ln \mu_K, \quad (1. 22)$$

где V_a — вектор скорости КЛА в конце активного участка полета; R_a — радиус-вектор конца активного участка.

Аналогичным способом преобразуем и векторный интеграл (1. 16а). В результате интегрирования правой части уравнения (1. 156) найдем

$$C_{ук} = C_0 - W \{ (R \times p)_a \ln \mu_K - a_m \ln \mu_K [(R \times p)_a - (R \times p)_0] \}, \quad (1. 23)$$

где $a_m = (\ln \mu)_m / \ln \mu_K$; $(\ln \mu)_m$ — промежуточное значение $\ln \mu$ на отрезке интегрирования $[(R \times p)_0, (R \times p)_a]$.

Учитывая (1. 23), векторный интеграл момента количества движения (1. 16а) для момента t_a представим формулой

$$(R \times V)_a = C_0 - [(1 - a_m)(R \times p)_a + a_m(R \times p)_0] W \ln \mu_K. \quad (1. 24)$$

Поскольку промежуточные значения $(\ln \mu)_e$ и $(\ln \mu)_m$ определены соответственно в областях

$$0 \leq (-\ln \mu)_e < (-\ln \mu_K), \quad 0 \leq (-\ln \mu)_m < (-\ln \mu_K),$$

то функции a_e и a_m могут изменяться в пределах

$$0 < a_e < 1, \quad 0 < a_m < 1.$$

При точном представлении a_e и a_m в зависимости от $\ln \mu_K$ (или $\ln \mu$) соотношения (1. 22) и (1. 24) являются точными¹. К сожалению, получение такой информации связано только с вычислением интегралов (1. 13а) и (1. 16а), что равносильно численному интегрированию системы уравнений движения. Однако возможен другой путь: построение приближенных зависимостей a_e , a_m от μ_K и n_0 при различных законах управления вектором тяги. В этом случае соотношения (1. 22) и (1. 24) станут уже приближенными, причем на их точность будет определенным образом влиять точность построения указанных зависимостей. Однако исследования показали, что при существующих законах управления точность построения зависимостей a_e и a_m от μ_K и n_0 (в диапазоне их реальных значений для КЛА с ЖРД) слабо влияет на точность решения интеграла энергии и векторного интеграла момента количества движения, соответственно представляемых выражениями (1. 22) и (1. 24). Поэтому данный метод приближенного решения дифференциальных уравнений управляемого движения КЛА, кроме того, что он удобен и весьма нагляден, дает возможность достаточно просто достигнуть требуемой для предварительных проектных разработок точности определения проектно-баллистических характеристик КЛА [2].

Оптимизация управляемого движения КЛА

В общем случае относительно точные характеристики управляемого полета КЛА можно получить только в результате численного интегрирования системы дифференциальных уравнений его движения. И тогда для решения главной задачи проектирования — выбора оптимального режима полета и оптимальных основных проектных параметров КЛА — необходимо обратиться к математической теории оптимального проектирования летательных аппаратов (см., например, [6]). При таком подходе оптимальные решения хотя и получаются точными, но достигаются нелегко и немалой ценой: каждый раз приходится сталкиваться с проблемой сходимости итерационного процесса их поиска и оценкой точности удовлетворения краевым и другим критерийным условиям. По-

¹ Их точность ограничивается условиями выполнения теоремы о среднем.

этому не всегда и не каждый конструктор может позволить себе «роскошь» обращения к таким весьма трудоемким алгоритмам оптимизации¹.

В связи с этим становится понятной полезность приближенных методов расчета проектно-баллистических характеристик КЛА: приближенным методом расчета активных участков полета и основных проектных параметров космических аппаратов можно при определенном законе управления вектором тяги $\alpha(t)$ достаточно точно и без привлечения больших ЭЦМ проводить оценку кинематических параметров активного участка и выбирать основные проектные параметры КЛА, удовлетворяющие необходимому значению $h_{ик}$. Оптимальным законом управления $\alpha_{opt}(t)$ является таковой, при котором суммарная энергия в конце активного участка полета $h_{ик}$ приходящаяся на единицу массы КЛА, достигает своего максимального значения при заданном μ_k .

Наиболее близким к оптимальному оказывается тангенциальный закон управления в заданной неподвижной плоскости: $\alpha(t) \equiv 0$ — для активных участков разгона и $\alpha(t) \equiv \pi$ — для активных участков торможения КЛА; расхождение между ними по величине $h_{ик}$ в широком диапазоне значений μ_k и h_0 не превосходит одного процента [2]. Поэтому в рамках принимаемых допущений и приближений, отвечающих требованиям этапа проектно-баллистических расчетов, тангенциальный закон управления вектором тяги КЛА вполне можно рассматривать в качестве оптимального.

Проведенный анализ управляемого невозмущенного движения КЛА в плоскости промежуточной орбиты с тангенциальным законом управления позволил выбрать $a_e = 0,5$; $a_m = 0,64$.

При этих значениях коэффициентов a_e и a_m ошибки вычисления параметров конца активного участка согласно приближенным зависимостям метода конечных тяг не превышают 1% [2].

Баллистическое невозмущенное движение

Баллистическое движение КЛА охватывает наибольший промежуток времени межпланетного полета, поэтому имеет смысл ознакомиться с его характеристиками более подробно.

Выше было установлено, что невозмущенное баллистическое движение описывают следующие первые интегралы:

скалярный интеграл энергии — полная энергия КЛА относительно центрального тела есть величина постоянная:
 $V^2 - 2f m_0/R = h_{ик}$,

векторный интеграл площадей — площадь, ометаемая радиусом-вектором КЛА в единицу времени, постоянна:

$$\mathbf{R} \times \mathbf{V} = \mathbf{C}_{ик}$$

¹ Однако, разумеется, в ряде случаев и на определенном этапе проектных разработок КЛА без них трудно бывает обойтись.

векторный интеграл Лапласа

$$\mathbf{V} \times \mathbf{C}_{ик} = f m_0 \mathbf{R}^0 + \mathbf{f}_{ик}$$

Постоянные интегрирования $h_{ик}$, $\mathbf{C}_{ик}$ и $\mathbf{f}_{ик}$ полностью определяют положение орбитальной плоскости, ориентацию орбиты в ней, форму орбиты и ее размеры. Однако из семи скалярных величин $h_{ик}$, $\mathbf{C}_{ик}^i$, $\mathbf{f}_{ик}^i$ ($i=1, 2, 3$) только пять являются независимыми, поскольку имеют место следующие соотношения:

$$\mathbf{C}_{ик} \cdot \mathbf{f}_{ик} = 0, \quad (1.25)$$

т. е. вектор Лапласа $\mathbf{f}_{ик}$ и вектор $\mathbf{C}_{ик}$ взаимно ортогональны и определяют неизменную плоскость Лапласа, и

$$h_{ик} = \frac{(\mathbf{f}_{ик} \cdot \mathbf{f}_{ик}) - (f m_0)^2}{(\mathbf{C}_{ик} \cdot \mathbf{C}_{ик})}. \quad (1.26)$$

Поэтому для образования общего интеграла векторного уравнения баллистического движения (1.11) нужно найти недостающих (шестой по счету) первый интеграл.

Условие (1.17), характеризующее баллистическое движение как плоское, позволяет интеграл момента количества движения (1.166) представить в форме

$$R^2 dv/di = C_{ик}$$

что дает возможность с учетом полярного уравнения орбиты (1.21) записать искомый интеграл в виде

$$t - \tau = \frac{C_{ик}^3}{(f m_0)^2} \int_0^v \frac{1}{(1 + e \cos v)^2} dv, \quad (1.27)$$

где $e = |\mathbf{e}_{ик}| = |\mathbf{f}_{ик}|/f m_0$ — эксцентриситет орбиты баллистического движения КЛА; τ — момент времени прохождения КЛА перигентра орбиты.

Интеграл (1.27) является табличным. Однако в зависимости от типа баллистического движения он берется по-разному [2].

В случае эллиптического движения, когда $V_a^2 < 2f m_0/R_a$ и $e < 1$, получим

$$n(t - \tau) = E - e \sin E, \quad (1.28)$$

где E — эксцентрическая аномалия, геометрическая интерпретация которой дана на рис. 1.10, а; $n = \sqrt{f m_0/a^3}$ — среднее движение; a — большая полуось орбиты баллистического движения КЛА.

Для гиперболического движения, когда $V_a^2 > \frac{2f m_0}{R_a}$ и $e > 1$, имеем

$$n(t - \tau) = e \operatorname{tg} F - \ln \operatorname{tg}(F/2 + 45^\circ),$$

где F — вспомогательная переменная, геометрическая интерпретация которой дана на рис. 1.10, б. Если ввести новую вспомогатель-

В случае параболического движения, поскольку $V_a = \sqrt{2fm_0/R_a}$ и $e=1$, согласно (1.27) получим

$$2n(t-\tau) = \operatorname{tg} \frac{v}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{v}{2}. \quad (1.30)$$

Таким образом, интеграл энергии (1.136), векторный интеграл момента количества движения (1.166), векторный интеграл Лапласа (1.186) и только что рассмотренное уравнение (1.27), обычно называемое *уравнением Кеплера*, со своими вариантами (1.28), (1.29) и (1.30) для различных типов орбит позволяют определить с учетом соотношений (1.25) и (1.26) шесть независимых первых интегралов невозмущенного баллистического движения и, тем самым, образовать общий интеграл векторного уравнения движения (1.11). Знание пяти из независимых постоянных: $h_{ик}$, $C_{ик}^i$, $f_{ик}^i$ ($i=1, 2, 3$) и τ дает возможность однозначно определить положение КЛА в заданный момент времени.

Шесть постоянных интегрирования, позволяющих полностью и однозначно определить положение и скорость КЛА в любой момент времени на орбите его баллистического невозмущенного движения, называются *элементами этой орбиты*.

Рассмотренная система элементов орбиты КЛА является полной. Кроме нее можно ввести много других полных систем элементов орбиты КЛА [2], определяя их различными способами.

Орбита КЛА и ее элементы

Запись уравнения движения КЛА и его первых интегралов в векторной форме позволила выявить основные закономерности движения безотносительно к каким-либо координатным системам. Однако для решения конкретных задач движения космических аппаратов, которое всегда связано с весьма трудоемкими вычислениями, требуется привести эти соотношения, используя подходящую систему координат, к эквивалентной системе скалярных уравнений.

В механике полета КЛА (как и в небесной механике) принципиально различают инерциальную и орбитальную системы координат [3].

Выборная для изучения движения КЛА *инерциальная система координат* может обладать известной неравномерностью движения, важно только, чтобы ее ускорения были бы пренебрежимо малы по сравнению с ускорениями аппарата (изучаемой физической системы). Поэтому в ряде случаев для анализа движения КЛА в качестве инерциальных систем отсчета вполне допустимо рассмотреть систем координат с центром в центре масс Солнца или какой-либо планеты. Название такой инерциальной системы связывается с названием того небесного тела, относительно которого ведется отсчет. В связи с этим рассматривают *гелиоцентрические* системы координат с началом в центре масс Солнца и *планетные* системы координат с началом в центре масс планеты.

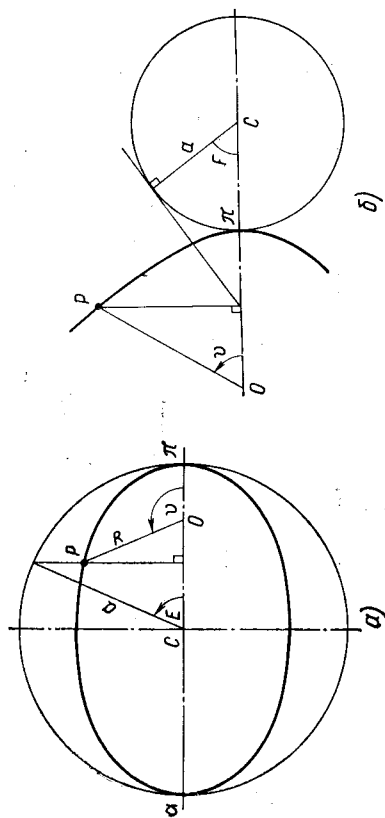


Рис. 1.10. Геометрическая интерпретация основных угловых переменных:

ную переменную H , связанную с F соотношением

$\operatorname{sh} H = \operatorname{tg} F,$

то будем иметь

$$n(t-\tau) = e^{\text{sh} H} - H. \quad (1.29)$$

Кроме эллиптического и гиперболического движений КЛА в качестве невозмущенного движения принципиально можно рассмотреть:

криговое движение $-\mathbf{f}_{nK}=0$; $e=0$; $V_a=\sqrt{fm_0/R_a}$;

$$\text{параболическое движение} - e = 1; V_a = \sqrt{2fm_0/R_a};$$

прямолинейное движение — $C_{uk} = 0$; $p = 0$; $e = 1$; $f_{uk} \neq 0$.

Если, например, прямолинейное движение трактуется как вырожденное, то к круговому и параболическому типам движений нужно подходить как к предельным случаям невозмущенного (кеплеровского) движения.

Параболическое движение можно рассматривать как случай невозмущенного движения КЛА, который, с одной стороны, ограничивает эллиптическое, а с другой — гиперболическое движения. Как тип движения параболическое движение в действительности может существовать буквально одно мгновение, переходя под действием любых, даже очень небольших возмущений, либо в эллиптическое, либо в гиперболическое движение. Однако теоретически параболическое движение и параболическая скорость, определяемая по формуле $V = \sqrt{2fm_0/R}$, представляет определенный интерес, позволяя выявить предельные характеристики движения искусственных спутников планет и минимальные энергетические возможности межпланетных полетов.

тоцентрические системы координат с началом в центре масс планеты.

В соответствии с *основной (опорной) плоскостью* — главной плоскостью системы отсчета инерциальные системы координат делаются на *эклиптические* и *экуаториальные* системы координат. Основной плоскостью в эклиптической системе координат является плоскость орбиты Земли — так называемая *плоскость эклиптики*, а в экуаториальной системе координат — плоскость экватора планеты.

Важной характеристикой системы координат является *основная (опорная) ось* системы, которая обычно обозначается через x и направляется в сторону точки Υ весеннего равноденствия планеты на *небесной сфере*¹. Однако следует иметь в виду, что положение основной плоскости и направление на точку Υ в ней меняется по времени (вследствие векового — прецессионного и периодического — нутационного движений [3]) и поэтому для упрощения рассматривают *среднюю основную плоскость и среднюю точку весеннего равноденствия в эпоху* (т. е. на некоторый момент времени). Для нахождения же *истинной основной плоскости и истинной точки весеннего равноденствия* на данный момент времени вводятся соответствующие поправки [3].

Положение КЛА в эклиптической или экуаториальной системе может задаваться прямоугольными или сферическими координатами (рис. 1.11).

В *орбитальной системе* координат, начало которой помещается в центре масс небесного тела², при баллистическом невозмущенном движении основной плоскостью является плоскость орбиты КЛА, а основная ось направлена в перигецентр орбиты (если орбита КЛА — правильная окружность, то основная ось выбирается из соображений удобства). Для определения положения КЛА используется как прямоугольная, так и полярная система координат (рис. 1.12). Следует отметить, что в орбитальной системе координат удобно и просто проводить анализ движения КЛА. В этом ее преимущество. Однако нужно учитывать, что положение плоскости орбиты КЛА и перигецентра может изменяться по времени из-за влияния существующих в действительности возмущений.

Система кеплеровских (астрономических) элементов орбиты $\Omega, i, \omega, e, p, \tau$. В теоретической астрономии широко используется система кеплеровских элементов орбиты $\Omega, i, \omega, e, p, \tau$, которая очень удобна и обладает наглядной геометрической интерпретацией. Ее *динамический элемент* — эпоха или момент прохождения перигецентра орбиты τ уже рассматривался. В качестве этого эле-

¹ В астрономии небесная сфера определяется как сфера произвольного радиуса с центром, помещенным в произвольной точке пространства.

² В теории управления КЛА в качестве орбитальной системы также рассматриваются системы с началом, совпадающим с положением КЛА в данный момент с основной плоскостью, находящейся в плоскости орбиты, и с основной осью, направленной к центру планеты.

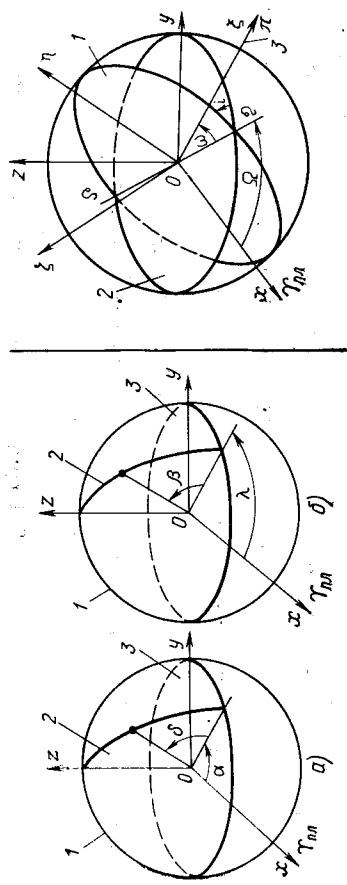


Рис. 1.11. Инерциальные системы координат:

а — экуаториальная (вторая) система координат; α — прямое восхождение ($0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$); δ — склонение ($-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$); б — эклиптическая система координат; β — астрономическая долгота ($0^\circ \leq \beta \leq 360^\circ$); λ — астрономическая широта ($-90^\circ \leq \lambda \leq 90^\circ$)

Рис. 1.12. Положение орбитальной прямоугольной системы координат ξ, η, ζ относительно инерциальной системы координат x, y, z :

1 — плоскость орбиты КЛА; 2 — основная плоскость инерциальной системы координат; 3 — направление на точку перигецентра орбиты КЛА

мента с успехом может использоваться и момент t_a выключения ДУ КЛА по окончании активного участка разгона, определяющий начало его движения по кеплеровой орбите. Угловые элементы системы: Ω — долгота восходящего узла орбиты; i — угол наклона (наклона) ее плоскости и ω — угловое расстояние перигецентра (аргумент перигецентра) определяют положение плоскости орбиты КЛА в пространстве и положение самой орбиты (ее линии апсид) в этой плоскости (см. рис. 1.12). Элементы p — фокальный параметр и e — эксцентриситет определяют ее форму и размеры.

Кеплеровские элементы выражаются через постоянные f_{uk} и C_{uk} следующим образом [2]:

$$\sin \Omega = C_1/d; \quad \cos \Omega = C_2/d; \quad (1.31)$$

$$\sin i = d; \quad \cos i = C_3/d; \quad (1.32)$$

$$\sin \omega = \frac{f_3}{|f_{uk}|d}; \quad \cos \omega = \frac{C_1 f_2 - f_1 C_2}{|f_{uk}|d}; \quad (1.33)$$

$$p = C_{uk}^2 / f m_0; \quad e = |f_{uk}| / f m_0, \quad (1.34)$$

где C_i, f_i ($i=1, 2, 3$) — проекции векторов C_{uk}, f_{uk} на оси x, y, z соответственно орбитальной системы координат;

$$d = [1 - (C_3/C_{uk})^2]^{1/2}.$$

Используя связь между орбитальными прямоугольными и по-

¹ Угол Ω отсчитывается от оси Ox в сторону движения КЛА от 0 до 360° ; аргумент перигецентра ω отсчитывается в плоскости орбиты от точки восходящего узла Ω в сторону движения КЛА от 0 до 360° ; угол i изменяется $0 \leq i \leq 180^\circ$, причем при $0 \leq i \leq 90^\circ$ движение прямое, а при $90^\circ < i \leq 180^\circ$ обратное.

лярными координатами точки, получим [3]:

$$\begin{aligned} X &= R(\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i); \\ Y &= R(\cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i); \\ Z &= R \sin u \sin i. \end{aligned} \quad (1.35)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sqrt{f m_0 / p} [e \sin v (\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i) - \\ &\quad - (1 + e \cos v) (\sin u \sin \Omega + \cos u \sin \Omega \cos i)]; \\ \dot{y} &= \sqrt{f m_0 / p} [e \sin v (\cos u \sin \Omega + \sin u \cos \Omega \cos i) + \\ &\quad + (1 + e \cos v) (-\sin u \sin \Omega + \cos u \cos \Omega \cos i)]; \\ \dot{z} &= \sqrt{f m_0 / p} [e \sin v \sin u \sin i + (1 + e \cos v) \cos u \sin i], \end{aligned} \quad (1.36)$$

где $u = v + \omega$ — аргумент широты.

Соотношения (1.35) и (1.36) отражают зависимость составляющих координат и скорости КЛА вдоль осей прямоугольной инерциальной системы от времени t (ввиду зависимости истинной аномалии v от t) и шести кеплеровских элементов.

Несмотря на то, что рассмотренная система элементов орбит имеет много положительных сторон, она не всегда оказывается достаточно удобной. В частности, для решения ряда задач, излагаемых в последующих главах, важно иметь представление баллистической орбиты и характеристик движения в зависимости от кинематических параметров в конце активного участка разгона и времени его окончания t_a .

Система элементов R_a , V_a , t_a . Знание R_a , V_a и t_a позволяет разделить кеплеровские элементы p , e , положение плоскости орбиты и орбиты в этой плоскости. Действительно, имеем (см. например, [2]):

$$e = e_{uk} = \left\{ \left[\frac{(R_a \times V_a)^2}{f m_0 R_a} - 1 \right]^2 + \left[\frac{|R_a \times V_a|}{f m_0 R_a} (R_a \cdot V_a) \right]^2 \right\}^{1/2}; \quad (1.37)$$

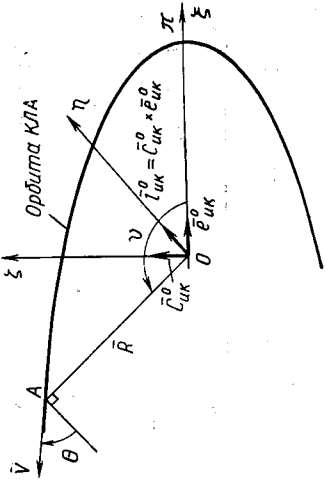
$$p = p_{uk} = \frac{(R_a \times V_a)^2}{f m_0}, \quad a = \frac{f m_0}{2 f m_0 / R_a - V_a^2}. \quad (1.38)$$

Элементы p , e и a характеризуют форму и размеры орбиты.

Положение орбиты в плоскости движения и положение этой плоскости в пространстве определим из следующих соотношений, по-

¹ Значение $a < 0$ соответствует гиперболической орбите, условно представляемой в виде мнимой эллиптической орбиты (эллипс с отрицательной большой полуосью и мнимой малой полуосью), что позволяет формально перенести на гиперболическую орбиту все соотношения, полученные для движения по эллиптической орбите.

Рис. 1.13. Орбитальная полярная система координат ξ , η , ζ (точка A определяет положение КЛА на траектории в данный момент времени)



лученных после векторного умножения на C_{uk} левой и правой частей уравнения (1.18 б) и ряда преобразований. Исходя из определения истинной аномалии, найдем:

$$\cos v_a = \frac{1}{f m_0 e} \left[\frac{(R_a \times V_a)^2}{R_a} - f m_0 \right]; \quad (1.39)$$

$$\sin v_a = \frac{|R_a \times V_a|}{f m_0 e R_a} (R_a \cdot V_a); \quad (1.40)$$

$$e_{uk}^0 = \frac{e + \cos v_a}{p} R_a - \frac{R_a}{\sqrt{f m_0 p}} \sin v_a V_a; \quad (1.41)$$

где e_{uk}^0 и $l^0 = C_{uk}^0 \times e_{uk}^0$ — единичные вектора. Здесь следует иметь в виду, что вектор e_{uk}^0 направлен из центра небесного тела в перигитр орбиты, а вектор l^0 перпендикулярен к нему в плоскости орбиты при правой системе координат (рис. 1.13).

И далее, зависимость текущих значений радиуса-вектора R и вектора скорости V от их начальных значений R_a , V_a и разности текущей и начальной истинных аномалий $(v - v_a)$ можно представить в виде

$$R = \left\{ 1 - \frac{R}{p} [1 - \cos(v - v_a)] \right\} R_a + \frac{R \cdot R_a}{\sqrt{f m_0 p}} \sin(v - v_a) V_a; \quad (1.42)$$

$$\begin{aligned} V = & \left\{ \frac{(R_a \cdot V_a)}{p R_a} [1 - \cos(v - v_a)] - \frac{1}{R_a} \sqrt{\frac{f m_0}{p}} \sin(v - v_a) \right\} R_a + \\ & + \left\{ 1 - \frac{R_a}{p} [1 - \cos(v - v_a)] \right\} V_a. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Интересно отметить, что радиус-вектор перигитра орбиты можно выразить формулой

$$R_\pi = \frac{e + \cos v_a}{1 + e} R_a - \sqrt{\frac{p}{f m_0}} \frac{R_a \sin v_a}{(1 + e)} V_a,$$

легко получаемой из уравнений (1.40) с учетом равенства $p = R_\pi (1 + e)$ после умножения обеих его частей на R_π .

Выражая $\cos v = \cos[(v-v_a) + v_a]$ и учитывая зависимость

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{R}^0 = \dot{R} = \sqrt{\frac{f m_0}{p}} e \sin v,$$

запишем для удобства вычислений радиуса R полярное уравнение орбиты в следующей форме:

$$R = \frac{p}{1 + \left(\frac{p}{R_a} - 1\right) \cos(v - v_a)} - \frac{1}{R_a} \sqrt{\frac{p}{f m_0}} (R_a \cdot \mathbf{V}_a) \sin(v - v_a) \quad (1.44)$$

Момент времени прохождения КЛА перигентра орбиты определяется согласно (1.27)

$$\tau = t_a - \frac{p^{3/2}}{\sqrt{f m_0}} \int_0^{v_a} \frac{1}{(1 + e \cos v)^2} dv, \quad (1.45)$$

запись которого в аналитической форме зависит от типа движения КЛА (его орбиты).

Метод Ламберга определения орбиты

Предложенный еще во второй половине XVIII в. французским ученым Ж. Ламбертом метод был направлен на определение орбиты небесного тела по двум его положениям. В настоящее время метод Ламберга широко используется для определения орбит КЛА в проектно-баллистических расчетах, если в качестве исходных данных рассматриваются положения КЛА в начале и конце полета, задаваемые радиусами-векторами \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 и временем перелета Δt (рис. 1.14). Такие данные довольно часто задаются как исходные при расчетах гелиоцентрических участков межпланетных траекторий КЛА. Система элементов \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 и Δt позволяет полностью определить форму и размеры орбиты, положение ее плоскости в пространстве и положение орбиты в этой плоскости. Однако получение кеплеровских элементов орбиты в этом случае связано с решением системы из шести трансцендентных уравнений.

Перейдем к описанию уравнений системы и методов ее решения.

Уравнение Ламберга. Модуль векторной постоянной $|\mathbf{C}_{uk}|$ векторного интеграла момента количества движения равен удвоенной секториальной скорости, поэтому удвоенная площадь сектора, описанного за время Δt , равна

$$S_{1,2} = C_{uk} \Delta t.$$

Отсюда с учетом (1.34):

$$\Delta t = \frac{S_{1,2}}{\sqrt{f m_0} p} = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{f m_0}} \frac{S_{1,2}}{a \sqrt{ap}}. \quad (1.46)$$

Правую часть этого уравнения можно представить в виде зависимости от a , R_1 , R_2 и угла перелета Φ , структура которой связана с типом движения и возникающей неоднозначностью в определении

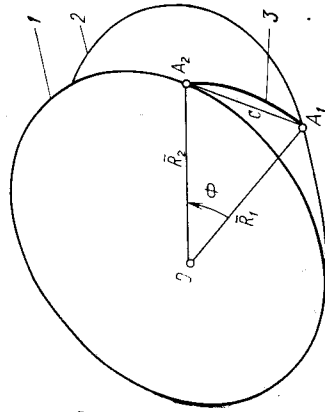


Рис. 1.14. Орбита межпланетного перелета КЛА: 1—орбита планеты; 2—орбита планеты старта; 3—гелиоцентрический участок орбиты межпланетного перелета КЛА.

Рис. 1.15. Эллиптические траектории:

—хорда $A_1 A_2$ не пересекает линию апсид между фокусами F , F^* : $a - \Phi < \pi$; $\theta - \Phi = 2\pi - \Phi_a > \pi$;

—хорда $A_1 A_2$ пересекает линию апсид между фокусами F , F^* : $a - \Phi < \pi$; $2 - \Phi = 2\pi - \Phi_a > \pi$;

θ —свободный фокус F^* лежит на хорде $A_1 A_2$.

кривой конического сечения, когда положение свободного фокуса не фиксировано.

При неизвестном положении свободного фокуса эллиптической орбиты F^* (в главном находится центр масс небесного тела) через две заданные точки в пространстве могут проходить две конкретные орбиты при одинаковом значении полуоси a . Поэтому площадь сектора $S_{1,2}$ зависит не только от угла Φ , но и от положения свободного фокуса относительно хорды $A_1 A_2$, соединяющей точки начала и конца полета по исследуемой орбите.

На рис. 1.15 представлены все возможные случаи перелета из точки A_1 в точку A_2 по эллиптической орбите. Учитывая их особенность, найдем

$$(S_{1,2})_\theta = S - (S_{1,2})_a; \quad (S_{1,2})_a = S - (S_{1,2})_\theta,$$

где S — удвоенная площадь эллипса.

Обращаясь к новым переменным — углам ϵ и δ , определяемым из соотношений

$$\sin \frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{\frac{R_1 + R_2 + c}{4a}}, \quad 0 \leq \varepsilon \leq \pi; \quad (1.47)$$

$$\sin \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{R_1 + R_2 - c}{4a}}, \quad 0 \leq \delta \leq \pi,$$

(c — хорда эллиптической орбиты), выразим

$$\left. \begin{aligned} (S_{1,2})_{a)} / a \sqrt{ap} &= (\varepsilon - \sin \varepsilon) - (\delta - \sin \delta); \\ (S_{1,2})_{b)} / a \sqrt{ap} &= 2\pi - (\varepsilon - \sin \varepsilon) - (\delta - \sin \delta); \\ (S_{1,2})_{c)} / a \sqrt{ap} &= 2\pi - (\varepsilon - \sin \varepsilon) + (\delta - \sin \delta); \\ (S_{1,2})_{d)} / a \sqrt{ap} &= (\varepsilon - \sin \varepsilon) + (\delta - \sin \delta). \end{aligned} \right\}$$

Полученные случаи расчета секториальных площадей позволяют с учетом уравнения (1.46) представить обобщенное уравнение Ламберта в виде,

$$\Delta t = \frac{\pi a^{3/2}}{\sqrt{f m_0}} \left\{ 1 + \frac{\text{sign}(\sin \Phi)}{\pi} [\pm (\varepsilon - \sin \varepsilon - \pi) - (\delta - \sin \delta)] \right\}, \quad (1.48)$$

где знак «+» соответствует случаям a) и b), когда хорда $A_1 A_2$ не пересекает линию апсид между фокусами, а

$$\text{sign}(\sin \Phi) = \begin{cases} +1 & \text{при } \sin \Phi > 0; \\ 0 & \text{при } \sin \Phi = 0; \\ -1 & \text{при } \sin \Phi < 0. \end{cases}$$

Если при перелете из точки A_1 в точку A_2 совершается несколько оборотов по орбите, то время перелета будет

$$\Delta t_N = NT + \Delta t,$$

где $T = 2\pi a^{3/2} / \sqrt{f m_0}$ — период обращения по эллиптической орбите; N — число оборотов на орбите.

Встречается и другая классификация орбит. Эллиптические траектории, у которых свободный фокус орбиты лежит вне сегмента (площадь между траекторией и прямой $A_1 A_2$), называют *эллиптическими орбитами первого рода* (случай a) и c). Эллиптические орбиты, у которых свободный фокус лежит внутри указанного сегмента (случай b) и d), называют *эллиптическими орбитами второго рода*.

Эллиптические орбиты, у которых свободный фокус лежит на хорде $A_1 A_2$, называют *границными эллиптическими орбитами* (см. рис. 1.15, δ).

Определение типа орбиты. Учитывая фокальное свойство эллипса, для границной эллиптической орбиты можно записать

$$a_m = \frac{1}{4} (R_1 + R_2 + c),$$

где a_m — наименьшее значение большой полуоси, при которой еще возможна при заданных R_1 и R_2 эллиптическая орбита.

Для границной орбиты время перелета согласно (1.47) и (1.48) выражается зависимостью

$$\Delta t_m = \frac{a_m^{3/2}}{\sqrt{f m_0}} [\pi - \text{sign}(\sin \Phi) (\delta - \sin \delta)], \quad (1.49)$$

причем
$$\sin \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{R_1 + R_2 - c}{R_1 + R_2 + c}}, \quad \frac{\delta}{2} < \frac{\pi}{2}.$$

Значение Δt_m позволяет определить вид эллиптической орбиты: при удовлетворении заданного Δt неравенству $\Delta t \leq \Delta t_m$ перелет КЛА из точки A_1 в точку A_2 возможен только по эллиптическим орбитам (траекториям) первого рода, в противоположном случае — по эллиптическим орбитам (траекториям) второго рода.

Тогда уравнение Ламберта (1.48) можно представить в таком виде:

$$\Delta t = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{f m_0}} [\pi + \text{sign}(\Delta t_m - \Delta t) (\varepsilon - \sin \varepsilon - \pi) - \text{sign}(\sin \Phi) (\delta - \sin \delta)]. \quad (1.50)$$

Примечание. Для гиперболической орбиты аналогом обобщенного уравнения Ламберта является уравнение

$$\Delta t_r = \frac{\sqrt{-a^3}}{\sqrt{f m_0}} [(\text{sh } \alpha - a) - (\text{sh } \beta - \beta) \text{sign}(\sin \Phi)], \quad (1.51)$$

вытекающее из (1.46). Здесь

$$\text{sh } \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{R_1 + R_2 + c}{-4a}}; \quad \text{sh } \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{R_1 + R_2 - c}{-4a}}, \quad \alpha \geq \beta > 0.$$

Время перелета из точки A_1 в точку A_2 по параболической траектории согласно (1.46) выражается уравнением Эйлера

$$\Delta t_{\text{пар}} = \frac{1}{6 \sqrt{f m_0}} [(R_1 + R_2 + c)^{3/2} - (R_1 + R_2 - c)^{3/2} \text{sign}(\sin \Phi)]. \quad (1.52)$$

Решение трансцендентных уравнений (1.50) — (1.52) относительно большой полуоси орбиты перелета a можно проводить известными численными методами, если заранее известны тип движения и расположение свободного фокуса относительно хорды.

Предварительное определение этих условий позволит упростить и облегчить проведение итерационного процесса. Вполне естественно при одних и тех же граничных условиях R_1 и R_2 выполнение неравенства $\Delta t_r < \Delta t_{\text{пар}} < \Delta t_{\text{эл}}$. Поэтому для определения типа орбиты достаточно по формуле (1.52) вычислить $\Delta t_{\text{пар}}$. Если заданное Δt удовлетворяет неравенству $\Delta t < \Delta t_{\text{пар}}$, то перелет из точки A_1 , определяемой радиусом-вектором \vec{R}_1 , в точку A_2 , определяемую радиусом-вектором \vec{R}_2 , возможно осуществить только по гипербо-

лической орбите. Если же $\Delta t > \Delta t_{\text{пар}}$, то перелет может быть реализован только по эллиптической орбите.

Определение фокального параметра орбиты. В результате решения уравнения Ламберта вычисляется большая полуось орбиты перелета a .

Согласно существующим соотношениям между истинной и эксцентрисической аномалиями, учитывая определение углов ϵ и δ в пределах от нуля до π для эллиптической орбиты, можно получить [2]

$$p = \frac{R_1 R_2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}{a \sin^2 \frac{\epsilon - \gamma}{2}}, \quad (1.53)$$

где $\gamma = \delta [\text{sign}(\Delta t_m - \Delta t) \text{sign}(\sin \Phi)]$.

Примечание. Для гиперболической орбиты фокальный параметр определяется по формуле

$$p = -\frac{4aR_1R_2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}{c^2} \text{sh} \frac{\alpha + \gamma}{2},$$

где $\gamma = \beta \text{sign}(\sin \Phi)$.

Для решения задачи определения остальных элементов орбиты и ее положения в пространстве вполне достаточно найти вектор скорости в начальной точке орбиты V_1 , т. е. свести эту задачу к ранее решенной задаче определения орбиты по начальным данным R_1 и V_1 .

Воспользовавшись уравнением (1.42), получим формулу, определяющую вектор скорости в начальной точке:

$$V_1 = \frac{\sqrt{f m_0 p}}{R_1 R_2 \sin \Phi} \left\{ R_2 - \left[1 - \frac{R_2}{p} (1 - \cos \Phi) \right] R_1 \right\}. \quad (1.54)$$

При определении положения плоскости орбиты в пространстве можно встретиться с рядом особенностей решения, когда $\Phi = \pi$ и заданные точки начального и конечного положений КЛА лежат по разные стороны прямой, проходящей через притягивающий центр. Геометрически это означает, что положение орбиты не определено — орбита может располагаться в любой плоскости, проходящей через прямую $A_1 A_2$. Для определения орбиты необходимо предварительно задаться положением ее плоскости и направлением движения по ней КЛА.

§ 1.3. ВЫБОР ОРБИТ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ

Орбиты ИСЗ различного назначения

В настоящее время искусственные спутники Земли (ИСЗ) используются для решения широкого круга задач. Вы-

сота полета, измеряемая тысячами километров, обеспечивает их прямую видимость одновременно с обширных районов Земли и соответственно обзор этих районов с ИСЗ. Это открывает возможность дальней и даже глобальной радиосвязи на ультразвуковых волнах, обеспечивающих высококачественную передачу растущего потока информации. Одновременный обзор обширной поверхности Земли позволяет фотографировать и передавать картину облачного покрова, характеризующую движение воздушных масс, открывая новые возможности для метеорологии. ИСЗ широко используются также для целей навигации, геодезии, гидрографии, геологической разведки, внеатмосферной астрономии и быстро растущего числа других задач хозяйственного и научного значения.

Выбор параметров орбит ИСЗ диктуется прежде всего назначением выводимых на них КЛА. Кроме того, на выбор могут оказывать влияние различные ограничения, обусловленные возможностями располагаемых РН, аппаратурными ограничениями и др. Каждое из направлений использования ИСЗ развивается, обуславливая растущие требования к средствам выведения, аппаратуре и другим элементам системы.

Связные ИСЗ служат для ретрансляции радио-и телевизионных сигналов между удаленными пунктами земной поверхности.

Первые связные ИСЗ выводились на низкие околокруговые орбиты высотой 200—400 км в пределах возможностей располагаемых РН. Один такой спутник мог обеспечивать связь между географическими пунктами, расположенными на расстоянии не более 3000—4000 км. Фактически это расстояние получалось меньше, так как для уверенной связи необходимо, чтобы спутник имел превышение над горизонтом порядка 5° , к тому же один из пунктов связи вследствие движения спутника относительно Земли выходил из зоны одновременного облучения и тем быстрее, чем больше отношение расстояния между смежными спутниками к диаметру облучаемого пятна на поверхности Земли.

Движение спутника на низкой орбите относительно Земли осложняет также связь с ним, требуя громоздких и дорогих подвижных антенн. Высокая стоимость наземных антенн систем спутниковой связи до настоящего времени была обусловлена также малой мощностью ретранслируемого сигнала, что объясняется в конечном итоге ограниченной грузоподъемностью располагаемых РН.

Для обеспечения непрерывной и тем более глобальной связи требуется система спутников, связанных между собой. Их потребное количество тем меньше, чем больше высота орбиты.

Глобальная связь может быть основана практически лишь на использовании так называемых *стационарных* ИСЗ, обращающихся по круговым орбитам высотой $H_{\text{ст}} = 35800$ км с периодом обращения 24 ч и лежащих в экваториальной плоскости. Стационарные ИСЗ оказываются неподвижными по отношению к Земле, что делает ненужными дорогие подвижные антенны, а при достаточной

а минимальная (в точке пересечения смежных зон облучения)

$$\varphi_{\min} \leq \arccos \frac{2R_3}{R_3 + H_{\text{кр}}} \approx 72,5^\circ.$$

Выведение ИСЗ на суточные и стационарные орбиты осуществляется в настоящее время только с использованием двигателей большой тяги. При этом наиболее выгодным энергетически является выведение по котангенциальному полуэллипсу (см. § 1.4). Для региональной связи при ограниченных возможностях средств выведения ИСЗ на стационарную орбиту используются эллиптические орбиты с низким перигеем (высотой ≈ 650 км) и с апогеем высотой ≈ 40000 км, что обеспечивает период обращения ≈ 12 ч — так называемые *полусуточные орбиты*. При расположении апогея над северным полушарием система из нескольких сдвинутых по фазе полусуточных спутников обеспечивает связь между западными и восточными районами СССР. На этом принципе основана система спутниковой связи «Орбита» со спутниками типа «Молния», орбиты которых наклонены к плоскости экватора под углом $63,4^\circ$. Низкий перигей позволяет выводить эти спутники обычными РН З—О.

Запуская спутники с равными интервалами, можно создать систему с прямой видимостью из двух точек (в частности из Москвы и из Владивостока), что обеспечивает связь между этими точками, а также с любой точкой, расположенной между ними. Если плоскости всех орбит наклонены к плоскости экватора так, что их апогей находятся над северным полушарием, то эта система обеспечивает связь преимущественно в этом полушарии, т. е. является региональной.

Метеорологические ИСЗ собирают и передают информацию, основанную на обзоре земной поверхности в лучах видимой части спектра, в инфракрасных и ультрафиолетовых лучах. Огромную роль в оценке метеорологической обстановки над обширными географическими районами играют фотографии облачного покрова, позволяющие судить о движении воздушных масс, о расположении и направлении циклонов, тайфунов и т. п. Учитывая неразрывную взаимную связь метеорологических явлений над отдельными географическими районами, уверенное долгосрочное прогнозирование можно осуществлять только при

Рис. 1.17. Схема обзора поверхности Земли со спутника

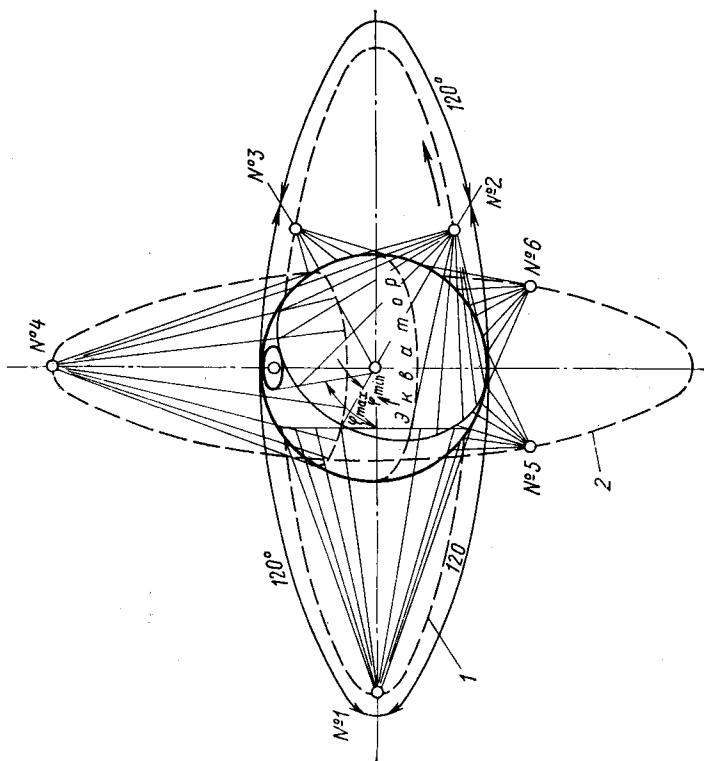


Рис 1.16. Схема системы спутников, обеспечивающих глобальную связь:
1—стационарная орбита; 2—полярная орбита

мощности ретранслируемого сигнала позволяет вести прием на обычную бытовую радио- и телеаппаратуру. Для выведения достаточно мощных и соответственно тяжелых ИСЗ, а также из-за резко повышенного расхода энергии на выведение единицы массы стационарного ИСЗ по сравнению со спутниками, выводимыми на низкие орбиты, требуются РН с большой тягой. Для обеспечения глобальной связи необходима система из трех стационарных ИСЗ (№ 1, 2, 3), расположенных на угловом расстоянии 120° друг от друга (рис. 1.16) и обслуживающих основную часть поверхности Земли (кроме приполярных областей), и из трех суточных ИСЗ (№ 4, 5, 6), обращающихся по полярной орбите с угловым расстоянием между ними 120° . Такая система ИСЗ обеспечивает полный, «без просветов», обзор поверхности земного шара с существенным перекрытием.

Максимальная широта зоны облучения, обеспечиваемая системой трех стационарных спутников, доходит до

$$\varphi_{\max} \leq \arccos \frac{R_3}{R_3 + H_{\text{кр}}} \approx 81,5^\circ,$$

нение орбиты определяется из соотношения

$$\psi^* - \frac{l}{R_3} (1-k) \leq i \leq \pi - \psi^* + \frac{l}{R_3} (1-k).$$

Зависимость коэффициента k от наклонения i приведена на рис. 1.18.

В ряде случаев требуется орбита, плоскость которой сохраняла бы постоянную ориентацию по отношению к Солнцу (вследствие прецессирования). Такая орбита при кратном числе витков в средние солнечные сутки обеспечивает ежесуточное прохождение спутника над районами с заданной широтой в одно и то же местное время и поэтому называется *солнечно-синхронной*. Ее наклонение может быть найдено из условия

$$i = \arccos \left(-\frac{2\pi T}{T_{rc}} \right),$$

где $T = \frac{2a^{3/2}\pi}{\sqrt{f m_3}}$ — период обращения спутника; T_r — продолжительность среднего тропического года, равная $\approx 365,2422$ солнечных суток;

$$c = \frac{(2\pi)^{7/3} \varepsilon}{(1-e^2)^2 T^{4/3} (f m_3)^{5/3}} = \frac{888,796}{(1-e^2)^2 T^{4/3}}.$$

Здесь $\varepsilon = 2,634 \cdot 10^{10} \text{ км}^5/\text{с}^2$.

На рис. 1.19 приведены значения наклона солнечносинхронных орбит в зависимости от их высоты.

Выбор периода обращения ИСЗ

Период обращения спутника определяется поставленной задачей. В ряде случаев эта задача диктует требуемую высоту орбиты, а период обращения, будучи связан с ней рассмотренными выше зависимостями, оказывается производным. При определении потребного периода обращения или высоты орбиты приходится исходить из следующих требований или из их совокупности:

- периодического получения информации из одних и тех же или из всех районов Земли в заданное время при ограниченной ширине обзора, обусловленной возможными бортовыми аппаратурами, или допустимыми перспективными искажениями из-за сферичности Земли;

- оперативной передачи собранной информации на определенные приемные земные пункты, когда для сокращения объема памяти бортовых запоминающих устройств (а значит и их массы) желательно, чтобы спутник на любом витке проходил через зону действия приемных пунктов, при этом необходимо учитывать располагаемые характеристики наземной и бортовой аппаратуры,

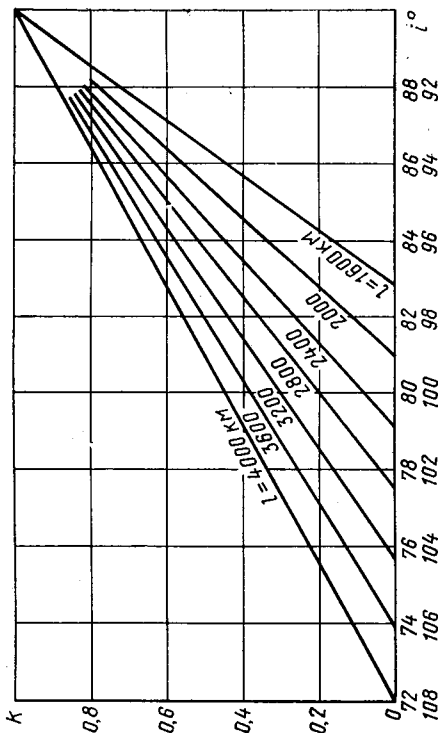


Рис. 1.18. Зависимость коэффициента, учитывающего степень перекрытия полос обзора, от наклона орбиты спутника

наличии глобальной информации. Наиболее полно эта задача решается системой спутников, аналогичной рассмотренной выше глобальной системе спутников связи, основанной на использовании стационарных и суточных спутников. Полезная система облегчает наблюдение со спутников за поверхностью Земли и передаче на них информации и команд. Однако до появления такой системы приходится ограничиваться более простой и доступной системой спутников, дающих полный обзор земной поверхности в течение нескольких часов за один или несколько оборотов. Чем меньше спутников в такой системе, тем большее время требуется для полного обзора всей поверхности Земли и тем сильнее нарастают ошибки, обусловленные изменением за это время метеорологических обстановки. Наклонение орбит должно при этом находиться в пределах, определяемых шириной полосы обзора поверхности Земли:

$$\frac{\pi}{2} - \frac{l}{R_3} (1-k) \leq i \leq \frac{\pi}{2} + \frac{l}{R_3} (1-k),$$

где $l = R_3 \left[\arcsin \left(\frac{R}{R_3} \sin \alpha \right) - \alpha \right]$ — половина ширины полосы обзора (в одну сторону от плоскости орбиты) информационной бортовой аппаратуры (рис. 1.17); $\alpha = \arcsin \left(\frac{R_3}{R} \cos \gamma \right)$ — половина угла зрения со спутника; γ — угловая высота спутника над горизонтом, при которой может быть начата связь; k — коэффициент, учитывающий степень перекрытия полос обзора при последовательных пролетах.

Для получения информации с определенной широты ψ^* накло-

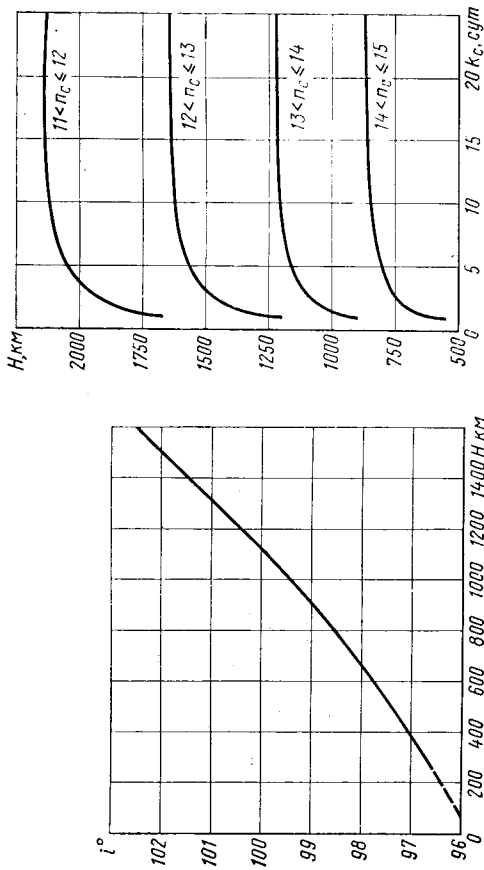


Рис. 1.19. Зависимость наклонения орбит солнечно-синхронных спутников Земли от их высоты

Рис. 1.20. Зависимость высоты квазисинхронных орбит от числа суток, через которое обес-
печивается совпадение их проекций ($i=90^\circ$)

в частности, дальность действия, минимальную угловую высоту спутника над горизонтом в приемном пункте и др.;

— обеспечения потребного времени существования поясов (которые могут воздействовать на экипаж и аппаратуру спутника).

При выполнении этих требований необходимо исходить из рас- полагаемых энергетических возможностей существующих ракет- носителей.

Рассмотрим пути выполнения некоторых из этих требований.

Период обращения (или высота орбиты), при котором дости- гается последовательное перекрытие полос обзора между проекциями орбит за заданный период времени, находится из условия

$$T_0 k_c = T [(n_c - 1) k_c + 1],$$

откуда

$$T = T_0 \frac{1}{n_c - 1 + 1/k_c},$$

где n_c — число витков за сутки (в том числе в общем случае один виток не полный); k_c — число суток, через которые требуется совпа- дение полос обзора; T_0 — звездные сутки¹.

Орбита, при которой период обращения n_c раз укладывается в сутки, называется *квазисинхронной* или *изомаршрутной*. Целое чис-

¹ Звездные сутки составляют 365,2422/366,2422 солнечных суток.

ло n_c называется *порядком орбиты*. Самый высокий порядок орби- ты спутника Земли $n_c=16$. На рис. 1.20 приведены высоты ква- зисинхронных орбит и орбит, обеспечивающих последовательное прохождение областей, расположенных между проекциями орбит, полученных в первые сутки.

Ограничения, накладываемые на выбираемую высоту орбиты характеристиками располагаемой аппаратуры, определяются: ми- нимальным углом места γ_{\min} ; минимальным временем t_r нахожде- ния спутника в зоне действия наземных пунктов, необходимым для передачи запомненной информации; шириной зоны обзора борто- вой аппаратуры $2l$; дальностью действия аппаратуры D .

С учетом этих факторов максимальная высота может быть най- дена из геометрического построения (см. рис. 1.17):

$$H_{\max} = (R_3^2 + D^2 + 2R_3 D \sin \gamma_{\min})^{1/2} - R_3.$$

Время существования спутника зависит от сопротивления, ока- зываемого атмосферой, гравитационных полей Луны и Солнца и, для спутников малой плотности, от светового давления. Для учета влияния аэродинамических характеристик спутника используется понятие относительного времени существования

$$t_{\text{сущ}} = t_{\text{сущ}} \frac{C_x S_M}{2M},$$

где $t_{\text{сущ}}$ — время существования спутника; C_x — коэффициент аэродинамического сопротивления спутника ($C_x=2 \div 2,5$); S_M — площадь проекции сечения спутника на плоскость, нормальную к вектору скорости (площадь миделевого сечения); M — масса спут- ника.

Зависимость относительного времени существования от высот орбиты представлена на рис. 1.21.

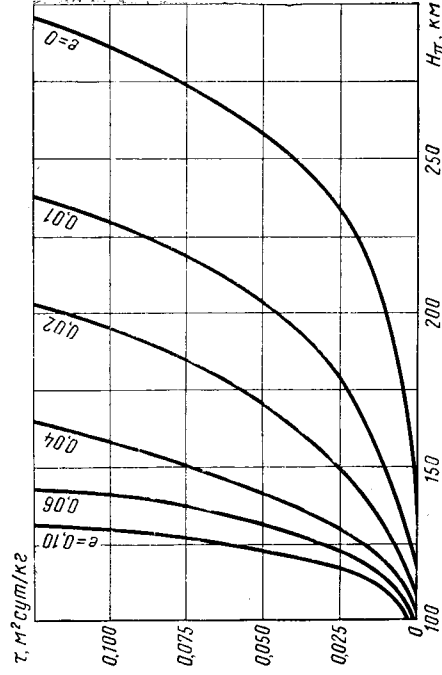


Рис. 1.21. Зависимость относительного времени существования спутника от высоты орбиты

Вследствие колебаний плотности атмосферы ошибки при определении времени существования могут составлять десятки процентов. При высотах свыше 500 км и в годы максимума солнечной активности эти ошибки могут в несколько раз превосходить номинальное время существования.

Влияние притяжения Луны и Солнца на время существования выражается в том, что для орбит с высоким апогеем возмущения могут привести к существенному снижению перигея и прекращению существования спутника.

В первом приближении можно считать, что высота перигея уменьшается в случае, если истинная аномалия проекции вектора возмущающего ускорения находится во второй либо в четвертой четверти (рис. 1.22) или если угловое расстояние перигея ω , отсчитываемое от восходящего узла, лежащего в плоскости орбиты возмущающего тела, находится в первой или в третьей четвертях.

На рис. 1.23 приведены средние скорости изменения высоты апогея орбит вследствие вековых лунных возмущений. Средние скорости изменения высоты орбиты из-за вековых солнечных возмущений в 2,2 раза меньше, чем из-за лунных.

На рис. 1.24 приведены максимальные долготериодические амплитуды солнечных возмущений с периодом 182,66 солнечных суток. Долготериодические лунные возмущения в 6 раз меньше солнечных и имеют период 13,66 солнечных суток.

Исходя из приведенных данных можно определить время существования спутника или потребные параметры орбиты, обеспечивающие заданное время его существования.

Световое давление на земной орбите составляет 1 мГ/м^2 . Максимальное возмущение высоты орбиты за один виток для $H = 1000 \text{ км}$

$$\Delta H = 60 \frac{F}{M}, \text{ м/виток},$$

где F — площадь проекции спутника на плоскость, нормальную к направлению на Солнце.

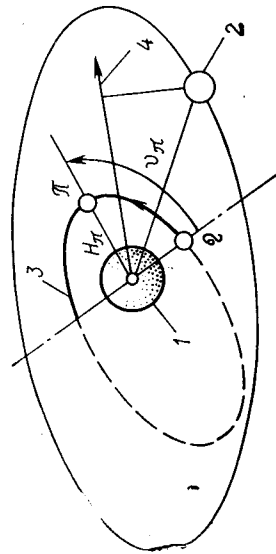


Рис. 1.22. К определению влияния притяжения Солнца и Луны на изменение высоты орбиты.
1—Земля; 2—возмущающее тело (Солнце или Луна); 3—орбита ИСЗ; 4—проекция возмущающего ускорения

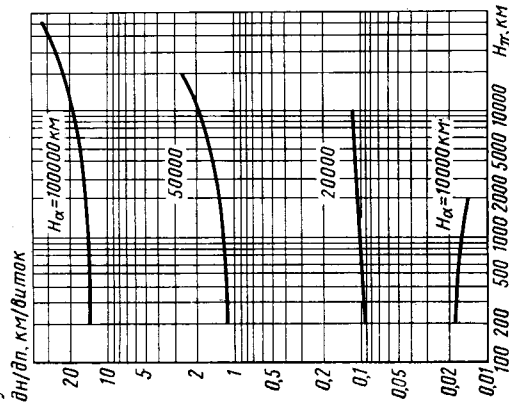


Рис. 1.23. Зависимость изменения высоты орбиты спутника вследствие вековых лунных возмущений от высоты орбиты

Рис. 1.24. Зависимость максимальной амплитуды солнечного возмущения от высоты орбиты спутника

Создание системы ИСЗ

В зависимости от характера задачи в ее решении могут быть использованы от одного до нескольких десятков спутников, ориентированных определенным образом как относительно друг друга, так и относительно Земли, Солнца и других небесных тел, что достигается соответствующей ориентацией их орбит и запуском в определенное время. При этом возможны случаи, когда требуется создать систему из нескольких плоских орбит, в каждой из которых находится по одному спутнику, или создать систему из нескольких плоских орбит, в каждой из которых находится по несколько спутников.

Взаимное положение нескольких спутников определяется угловым расстоянием между восходящими узлами орбит и фазовым положением каждого спутника в плоскости орбиты. Заданное взаимное расположение спутников достигается ориентацией и парами их орбит, а также временем их запуска. Время создания спутниковой системы отсчитывается от момента запуска первого до момента запуска последнего спутника.

Угловое положение орбит спутников системы отсчитывается относительно орбиты, принимаемой за базовую. При ориентации системы спутников относительно Солнца отсчет ведется относительно плоскости, проходящей через центры Земли и Солнца.

Ориентация плоскости орбиты относительно Солнца определяется углом β , заключенным между перпендикуляром к ней и на-

правлением Земля — Солнце. Положение этого перпендикуляра определяется наклоном i и восходящим углом орбиты Ω , а направление Земля — Солнце — углом прямого восхождения α_{\odot} и углом склонения δ_{\odot} Солнца. Угол β между этими направлениями может быть найден из выражения

$$\cos \beta = \sin i \cos \delta_{\odot} \sin (\Omega - \alpha_{\odot}) + \sin \delta_{\odot} \cos i, \quad (0^\circ \leq \beta \leq \pi).$$

Если $\beta > \pi/2$ — ориентация плоскостей орбит считается положительной, а если $\beta < \pi/2$ — отрицательной. При $\beta = \pi/2$ получается плоскость отсчета. Положение плоскости орбиты относительно любой другой плоскости определяется углом φ .

Если отсчет углов ведется от восходящего угла плоскости отсчета против часовой стрелки (при взгляде со стороны северного полюса), то ориентация плоскостей считается положительной, а если по часовой стрелке — отрицательной.

Вследствие прецессии и влияния возмущений угол β со временем изменяется. При годовом движении Земли вместе с орбитами спутников изменяется угол прямого восхождения

$$\alpha_{\odot} = \alpha_{\odot 0} + 2\pi t/T_r,$$

где $\alpha_{\odot 0}$ — начальное значение α_{\odot} .

За то же время долгота восходящего угла орбиты изменяется

$$\Omega = \Omega_0 - c \cos i \frac{t}{T_r},$$

где Ω_0 — начальное значение Ω .

Решая совместно эти выражения, можно найти изменение угла β .

При одинаковых параметрах двух орбит угол φ с течением времени не изменяется. Его изменение вследствие неодинаковости параметров орбит, например, в результате ошибок выведения, может быть определено из выражения

$$\varphi - \varphi_0 = c \left[\frac{\cos i}{3T} \delta T + \frac{\sin i}{4} \delta i + \left(1 - \frac{1}{1-e} \right) \delta e \right] \frac{t}{T} + \delta \varphi_0,$$

где δT , δi , δe — рассогласования параметров орбит вследствие ошибок выведения; $\delta \varphi_0$ — изменение угла φ из-за неточного выживания расчетного времени запуска спутников; φ_0 — начальное значение угла; c — коэффициент пропорциональности.

Время запуска спутника на заданную орбиту

$$t_0 = \frac{\Omega + \Delta L - L_0 - S_0}{\omega_{\oplus}} + M_0 - t_a,$$

где S_0 — среднее звездное время в гринвичскую полночь (берется из Астрономического ежегодника на дату пуска);

$$\Delta L = \arcsin \frac{\operatorname{tg} B_0}{\operatorname{tg} i},$$

B_0 и L_0 — широта и долгота точки выведения; $M_0 = N_{\pi} + t_{\pi}$ — постоянная времени, учитывающая номер временного пояса N_{π} принятого при отсчете времени, и декретное время t_{π} (для московского времени $M_0 = 3$ ч); t_a — продолжительность активного участка выведения.

Время запуска в плоскость орбиты, угол ориентации которой составляет $\beta \leq \arccos [\sin(i + \delta_{\odot})]$, находят из выражения

$$t_1 = \frac{\alpha_{\odot} + \Delta L + \Delta \alpha - L_0 - S_0}{\omega_{\oplus}} + M_0 - t,$$

где

$$\Delta \alpha = \arcsin \left(\frac{\cos \beta - \sin \delta_{\odot} \cos i}{\sin i \cos \delta_{\odot}} \right).$$

При создании системы из n плоскостей, в каждой из которых находится по одному спутнику, и при условии, что они расположены симметрично относительно плоскости отсчета, время запуска первого спутника

$$t_1 = t_1^* + \Delta t_1 + \Delta t_2,$$

$$t_1^* = t_0 - 0,5 \sum_{j=2}^n \varphi_j - 1/\omega_{\oplus};$$

где

$$\Delta t_1 = c \frac{P}{T_r} \cos i \frac{12}{\pi}.$$

$\Delta t_2 = 24P/T_r$ — поправка, учитывающая перемещение Земли вместе с орбитой первого спутника относительно Солнца за время P ; c — коэффициент.

§ 1.4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОРБИТАЛЬНЫХ МАНЕВРОВ

Типы орбитальных маневров

Орбиты ИСЗ охватывают диапазон высот от 150—200 км до лунной орбиты и наклонений к плоскости экватора от 0 до 90°. Причем для ряда задач предполагается наклонение орбиты до 180°. В то же время существующие и вновь разрабатываемые РН 3—О обеспечивают выведение с непрерывным активным участком лишь на орбиты высотой от 150 до 500 км и с наклонением к плоскости экватора не менее географической широты места старта. В тех случаях, когда потребные параметры орбит должны выходить за эти границы, необходим *межорбитальный маневр*, осуществляемый либо самой РН 3—О, либо специальной РН О—О, выносящей РН 3—О на низкие опорные орбиты (РН О—О называют иногда также разгонными блоками).

Возможны межорбитальные маневры с переходом на другую компланарную орбиту или с переходом на орбиту с другим углом наклонения к плоскости экватора, а также их комбинации. Межорбитальный маневр необходим также для спуска с высокой орбиты на Землю или на опорную орбиту.

Оптимизация орбитальных переходов с использованием двигателей «большой» тяги

Применение двигателей большой тяги, обеспечивающих относительно большие ускорения, позволяет в большинстве случаев с приемлемой точностью использовать допущение о мгновенном приросте скорости. Это допущение оправдано тем, что длительность приложения импульсов большой тяги (управляемого полета) оказывается достаточно малой по сравнению с пассивными участками баллистического полета.

Рассматривая возможные переходы между компланарными орбитами, необходимо учитывать ограничение

$$R_{\min} \leq R \leq R_{\max},$$

где R_{\min} — минимальное расстояние от центра Земли (минимально допустимое расстояние ограничено границей плотных слоев атмосферы); R_{\max} — максимально допустимое расстояние, ограниченное по условиям решаемой задачи.

Начальная и конечная орбиты могут быть охарактеризованы различными константами или пери- и апоцентрическими расстояниями R_0 , $R_{\text{ап}}$, и $R_{\text{к}}$, $R_{\text{к}}$.

Начальную и конечную орбиты будем называть *заданными*. Из всех возможных вариантов перехода от начальной заданной орбиты и конечной представляют интерес лишь орбиты, оптимальные по отношению к критерию, вытекающему из поставленной задачи. В условиях высокой энергетической напряженности космических задач и, как следствие, их высокой стоимости в качестве критерия обычно используется суммарная характеристическая скорость, необходимая для осуществления перелета, которая в общем случае сообщается несколькими импульсами.

Возможно также использование критерия минимального времени перехода, желательного для всех задач. Однако в большинстве случаев это потребует резкого увеличения потребности суммарной характеристической скорости. Широкое использование этого критерия станет возможным лишь при условии создания ракет-носителей с более высокой располагаемой энергетикой (в частности, с ЯРД), чем существующие.

Число участков переходов может быть в общем случае любым. Если переходная орбита пересекает начальную и конечную заданные орбиты, то точки пересечения можно называть соответственно *начальной* и *конечной*. Если же переходная орбита (одна из нескольких при многоимпульсном перелете) не пересекает начальную, конечную или и ту и другую заданные орбиты, то точки рассматриваемого участка перехода, где сообщаются импульсы, называют соответственно *квазиначальной* и *квазиконечной*.

Начальную и конечную точки траектории перехода называют *границными*; остальные точки, в том числе квазиначальные и квазиконечные (если они есть), — *внутренними*.

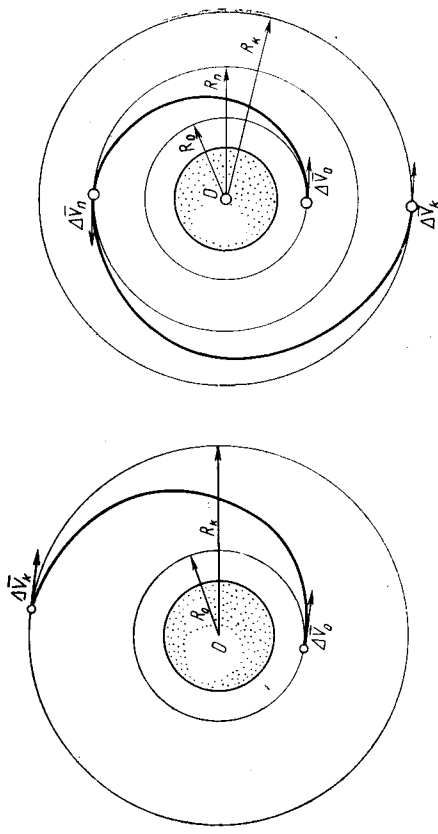


Рис. 1.25. Схема двухимпульсного перехода между круговыми орбитами (по полуэллипсу)

Рис. 1.26. Схема трехимпульсного перехода между круговыми орбитами

Минимальное значение характеристической скорости достигается в случае, когда импульс сообщается по касательной к переходному эллипсу в его перигее (перигее) и апоцентре (апогее). Эти точки, а также импульсы, сообщаемые в них аппарату, называются *апсидальными*. На рис. 1.25 приведен пример перехода с одним эллиптическим участком, а на рис. 1.26 — с двумя эллиптическими участками, причем конечная точка в апогее каждого предыдущего участка является начальной точкой в перигее каждого последующего.

При переходе между круговыми орбитами с радиусами R_0 и R_k возможны три случая.

Если $R_k/R_0 < 11,94$, то оптимальным будет переход по *когенциальному полуэллипсу* (см. рис. 1.25) с двумя импульсами. Характеристические скорости этих импульсов могут быть определены с помощью интегралов энергии (1.13) и момента количества движения (1.15) применительно к перигею и апогею рассматриваемого переходного эллипса, откуда

$$\begin{aligned} \Delta V_0 &= V_{\text{кр}0} \left(\sqrt{\frac{2}{1 + R_0/R_k}} - 1 \right); \\ \Delta V_k &= V_{\text{кр}k} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{1 + R_0/R_k}} \right), \end{aligned} \quad (1.55)$$

где $V_{\text{кр}0}$, $V_{\text{кр}k}$ — круговые скорости соответственно на начальной и конечной орбитах.

Если же $R_k/R_0 > 15,66$, то при любом $R_{\text{макс}} > R_k$ оптимальным будет трехимпульсный перелет (см. рис. 1.26). Для случаев, когда

Из теории эллиптического движения могут быть найдены для заданных орбит скорости в точках перехода и углы между ними (см. § 1.2):

$$\left. \begin{aligned} V_{0,k}^{I,II} &= \sqrt{V_r^2 + V_{\tau}^{2 I,II}}; \\ \varphi^{I,II} &= \left| \arctg \frac{V_{\tau k}}{V_{rk}} - \arctg \frac{V_{\tau 0}}{V_{r0}} \right|^{I,II} \end{aligned} \right\}$$

V_r, V_{τ} — радиальная и нормальная составляющие скоростей в точках перехода.

Из треугольников скоростей можно определить величины и направления импульсов, потребных для перехода с орбиты на орбиту

$$\Delta V^{I,II} = \sqrt{V_0^2 + V_k^2 - 2V_0 V_k \cos \varphi}^{I,II}.$$

В частном случае, когда начальная и конечная заданные орбиты имеют одинаковые параметры $p_0 = p_k = p$ и $e_0 = e_k = e$, задача сводится только к повороту оси аписид эллипса на угол ω , при этом вследствие симметрии нормальные составляющие оказываются равными, а радиальные — равными и обратными по знаку. В точке I импульс будет направлен от центра Земли и равен

$$\Delta V^I = 2V_r = 2\sqrt{fm_{\oplus}/p} e \sin \omega/2,$$

а в точке II импульс будет направлен к центру Земли и равен

$$\Delta V^{II} = 2V_r = \Delta V^I.$$

Многоимпульсные переходы

Двух- и многоимпульсные переходы рассматриваются как последовательно производимые одноимпульсные с использованием зависимостей, приведенных выше. Их оптимизация в общем случае достигается численными методами.

В частном случае перехода между двумя одинаковыми эллиптическими орбитами с одинаковыми радиусами перигея R_p и апогеея R_a и развернутыми на угол ω осями аписид вводится промежуточная переходная орбита с радиусами перигея и апогеея R_{np} и R_{na} соответственно (рис. 1.29). Результаты расчетов для этого случая приведены на рис. 1.30. При $\omega = \pi$ переходная орбита получается круговой с $R_{kp,п} = R_a$, где R_a — радиус апогея заданных орбит. Импульс, переводящий аппарат на эту орбиту, равен

$$\Delta V = V_{kp,п} - V_a,$$

где $V_{kp,п}$ — круговая скорость на орбите с радиусом R_a ;

$$V_a = V_{kp,п} \sqrt{1 - e}.$$

После поворота на $\omega = \pi$ дается второй импульс, направленный против круговой скорости. Суммарный импульс составит

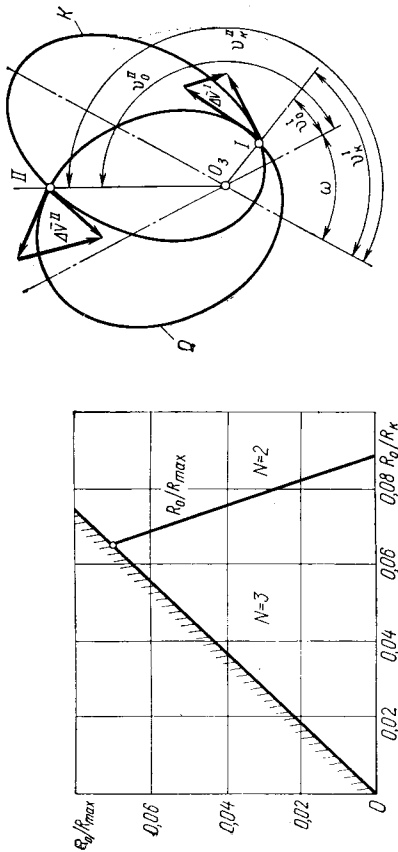


Рис. 1.27. Области оптимальных переходов между орбитами (N — число импульсов)

Рис. 1.28. Схема одноимпульсного перехода между эллиптическими орбитами

$15,66 \geq R_p/R_0 \geq 11,94$, существует такое значение R_{max}^* , когда при $R_{max} < R_{max}^*$ переход будет двухимпульсным, а при $R_{max} > R_{max}^*$ — трехимпульсным. Области оптимальности переходов приведены на рис. 1.27.

При эллиптических начальной и конечной орбитах возможны случаи, когда орбиты как пересекаются, так и не пересекаются. В первом случае переход от начальной к конечной орбите возможен с применением как одного, так и нескольких импульсов, во втором — необходимо не менее двух импульсов.

Одноимпульсный переход

Одноимпульсный переход с начальной орбиты O на конечную K возможен в точках I и II (рис. 1.28). Орбиты заданы значениями их фокальных параметров p_0, p_k и эксцентриситетов e_0, e_k . Взаимное положение орбит определено углом между их линиями аписид ω .

Истинные аномалии точек пересечения орбит могут быть найдены из совместного решения полярного уравнения орбит, принимая $R_0 \leq R_k$

$$\left. \begin{aligned} v_0^{I,II} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}; \\ v_k &= v_0 + \omega, \\ a &= \left(\frac{p_k}{p_0} e_0 - e_k \cos \omega \right)^2 + e_k^2 \sin^2 \omega; \\ b &= \left(\frac{p_k}{p_0} e_0 - e_k \cos \omega \right) \left(\frac{p_k}{p_0} - 1 \right); \\ c &= \frac{p_k}{p_0} - 1 - e_k^2 \sin^2 \omega. \end{aligned} \right\}$$

где

Переход на стационарную орбиту с минимальными затратами энергии должен осуществляться по полуэллиптической котагениальной траектории. Поворот плоскости орбиты должен производиться, очевидно, в апогее переходной орбиты, где энергетические затраты будут минимальными. Первый импульс должен сообщаться в узловой точке пересечения начальной орбиты с плоскостью экватора по касательной к ней:

$$\Delta V_0 = V_{\pi\pi} - V_{\text{кр}0} = V_{\text{кр}0} \left(\sqrt{\frac{2}{1 + R_0/R_K}} - 1 \right),$$

где $V_{\pi\pi} = V_{\text{кр}0} \sqrt{\frac{2}{1 + R_0/R_K}}$ — скорость в перигее переходной орбиты.

В результате апогей переходного эллипса будет также находиться в узловой точке пересечения его с плоскостью экватора. В этой точке должен быть сообщен импульс, который бы довел скорость до круговой на орбите R_K и одновременно повернул бы плоскость конечной заданной орбиты на угол Δi . Величина импульса может быть найдена из треугольника скоростей

$$\Delta V_K = \sqrt{V_{\pi\pi}^2 + V_{\text{кр}K}^2} - 2V_{\text{кр}K} V_{\pi\pi} \cos \Delta i,$$

где $V_{\pi\pi} = V_{\text{кр}K} \sqrt{\frac{2}{1 + R_0/R_K}}$ — скорость в апогее переходной орбиты.

Суммарный импульс будет равен

$$\Delta V_{\Sigma} = \Delta V_0 + \Delta V_K.$$

Аэродинамический маневр

Земля обладает достаточно плотной атмосферой, поэтому ряд маневров целесообразно выполнять с использованием аэродинамической силы. Так, например, основная часть кинетической энергии всех спускаемых на Землю аппаратов рассеивается в результате воздействия на них сил аэродинамического сопротивления. Аэродинамический маневр при спуске даже за счет относительно небольшого аэродинамического качества $K = 0,2 \div 0,4$, достигаемого у КЛА простейшей осесимметричной формы, позволяет существенно снизить максимальную осевую перегрузку и расширить коридор входа КЛА в атмосферу. С появлением аэродинамически более совершенных крылатых космических аппаратов, обладающих относительно более высоким качеством $K = 1,5 \div 2$, становится рациональным использование аэродинамической силы для выполнения более широкого круга маневров, в частности:

поворота орбитальной плоскости;

расширения коридора входа при возвращении;

фазирувания, т. е. изменения углового положения КЛА в плоскости орбиты в заданное время;

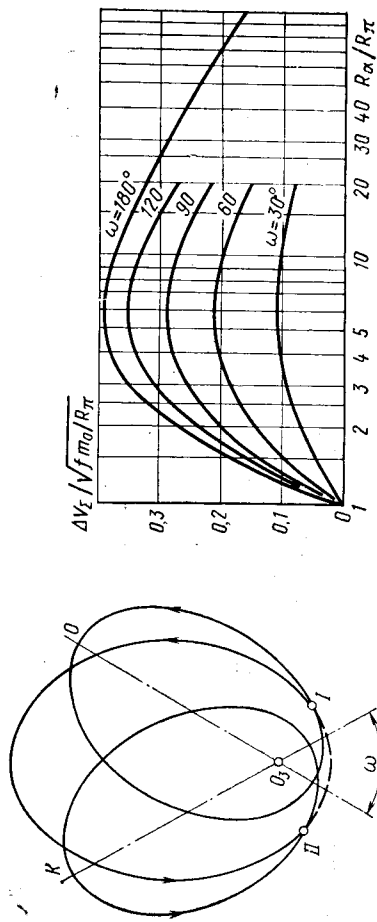


Рис. 1.29. Схема двухимпульсного перехода между эллиптическими орбитами

Рис. 1.30. Зависимость величины суммарного импульса при двухимпульсном переходе между двумя одинаковыми эллиптическими орбитами от радиуса их апоцея и угла между осями апсида

$$\Delta V_{\Sigma} = 2\Delta V = 2\sqrt{\frac{f m \oplus}{R_a} (1 - \sqrt{1 - e})}.$$

Учитывая, что

$$e = \frac{R_a - R_{\pi}}{R_a + R_{\pi}},$$

$$\Delta V_{\Sigma} = 2\sqrt{\frac{f m \oplus}{R_a} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{1 + R_a/R_{\pi}}} \right)}.$$

Изменение наклона плоскости орбиты

Изменение наклона плоскости орбиты достигается импульсом, сообщаемым в узловой точке, величина которого может быть найдена из треугольника скоростей

$$\Delta V = V \sqrt{2(1 - \cos \Delta i)},$$

где Δi — угол поворота плоскости орбиты.

В случае эллиптических орбит импульс должен сообщаться в узловой точке с меньшей скоростью, лежащей ближе к апогею, что обеспечивает его минимальную потребную величину.

В случаях, когда необходимо изменить и параметры орбиты и угол ее наклона, целесообразно совмещать импульсы. Примером может послужить выведение ИСЗ с начальной орбиты $i_0 > 0$ на стационарную орбиту, лежащую в плоскости экватора ($i_K = 0$). Такие орбиты получаются при старте ракет-носителей с широт $|\varphi_{\text{ст}}| > 0$. Наклонение плоскости начальной орбиты при этом будет равно

$$i_0 = \arccos \cos \varphi_{\text{ст}} \sin A_{\text{ст}},$$

где $A_{\text{ст}}$ — азимут направления пуска в месте старта.

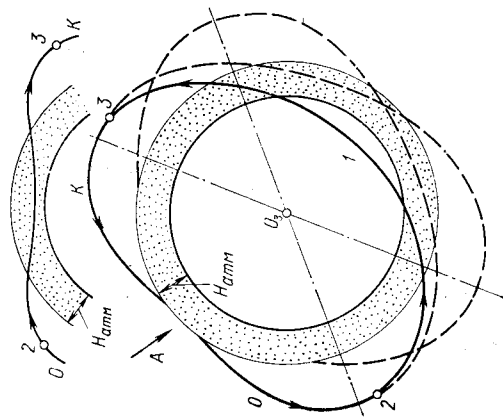


Рис. 1.31. Схема аэродинамического поворота орбитальной плоскости (аэродинамический маневр):

1—переходная траектория; 2—место приложения тормозного импульса; 3—место приложения разгонного импульса

коррекции.

Аэродинамическим маневром, как правило, предшествует, а иногда и завершает их, импульс, сообщаемый двигательной установкой КЛА.

Следует иметь в виду, что высшее аэродинамическое качество достигается значительным усложнением, увеличением массы и удорожанием конструкции КЛА, поэтому оправдано лишь при условии использования его для выполнения нескольких аэродинамических маневров, энергетический эффект которых в сумме в состоянии окупить это удорожание.

Поворот орбитальной плоскости начинается с того, что двигательная установка космического аппарата сообщает импульс на сход с начальной орбиты, в результате чего он погружается в плотные слои атмосферы и совершает разворот за счет боковой компоненты аэродинамической силы. При подходе к плоскости конечной заданной орбиты боковая компонента уменьшается до нуля и аппарат под действием подъемной силы и тяги двигателей поднимается на заданную высоту и разгоняется до нужной скорости с помощью своих двигателей (рис. 1.31).

Для расчета траектории можно воспользоваться уравнениями движения, приведенными в § 1.1, для случая выведения. Решение производится на ЭВМ с учетом ограничений по допустимой перегрузке, максимальной температуре на поверхности аппарата, возможности его балансировки и создания необходимых угловых скоростей и ускорений и др.

В ряде случаев целесообразно сочетать аэродинамический маневр с импульсом. Так, при сходе с орбиты импульс, создаваемый двигателями КЛА для схода с начальной орбиты, целесообразно сообщить под углом к начальной орбите в направлении задаваемого разворота.

При выходе из плотных слоев атмосферы импульс двигательной установки на достижение заданной конечной орбиты также целесообразно сообщить на завершение разворота, уменьшая тем самым долю аэродинамического разворота, выполнение которого сопровождается потерей скорости из-за аэродинамического сопротивления.

Аэродинамический маневр при возвращении позволяет расширить коридор входа и, тем самым, временной интервал, в течение которого можно начать спуск с орбиты с приземлением в заданное место.

Для встречи одного КЛА с другим, обращающимся по компланарной орбите, может быть использован и так называемый фазированный аэродинамический маневр. В этом случае сила лобового сопротивления используется для экономии импульса, создаваемого двигательной установкой.

Корректирующий аэродинамический маневр можно производить для ИСЗ, орбита которых или ее перигей расположены на высотах до 300 км. Этот маневр осуществляется с помощью малых аэродинамических сил путем их изменения за счет управления углом атаки, креном или лобовым сопротивлением, например, с помощью специальных тормозных поверхностей, парашютов и т. п.

Орбитальный маневр для встречи космических аппаратов

Встреча космических аппаратов на орбите с последующей их стыковкой приобретает все более решающее значение в осуществлении самых разнообразных космических задач. Стыковка на орбите позволяет создавать космические аппараты различного назначения, масса которых может многократно превосходить массу полезного груза, выносимого существующими ракетами-носителями, снабжать орбитальные станции расходуемыми грузами, осуществлять смену или спасение экипажа, а также проводить профилактические, наладочные и ремонтные операции на автоматических спутниках.

Процесс сборки состоит из следующих этапов:

выведение на так называемую монтажную орбиту, близкую к той, на которой осуществляется стыковка (возможно, с проведением маневров и коррекций, облегчающих последующее сближение);

сближение — уменьшение разницы кинематических параметров обоих аппаратов;

причаливание — маневры с повышенной точностью, осуществляемые в непосредственной близости;

стыковка — механическое соединение аппаратов.

В некоторых случаях стыковка может не осуществляться, тогда оба аппарата находятся в режиме «зависания» на заданном расстоянии друг от друга.

Орбиты, на которых находятся аппараты, предназначенные для стыковки, должны отвечать следующим требованиям:

иметь достаточное время для проведения всех операций;

обеспечивать минимум суммарных энергетических затрат на проведение сборки;

обеспечивать приемлемые условия для наблюдения и управления;

обеспечивать возможность использования существующих ракет-носителей с учетом географических условий их запуска (ограничения по полям падения ступеней, по пролету на первом витке над территорией других государств и др.);

удовлетворять специфическим требованиям данных космических аппаратов (возможность пуска в заранее намеченных районах, прохождение траектории полета над интересующими районами и др.).

Следует иметь в виду, что при сближении аппараты могут мешать ролям. Кроме того, выведенный на орбиту аппарат может также маневрировать для того, чтобы облегчить сближение.

Сборка на орбите может производиться при старте ракет-носителей как с одного, так и с разных стартовых комплексов или в разное время. Возможен также перелет КЛА на монтажную орбиту с другой орбиты.

Запасы энергии на сближение будут тем меньше, чем более согласованы исходные орбиты.

Если место старта второго аппарата переходит через плоскость орбиты первого аппарата, то обе орбиты могут быть компланарными. В общем случае угловое положение обоих аппаратов совпадать не будет, и потребуются либо время на фазировку с последующим межорбитальным маневром, либо, при одинаковых орбитах, межорбитальный маневр, сводящийся к переходу на *промежуточную орбиту фазирования*, имеющую отличный от исходной орбиты период обращения, с последующим возвращением к исходной орбите по достижению требуемого углового положения на орбите. Степень отличия промежуточной орбиты от исходной определяется потребным временем фазирования: чем оно меньше и чем больше угловое расстояние между аппаратами, тем очевидно, больше должно быть это отличие.

Возможен и другой способ сближения, при котором второй аппарат запускается так, чтобы было достигнуто наиболее благоприятное взаимное угловое расположение с первым (в проекции на плоскость орбиты одного из них). При этом в общем случае орбиты получаются некомпланарными, что требует затрат энергии для их совмещения, независимо от потребного времени стыковки.

В зависимости от требований, предъявляемых к стыковке конкретных аппаратов, и сложившихся условий может оказаться оптимальной комбинация изложенных выше методов с оптимизацией маневров по совмещению плоскостей орбит и фазированию, исходя из принятого критерия (минимальное время стыковки, минимальный расход энергии и т. п.).

Если место старта второго аппарата (на широте $\psi_{ст2}$) не проходит через плоскость орбиты первого аппарата ($\psi_{ст2} > i_1$), то запуск второго аппарата должен осуществляться либо при наиболее благоприятной фазе с последующим совмещением плоскостей орбит, либо должно быть оптимизировано соотношение между ма-

неврами на поворот орбиты и на фазирование с учетом принятого критерия.

Проведем сравнение двух способов сближения при условии, что географическая широта места старта второго аппарата меньше угла наклона монтажной орбиты к экватору ($\psi_{ст2} < i_1$). При этом принимается, что монтажная орбита — круговая (с радиусом R_m), а начальная круговая орбита второго аппарата имеет тот же радиус. В случае выведения второго аппарата на компланарную орбиту фазировочный маневр возможен с выведением на промежуточную орбиту либо с большим, либо с меньшим периодом обращения.

Если возможен переход на промежуточную орбиту как с большим, так и с меньшим периодом выведения, то расчетным является угловое расстояние между первым и вторым аппаратами $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \approx \pi$ (здесь φ_1 и φ_2 — угловые расстояния аппаратов от выбранного начала отсчета). Если $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < \pi$, то промежуточная орбита должна быть с большим периодом обращения, чем исходная, и в этом случае первый аппарат будет нагонять второй. Если $\Delta\varphi > \pi$, то промежуточная орбита должна быть с меньшим периодом обращения, чем исходная, и второй аппарат будет нагонять первый.

Эллиптическая переходная орбита с большим периодом обращения будет, очевидно, иметь перигей на уровне исходной орбиты, а апогей, соответственно, выше ($R_p = R_m$, $R_a > R_m$).

Период обращения на ней будет равен

$$T_1 = T_{кр.м} \left(\frac{1 + R_{a1}/R_m}{2} \right)^{3/2} > T_{кр.м},$$

где $T_{кр.м}$ — период обращения на круговой монтажной орбите.

Суммарный импульс на разгон для перехода на промежуточную орбиту и торможения для возврата к монтажной орбите составит

$$\Delta V_{\Sigma} = 2V_{кр.м} \left(\sqrt{\frac{2}{1 + R_m/R_{a1}}} - 1 \right).$$

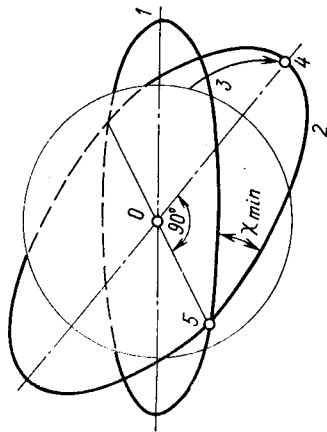
Аналогично может быть найден суммарный импульс для случая использования нижеописанной переходной орбиты с меньшим периодом обращения

$$T_{II} = T_{кр.м} \left(\frac{1 + R_{a1}/R_m}{2} \right)^{3/2} < T_{кр.м};$$

$$\Delta V_{\Sigma} = 2V_{кр.м} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{1 + R_m/R_{a1}}} \right).$$

В случае, когда переход на внутреннюю орбиту затруднен или невозможен, например, вследствие близости плотных слоев атмосферы, фазирование может достигаться только с использованием внешней переходной орбиты. В этом случае расчетный угол фазирования будет равен $\Delta\varphi = 2\pi$. Очевидно, что время, необходимое

Рис. 1.32. Схема выбора фазы и угла между плоскостями орбит космических аппаратов для встречи:



1—монтажная орбита; 2—промежуточная орбита; 3—траектория выведения второго аппарата; 4—точка выхода второго аппарата на промежуточную орбиту; 5—место приложения импульса на совмещение плоскостей орбит

для сближения, будет изменяться на величину периода обращения по промежуточной орбите. При увеличении располагаемого времени фазирование потребный импульс будет уменьшаться, стремясь к нулю.

При запуске второго аппарата на некомпланарную орбиту минимальный угол между плоскостями орбит и соответственно минимальный импульс на их совмещение будут при условии, что точки пересечения орбит обоих аппаратов расположены на угловом расстоянии $\pm 90^\circ$ от точки выведения на свою орбиту второго аппарата (рис. 1.32).

При этом

$$\Delta V = 2V_{кр.м} \sin \frac{\chi}{2},$$

где χ — угол между плоскостями орбит.

Запуск второго аппарата должен производиться с ориентировкой на тот виток первого аппарата, при котором в момент наилучшего углового расстояния между аппаратами ($\Delta \varphi = 0$) будет минимален угол между плоскостями орбит. Расчетным будет, очевидно, случай, когда углы между плоскостями двух смежных витков монтажной орбиты и орбиты второго аппарата окажутся равными. При этом

$$\chi = \frac{T_m}{T_0} \pi \cos \psi_{ст} \cos A_m = \frac{T_m}{T_0} \pi \sqrt{\cos^2 \psi_{ст} - \cos^2 i_m},$$

где T_0 — звездные сутки; $A_m = \arcsin \frac{\cos i_m}{\cos \psi_{ст}}$ — азимут монтажной орбиты на широте места старта второго аппарата; i_m — угол наклона плоскости монтажной орбиты к плоскости экватора.

Время на сближение при этом способе составляет, очевидно, $\Delta t_{сбл} = T_m/4$, т. е. это время полета на угловую дальность 90° до ближайшей точки пересечения орбит.

Рассмотренные методы сближения основывались на предположении о точном замере и возможности дозировки параметров движения рассматриваемых аппаратов с использованием наземных

средств наблюдения и управления. В ряде случаев возникает необходимость в автономном управлении процессом сближения либо из-за невозможности наблюдения и управления полетом на всем его протяжении, либо по соображениям помехозащищенности.

Кроме того, на заключительных этапах сближения и причаливания требуется соблюдать точность совмещения аппаратов, измеряемую долями метра, недостижимую при управлении с Земли. В этих случаях используются автономные (бортовые) средства измерения и управления сближением. Прилагаемый алгоритм сближения существенно зависит от возможности его аппаратурной реализации. Задача сближения при этом может решиться с той или иной степенью оптимальности.

Наименее оптимальными, но наиболее просто реализуемыми на основе большого накопленного опыта применительно к летательным аппаратам малых высот, являются *методы погоны, параллельного сближения, трех точек* и др.

Более совершенными, но и более сложными для аппаратурной реализации, являются методы, основанные на учете центральности поля тяготения, что характерно для расчета движения космических аппаратов. Эти методы называются *методами свободных траекторий*. В большинстве случаев алгоритм сближения разрабатывается с учетом принятых критериев оптимальности (быстродействие, энергетические затраты, простота аппаратуры и т. п.).

При параллельности сближения поддерживается постоянный угол визирования, что легко достигается с использованием современных средств радиолокации. Рассогласование этого угла используется для выработки команд на парирование, достигнутое тягой двигателей, направленной перпендикулярно линии визирования. Необходимо также управлять и радиальной скоростью по дальности.

Оптимальный закон изменения радиальной скорости наиболее точно может быть выдержан при сближении с непрерывно работающей двигателем установой активной аппаратуры, допускающей глубокое дросселирование. При ограничении глубины дросселирования или его невозможности для реализации закона, близкого к оптимальному, необходимо многократное включение двигателей.

Примером метода свободных траекторий может служить *метод последовательных коррекций траекторий* относительного движения сближающихся аппаратов. Корректирующие импульсы вырабатываются на основании замеров бортовыми средствами параметров относительного движения.

Для перехода с любой траектории на сближающуюся достаточно одного импульса, но вследствие неизбежных погрешностей замеров и исполнения этот переход совершается неточно, что вызывает необходимость дополнительных коррекций, определяемых как и первая, но для времени, оставшегося до встречи. Последним корректирующим импульсом в непосредственной близости от цели

должна быть погашена относительная скорость. При последовательном уменьшении импульсов процесс сближения КЛА будет асимптотическим.

Число коррекций и их величина в значительной мере зависят от аппаратурных возможностей. При ограниченных возможностях бортовой аппаратуры часть вычислений может производиться на Земле с последующей передачей результатов для исполнения на борту аппарата, играющего активную роль в сближении. При относительно простых и стабильных ситуациях программа сближения может быть заранее рассчитана на Земле и заложена в память бортовых средств с включением программно-временного устройства по временным меткам или по командам с Земли. Метод свободных траекторий является наиболее экономичным энергетически, но и наиболее сложным по аппаратурной реализации.

ГЛАВА 2

ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТОВ К ЛУНЕ

§ 2.1. ТРАЕКТОРИЯ СБЛИЖЕНИЯ С ЛУНОЙ И ОГРАНИЧЕННАЯ ЗАДАЧА ТРЕХ ТЕЛ

Траектории полета КЛА к Луне проходят как вблизи Земли, так и непосредственно в окрестности Луны. Это вызывает необходимость рассматривать движение аппарата в пространстве двух притягивающих центров.

На рис. 2.1 нанесена схема полета советской автоматической станции «Луна-3». Станция была сообщена скоростью, превышающей вторую космическую. Ее траектория стала близка к гиперболической с фокусом в центре Земли. Этот участок траектории, плоскость которого на рис. 2.1 обозначена как плоскость восходящей ветви траектории, находился выше плоскости орбиты Луны. Участок траектории в окрестности Луны, близкий к гиперболической пролетной траектории с фокусом в центре Луны (на рис. 2.1 он нанесен пунктирной линией), находился под плоскостью орбиты

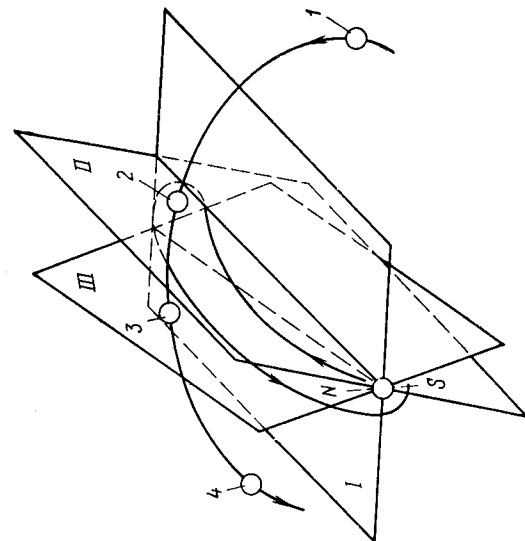


Рис. 2.1. Схема полета автоматической станции «Луна-3»:

I—положение Луны в момент старта станции; 2—Луна во время пролета станции по восходящей ветви траектории; 3—Луна во время полета станции по нисходящей ветви траектории; 4—положение Луны во время полета станции мимо Земли; I—I—плоскость орбиты Луны; II—плоскость восходящей ветви траектории; III—плоскость нисходящей ветви траектории

Луны. Станция «Луна-3», сфотографировав обратную сторону Луны, удалась от Луны по гиперболической траектории и затем стала спутником Земли. Из-за гравитационного воздействия Луны плоскость орбиты КЛА изменилась (на рис. 2.1 она обозначена как плоскость нисходящей ветви траектории). Описанную схему полета «Луны-3» следует рассматривать как одну из возможных схем траектории КЛА, попадающих в непосредственную окрестность Луны и затем возвращающихся к Земле.

Траектория движения летательного аппарата к Луне состоит обычно из относительно небольшого по продолжительности активного участка полета и продолжительного пассивного участка.

В проектно-баллистических расчетах с приемлемой точностью для исследования траекторий КЛА с двигателями большой тяги, как и в случае орбитальных маневров (см. § 1.4), можно использовать допущение о мгновенном (импульсном) приращении скорости.

На пассивном участке полета можно рассматривать в основном силы притяжения Земли, Луны и Солнца. Остальными силами, даже при проверочных траекторных расчетах, можно пренебрегать (среди этих сил силы притяжения остальных планет Солнечной системы, аэродинамическая и магнитоэлектрическая силы, сила светового давления).

Анализ влияния солнечного притяжения на траекторию полета Земли — Луна показывает, что оно должно учитываться только для многоритмовых траекторий, когда аппарат совершает относительно Земли весьма много оборотов, прежде чем попадает в окрестность Луны. Этот же эффект солнечных возмущений может существенно «раскачать» орбиту КЛА, ставшего искусственным спутником Земли после пролета около Луны.

Пассивный участок траекторий КЛА, рассматриваемых в данном параграфе, начинается вблизи Земли и на первом же обороте аппарата вокруг Земли входит в область с преобладающим гравитационным влиянием Луны. Такие траектории будем называть *траекториями сближения*. На траекториях сближения гравитирующее воздействие Солнца сказывается весьма мало.

Расчеты траекторий сближения с Луной показывают возможность при проектно-баллистических расчетах пренебрегать и нецелесообразно гравитационного поля Земли.

Таким образом, анализ пассивного участка траекторий сближения сводится к задаче исследования движения КЛА под действием двух притягивающих центров — Земли и Луны. Такая задача называется *ограниченной задачей трех тел*. Число три в названии задачи указывает на количество тел, движение которых рассматривается: Земля, Луна и КЛА. Слово «ограниченная» подчеркивает, что гравитационным ускорением Земли и Луны, вызываемым КЛА, пренебрегается. Последнее допущение вполне естественно и объясняется тем, что масса КЛА по отношению к массам Земли и Луны пренебрежимо мала.

Уравнения движения КЛА в ограниченной задаче трех тел

Рассмотрим движение КЛА (массы M) относительно тела P_1 с массой m_1 (вернее, гравитирующей точки) в пространстве двух гравитирующих тел P_1 (с массой m_1) и P_2 (с массой m_2), при этом предположим, что $M \ll m_2 < m_1$. Движение тел P_1 и P_2 может быть исследовано в рамках задачи *двух тел*, рассматриваемой в небесной механике. Известно, что относительное движение одного из тел происходит по коническим сечениям, в одном из фокусов которого располагается другое тело. Так, Луна движется по отношению к Земле по орбите, близкой к эллипсу с эксцентриситетом 0,055, большая полуось которого равна 384 000 км.

Векторное уравнение движения КЛА относительно P_1 , согласно (1.9), можно представить в виде (рис. 2.2)

$$\frac{d^2 \mathbf{R}_1}{dt^2} = -f \frac{m_1}{R_1^3} \mathbf{R}_1 - f m_2 \left(\frac{\mathbf{R}_2}{R_2^3} + \frac{\mathbf{R}_{12}}{R_{12}^3} \right). \quad (2.1)$$

Если же движение КЛА рассматривать относительно тела P_2 , то векторное уравнение движения принимает вид

$$\frac{d^2 \mathbf{R}_2}{dt^2} = -f \frac{m_2}{R_2^3} \mathbf{R}_2 - f m_1 \left(\frac{\mathbf{R}_1}{R_1^3} - \frac{\mathbf{R}_{12}}{R_{12}^3} \right). \quad (2.2)$$

Таким образом, задача исследования движения КЛА в ограниченной задаче трех тел сводится к изучению движения гравитирующих центров P_1 и P_2 в рамках задачи двух тел, а затем к интегрированию уравнений (2.1) или (2.2) движения КЛА относительно одного из гравитирующих центров. Уравнения (2.1) и (2.2) не имеют аналитического решения. При их численном интегрировании выбор центрального тела, относительно которого исследуется движение КЛА, является не таким важным вопросом, как при использовании приближенных аналитических решений. Переход от рассмотрения (2.1) к рассмотрению (2.2) при численном интегрировании мало сказывается на потребном шаге интегрирования и на трудоемкости вычислений.

Однако более распространенным на этапе проектно-баллистических расчетов является приближенное аналитическое интегрирование. Часто используется приближенная методика, предполагающая разбиение всего пространства на области — гравитационные сферы (грависферы), внутри которых учитывается влияние на КЛА лишь одного из гравитирующих тел. Эта приближенная методика более подробно исследуется в гл. 3 в связи с рассмотрением задачи

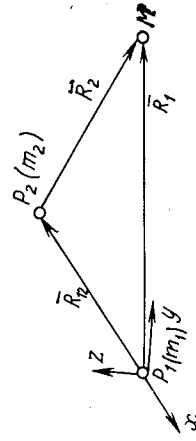


Рис. 2.2. Система координат при рассмотрении задачи трех тел

межпланетного перелета. В настоящем разделе используется одна из возможностей такого разбиения, связанная с понятием *сферы действия Луны*.

За сферу действия Луны по отношению к Земле часто принимают шар с центром в центре масс Луны и радиусом, равным 66 000 км.

Использование сферы действия Луны дает возможность рассматривать траекторию сближения с Луной, состоящей из участков, на каждом из которых действует либо центральное поле тяготения Земли (эти участки называются геоцентрическими), либо центральное поле тяготения Луны (эти участки называются селеноцентрическими). Если обратиться к схеме полета «Луны-3», приведенной на рис. 2.1, можно видеть, что ее траектория имеет один селеноцентрический участок (пунктирная линия) и два геоцентрических участка (сплошная линия). При исследовании траектории на границе грависферы Луны осуществляется увязка геоцентрических и селеноцентрических координат и компонентов скорости КЛА.

В дальнейшем методика грависфер при проектно-баллистических расчетах будет достаточно подробно описана. Правильное понимание возможностей этой методики может быть получено с помощью качественного исследования уравнений возмущенного движения, например, в виде (2.1). Для качественного исследования такого движения обратимся к ограниченной круговой задаче трех тел.

Ограниченная круговая задача трех тел

Дифференциальные уравнения ограниченной круговой задачи трех тел. К допущениям ограниченной задачи трех тел в *ограниченной круговой задаче трех тел* вводятся два дополнительных допущения:

- тело с меньшей массой движется вокруг большего по круговой орбите;
- КЛА движется в той же плоскости, в которой происходит движение гравитирующих тел.

При исследовании траекторий сближения с Луной эти допущения сводят задачу к рассмотрению траекторий, лежащих в плоскости круговой орбиты Луны относительно Земли. Хотя принятые допущения существенны, они позволяют выявить некоторые важные качественные закономерности ограниченной задачи трех тел.

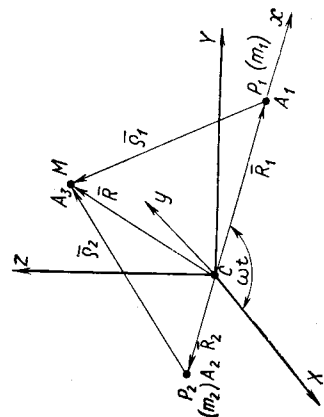


Рис. 2.3. Системы координат при анализе ограниченной круговой задачи трех тел

Итак, пусть тело P_1 с массой m_1 движется вокруг тела P_2 с массой m_2 по окружности и $m_1 < m_2$. Исследование движения аппарата массой M будем проводить во вращающейся правой системе отсчета $Sxyz$ с началом в *барицентре* системы тел P_1, P_2 (центре масс этой системы тел). Оси системы выберем следующим образом (рис. 2.3). Ось Sx направлена по прямой, соединяющей P_2 и P_1 , в сторону P_1 . Ось Sz перпендикулярна плоскости движения P_1 и P_2 в инерциальном пространстве $X'Y'Z$ и направлена таким образом, чтобы из каждой точки положительного луча движения масс m_2 и m_1 было видно проходящим против часовой стрелки.

Таким образом, введенная система координат является неинерциальной и имеет угловую скорость вращения ω . Она постоянна и равна угловой скорости движения тела P_1 по отношению к телу P_2 .

По введенной системе координат уравнения движения имеют вид (см., например, [3]):

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= 2\omega\dot{y} + \omega^2 x + \frac{f m_1}{R_1^3} (x_1 - x) + \frac{f m_2}{R_2^3} (x_2 - x); \\ \ddot{y} &= -2\omega\dot{x} + \omega^2 y - \frac{f m_1}{R_1^3} y - \frac{f m_2}{R_2^3} y; \\ \ddot{z} &= -\frac{f m_1}{R_1^3} z - \frac{f m_2}{R_2^3} z, \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

где слагаемые с \dot{x} и \dot{y} являются компонентами ускорения Кориолиса, слагаемые с ω^2 — компонентами переносного ускорения, а $x_1 = R_1, x_2 = -R_2$.

Системе дифференциальных уравнений (2.3) удовлетворяет случай плоского движения КЛА ограниченной круговой задачи трех тел, так как при подстановке в него $z(t) \equiv 0$, последнее из уравнений превращается в тождество. Таким образом, движение КЛА в ограниченной круговой задаче трех тел описывается системой дифференциальных уравнений четвертого порядка — первые два уравнения второго порядка системы (2.3).

Интеграл Якоби в ограниченной круговой задаче трех тел. Первым интегралом системы дифференциальных уравнений, описывающих движение КЛА в ограниченной круговой задаче трех тел, является равенство

$$V^2 - 2U = -C, \quad (2.4)$$

где $U = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) + f \frac{m_1}{R_1} + f \frac{m_2}{R_2}$; C — константа интегрирования; $V^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$ — квадрат скорости КЛА во введенной системе координат.

Интеграл (2.4) называется *интегралом Якоби*. Константу C , как всякую константу интегрирования, можно определить по началь-

ным условиям движения: начальной относительной скорости V КЛА и его начальному положению (R_1 и R_2). Если затем будет задано положение КЛА в какой-либо момент времени, то с помощью (2.4) можно вычислить модуль его относительной скорости.

Точки либрации. Рассмотрим произвольную точку плоскости Sxy . Пусть в некоторый момент КЛА находится в этой точке и имеет нулевую относительную скорость. В общем случае КЛА не останется неподвижным и каким-либо образом начнет перемещаться. Возникает вопрос: нет ли в пространстве таких особых точек, в которых КЛА мог бы находиться в покое в подвижной системе Sxy .

Оказывается, что такие точки существуют. Точки вращающейся плоскости, в которых КЛА будет находиться неограниченно долго, если его начальная относительная скорость равна нулю, называются *точками либрации* или *точками относительного равновесия*. Точки либрации обязательно принадлежат вращающейся плоскости Sxy . Если $z \neq 0$, то в силу последнего уравнения системы (2.3) $\ddot{z} \neq 0$, и появляется скорость КЛА, направленная перпендикулярно вращающейся плоскости. Следовательно, $z(t)$ не может оставаться постоянной.

Для ограниченной задачи трех тел существует пять точек либрации. Три из них: L_1, L_2, L_3 расположены на прямой, соединяющей гравитирующие тела P_1 и P_2 (они называются коллинеарными или прямолинейными). Две другие (L_4, L_5), так называемые треугольные точки либрации, расположены в вершинах двух правильных треугольников, построенных на отрезке, соединяющем гравитирующие тела. На рис. 2.4 нанесены точки либрации. A_1 и A_2 — точки, в которых расположены гравитирующие тела P_1 и P_2 соответственно.

Для системы Земля — Луна в предположении о движении Луны (точка A_1) по окружности с радиусом 384 400 км точки либрации характеризуются расстояниями $A_1L_1 = 58\,000$ км; $A_1L_2 = 65\,000$ км; $A_2L_3 = 380\,000$ км; $A_2L_4 = A_1L_4 = A_2L_5 = A_1L_5 = 384\,400$ км.

Таким образом, описано расположение всех пяти точек относительного равновесия. Эти точки есть не что иное, как частные решения уравнений ограниченной круговой задачи трех тел.

Подробный анализ показывает, что треугольные точки либрации при достаточно малых отношениях масс $\mu = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$ ($\mu < 0,038$) являются устойчивыми решениями уравнений движения (для системы Земля — Луна $\mu = 1 : 82,35 < 0,038$). Это означает, что если КЛА в начальный момент времени расположен достаточно близко к точке либрации и имеет достаточно малую относительную скорость, то с течением времени он остается внутри малой окрестности точки либрации.

В противоположность «треугольным» точкам либрации коллинеарные точки либрации являются неустойчивыми. Это означает,

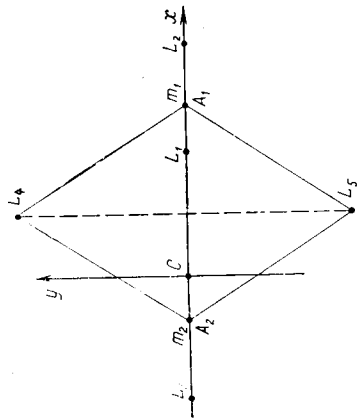


Рис. 2.4. Схема расположения точек либрации в ограниченной круговой задаче трех тел
Рис. 2.5. Линия нулевой относительной скорости при большом значении константы C интеграла Якоби

что при любом сколь угодно малом отклонении спутника от точки либрации или при любой сколь угодно малой величине начальной относительной скорости КЛА удалится от этих точек на значительное расстояние.

Результаты анализа устойчивости треугольных точек либрации подтверждаются астрономическими наблюдениями. Вблизи этих точек системы Земля — Луна обнаружены космические облака (облака Корделевского), по предположению, метеорной пыли.

Возможно, что в дальнейшем точки либрации будут использоваться для размещения в них космических станций. Правда, нужно иметь в виду возмущающие воздействия и прежде всего гравитационное притяжение Солнца.

Линии нулевой относительной скорости. Записанный в виде (2.4) интеграл Якоби позволяет выделить такую часть пространства, куда КЛА, находящийся в поле тяготения двух гравитирующих центров, заведомо никогда попасть не может. Действительно, при движении КЛА имеет место неравенство $V^2 \geq 0$, а значит и $V^2 = 2U - C \geq 0$.

В области, где $2U - C < 0$, движение КЛА принципиально невозможно без увеличения энергии аппарата, например, с помощью включения двигателей установок.

Поверхность, где $2U - C = 0$ или

$$\omega^2(x^2 + y^2) + \frac{2fm_1}{R_1} + \frac{2fm_2}{R_2} = C, \quad (2.5)$$

отделяет пространство тех точек, в которые может попасть КЛА, от точек, куда аппарат попасть не может.

Константа C является константой интегрирования. Меняя начальные условия движения — скорость и координаты — можно получить определенные константы C и определенные характеристики зон возможного движения.

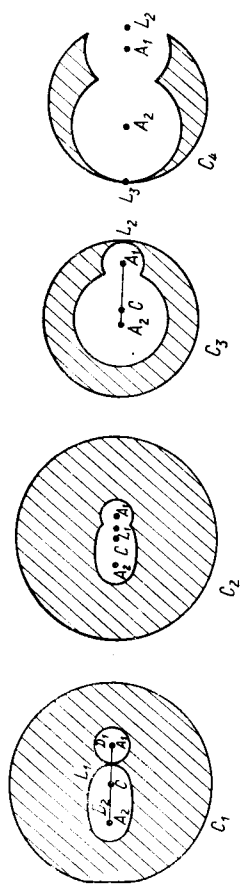


Рис. 2.6. Изменение линии нулевой относительной скорости при уменьшении константы C интеграла Якоби ($C_1 > C_2 > C_3 > C_4$)

Линии, уравнения которых имеют вид (2.5), называются *линии Хилла*, или *линиями нулевой относительной скорости*. Анализируя уравнение (2.5), можно показать, что при больших C линии Хилла разбивают всю плоскость на четыре области (рис. 2.5). Во всех точках каждой из областей величина $(2U - C)$ сохраняет свой знак. КЛА в этом случае не может перейти из окрестности одного гравитирующего тела в окрестности другого тела, так же как и уйти в бесконечность, т. е. попасть в зону D_3 . Движение при этом значении константы C возможно только в областях D_1 , D_2 и D_3 . (Область, в которых движение КЛА невозможно, на рисунке заштрихована).

При изменении константы C зоны возможного движения КЛА преобразуются. Увеличение начальной скорости в окрестности гравитирующих центров приводит к уменьшению константы C [см. (2.4)] и изменению линий Хилла. Качественная картина этого изменения приведена на рис. 2.6. Представленный на рис. 2.6 характер линии Хилла соответствует ряду значений C , причем $C_1 > C_2 > C_3 > C_4$.

Следует отметить, что показанное на рисунках слияние областей возможного движения КЛА происходит в исследованных ранее точках либрации. При скорости, соответствующей константе C_1 , овалы вокруг масс m_1 и m_2 сомкнутся в точке либрации L_1 . При дальнейшем малом увеличении начальной скорости возможен перелет КЛА из области D_2 в область D_1 . Зная положение точки либрации L_1 , нахождение потребной начальной скорости для ее достижения, и, следовательно, нахождение минимальной начальной скорости для перелета в окрестность массы m_1 не представляет большого труда. Понятно, что сообщение КЛА этой минимальной скорости еще не гарантирует попадания аппарата в точку либрации. Это можно принципиально сделать при удачном выборе направления начальной скорости и при неограниченном времени движения КЛА.

Дальнейшее увеличение начальной скорости приводит к деформации зоны возможного движения сначала в виде, соответствующем константе C_2 , а затем C_3 . При $C = C_3$ происходит касание внутреннего овала с внешней кривой в точке либрации L_2 . При

начальной скорости аппарата, соответствующей C_3 , появляется принципиальная возможность ухода КЛА в бесконечность, возм. При дальнейшем увеличении скорости зона возможных направлений для ухода КЛА в бесконечность растет. При начальных скоростях несколько больших скоростей, соответствующих C_4 , появляется возможность ухода в бесконечность не только через окрестность точки либрации L_2 , но и точки либрации L_3 .

Отметим малую разницу минимальных скоростей достижения различных точек либрации в ограниченной задаче трех тел Земля — Луна — КЛА. Так, минимальная скорость для достижения точки L_1 для начального положения КЛА, соответствующего высоте 200 км над поверхностью Земли, равна 10,8489 км/с. Аналогичная скорость для достижения точек L_2 и L_4 соответственно равна 10,8497 и 10,8585 км/с. Итак, за счет небольшого увеличения энергии КЛА можно существенно расширить область возможных направлений движения при организации космических перелетов.

Сравнение приведенной скорости для достижения точки L_2 (минимальной для ухода в бесконечность) с параболической скоростью на высоте 200 км от поверхности Земли (≈ 11 км/с) дает возможность утверждать, что использование гравитационного поля Луны в задаче ухода из окрестности Земли при межпланетном перелете может уменьшить потребные минимальные скорости не более чем на 150,3 м/с.

Важным вопросом ограниченной задачи трех тел является проблема захвата гравитационным полем Луны космического аппарата, падающего в сферу действия Луны на первом витке траектории вокруг Земли. В ряде работ показано, что на траекториях сближения он невозможен, на них селеноцентрический участок всегда гиперболический.

Периодические орбиты в задаче трех тел. Большой интерес представляют так называемые *периодические орбиты*. Они характеризуются определенным периодическим повторением некоторого исходного состояния рассматриваемой системы тел.

Периодические орбиты могут быть разбиты на две большие группы. К первой группе относят орбиты с малыми изменениями во взаимном расположении тел системы (пренебрежимо малым по отношению к размерам системы), ко второй — со значительными периодическими изменениями. Рассматривая первую группу периодических орбит, можно показать, что движение по таким периодическим орбитам происходит в окрестности (вокруг) центров периодических движений, которыми могут быть только точки либрации. Такие периодические орбиты близки к эллипсам. Малые оси эллипсов вокруг L_1 , L_2 и L_3 лежат на прямой, соединяющей гравитирующие тела ограниченной задачи трех тел. Малые оси эллипсов вокруг L_4 и L_5 повернуты относительно отмеченной прямой на $\pm 30^\circ$.

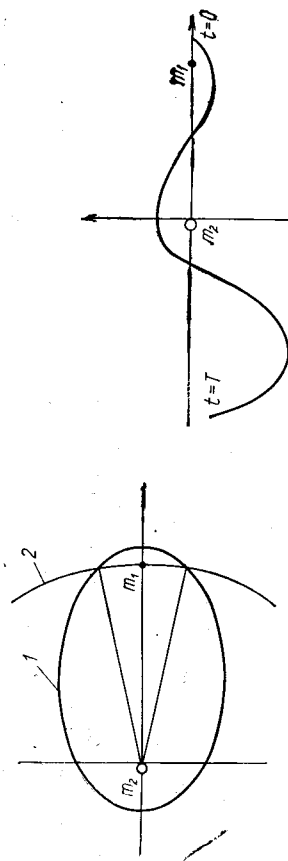


Рис. 2.7. Орбита КЛА ограниченной задачи трех тел при пренебрежимо малой массе m_1 одного из гравитирующих тел в инерциальной системе координат: 1—орбита КЛА; 2—орбита массы m_1

Рис. 2.8. Орбита КЛА ограниченной задачи трех тел при пренебрежимо малой массе m_1 одного из гравитирующих тел во вращающейся системе координат

Вторая большая группа периодических орбит интересна обращением КЛА как относительно Земли, так и относительно Луны, а для некоторых из них аппарат может попадать как в окрестность Земли, так и в окрестность Луны.

Большая группа периодических решений может быть получена как обобщение случая бесконечно малой массы одного из гравитирующих тел $m_1=0$ (для случая системы Земли—Луна—пренебрежимой массы Луны). При таком предельном переходе траектории КЛА будут представлять собой просто кеплеровы орбиты. На рис. 2.7 и 2.8 построены такие орбиты в инерциальной и вращающейся (вместе с системой Земли—Луна) системах координат соответственно. Начало этих систем координат выбрано в центре гравитационного тела с массой m_2 — центре Земли. Орбита в инерциальной системе координат (для рассматриваемого случая $m_1=0$) всегда периодическая. Обозначим период обращения КЛА вокруг Земли в такой постановке T , а период обращения массы m_1 вокруг m_2 — T_1 .

Если отношение T/T_1 не выражается рациональным числом, то во вращающейся системе координат движение не будет периодическим. Если $T/T_1=m/n$, где m и n — целые числа, то движение будет периодическим и во вращающейся системе координат. Некоторые из таких случаев имеют периодические решения и при конечной массе малого из гравитирующих тел $m_1 \neq 0$. Расчеты показывают, что такие периодические решения существуют в системе Земли—Луна, т. е. при отношении масс $m_1/m_2 \approx 1/82$ (конечно, в пределах ограничений, связанных с допущениями ограниченной круговой задачи трех тел).

Типичным примером такой периодической орбиты является случай $T/T_1=1/2$, т. е. когда за один оборот обращения Луны КЛА совершает два оборота. В инерциальной системе координат такое движение по характеру будет таким же, как и на рис. 2.7. Во вра-

шающейся системе координат вид орбиты будет таким, как на рис. 2.9.

С практической точки зрения интерес представляют периодиче-

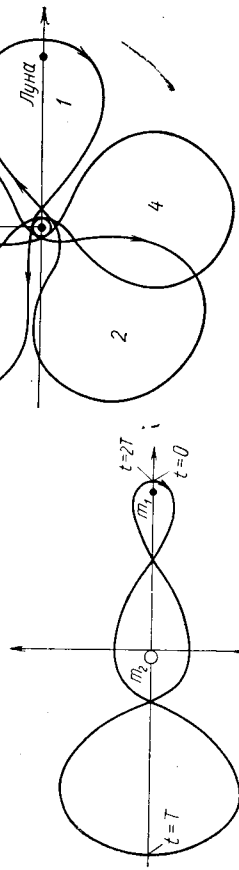


Рис. 2.9. Пример периодической орбиты ограниченной круговой задачи трех тел во вращающейся системе координат

Рис. 2.10. Периодическая орбита для отношения периодов обращения $T_1/T=2/5$ (цифрами 1—5 показаны последовательные участки движения)

ские орбиты, при движении по которым КЛА близко подходят к Земле и Луне. В частности, это условие хорошо выполняется при отношении периодов обращения T и T_1 , равном $2/5$. Этот случай проиллюстрирован на рис. 2.10.

§ 2.2. ТРАЕКТОРИЯ ПОЛЕТА К ЛУНЕ

Схемы расчета траекторий лунных аппаратов и классификация их траекторий

В настоящее время типовая схема полета КЛА к Луне включает следующие этапы:

выведение лунного аппарата и космической ступени ракетой-носителем на промежуточную орбиту; ожидание на орбите;

разгон КЛА с помощью космической ступени (разгонного блока) до скорости, достаточной для перелета КЛА к Луне; движение КЛА в окрестности Луны.

Характер движения для различных типов КЛА существенно отличается только на этапе движения КЛА в окрестности Луны. Для остальных этапов характеристики движения во многом совпадают.

Такая схема полета является рациональной с точки зрения минимальных энергетических затрат (минимальной характеристической скорости), по крайней мере, для большинства практических задач.

Промежуточная орбита ИСЗ в таких схемах полета выбирается низкой. Одним из важных моментов при этом является возможность уменьшения гравитационных потерь за счет пологого разгона

КЛА как при выходе на промежуточную орбиту, так и при сходе с нее. Важным обстоятельством является возможность дополнить контроль систем на промежуточной орбите, а также возможность выбора момента старта с нее, как управляющего параметра системы.

Сход с низкой промежуточной орбиты и разгон до требуемого энергетического уровня, пассивный (баллистический) полет к Луне, маневры в окрестности Луны определяют задачу выбора проектно-баллистических характеристик КЛА и величины полезной нагрузки, доставляемой к Луне и обратно к Земле. При решении сформулированной проектно-баллистической задачи необходимо создать модель каждого из перечисленных этапов движения КЛА.

Классификация траекторий лунных аппаратов. Различные траектории полета Земли — Луна можно классифицировать по значению КЛА, по тому влиянию, которое Луна оказывает на траекторию, по орбитальным характеристикам движения и т. д. В частности, иногда выделяются следующие группы траекторий:

- траектории полета;
- траектории облета Луны;
- траектории с выведением искусственного спутника Луны;
- траектории попадания и посадки на Луну.

Траектории полета характеризуются существованием на них гиперболических селеноцентрических участков в сфере действия Луны. Две типичные схемы траектории полета помещены на рис. 2.11 и 2.12. Схемы траектории представлены как во вращающейся системе координат, одна из осей которой направлена по прямой Земля — Луна (верхняя часть рисунков), так и в невращающейся системе отсчета, связанной с Землей (нижняя часть рисунков).

Большая часть траектории полета мало отличается от эллипса с фокусом в центре Земли. Эта часть траектории практически не возмущается гравитационным полем Луны до достижения апогея перелетной орбиты. Она называется *восходящей ветвью траектории*. Другая часть траектории, на которой расстояние от КЛА до Земли, вообще говоря, убывает, называется *нисходящей* ее ветвью.

На траекториях полета КЛА попадает в окрестность Луны на нисходящей ветви траектории. Эта часть траектории может рассматриваться как гиперболическая с фокусом в центре Луны. При близком облете Луны траектория КЛА сильно возмущается гравитационным полем Луны и после облета Луны расстояние от КЛА до Земли некоторое время увеличивается (см. рис. 2.11). При дальнейшем облете Луны расстояние от КЛА до Земли на нисходящем участке траектории монотонно уменьшается (см. рис. 2.12).

Отметим, что для траектории полета характерным является то, что КЛА не оказывается над обратной (невидимой с Земли) стороной Луны. Это хорошо видно на верхних частях рис. 2.11 и

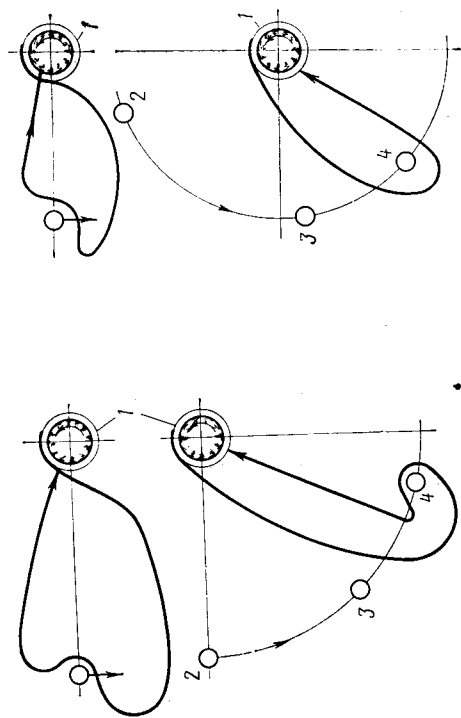


Рис. 2.11. Схема траектории близкого гиперболического полета Луны:

1—круговая промежуточная орбита ИСЗ; 2—Луна в момент старта КЛА с промежуточной круговой орбиты; 3—Луна во время полета КЛА по восходящей ветви траектории; 4—Луна во время полета КЛА по нисходящей ветви траектории

Рис. 2.12. Схема траектории дальнего гиперболического полета Луны (обозначения позиций те же, что и на рис. 2.11)

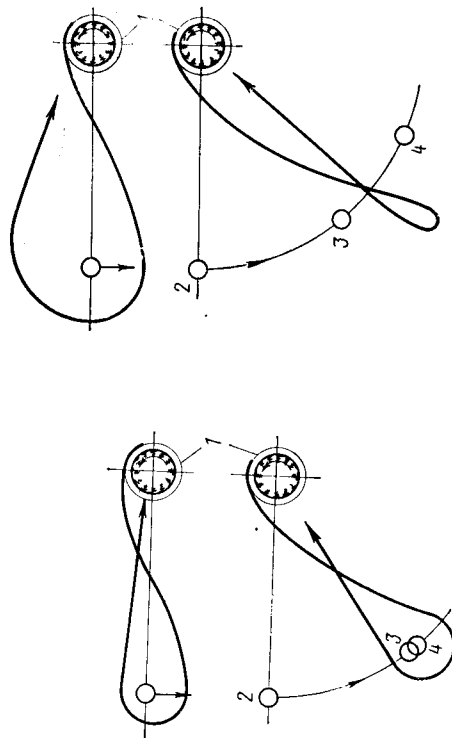


Рис. 2.13. Схема траектории близкого облета Луны (обозначения позиций те же, что и на рис. 2.11)

Рис. 2.14. Схема траектории дальнего облета Луны (обозначения позиций те же, что и на рис. 2.11)

2.12, где траектория КЛА изображена во вращающейся системе координат.

Кроме рассмотренных схем траекторий пролета, возможны схемы пролета с обратным направлением движения КЛА по отношению к направлению вращения Луны по ее орбите. При использовании этих схем КЛА двигается навстречу движению Луны.

Схемы траекторий облета пояснены на рис. 2.13 и 2.14. Они представлены как для вращающейся системы координат (верхние части рисунков), так и для невращающейся системы координат с центром в центре Земли (нижние части рисунков).

После отработки разгонного блока при старте с околоземной орбиты КЛА сообщается скорость, близкая к параболической. На гиперболическом селеноцентрическом участке КЛА оказывается над обратной стороной Луны. При близком облете Луны (см. рис. 2.13) точки траектории, ближайшие к Луне, не совпадают с точками наибольшего расстояния КЛА от Земли, т. е. Луна минимально возмущает траекторию КЛА в районе ее апогейной точки. При дальнем облете Луны вся траектория КЛА проходит на большом расстоянии от Луны, траектория КЛА возмущается относительно слабо. Если минимальное расстояние до Луны больше 40 000 км, то траектория в геоцентрической системе координат будет близка к эллипсу. На рис. 2.14 представлена схема дальнего облета для случая, когда возмущение траектории от гравитационного поля Луны значительно. Из рисунка видно, что Луна во время движения КЛА по нисходящей ветви траектории далеко расположена от линии КЛА — Земля. Для облетных траекторий возможны траектории с направлением вращения радиуса-вектора Земля — КЛА в сторону, противоположную направлению обращения Луны вокруг Земли. Важно подчеркнуть, что для любых облетных траекторий Луна огибается в направлении, противоположном обращению Луны вокруг Земли. Последнее видно на схемах траекторий во вращающейся системе координат.

Для практики большое значение имеют такие траектории облета Луны, которые обеспечивали бы не только подлет КЛА к Земле после завершения облета, но и безопасный вход КЛА в атмосферу Земли с дальнейшей мягкой посадкой. Такой безопасный вход можно обеспечить за счет выбора небольшого значения траекторного угла.

На рис. 2.15 и 2.16 приведены две схемы траекторий такого облета. Схема на рис. 2.15 иллюстрирует траекторию близкого облета Луны. Направление вращения радиуса-вектора Земля — КЛА на восходящей ветви траектории противоположно направлению вращения радиуса-вектора Земля — Луна. Схема на рис. 2.16 иллюстрирует траекторию дальнего облета Луны с пологим входом в атмосферу Земли.

Приведенные системы облета и схемы пролета Луны таковы, что вся траектория КЛА находится в плоскости орбиты Луны. Такие траектории носят название *плоских траекторий*. Строгое рас-

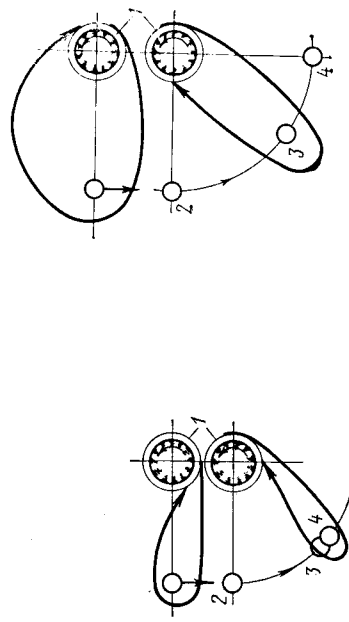


Рис. 2.15. Схема траектории близкого облета Луны с пологим входом в атмосферу Земли (обозначения позиций те же, что и на рис. 2.11)

Рис. 2.16. Схема траектории дальнего облета Луны с пологим входом в атмосферу Земли (обозначения позиций те же, что и на рис. 2.11)

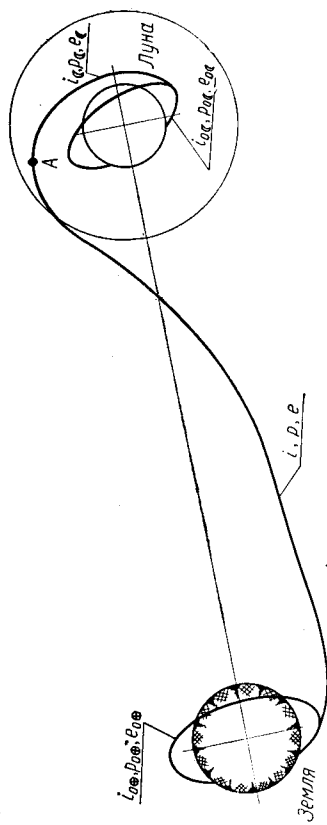


Рис. 2.17. Схема выведения на орбиту ИСЛ:

i_0, p_0, e_0 — элементы промежуточной орбиты; i_k, p_k, e_k — элементы конечной орбиты; i, p, e — элементы траектории подлета к Луне; $i_{\text{с}}, p_{\text{с}}, e_{\text{с}}$ — элементы селеноцентрической траектории; А — точка входа в гравитацию Луны

личие между облетной траекторией и траекторией пролета теряется, когда исследуется пространственное сближение с возвращением.

Траектории с выведением искусственного спутника Луны (ИСЛ) для своей реализации, как это было видно при исследовании ограниченной задачи трех тел (2.1), требуют уменьшения селеноцентрической скорости, например, включением ракетного двигателя в окрестности Луны.

Схема траектории с выходом КЛА на орбиту ИСЛ представлена на рис. 2.17.

Возможные схемы траекторий попадания в Луну приведены на рис. 2.18 и 2.19, где представлены схемы попадающих траекторий на их восходящей и нисходящей ветвях. Верхняя часть рас-

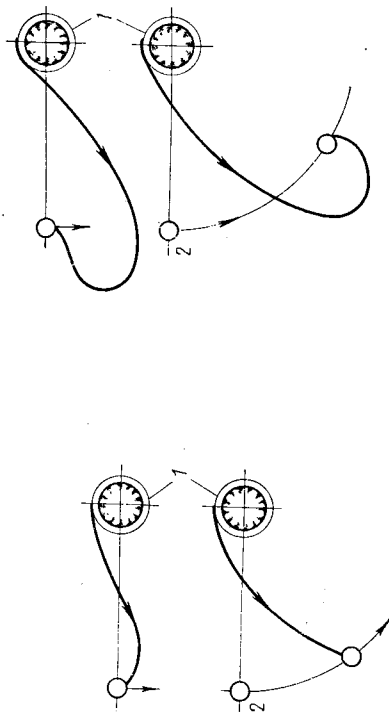


Рис. 2.18. Схема попадающей на восходящей ветви траектории КЛА (обозначения те же, что на рис. 2.11)

Рис. 2.19. Схема попадающей на нисходящей ветви траектории КЛА (обозначения те же, что на рис. 2.11)

смаатриваемых рисунков представляет траекторию сближения во вращающейся вместе с прямой Земля — Луна системе координат, нижняя часть — геоцентрическую траекторию сближения.

Реализация попадающей в Луну траектории, изображенной на рис. 2.19, возможна только при эллиптических начальных скоростях движения. Реализация попадающих на восходящих ветвях траекторий возможна и при гиперболических скоростях ухода из окрестности Земли.

Кроме схем указанных траекторий попадания в Луну, возможны схемы с встречным движением КЛА по отношению к движению Луны вокруг Земли.

Траектории посадки на Луну предполагают существование участка спуска, в течение которого с помощью торможения ликвидируется, по крайней мере, основная часть скорости сближения (жесткая посадка) или вся эта скорость (мягкая посадка).

Каждая из перечисленных групп траекторий включает участок так называемого сближения КЛА с Луной.

Проектно-баллистические методы исследования пассивных участков полета лунных аппаратов

Исследование участка пассивного (баллистического) перелета Земля — Луна при проектных проработках ведется без использования точной модели движения. Здесь широко применяются следующие два метода:

метод грависфер нулевой протяженности (метод «стягивания» грависферы Луны в точку);

метод грависфер.

Первый метод — метод грависфер нулевой протяженности — предполагает исследование траекторий сближения с Луной без

учета гравитационного поля Луны. Анализ геоцентрического участка ведется с учетом того, что траектория, начинаясь в окрестности Земли, проходит через точку лунной орбиты, в которой находится Луна. В этих условиях геоцентрическая траектория рассматриваемого участка получается из решения задачи двух тел Земля — КЛА.

Кинематика системы Земля — Луна берется часто в самом простом виде (лунную орбиту предполагают круговой).

Анализ селеноцентрического участка проводится из условия, что величина селеноцентрической скорости аппарата на бесконечном удалении от Луны определяется как векторная разность геоцентрической скорости КЛА в момент его пролета орбиты Луны и геоцентрической орбитальной скорости Луны.

Второй метод — метод грависфер — использует идею разделения движения КЛА на движение в грависфере Луны и движение вне ее. Внутри грависферы Луны учитывается лишь одна сила притяжения Луны, вне этой сферы — лишь сила притяжения Земли. Метод предполагает увязку геоцентрических и селеноцентрических координат и скоростей КЛА на границе сферы действия Луны. Второй метод дает более аккуратное представление о движении КЛА, хотя точность первого метода для проектно-баллистических расчетов может оказаться вполне допустимой.

Для выявления общих закономерностей траекторий сближения воспользуемся методом грависфер нулевой протяженности. Таким образом, рассмотрим пассивное (баллистическое) движение КЛА к Луне в предположении действия на аппарат лишь центрального гравитационного поля Земли. Предполагаем одновременно, что Луна двигается по круговой орбите радиуса 384 400 км (большая полуось лунной орбиты). Траектории КЛА в этом случае есть конические сечения, в одном из фокусов которых расположена Земля. Для попадания в Луну (речь идет о реализации траекторий сближения независимо от задачи, выполняющейся в окрестности Луны, — гиперболический пролет, посадка и т. д.) требуется, чтобы траектория пересекала орбиту Луны или ее коснулась в момент нахождения Луны в этой точке.

Плоская задача сближения с Луной

Установим характерные зависимости для плоской задачи полета к Луне. Она важна, прежде всего, как основа рассмотрения пространственных траекторий и, кроме того, при определенных условиях старта может быть реализован плоский полет к Луне.

Итак, при старте КЛА с низких околоземных орбит, лежащих в плоскости орбиты Луны, требуется определить условия попадания аппарата на Луну. Наиболее рациональной схемой полета к Луне, если не существует ограничений на время перелета, следует признать перелет по эллипсу минимальной энергии.

Определим требуемую скорость для перелета КЛА по такой эллиптической орбите. Имея в виду интеграл энергии и связь константы энергии с величиной большой полуоси эллипса $a = \frac{R_C + R_0}{2}$ получим

$$V_{\text{ст. мин}} = \sqrt{2f m_{\oplus} / R_0} \sqrt{R_C (R_0 + R_C)}.$$

Анализ этого соотношения показывает, что при старте КЛА с низких орбит (когда $R_0 \ll R_C$) минимальная начальная скорость мало отличается от местной параболической скорости. Это же можно было увидеть, рассматривая значение эксцентриситета перелетного эллипса

$$e = \frac{R_C - R_0}{R_C + R_0}.$$

Для высоты начальной точки над поверхностью Земли 200 км это значение эксцентриситета оказывается равным 0,967 (очень близко к единице). Исследование изменения времени перелета на траектории показывает, что оно зависит в основном от величины начальной скорости.

На рис. 2.20 показаны графики продолжительности полета до Луны при горизонтальной ($\theta = 0$) и вертикальной ($\theta = \pi/2$) начальных скоростях (берется время до первой точки пересечения орбиты перелета орбиты Луны — восходящая ветвь перелетного эллипса). Видна слабая зависимость времени от направления начальной скорости. По оси абсцисс отложено значение разницы между начальной скоростью и местной параболической скоростью. Видно, что максимальное время перелета, соответствующее эллипсу минимальной энергии, составляет около 5 суток. Увеличение минимальной скорости всего на 50 м/с вдвое сокращает продолжительность перелета. При параболической начальной скорости продолжительность перелета равна двум суткам. Сокращение времени перелета до суток возможно при превышении параболической скорости на 0,5 км/с. Таким образом, понятно, что относительно небольшое увеличение массы космической ступени, выведенной на орбиту спутника, может позволить существенно сократить время перелета к Луне. Сама временная «увязка» движения, т. е. обеспечение пролета аппаратом орбиты Луны в то время, когда там располагается Луна, проводится с помощью уравнений Кеплера.

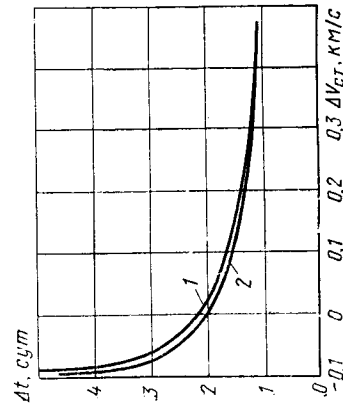


Рис. 2.20. Продолжительность перелета до Луны при горизонтальной (1) и вертикальной (2) начальных скоростях

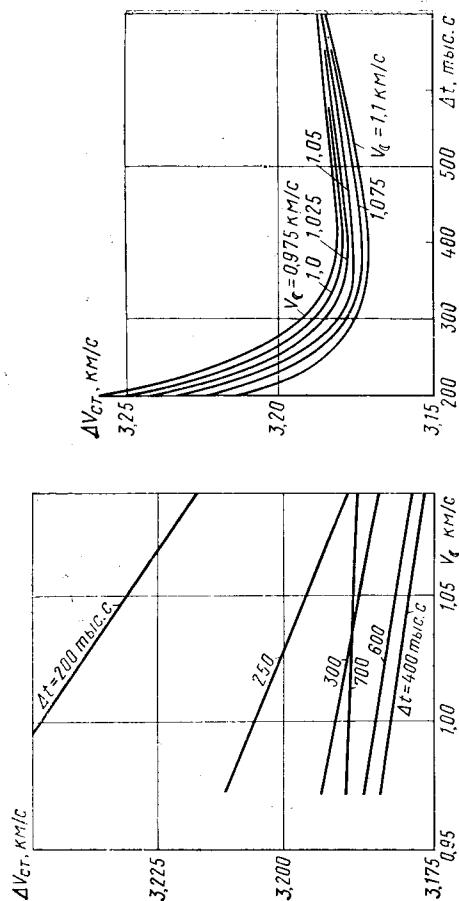


Рис. 2.21. Зависимость требуемого приращения скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ на промежуточной круговой орбите от положения Луны

Рис. 2.22. Зависимость требуемого приращения скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ на промежуточной круговой орбите от времени перелета к Луне

Рассмотрим коротко вопрос о плоской задаче сближения с Луной с учетом эксцентриситета лунной орбиты. Исследования перелетов с круговой промежуточной орбиты к Луне показали, что в этих условиях требуемое приращение скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ (как разницы между требуемой скоростью на перелет и скоростью на орбите при заданном радиусе промежуточной орбиты) зависит от времени перелета Δt и от положения Луны на своей орбите. Причем, вообще говоря, для каждого фиксированного времени перелета и каждого значения скорости Луны $V_{\text{с}}$ (зависящего от положения Луны на орбите) имеются две величины $\Delta V_{\text{ст}}$, соответствующие различным угловым расстояниям Луны от перигея ее орбиты. С погрешностью, не превышающей 5 м/с, осредненная зависимость $\Delta V_{\text{ст}}$ от $V_{\text{с}}$ и Δt представлена на рис. 2.21 и 2.22.

Из рис. 2.21 видно, что приращение скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ в среднем линейно зависит от скорости Луны $V_{\text{с}}$. Анализ графика на рис. 2.22 выявляет немонотонную зависимость требуемого приращения скорости $\Delta V_{\text{ст}}$ от времени перелета и существования оптимального времени перелета. Это оптимальное время несильно зависит от скорости Луны и изменяется от 4,4 до 5,2 суток. Все данные рисунков приведены для случая круговой промежуточной орбиты высотой 200 км.

Пространственная траектория сближения с Луной

Рассмотренные траектории можно реализовать лишь в том случае, если точка и вектор скорости конца активного

межлунной орбиты ИСЗ и, следовательно, долготу восходящего узла перелетной орбиты к Луне.

Возможность перелета по таким траекториям связана прежде всего с использованием промежуточных орбит для перелета к Луне. При полетах с территории СССР без использования промежуточной орбиты принципиально нельзя организовать перелет по эллипсу минимальной энергии, так как ни одна точка территории СССР никогда не попадает в плоскость лунной орбиты. При полетах без использования промежуточной орбиты существенно ограничиваются и возможные даты полета в течение периода обращения Луны вокруг Земли. Только крайнее южное положение Луны на орбите даст возможность увеличить угловую дальность полета аппарата и несколько приблизить энергетические затраты к затратам на эллипс минимальной энергии.

Энергетические затраты на лунный перелет складываются из затрат на выведение космического разгонного блока (модуля) и лунного аппарата на промежуточную орбиту и затрат разгонного блока. Последние затраты с точностью до гравитационных потерь могут быть оценены как разность скорости аппарата на перелетной траектории и скорости на промежуточной орбите. Минимальная скорость аппарата на перелетной траектории для высоты промежуточной орбиты, равной 200 км, как было отмечено, составляет 10,92 км/с. Необходимый импульс скорости при ходе с круговой орбиты высотой 200 км оказывается равным 3,14 км/с. При ограничениях на время перелета его оценку можно получить с помощью рис. 2.22 или 2.20.

Расчет элементов траектории сближения КЛА с Луной

Для анализа возможностей применения схемы расчета пассивного движения при полете к Луне, использующей метод грависфер нулевой протяженности, рассмотрим следующий пример.

Пусть заданы время перелета к Луне Δt , дата прибытия к Луне t_k , высота промежуточной орбиты и предполагается выбранным наклонение орбиты перелета i . Требуется найти дату старта ракеты-носителя с поверхности Земли, момент старта разгонной ступени (модуля) с промежуточной орбиты и элемент перелетной орбиты, обеспечивающие минимальное значение характеристической скорости для схода с промежуточной орбиты.

Задание даты прибытия к Луне t_k определяет радиус-вектор КЛА в момент прилета к ней \mathbf{R}_k . Заданное наклонение плоскости орбиты перелета i определяет при заданном \mathbf{R}_k плоскость этой орбиты.

Таким образом, задание t_k и i соответствует фиксированию четырех постоянных и выделяет из всего множества пространственных шестипараметрических траекторий те траектории, которые ле-

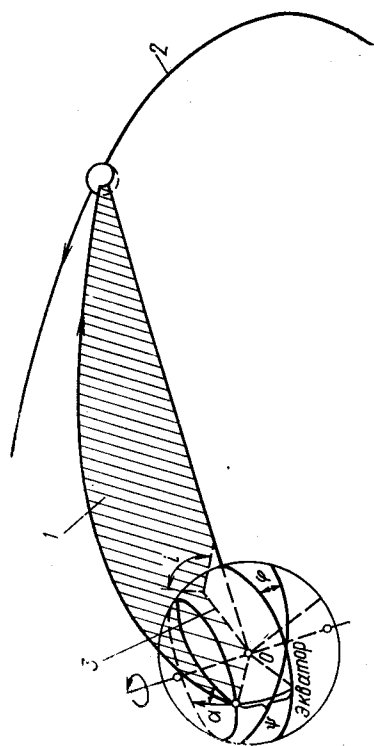


Рис. 2.23. Схема пространственного полета КЛА к Луне: 1—плоскость орбиты КЛА; 2—плоскость орбиты Луны; 3—линия пересечения плоскости орбиты КЛА с плоскостью экватора Земли

участка разгона КЛА лежат в плоскости орбиты Луны. Угол между плоскостью орбиты Луны и плоскостью экватора Земли колеблется в пределах от $28^{\circ}36'$ до $18^{\circ}18'$. Географическая широта космодрома Байконур составляет $\approx 47^{\circ}$. Трудности выведения ИСЗ на орбиты с наклонением, меньшим этой широты, делает реализацию плоских траекторий перелета КЛА нецелесообразной. Это связано прежде всего, с необходимостью изменения направления вектора скорости в процессе активного полета или на участке выведения ИСЗ или на участке работы разгонного блока, стартующего с орбиты ИСЗ.

Отмеченные трудности несложно преодолеваются при использовании траекторий перелета, не лежащих в плоскости лунной орбиты.

На рис. 2.23 представлена такая траектория. Все перелетные траектории и в этом случае являются плоскими, причем их плоскости совпадают с плоскостью промежуточной орбиты. На перелет по такой траектории не требуется энергозатрат на изменение плоскости текущего движения. Перелеты по такой схеме энергетически не сложнее рассмотренных ранее перелетов.

Ограничений на наклонение промежуточной орбиты рассматриваемые перелеты не накладывают. Поэтому наклонение этих орбит можно, в частности, выбирать равным широте космодрома, с которого стартует ракета-носитель. В этом случае удастся наиболее полно использовать скорость вращения Земли (для космодрома Байконур эта скорость равна ~ 316 м/с).

Попадание в окрестность Луны по рассматриваемым траекториям можно реализовать независимо от положения Луны на своей орбите, так как в течение суток можно всегда выбрать момент старта, обеспечивающий требуемую долготу восходящего узла про-

При этом следует воспользоваться зависимостями § 1.2. В частности, p определяется из соотношения (1.53), эксцентриситет орбиты определяется однозначно по значениям a и p , а $\omega = \omega_k - \psi_k$, где ω_k — широта конечной точки орбиты перелета; ψ_k — истинная аномалия той же точки, определяемая из уравнения орбиты.

5. По уравнению Кеплера (1.28), (1.29) или (1.30) — в зависимости от значения эксцентриситета орбиты перелета e — определяется время прохождения перигея орбиты t . По найденным элементам орбиты определяются географические координаты КЛА в момент $(t_k - \Delta t)$. Найденные координаты позволяют выбрать момент старта с поверхности Земли, время ожидания на промежуточной орбите.

Рассмотренный пример иллюстрирует метод расчета траекторий к Луне, использующий импульсную аппроксимацию активных участков и метод грависферы Луны нулевой протяженности.

Таким образом, может быть рассчитан участок сближения с Луной любой из групп траекторий, приведенных в разделе классификации траекторий лунных аппаратов.

Специфические задачи на участке движения в окрестности Луны, появляющиеся при исследовании траекторий попадания в Луну, траекторий выведения искусственных спутников Луны и траекторий посадки на Луну. Дальнейшее рассмотрение ведется по этим группам траекторий.

Решение, приведенное в следующем разделе, можно рассматривать как пример расчета траекторий к Луне с помощью метода грависфер.

Расчет траекторий попадания в Луну

Проведем расчет траекторий, попадающих в Луну и условно проходящих через ее центр. Такая траектория может быть названа номинальной. Реализация номинальной траектории допускает максимальные отклонения начальных условий полета, включая разбросы положения и скорости аппарата в момент включения двигателя разгонного блока, переводящего КЛА на траекторию полета к Луне. Будем полагать, что орбита Луны относительно Земли круговая с радиусом R_{\odot} . Как отмечалось, будем использовать метод грависфер.

Множество всех пространственных траекторий является шести-параметрическим. Семейство же всех траекторий, проходящих через центр Луны, является четырехпараметрическим (не фиксирован момент попадания в Луну, характеризующийся своими тремя координатами). Это означает, что четыре параметра, характеризующие траекторию попадания в Луну, можно задать произвольно, а два других — найти из условия прохождения КЛА через центр Луны. Произвольные четыре параметра следует употреблять на удовлетворение каким-либо дополнительным требованиям, связанным с условием старта, радиовидимостью и т. д., а также с требованием уменьшения потребности на перелет энергии.

Примем за эти четыре произвольные параметра следующие величины: R_0 — длина радиуса-вектора начальной точки орбиты пе-

жат в определенной плоскости и проходят в момент t_k через радиус-вектор R_k .

Для выделения конкретной траектории перелета необходимо использовать еще два условия. Одно из них дано — высота промежуточной орбиты. Пренебрегая длительностью активного участка (временем работы разгонного блока), можно считать заданным расстояние начальной точки исследуемой траектории перелета до гравитационного центра (Земли) R_0 . Таким образом, в фиксированной плоскости зафиксирован конечный радиус-вектор спутника и задана длина радиуса-вектора в момент $(t_k - \Delta t)$.

Перечисленных условий оказалось пять. Недостающее шестое условие может быть использовано для оптимизации траектории перелета — выбора траектории перелета с минимальным значением характеристической скорости.

Последовательность решения задачи

1. По астрономическому ежегоднику определяется положение Луны в момент t_k : R_k , λ_k и β_k . Геоцентрические прямоугольные координаты радиуса-вектора R_k находятся из соотношений:

$$\begin{aligned} x_k &= R_k \cos \beta_k \cos \lambda_k; \\ y_k &= R_k \cos \beta_k \sin \lambda_k; \\ z_k &= R_k \sin \beta_k. \end{aligned}$$

2. Определяется долгота восходящего узла перелетной орбиты.

Используя значения R_k и t_k , определяются направляющие косинусы нормали (α, β, γ) к плоскости перелетной орбиты. Для этого находится решение следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} (\alpha, \beta, \gamma)(x_k, y_k, z_k) &= 0; \\ \gamma &= \cos i; \\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Первое уравнение получено из условия прохождения плоскости перелетной орбиты через вектор R_k . Второе уравнение системы определяет наклонение плоскости орбиты к плоскости экватора. Последнее уравнение характеризует величины α, β, γ как направляющие косинусы вектора. Найденные значения α и β определяют уравнение линии узлов

$$\alpha x + \beta y = 0.$$

3. Организуется итерационный цикл, включающий решение обобщенного уравнения Ламберта (см. § 1.2) по оптимизации перелетной траектории.

Цикл включает определение большой полуоси a и угловой дальности перелета Φ с помощью уравнения (1.48), используя заданное время перелета Δt . Уравнение (1.48) в данном случае представляет собой одно уравнение с двумя неизвестными a и Φ . Нужно найти такое его решение, которое соответствует перелету с минимальным начальным приращением скорости на промежуточной орбите у Земли. Величина этого приращения оценивается по величине $|V_{ст} - V_{кpo}|$, где $V_{ст}$ — определяется по (1.54) с использованием (1.53), а $V_{кpo}$ — круговая скорость на промежуточной орбите заданного радиуса R_k . Таким образом, рассматриваемая задача представляет собой экстремальную: найти такие значения a и Φ , удовлетворяющие уравнению (1.48), которые минимизируют $|V_{ст} - V_{кpo}|$.

4. Определяется фокальный параметр p , эксцентриситет e и аргумент перигея центра ω орбиты перелета.

Луны, ось ξ направлена в центр Земли, ось η лежит в плоскости орбиты Луны и направлена в сторону, противоположную движению Луны. Координаты ξ_2, η_2, ζ_2 связаны соотношением

$$\xi_2^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2 = \Delta_C^2,$$

где Δ_C — радиус сферы действия Луны.

Геоцентрический радиус КЛА в момент его входа в грависферу Луны равен

$$R_2 = \sqrt{(R_C - \xi_2)^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2}.$$

Геоцентрическую скорость КЛА в момент входа в грависферу Луны V_2 и угол θ_2 между вектором этой скорости и плоскостью, перпендикулярной геоцентрическому радиусу-вектору КЛА, можно получить из анализа интегралов энергии и площадей баллистического невозмущенного движения (см. стр. 34), записанных для геоцентрического участка. Из них следует, что

$$V_2 = \sqrt{V_0^2 - 2fm_\oplus/R_0 + 2fm_\oplus/R_2};$$

$$\theta_2 = \pm \arccos \frac{R_0 V_0 \cos \theta_0}{R_2 \sqrt{V_0^2 - 2fm_\oplus/R_0 + 2fm_\oplus/R_2}}.$$

Знак «+» в последнем равенстве соответствует восходящей ветви геоцентрической траектории КЛА, знак «-» — нисходящей ветви. Выбор ветви траектории может осуществляться из анализа скалярного произведения селеноцентрического радиуса точки входа (ξ_2, η_2, ζ_2) и селеноцентрической скорости выхода. Для того чтобы точка на грависфере Луны была точкой входа (а не выхода), необходимо, чтобы это скалярное произведение было отрицательно.

Определим проекции скорости КЛА относительно Земли в момент полета его к грависфере Луны. Проектирование осуществим на уже введенные оси ξ, η, ζ .

Результат проектирования V_2 на оси ξ, η, ζ может быть представлен в следующем виде:

$$V_\xi = -V_2 \cos \beta \cos \gamma; \quad V_\eta = -V_2 \cos \beta \sin \gamma; \quad V_\zeta = V_2 \sin \beta,$$

где $\beta = \angle L B = \arcsin [\sin i_1 - \sin (\theta_2 + \varphi_2)]$;

$$\varphi_2 = \arccos \zeta_2 / R_2 \sin i_1; \quad \gamma = \angle O_1 O B - \angle O B L; \quad \angle O_1 O B = \arctg \frac{\eta_2}{R_C - \xi_2};$$

$$\angle O B L = \arctg \frac{\sqrt{R_2^2 \sin^2 i_1 - \zeta_2^2}}{\zeta_2 \sin i_1} + \arctg \frac{\zeta_2 (\varphi_2 + \theta_2)}{\cos i_1}.$$

Зная проекции скорости КЛА относительно Земли в момент полета его к грависфере Луны, несложно определить селеноцентрическую скорость аппарата в этот момент. Обозначая проекции этой скорости ξ_2, η_2, ζ_2 во введенной системе координат и геоцентрическую скорость Луны V_C , получим

$$\dot{\xi}_2 = V_\xi, \quad \dot{\eta}_2 = V_\eta - V_C, \quad \dot{\zeta}_2 = V_\zeta.$$

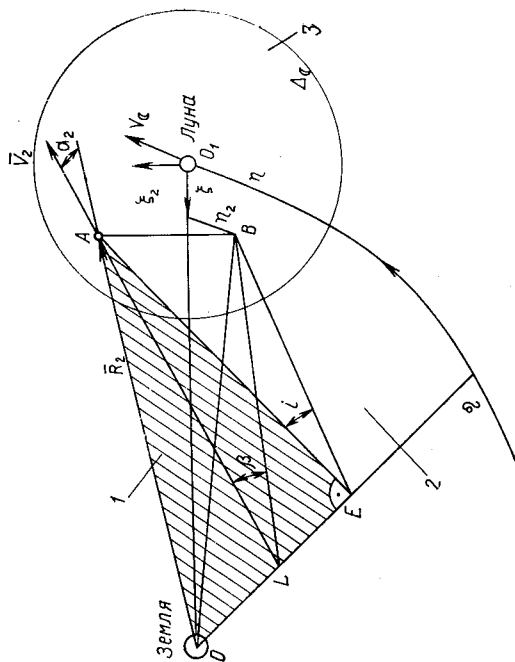


Рис. 2.24. Схема расчета попадающей в Луну траектории:

1 — плоскость геоцентрической орбиты КЛА; 2 — плоскость орбиты Луны; 3 — грависфера Луны; А — точка входа КЛА в грависферу Луны; В — проекция точки А на плоскость орбиты Луны

релета (относительно центра Земли); V_0 — начальная скорость КЛА на орбите перелета; θ_0 — угол между вектором начальной скорости и плоскостью, перпендикулярной начальному радиусу; i_1 — угол наклона плоскости траектории к плоскости орбиты Луны.

В соответствии с допущением об импульсной аппроксимации активного участка разгонного блока при старте с промежуточной орбиты R_0 равен радиусу этой орбиты.

Задание перечисленных четырех величин полностью определяет траекторию сближения с Луной, если дана точка ее входа в грависферу Луны. Задача состоит в нахождении такой точки входа в сферу действия Луны, чтобы селеноцентрическая траектория попала в Луну, точнее, условно проходила через ее центр.

Наметим итерационную процедуру решения этой задачи. Вначале фиксируется точка входа аппарата в грависферу Луны. Затем определяется траектория сближения с Луной и скорость КЛА в момент входа в грависферу Луны. По величине промаха КЛА от центра Луны корректируются координаты точки входа аппарата в грависферу Луны. Такая итерационная процедура проводится до определенной точности попадания КЛА в центр Луны.

Изложенная итерационная процедура реализуется следующим образом. Пусть селеноцентрические координаты точки входа в грависферу Луны есть ξ_2, η_2, ζ_2 (прямоугольная правая система координат вводится следующим образом (рис. 2.24): начало в центре

Полная величина селеноцентрической скорости в этой точке — V_2' и направление ее относительно радиуса-вектора θ_2' определяются следующим образом:

$$V_2' = \sqrt{\xi_2'^2 + \eta_2'^2 + \zeta_2'^2};$$

$$\cos \theta_2' = \frac{1}{\Delta_C V_2'} [(\eta_2' \dot{\zeta}_2 - \zeta_2' \dot{\eta}_2)^2 + (\zeta_2' \dot{\xi}_2 - \xi_2' \dot{\zeta}_2)^2 + (\xi_2' \dot{\eta}_2 - \eta_2' \dot{\xi}_2)^2]^{1/2}.$$

Если $\cos \theta_2'$ отличен от нуля, т. е. входная селеноцентрическая скорость V_2' направлена мимо центра Луны, то селеноцентрическая орбита не сможет пройти через центр Луны и ее промах может быть охарактеризован значением $\cos \theta_2'$.

Введением коррекции координат точки входа в грависферу Луны будем стремиться сделать $|\cos \theta_2'|$ достаточно малым. Если скажется, что $|\cos \theta_2'| < \varepsilon$, где ε — допустимая погрешность попадания в центр Луны, то значения ξ_2, η_2, ζ_2 номинальной траектории будут найдены.

Итерационная коррекция координат ξ_2, η_2, ζ_2 точки входа в грависферу Луны проводится с учетом того, что направление селеноцентрической скорости V_2' входа КЛА в сферу действия Луны слабо зависит от положения точки входа на грависфере [5]. Поэтому новую точку входа выбирают так, чтобы направлению Луна — точка входа было параллельно вектору V_2' , соответствующему предыдущей точке входа, т. е. новые значения $\xi_2^*, \eta_2^*, \zeta_2^*$ определяются по величинам полученных проекций входной селеноцентрической скорости

$$\xi_2^* = -\frac{\Delta_C}{V_2'} \dot{\xi}_2; \quad \eta_2^* = -\frac{\Delta_C}{V_2'} \dot{\eta}_2; \quad \zeta_2^* = -\frac{\Delta_C}{V_2'} \dot{\zeta}_2.$$

Важным для сходимости итерационных процессов является удачный выбор начального приближения. Если в качестве начального приближения брать точку на грависфере Луны, в которой направление селеноцентрического радиуса обратно направлению селеноцентрической скорости КЛА на орбите Луны без учета ее притяжения, а точность попадания в центр Луны взять 1 км, то количество итераций процесса не превосходит шести.

Когда итерационный процесс закончен, легко рассчитываются все характеристики номинальной траектории перелета и в грависфере Луны и вне ее. В частности, определяется время полетов по геоцентрическому и селеноцентрическому участкам и находится полное время полета.

Рассмотренная задача иллюстрирует метод грависфер для расчета траекторий к Луне. Итерационная процедура, описанная в разделе, не является необходимой принадлежностью такого метода, она характерна только для рассмотренной постановки задачи.

Выведение на орбиту спутника Луны

Способ выведения КЛА на орбиту ИСЛ заключается в том, что селеноцентрическую скорость КЛА внутри грависферы Луны уменьшают с гиперболической до эллиптической. Уменьшение скорости осуществляется торможением аппарата с помощью ракетной двигательной установки.

Если положить, что КЛА входит в грависферу Луны с селеноцентрической скоростью V_2' и движется по селеноцентрической гиперболической траектории с периселением R_π , то с помощью торможения в периселении можно перевести космический аппарат на окололунную орбиту. Его скорость в периселении подлетной гиперболы V_π определяется из интеграла энергии

$$V_\pi^2 = V_2'^2 - \frac{2fm_\zeta}{\Delta_C} \cdot \left(1 - \frac{\Delta_C}{R_\pi}\right).$$

Для перевода КЛА на круговую орбиту с радиусом, равным радиусу периселения первоначальной гиперболической траектории, потребуется следующая величина импульса торможения:

$$\Delta V_\pi = V_\pi - V_{кр},$$

где $V_{кр}$ — скорость на круговой селеноцентрической орбите с радиусом R_π .

Если приложить к аппарату тормозной импульс, меньший чем ΔV_π , то КЛА выйдет на эллиптическую окололунную орбиту с радиусом апоселения $R_a > R_\pi$ и радиусом периселения, равным R_π . Тормозной импульс должен быть таким, чтобы лунный аппарат не вышел из сферы действия Луны. Возможен также перевод КЛА на эллиптическую орбиту с радиусом периселения, меньшим чем R_π и с радиусом апоселения, равным R_π .

Пусть нужно вывести спутник на эллиптическую орбиту около Луны с радиусом периселения $R_{к\pi}$ и радиусом апоселения $R_{ка}$. Сравним схемы торможения КЛА в периселениях гипербол подлета, соответственно равных $R_{к\pi}$ и $R_{ка}$, с точки зрения потребных энергозатрат.

Импульсы скорости при торможении в периселениях $R_{к\pi}$ и $R_{ка}$ гипербол подлета соответственно равны:

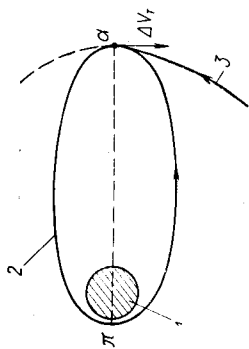
$$\Delta V'_\pi = \sqrt{\frac{2fm_\zeta}{R_{к\pi}} + h} - \sqrt{\frac{2fm_\zeta R_{ка}}{R_{к\pi}(R_{к\pi} + R_{ка})}};$$

$$\Delta V'_\pi = \sqrt{\frac{2fm_\zeta}{R_{ка}} + h} - \sqrt{\frac{2fm_\zeta R_{к\pi}}{R_{ка}(R_{к\pi} + R_{ка})}},$$

где h — константа энергии селеноцентрической гиперболы.

Поскольку $R_{к\pi} < R_{ка}$, получим $\Delta V'_\pi < \Delta V''_\pi$. Следовательно, при выведении аппарата на орбиту около Луны энергетически выгодной оказывается схема с гиперболической селеноцентрической

Рис. 2.25. Возможная схема выведения КЛА на орбиту ИСЛ:
1—Луна; 2—заданная орбита ИСЛ; 3—подлетная гиперболическая траектория



траекторией, периселений которой равен периселению конечной эллиптической орбиты.

При выборе схемы полета нужно иметь в виду, что неточности реализации у Земли и тормозного блока у Луны), ошибок отработки разгонных блоков расчет характеристик гравитационных полей, другие неточности методического характера заставляют выбирать периселений гиперболических траекторий полета у Луны достаточно большим. По этой причине проектировщик может выбрать схему траектории, при которой периселений гиперболической траектории полета равен радиусу апоселения конечной эллиптической орбиты. Такая схема выхода на орбиту ИСЛ приведена на рис. 2.25.

Расчеты пространственных траекторий перелета КЛА на орбиту ИСЛ, проведенные с помощью метода грависфер нулевой протяженности, позволяют выявить зависимость тормозного импульса у Луны от ряда дополнительных факторов. К ним, в частности, относятся: время Δt перелета орбита ИСЗ — орбита ИСЛ; угол σ между плоскостью начальной орбиты ИСЗ и плоскостью орбиты ИСЛ; радиус промежуточной орбиты; радиус конечной орбиты у Луны; а также положение Луны на ее орбите относительно Земли в момент подлета КЛА.

На рис. 2.26 приведена зависимость тормозного импульса скорости ΔV_T , необходимого для перехода на орбиту ИСЛ с траектории Земля — Луна, от положения Луны на ее орбите относительно Земли для различных σ . Минимальные значения ΔV_T при всех временах перелета соответствуют случаю $\sigma=0$, максимальные — $\sigma=180^\circ$. В последнем случае вектор кинетического момента КЛА в его движении относительно Земли противоположен вектору кинетического момента Луны. При этом скорость КЛА относительно Луны в момент его входа в сферу действия Луны принимает наибольшие значения. На рисунке точками L_π отмечены варианты перехода на орбиту ИСЛ с подлетом к Луне в момент, когда Луна находится в перигее своей орбиты. Видно, что оптимальное положение Луны в момент подлета к ней КЛА с точки зрения минимума ΔV_T практически не зависит от угла σ . Это условие выполняется и при других значениях радиусов начальной и конечной орбит и времени перелета. Оптимальное положение Луны существенно зависит от времени перелета Δt . Обращает на себя внимание слабая зависимость ΔV_T от положения Луны. Так, наибольшие размеры «петель», наблюдающиеся при малом времени перелета

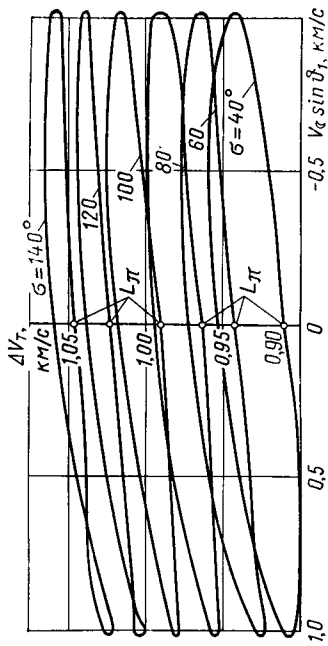


Рис. 2.26. Зависимость тормозного импульса скорости ΔV_T в окрестности Луны для выведения ИСЛ от положения Луны на ее орбите

$\Delta t < 200$ тыс. с ($\approx 2,3$ сут) и при большом времени перелетов $\Delta t > 700$ тыс. с ($\approx 8,1$ сут), соответствуют импульсу скорости ~ 100 м/с. Для времени перелета $300 \div 350$ тыс. с ($3,5 \div 4,0$ сут) величина ΔV_T почти не зависит от положения Луны на орбите.

Приведенные результаты, полученные с помощью метода грависфер нулевой протяженности, имеют довольно высокую точность. Для примера рассмотрим КЛА, стартующий с орбиты ИСЗ высотой 200 км и выходящий на круговую орбиту ИСЛ высотой 100 км для одного из возможных времени перелетов 105 ч (напомним, что время перелета станций «Луна-16» и «Луна-17» было равно 105 ч 18 мин и 106 ч 17 мин соответственно).

Суммарные ошибки вычисления приращений скорости с помощью приближенной методики в большинстве случаев не превышают 10 м/с. В частности, точность оценки скорости при разгоне — 4 м/с для скорости разгона 3150 м/с, при торможении у Луны — 5 м/с для скорости торможения 898 м/с. Ошибки расчета времени полета к Луне составляют 4 мин при $\Delta t = 105$ ч.

Выбор орбит спутников Луны

Выбор параметров селеноцентрической орбиты целиком зависит от целей и задач, выполняемых конкретным космическим аппаратом. Отсутствие у Луны атмосферы позволяет формировать орбиты ИСЛ с малыми значениями перигеев, что существенно расширяет диапазон возможных задач, которые может выполнить КЛА на орбите ИСЛ, и облегчает их решение. Это относится к КЛА, выводимым на орбиты ИСЛ в целях проведения исследований лунной поверхности, включающих различные оптические наблюдения, фотографирование и альтиметрирование.

Орбиты ИСЛ с малыми значениями высоты перигея очень удобны в качестве промежуточных для посадки КЛА на поверхность Луны, так как осуществление маневра торможения в районе низкого перигея энергетически наиболее оптимально.

По мере уменьшения перигирического расстояния орбиты растут возмущающее влияние нецентральности поля тяготения Луны и такой его особенности, как наличие нескольких крупных гравитационных неоднородностей (масконов), расположенных вблизи поверхности Луны. Так, при высоте перигирия над поверхностью Луны около 15—20 км его эволюция может оказаться столь значительной, что КЛА за относительно короткий промежуток времени может упасть на поверхность Луны. В задаче прогнозирования параметров орбиты ИСЛ реальность такого исхода целиком зависит от точности используемой модели гравитационного поля Луны. Выведение КЛА на низкую орбиту спутника Луны накладывает очень жесткие требования на точность как орбиты перелета, так и выполнения маневра торможения.

Существенное увеличение точности попадания КЛА в заданную точку окололунного пространства может быть достигнуто путем проведения промежуточных коррекций траектории движения КЛА на участке Земля — Луна. Однако при непосредственном выведении КЛА с перелетной траектории на орбиту ИСЛ с малыми знаниями перигирия ошибки маневра торможения могут оказаться довольно значительными ($\Delta V_T \approx 1$ км/с). Для иллюстрации достаточно надежного выведения спутника на окололунную орбиту с малым периметром можно привести пример советских КЛА «Луна-20», «Луна-22» и др. Аппараты сначала выводились на окололунную круговую орбиту высотой 200 км, а затем в результате коррекции понижалась высота перигирия до 20—30 км.

Посадка на Луну

Основные схемы посадки КЛА на поверхность Луны:

посадка с перелетной орбиты с переходом на промежуточную селеноцентрическую орбиту;

прямая посадка с перелетной орбиты.

Использование промежуточной орбиты позволяет осуществить посадку КЛА в любую, наперед заданную точку на поверхности Луны и дополнительно уточнить параметры промежуточной орбиты, что приводит к снижению требований к системе управления на участке посадки. До настоящего времени использовались обе схемы посадки.

Рассмотрим спуск КЛА с промежуточной орбиты ИСЛ на поверхность Луны. Среди всех возможных типов промежуточных орбит можно рассмотреть, в первую очередь, круговые орбиты и эллиптические с периселением, расположенным над районом посадки и имеющим небольшую высоту. Высота круговых орбит выбирается из двух противоречивых требований: обеспечение минимальной энергии при посадке — с одной стороны, и увеличение точности прогноза параметров промежуточной орбиты — с другой. Противоречивость этих требований заключается в том,

что обеспечение минимальной энергии требует формирования промежуточной круговой орбиты с возможно меньшим значением ее высоты над поверхностью Луны, тогда как увеличение точности прогноза параметров промежуточной орбиты при современном уровне знания гравитационного поля Луны требует формирования орбит с возможно большими значениями высот.

В случае эллиптической промежуточной орбиты с низким периселением тормозной двигатель включается в районе периселения орбиты и спуск происходит с непрерывным активным участком. Если орбита ИСЛ — круговая с высотой над поверхностью Луны больше 50 км, то посадка с непрерывным активным участком становится практически невозможной. Последнее приводит к необходимости применения двухимпульсной схемы посадки. После приложения первого импульса КЛА переходит на переходную эллиптическую орбиту, в определенной точке которой вторично включается двигатель и происходит основное торможение КЛА. В этом случае посадка возможна с переходной орбиты как пересекающей поверхность Луны, так и не пересекающей ее.

В случае посадки КЛА с переходной орбиты, пересекающей поверхность Луны, возникают осложнения, связанные с выходом из аварийных ситуаций, таких, как не включение двигательной установки и т. д. Переходные орбиты, не пересекающие поверхность Луны, позволяют значительно увеличить точность формирования и прогнозирования их параметров, что, в свою очередь, уменьшает требования к системе управления на участке посадки. Основным требованием, предъявляемым к задачам спуска на поверхность Луны, является обеспечение посадки аппарата в заданном районе Луны с наименьшими энергетическими затратами и приемлемой сложностью конструктивных решений.

Для выполнения мягкой посадки (скорость посадки меньше 3 м/с) с помощью одного активного участка системы управления оказываются слишком громоздкими и сложными в отношении их технической реализации. Возникает необходимость разделения маневра посадки на два этапа. Первым из них является участок основного торможения, который начинается на высоте нескольких десятков километров. Его назначение состоит в том, чтобы погасить основную часть кинетической энергии с помощью двигательной установки сравнительно большой тяговооруженности. Задачей управления на этом этапе является выбор оптимальных по энергетике и в то же время достаточно просто реализуемых программ тангажа и программ работы тормозной двигательной установки (ТДУ). Поскольку траектория подхода к Луне отличается от номинальной, возникает необходимость коррекции программы полета системой управления для уменьшения разброса высоты и скорости в конце участка основного торможения.

Второй участок посадки начинается на высоте нескольких километров и может состоять из участка пассивного полета, на котором КЛА выполняет разворот для обеспечения необходимой

ориентации и необходимые траекторные измерения, и из активного участка, заканчивающегося у поверхности Луны. Основной задачей управления на этом этапе является обеспечение заданной точности посадки. Отметим, что участка пассивного движения может и не быть. При этом КЛА с режима основного торможения переходит на режим «парашютирования», когда тяга ракетного двигателя становится близка к лунному весу КЛА.

Без режима парашютирования было бы трудно при помощи основного двигателя обеспечить мягкую посадку в силу относительно больших возможных погрешностей в тяге двигателя.

Траектория возвращения от Луны к Земле

Траекториями возвращения называются траектории, которые начинаются в грависфере Луны (на лунной поверхности или на орбите ИСЛ), на первом обороте вокруг Луны выходят из этой сферы и затем сближаются с Землей, совершив вокруг нее не более одного оборота.

Семейство траекторий возвращения от Луны к Земле ограничено траекториями, проходящими на заданном предельно максимальном расстоянии R_{\max} от центра Земли. Для случая возвращения на поверхность Земли величина R_{\max} равна радиусу верхней границы земной атмосферы. Для случая возвращения на орбиту спутника Земли она равна апогейному расстоянию этой орбиты.

Для оценки минимальной характеристической скорости лунного разгонного модуля оценим начальную селеноцентрическую скорость, которую следует сообщить КЛА в окрестности Луны или на ее поверхности, обеспечивающую пролет аппарата на расстоянии от Земли, не превышающем R_{\max} .

Приближенный анализ траекторий возвращения проведем в рамках задачи двух тел, представив траекторию возвращения двумя дугами конических сечений: селеноцентрической — с фокусом в центре Луны и геоцентрической — с фокусом в центре Земли. Для оценки минимальной величины начальной селеноцентрической скорости рассмотрим граничную траекторию возвращения, когда R_{\max} является периферическим расстоянием геоцентрического участка движения.

Из интегралов площадей и энергии (см. § 1.2) для геоцентрического участка траектории следует

$$R_2 V_{2*} = R_{\max} V_{\pi}; \quad (2.6)$$

$$V_{\pi} = V_{\text{пар}} \sqrt{1 + \gamma - \gamma}, \quad (2.7)$$

где V_{π} — геоцентрическая скорость КЛА в перигее; R_2 , V_{2*} — геоцентрические радиус и трансверсальная (перпендикулярная радиусу) компонента скорости в момент выхода КЛА на грависферу Луны соответственно; $\gamma = R_{\max}/R_2$; $\gamma = (V_z/V_{\text{пар}})^2$; $V_{\text{пар}}$ — параболическая скорость на расстоянии R_{\max} от центра Земли.

Оценивая значение γ как $R_{\max}/R_{\text{с}} = 1/60$ и используя равенства (2.6) и (2.7), удается доказать, что трансверсальная компонента скорости в момент выхода КЛА из грависферы Луны для задачи возвращения от Луны не может превышать $V_{*} = 0,2$ км/с.

Считая орбиту Луны круговой (скорость Луны $V_{\text{с}} \approx 1$ км/с), можно оценить минимальную величину селеноцентрической скорости КЛА в момент выхода t_2 из грависферы $V_{*} = V_{\text{с}} - V_{*} = 0,8$ км/с. Величина V_{*} более чем вдвое превосходит селеноцентрическую скорость на границе сферы действия Луны (часто принимаемой за грависферу Луны), составляющую менее 0,4 км/с, поэтому дуга траектории возвращения в грависфере Луны неизбежно является гиперболой. Соответствующая V_{*} начальная скорость у Луны V_1 является минимальной, при которой еще возможно приближение к Земле на расстояние R_{\max} . Оценку ее можно получить из интеграла энергии

$$V_1 = \sqrt{2f m_{\text{с}}/R_{\text{л}} - 2f m_{\text{с}}/\Delta_{\text{с}} + V_{*}^2} \approx 2,5 \text{ км/с.}$$

Именно эту скорость нужно сообщить КЛА в непосредственной окрестности Луны, чтобы он мог вернуться к Земле. КЛА, имеющих у поверхности Луны скорость 2,5 км/с, не обязательно вернется к Земле; необходимо, чтобы направление этой скорости обеспечивало нестолкновение с Луной, а также чтобы селеноцентрическая скорость КЛА в момент выхода из грависферы Луны t_2 была противоположна геоцентрической переносной скорости Луны. Последнее обеспечивает то, что геоцентрическая скорость в точке t_2 равна разности $V_{\text{с}} - V_{*}$ и обеспечивает малость трансверсальной компоненты геоцентрической скорости. Разумеется, учет дополнительных ограничений таких, как точка старта от Луны, угол и точка входа в атмосферу Земли, ограничение на время перелета только увеличивает энергетические затраты на реализацию траектории возврата. К этому увеличению следует отнести и гравитационные потери на участке активного полета при разгоне от Луны. Правда, если старт происходит с орбиты ИСЛ, то эти потери невелики. Отметим, что учет всех этих факторов в задаче возврата с орбиты ИСЛ приводит к значениям требуемой характеристической скорости, часто оцениваемых в 3 км/с.

Для различных траекторий возвращения угол между векторами V' и R' не превосходит нескольких градусов, поскольку их селеноцентрический участок имеет ярко выраженный гиперболический характер при низких периселениях. На рис. 2.27 представлено семейство траекторий с постоянной по величине и направлению селеноцентрической выходной скоростью V' . Видно, что для траекторий, проходящих в непосредственной окрестности Луны, направления V' и R' близки друг к другу. Отсюда следует, что если селеноцентрическая скорость КЛА минимальна и направление селеноцентрической выходной скорости противоположно скорости Луны в ее обращении вокруг Земли, то возможные траектории

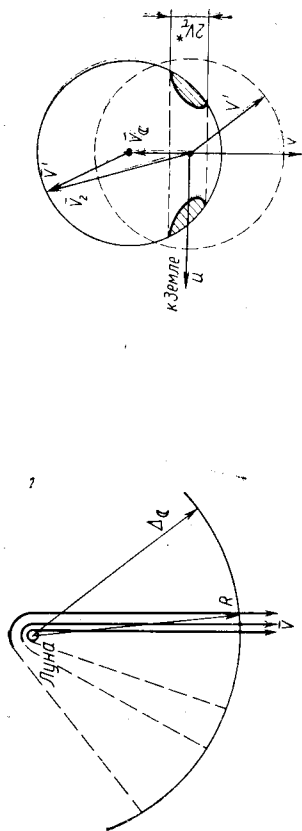


Рис. 2.27. Семейство траекторий возвращения с постоянной по величине и направлению селеноцентрической скорости выхода из грависферы Луны (пунктиром показаны участки селеноцентрических гипербол, по которым КЛА при возврате от Луны не движется)

Рис. 2.28. Возможные направления геоцентрической скорости выхода из грависферы Луны при больших селеноцентрических скоростях

возвращения пересекают сферу действия Луны в окрестности точки с селеноцентрическим радиусом-вектором R' , противоположно направленным вектору V_C .

Интересно выяснить, какими могут быть траектории возвращения, если скорость КЛА в окрестности Луны больше минимальной. Рассмотрим траектории возвращения с одинаковой энергией селеноцентрического движения, т. е. одинаковой скоростью V' в момент выхода из грависферы Луны.

Введем невращающуюся систему координат u, v, w с началом в точке выхода КЛА из грависферы Луны так, чтобы ось u в момент t_2 была направлена от Луны к Земле, ось v была направлена против скорости Луны V_C , а ось w дополняла систему до правой. Выходные селеноцентрические скорости одной величины V' и различных направлений в момент t_2 совокупностью своих концов образуют сферу радиуса V' (см. пунктирную окружность на рис. 2.28). Соответствующую совокупность выходных геоцентрических скоростей V_2 получаем прибавлением ко всем скоростям одного и того же вектора $V_C(t_2)$. Совокупность концов векторов V_2 также представляет собой сферу радиуса V' (сплошная окружность на рис. 2.28).

Область направлений V_2 , удовлетворяющих условию $V_C < V_2$, вырезается из этой сферы прямыми круговым цилиндром радиуса V_C , ось которого совпадает с осью u . При $V' > V_C = V_C + V_C \approx 1,2$ км/с, как видно из рис. 2.28, эта область является двухсвязной и состоит из двух областей овальной формы, заштрихованных на рисунке.

Проанализируем, как изменяется эта область при изменении энергии селеноцентрического движения. При уменьшении V' заштрихованные на рис. 2.28 области вытягиваются и сближаются. При $V' = V_C$ они касаются друг друга в точке $(0, V_C, 0)$ (рис. 2.29).

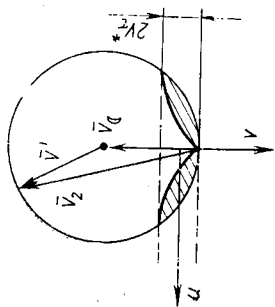


Рис. 2.29. Возможные направления геоцентрической скорости выхода из сферы действия Луны при $V' = V_C$
Рис. 2.30. Возможные направления геоцентрической скорости выхода из сферы действия Луны при малых селеноцентрических скоростях

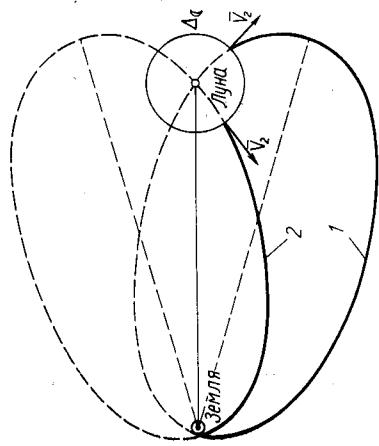
Если селеноцентрическая скорость отлета от Луны находится в пределах $V_C < V' < V_C$, то область направлений V_2 , удовлетворяющих условию $V_C < V_2$, является односвязной (рис. 2.30). Она весьма вытянута при значениях V' , близких к V_C , и стягивается в точку с приближением V' к V_C . При $V' < V_C$ траектории возвращения отсутствуют, но V_C и есть минимальная скорость возвращения.

Интересно отметить, что при достаточно больших селеноцентрических скоростях из анализа областей возможного движения следует, что трансверсальная геоцентрическая компонента скорости КЛА в момент выхода его из грависферы Луны может быть как положительной (направленной в сторону вращения Луны), так и отрицательной. Для возможных траекторий возвращения при скоростях, близких к минимальным, трансверсальная компонента скорости отрицательной быть не может.

Анализируя допустимые направления скорости на грависфере Луны для реализации траектории возврата, необходимо учитывать возможность получения параболических и гиперболических геоцентрических участков движения вне этой грависферы и поэтому возможность ухода КЛА в бесконечность без попадания в окрестность Земли. Такая опасность имеется в случае отрицательной для введенной системы радиальной компоненты геоцентрической скорости выхода из грависферы Луны $V_{2u} < 0$. Траектории движения, на которых $V_{2u} < 0$, называются *восходящими* (по отношению к Земле); траектории, на которых $V_{2u} > 0$ — *нисходящими* (рис. 2.31).

Если скорость V_2 не превосходит геоцентрическую местную параболическую скорость $V_{\text{пар}}$, то при $V_{2u} < 0$ КЛА через некоторое время после выхода из грависферы Луны поворачивает к Земле. В противном случае он удаляется в бесконечность и траектория не является траекторией возвращения. При $V_{2u} > 0$ КЛА возвращается к Земле независимо от величины V_2 . Местная параболическая скорость, зависящая от расстояния КЛА до центра Земли, изменяется с изменением положения КЛА на грависфере Луны.

Рис. 2.31. Восходящая (1) и нисходящая (2) ветви траектории к Земле



Диапазон ее изменения на грависфере Луны, как несложно подсчитать, $1,56 \div 1,32$ км/с.

Так как для односвязной области (см. рис. 2.30) скорость $V' < V^* = 1,2$ км/с $< 1,32$ км/с, то все точки этой области действительно соответствуют траекториям возвращения. Однако восходящим траекториям возвращения соответствуют большие времена полета и больший разброс географических координат точки приземления, чем нисходящим.

При скоростях, соответствующих приведенным на рис. 2.28, появляется вероятность того, что восходящие траектории (правая заштрихованная область) не будут траекториями возвращения.

ГЛАВА 3

МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ПОЛЕТЫ

§ 3.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРОЕКТНЫХ РАСЧЕТОВ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА МЕЖПЛАНЕТНЫХ АППАРАТОВ

Качественная оценка относительного движения КЛА в поле тяготения Солнца и планетных систем

На КЛА в полете действуют различные силы, одни можно оценить количественно (силы притяжения небесных тел и реактивные силы), другие — очень приближенно или вообще невозможно (силы сопротивления внешней среды). При изучении межпланетных полетов КЛА силой сопротивления внешней среды обычно пренебрегают, космический аппарат рассматривают как материальную точку нулевой массы, а Солнце и планеты — как материальные тела, имеющие достаточно протяженные геометрические размеры и определенные формы со специфичным распределением масс. Однако в теории притяжения показывают, что небесное тело любой формы и структуры притягивает достаточно удаленный от него КЛА так, как будто вся масса тела сконцентрирована в одной точке — центре планеты.

Движение планет вокруг Солнца предполагается кеплеровским, вводится далее предположение об изолированности Солнечной системы. Принятые допущения вполне удовлетворяют требуемым при проектно-баллистических расчетах точностям.

Управляемое относительное движение КЛА характеризуется действием реактивной силы. Оно определяющим образом влияет на выбор проектно-баллистических характеристик. Если при исследовании относительного движения КЛА центральное тело выбрано правильно, то силы притяжения всех небесных тел можно разбить на основную и возмущающие (силы притяжения небесных тел за исключением центрального), а движение КЛА в поле тяготения центрального тела описывать уравнениями (1.8) и (1.9) относительного невозмущенного движения. Дифференциальные уравнения относительного движения КЛА в конечном виде не интегрируются. Для получения их решения и таким образом характеристик движения КЛА используются различные приемы численного интегрирования, аналитические и качественные методы небесной механики. Аналитические методы в ряде случаев дают возможность найти общее или частное решение в основном в виде бесконечно сходящихся рядов, позволяющих находить числовые

значения нужных характеристик движения с любой степенью точности. Качественные методы позволяют установить некоторые общие свойства характеристик движения КЛА без знания общего решения дифференциального уравнения движения. Отличительной особенностью методов численного интегрирования является их универсальность. В то время как при аналитических методах имеются определенные ограничения, вызываемые малостью возмущений, пределами в значениях параметров орбит КЛА и т. д., при численном интегрировании дифференциальных уравнений движения вообще не возникает вопроса о характере орбит КЛА и о величине возмущений. Однако систематическое накопление ошибок в процессе интегрирования в некоторых случаях может ограничивать возможность численных методов по сравнению с аналитическими методами, которые свободны от этого недостатка. При решении конкретных задач межпланетного полета КЛА для получения большей информации о характеристиках движения следует сочетать все методы: аналитические, качественные и численные. Получая решения дифференциальных уравнений относительного движения КЛА, не следует забывать, что эти решения являются приближенными. Это обусловлено, с одной стороны, недостаточным уровнем знаний о действующих силах, пренебрежением (или невозможностью учета) некоторых из них, а с другой стороны — особенностями методов решения уравнений движения.

Путь к улучшению и упрощению численного интегрирования дифференциальных уравнений относительного движения КЛА — в определении области преобладающего воздействия на КЛА силы притяжения небесного тела. Этим телом могут быть Солнце и любое другое небесное тело, например, любая планета.

Гравитационные сферы планет

В небесной механике уже возникала подобная задача в связи с изучением движения комет при их сближении с Юпитером. Заслуга их решения принадлежит выдающемуся французскому ученому XVIII века Пьеру Симону Лапласу, который ввел впервые в небесную механику понятие *сферы действия* планеты. Введение этого понятия способствовало достижению более точных результатов численного интегрирования, поскольку позволяет избежать чрезмерно больших значений слагаемых в правой части дифференциальных уравнений движения комет.

В космонавтике совершенствование методов численного интегрирования дифференциальных уравнений движения отвечает требованию повышения точности расчетов траекторий полета на завершающем этапе проектирования КЛА. Совершенствование же методов баллистического проектирования КЛА связано с поиском наиболее простых способов достижения нужного решения при требованиях к точности, отвечающих начальному этапу проектирования.

Решения дифференциальных уравнений баллистического движения КЛА возможно получить в законченном виде, т. е. найти все шесть первых интегралов, если пренебречь возмущениями и рассматривать движение КЛА под действием только силы притяжения центрального тела. Возникает вопрос: насколько точно такое решение и при каких условиях следует переходить при изучении межпланетной траектории от планеты как центрального тела к Солнцу как центральному телу и наоборот. Ответ на этот вопрос представляет интерес, поскольку весьма заманчиво и удобно в инженерной практике проектирования использование законченного решения задачи двух тел: КЛА — небесное тело. Очевидно, оно будет приемлемо и по точности при малом влиянии возмущений на точное решение. Таким образом, возникает задача: как, оставаясь в рамках решений задачи двух тел, свести к минимуму отклонения от точного решения. Речь идет о представлении гравитационного поля Солнечной системы в виде гравитационного поля Солнца, ограниченного гелиогравиоповерхностью, и отдельных гравитационных полей планет, каждое из которых ограничено планетогравиоповерхностью. Правильно описать границы гравитационных поверхностей — значит найти минимум отклонений от точного решения при принятой модели гравитационного поля Солнечной системы. Здесь принципиально важным является нахождение критерия, оценивающего такое отклонение.

Итак, *область пространства, в которой при вычислении возмущений целесообразно принимать планету за центральный тел, а Солнце — за возмущающее, называется гравитационной сферой планеты (грависферой).*

Количественная оценка этой области зависит от отношения возмущающего ускорения к ускорению от силы притяжения центрального тела при сведении общей задачи к задаче трех тел: КЛА (материальная точка с нулевой массой — притягиваемое тело) — Солнце — планета.

Сферой действия или грависферой Лапласа¹ называется область пространства, в которой

$$\delta S/F < \delta F/S.$$

Здесь δS — возмущающее ускорение, создаваемое силой притяжения Солнца; F — ускорение от силы притяжения планеты, когда она принимается за центральный тел; δF — возмущающее ускорение, создаваемое силой притяжения планеты; S — ускорение от силы притяжения Солнца, когда оно принимается в качестве центрального тела.

Поверхность сферы действия определяется равенством

$$\delta S/F = \delta F/S$$

¹ Такое название сферы действия позволяет терминологически более ясно разделить ее от других определений грависфер планет.

и весьма близка к геометрической сфере с центром в центре планеты и радиусом

$$\Delta_l = R(m_{\text{пл}}/m_{\odot})^{2/5},$$

где R — средний радиус орбиты планеты. Значения радиусов грависферы Лапласа Δ_l даны в табл. 3.1.

До недавнего времени в практике баллистического проектирования КЛА широко использовалась в качестве грависферы планеты от точного решения находясь в пределах допустимого для баллистического проектирования. Однако, как уже отмечалось выше, введение понятия сферы действия планеты совсем не предназначено для оценки решения задач двух тел. Поэтому некритическое использование грависферы Лапласа в практике баллистического проектирования КЛА может в дальнейшем привести к нежелательным методическим ошибкам, особенно в связи с ростом требований к точности предварительных разработок.

В работе [2] предлагается в качестве грависферы рассматривать *грависферу минимальных отклонений*. Ее поверхность близка к геометрической сфере с центром в центре планеты и радиусом, равным

$$\Delta_0 = R(m_{\text{пл}}/m_{\odot})^{1/3}.$$

Значения Δ_0 представлены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Значения радиусов грависфер планет

Планета	Радиус грависферы, млн. км		Планета	Радиус грависферы, млн. км	
	Δ_l	Δ_0		Δ_l	Δ_0
Меркурий	0,113	0,320	Сатурн	54,6	94,1
Венера	0,616	1,46	Уран	51,9	101,2
Земля	0,925	2,16	Нептун	87,0	167,9
Марс	0,578	1,56	Плутон	37,6	83,0
Юпитер	48,2	76,6			

Кусочно-коническая аппроксимация межпланетной траектории. Внешняя и внутренние задачи. Аппроксимация активных участков

При расчете точной траектории межпланетного космического аппарата, как было показано выше, необходимо учитывать силы притяжения Солнца и всех планетных систем. Однако на этапе предварительных проектных разработок КЛА, связан-

ном с предварительным выбором его основных проектных параметров и режимов движения (наивыгоднейших с точки зрения, например, получения минимальных энергозатрат), учет всех сил притяжения приведет к излишней сложности расчетов. Поэтому на этом уровне «проектирования» межпланетных траекторий широко применяется метод так называемой *кусочно-конической аппроксимации*, при котором истинная межпланетная траектория полета КЛА заменяется участками конического сечения. Метод кусочно-конической аппроксимации позволяет определить кусочную межпланетную траекторию, представляющую для проектных разработок хорошее приближение к точной траектории. Кроме того, эту кусочную кривую удобно рассматривать в качестве первого приближения для соответствующего итерационного процесса, применяемого при определении окончательной межпланетной траектории с учетом различного рода возмущений.

Представление в действительности непрерывной межпланетной траектории в виде кусков конического сечения основывается на допущении о действии силы притяжения только центрального тела при движении КЛА в грависфере планеты или вне ее (в гелиосфере). В связи с этим задача расчета межпланетной траектории разбивается на внешнюю и внутреннюю задачи.

Внешняя задача связана с определением гелиоцентрического участка перелета. В гелиосфере рассматривается преимущественно баллистический полет КЛА, происходящий, по предположению, под действием силы притяжения только центрального тела — Солнца. Здесь в качестве переходных орбит рассматриваются в основном эллиптические энергетической эффективности перелета в ряде случаев целесообразно введение дополнительных активных участков в гелиосфере.

Для повышения энергетической эффективности перелета в ряде случаев целесообразно введение дополнительных активных участков в гелиосфере.

Во *внутренних задачах* анализируется движение космического аппарата или от промежуточной орбиты до грависферы планеты (задача отрыва), или от грависферы планеты до завершающего маневра (задача захвата).

При решении внутренних задач движение КЛА изучается в планетноцентрических координатах.

Задачи отрыва характеризуются тем, что активный участок разгона КЛА в грависфере планеты заканчивается *гиперболической орбитой отрыва*, а задача захвата — тем, что активному участку торможения КЛА в грависфере планеты предшествует *гиперболическая орбита прибытия*.

В зависимости от требуемой точности и количества выбираемых параметров задачу определения проектно-баллистических характеристик КЛА и величины полезной нагрузки, доставляемой к планете назначения, можно решать различными методами, в основе которых лежит кусочно-коническая аппроксимация баллистической траектории полета. Принципиально эти методы можно разделить на два типа: *методы импульсной аппроксимации* и *методы, учи-*

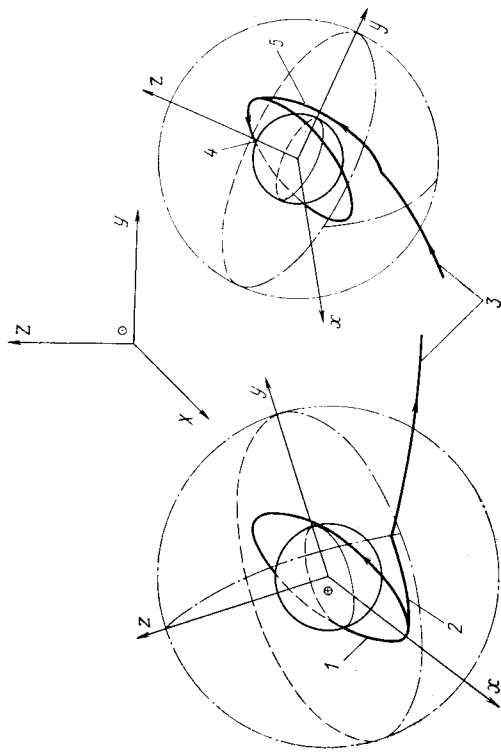


Рис. 3.1. Кусочно-коническая аппроксимация межпланетной траектории полета КЛА при импульсном изменении скорости:

1—промежуточная орбита; 2—гиперболическая орбита отрыва; 3—гелиоцентрический участок межорбитального перелета; 4—конечная орбита; 5—гиперболическая орбита прибытия

тывающие протяженность и непрерывность активных участков разгона и торможения КЛА, которые условно назовем *методами конечных тяг*.

В методе импульсной аппроксимации активный участок представляется в виде мгновенного изменения скорости при неизменном положении КЛА. Таким образом, предполагается, что в точке схода на круговой промежуточной орбите КЛА мгновенно переходит на гиперболическую орбиту отрыва, а в одной из точек (в точке входа) гиперболической орбиты прибытия КЛА мгновенно переходит на планируемую околопланетную конечную орбиту¹. Благодаря такой импульсной околопланетной активным участкам вся межпланетная траектория представляется из трех кусков конического сечения (рис. 3.1): гиперболической орбиты отрыва (грависфера Земли), гелиоцентрического участка межорбитального перелета (орбита Земли — орбита планеты назначения) и гиперболической орбиты прибытия (грависфера планеты назначения). Гелиоцентрический участок межорбитального перелета в свою очередь может состоять из нескольких кеплеровых орбит, если для разгона или торможения КЛА используются гравитационные поля других планет или промежуточные активные маневры.

Принципиальным моментом в методе кусочно-конической аппроксимации является сопряжение конических сечений межпланет-

¹ Такая аппроксимация допустима при непрерывном активном участке разгона или торможения.

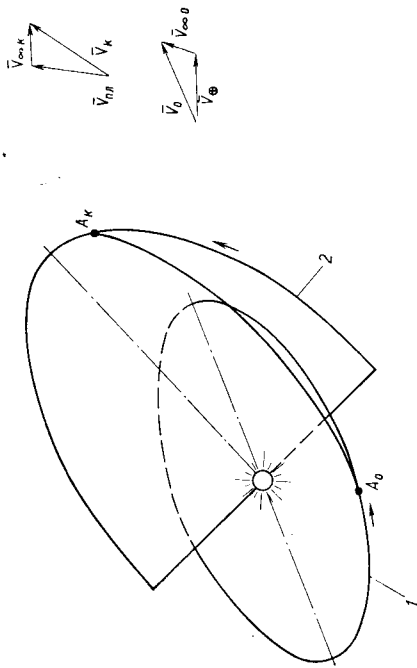


Рис. 3.2. Гелиоцентрический участок межпланетной траектории полета КЛА в соответствии с методом кусочно-конической аппроксимации:

1—орбита Земли; 2—орбита планеты назначения

ной траектории. Традиционный путь удовлетворения условий сопряжения заключается в предположении, что момент выхода КЛА из грависферы Земли и момент входа КЛА в грависферу планеты назначения совпадают соответственно с точками пересечения гелиоцентрической орбиты перелета с орбитами Земли и планеты назначения (рис. 3.2). С физической точки зрения это означает, что планеты рассматриваются в качестве негравитирующих центров, а с геометрической — является следствием пренебрежения размерами грависфер планет. Поэтому стыковка кусков конического сечения считается выполненной, если асимптота гиперболической орбиты отрыва будет параллельна вектору гиперболического избытка скорости отрыва $V_{\infty 0}$, определяемого из равенства

$$V_{\infty 0} = V_0 - V_{\oplus 0}, \quad (3.1)$$

а асимптота гиперболической орбиты прибытия параллельна вектору гиперболического избытка скорости прибытия $V_{\infty k}$, определяемого из равенства

$$V_{\infty k} = V_{пл.к} - V_k. \quad (3.2)$$

Здесь V_0 , V_k — векторы начальной и конечной скорости полета КЛА на гелиоцентрическом участке.

Метод импульсной аппроксимации, таким образом, основывается на рассмотренных допущениях, которые, хотя и приводят к определенной идеализации истинной картины межпланетного перелета, но позволяют в первом приближении достаточно простым способом определить энергетические затраты, требующиеся для его реализации.

Использование этого метода позволяет построить следующую структурную схему решения задачи по определению проектно-баллистических характеристик КЛА. Вначале решается внешняя за-

дача — задача по определению гелиоцентрического участка межорбитального перелета, одним из результатов которой является нахождение $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$. Далее обращаются к внутренним задачам, т. е. к алгоритмам поиска гиперболических орбит отрыва и прилётания, соответствующие асимптоты которых должны быть параллельны $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$, а константы интегралов энергии равны $V_{\infty 0}^2$ и $V_{\infty k}^2$ соответственно.

Важной частью указанных алгоритмов могут являться блоки расчета минимальных значений характеристических скоростей участков разгона (старта) $\Delta V_{ст}$ и торможения $\Delta V_{т}$. Дело в том, что при допущении о наличии промежуточных пассивных участков при разгоне и торможении КЛА на основе импульсной аппроксимации траектории могут быть представлены в виде нескольких кусков конического сечения. В этом случае минимизация суммарных характеристических скоростей участков разгона и торможения приобретает важное значение. Использование большого числа импульсов позволяет не просто подбирать траекторию, удовлетворяющую граничным условиям, но и оптимизировать значение суммарной характеристической скорости.

Метод импульсной аппроксимации, привлекающий относительной простотой и наглядностью алгоритма вычисления межпланетной траектории полета, приводит к заниженной оценке энергетических характеристик КЛА, в полной мере выявить проектно-баллистические характеристики КЛА.

Методу конечных тяг не свойственны многие недостатки предыдущего метода. В нем достаточно полно учитываются гравитационные потери и изменение вектора тяги по времени; он принципиально дает возможность определить оптимальные значения начальных тяговооруженностей ступеней КЛА. Метод конечных тяг базируется на приближенных решениях системы дифференциальных уравнений управляемого движения КЛА (см. § 1.2). Поэтому определение кинематических параметров конца активных участков разгона или торможения хотя несколько неточно и приводит к определенным ошибкам, но вполне удовлетворяет требованиям предельных разработок КЛА, поскольку эти ошибки существенно меньше ошибок при применении метода импульсной аппроксимации.

Предложенный ранее традиционный подход к оценке стыковки гелиоцентрического участка с планетоцентрическими участками не всегда оправдан. Для некоторых схем полета, особенно когда речь идет о полетах к планетам, имеющих большие размеры грависфер, гелиоцентрический участок следует определять для удовлетворения требуемой точности расчетов с учетом грависфер планеты. В этом случае сопряжение достигается только в результате совместного расчета гелиоцентрического и планетоцентрических участков. Метод конечных тяг позволяет наиболее полно провести такое сопряжение.

Сущность пертурбационного эффекта при облете планеты и его использование в межпланетных полетах

Цель применения пертурбационного эффекта промехуточной планеты состоит в возможности расширения диапазона на разнообразных научных и технических задач, решаемых с помощью космических летательных аппаратов.

Строго говоря, пертурбационный эффект можно правильно определить лишь при рассмотрении движения КЛА в поле тяготения всех планет и Солнца. В приближенной постановке при кусочно-конической аппроксимации межпланетных траекторий этот эффект проявляется в том, что гелиоцентрический участок траектории КЛА после облета промежуточной планеты становится другим, чем до облета. Такое изменение вызывается изменением вектора гелиоцентрической скорости аппарата в результате облета и наглядно показано на рис. 3.3, где дана кинематическая трактовка изменения гелиоцентрической скорости КЛА в результате поворота вектора гиперболического избытка скорости при облете планеты. В точках 1 на рисунке показаны треугольники скоростей на входе в грависферу планеты облета, а в точках 2 — на выходе из нее. Из треугольников скоростей можно определить векторы гипербо-

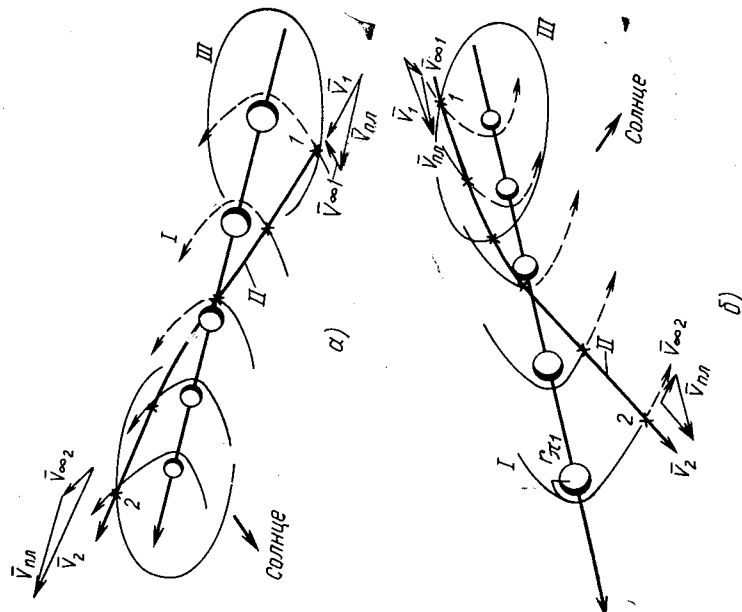


Рис. 3.3. Пертурбационный эффект при облете планеты, используемый: а — для ускорения КЛА; б — для торможения КЛА; I — планетоцентрическая траектория КЛА; II — гелиоцентрическая траектория КЛА; III — грависфера планеты

лических избытков скорости КЛА на входе и на выходе из грависферы. Если вектор гиперболического избытка скорости разложить на две составляющие: параллельную вектору скорости планеты и перпендикулярную ему, то можно определить, увеличилась ли гелиоцентрическая скорость КЛА в результате облета, или уменьшилась. Если направления параллельной составляющей и скорости планеты совпадают, то гелиоцентрическая скорость аппарата увеличивается, если нет — она уменьшается. В первом случае (см. рис. 3.3, а) кинетическая энергия КЛА в гелиоцентрической системе увеличивается, во втором (см. рис. 3.3, б) — уменьшается. Причем, закон сохранения энергии здесь не нарушается, так как энергия планеты при облете ее КЛА также соответственно изменяется, но изменяется, вследствие того, что масса планеты бесконечно больше массы аппарата, бесконечно мало. В этом проявляется один из признаков допущения о космическом аппарате как о теле нулевой массы.

Если при облете планеты с целью, например, улучшения ряда баллистических характеристик траектории КЛА (уменьшения скорости входа в атмосферу планеты назначения, сокращения общего времени полета, увеличения диапазона приемлемых дат старта с Земли и т. п.) в выбранной точке гиперболической планетоцентрической траектории космическому аппарату дается определенный дополнительный энергетический импульс, принято говорить, что применяется *пертурбационный эффект с импульсной коррекцией* или *активный пертурбационный эффект*. Причем, как это будет видно из дальнейшего изложения, активный пертурбационный эффект не является корректирующим в общепринятом смысле.

Облетные траектории с использованием активного пертурбационного эффекта будем далее называть траекториями *активного облета*.

В случае, если двигательная установка КЛА при облете не включается, принято говорить, что аппарат облетает планету по баллистической траектории — используется *пассивный пертурбационный эффект*.

Интересно оценить возможность каждой планеты Солнечной системы в создании пертурбационного эффекта. В качестве критериев оценки воспользуемся понятиями о максимальном изменении гелиоцентрической скорости ΔV_{\max} и о максимальном изменении энергии ΔE_{\max} гелиоцентрических участков в результате облета.

Изменение гелиоцентрической скорости выражается скалярной величиной разности векторов гелиоцентрических скоростей КЛА до (V_1) и после (V_2) облета:

$$\Delta V = |V_2 - V_1| = V(V_{\infty 2} - V_{\infty 1})(V_{\infty 2} - V_{\infty 1}),$$

где $V_{\infty 1}$, $V_{\infty 2}$ — векторы гиперболических избытков скоростей соответственно до и после облета промежуточной планеты, или после преобразования

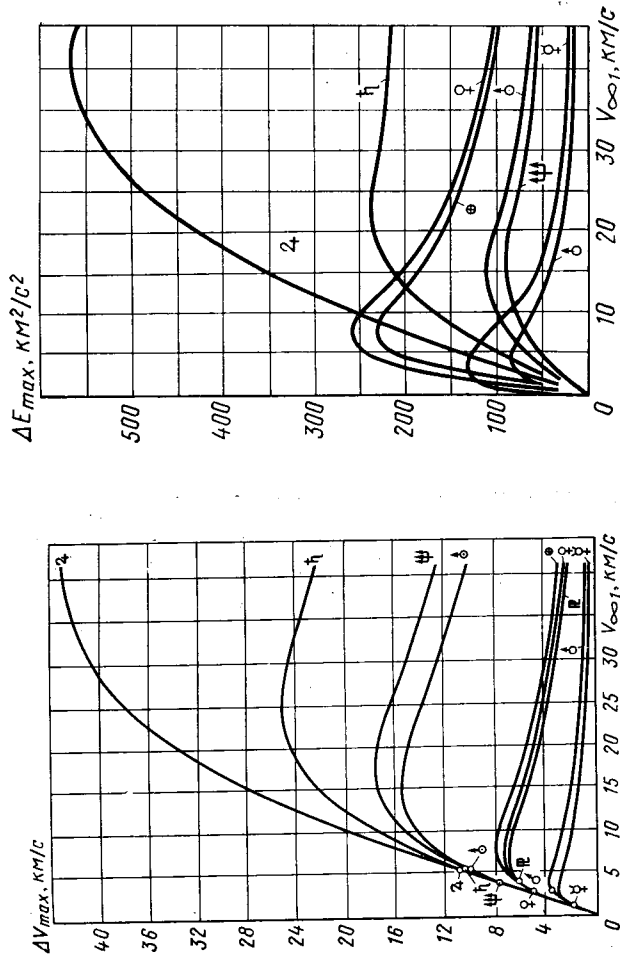


Рис. 3.4. Максимальное изменение гелиоцентрической скорости КЛА в результате прохождения им гравитационных полей планет

Рис. 3.5. Максимальное изменение энергии на гелиоцентрическом участке полета КЛА в результате прохождения им гравитационных полей планет

$$\Delta V = \frac{2V_{\infty 1} f m_{\text{пл}} / r_{\pi 1}}{R_{\text{пл}} V_{\infty 1}^2 + f m_{\text{пл}} / r_{\pi 1}},$$

где $r_{\pi 1} = R_{\text{пл}} / R_{\text{пл}}$;

$R_{\pi 1}$ — радиус перицентра гиперболической орбиты облета. Максимально возможное значение ΔV при заданной $V_{\infty 1}$ достигается при $r_{\pi 1} = 1$, т. е. когда радиус перицентра гиперболы облета совпадает с радиусом планеты. Реализация такого случая при наличии атмосферы у планеты невозможна, но он представляет определенный интерес, так как характеризует предельные возможности гравитационного поля планеты. Таким образом, максимальное изменение гелиоцентрической скорости КЛА

$$\Delta V_{\max} = \frac{2V_{\infty 1}}{1 + \frac{R_{\text{пл}}}{f m_{\text{пл}}} V_{\infty 1}^2}.$$

На рис. 3.4 даны значения максимального изменения гелиоцентрической скорости КЛА в результате пертурбационного эффекта облета различных планет Солнечной системы в зависимости от значения гиперболического избытка скорости подлета $V_{\infty 1}$. Из

условия $\partial \Delta V_{\max} / \partial V_{\infty 1} = 0$ легко установить, что при $V_{\infty 1} = (m_{\text{пл}} / R_{\text{пл}})^{1/2} \Delta V_{\max}$ достигает своего наибольшего значения ΔV_{\max} . Наименьшего значения гиперболические избытки скорости $V_{\infty 1}$ (на кривых рис. 3.4 они обозначены точками) достигаются при полете к планете по эллипсу минимальной энергии — эллипсу Хомана (см., например, [4]). Им соответствуют определенные наименьшие значения $\Delta V_{\max} - \Delta V_{\max \min}$.

Максимальное изменение энергии гелиоцентрических участков траекторий в результате баллистического облета выражается равенством

$$\Delta E_{\max} = V_{\text{пл}} \Delta V_{\max},$$

где $V_{\text{пл}}$ — гелиоцентрическая скорость движения планеты.

Зависимости ΔE_{\max} от $V_{\infty 1}$ приведены для каждой планеты на рис. 3.5. Наибольшие значения ΔE_{\max} возможны, очевидно, только при $\Delta V_{\max} = \Delta V_{\max \max}$, т. е.

$$\Delta E_{\max \max} = V_{\text{пл}} \Delta V_{\max \max}.$$

Анализируя эффективность использования пертурбационного эффекта той или иной планеты, следует, главным образом, принимать во внимание характеристики гравитационного поля данной планеты (т. е. величины $\Delta V_{\max \max}$ и $\Delta E_{\max \max}$) и «удобство» ее расположения в Солнечной системе для возможности ее использования в качестве «трамплина» для исследования других планет и всего окосолнечного пространства.

Из изложенного ясно, что наибольшей отдачи от пертурбационного эффекта одной промежуточной планеты можно достичь только при облете Юпитера или Венеры: Юпитер, хоть он и достаточно удален от Земли, имеет наиболее сильное из всех планет Солнечной системы гравитационное поле (значения $\Delta V_{\max \max}$ и $\Delta E_{\max \max}$ достигают для Юпитера величин соответственно 42,6 км/с и 560 км²/с²), Венера является наиболее массивной планетой из всех ближайших к Земле планет и использование ее гравитационного поля даст возможность осуществлять межпланетные перелеты к Меркурию и Марсу.

Кроме рассмотренных факторов (масса планеты, радиус-перигея гиперболической орбиты облета и величина $V_{\infty 1}$) на пертурбационный эффект облета влияют и такие факторы, как место входа КЛА в грависферу планеты, направление вектора гиперболического избытка скорости в планетоцентрической системе и другие. Указанные параметры можно наиболее полно выявить при расчете межпланетной траектории полета только при условии учета размеров грависферы планеты и ее движения во время облета. Однако на начальных этапах этого расчета следует рассматривать гелиоцентрические участки полета Земли — промежуточные планет и промежуточная планета — планета назначения без учета размеров грависфер этих планет и без учета времени полета КЛА в грависфере промежуточной планеты. Это означает пренебрежение

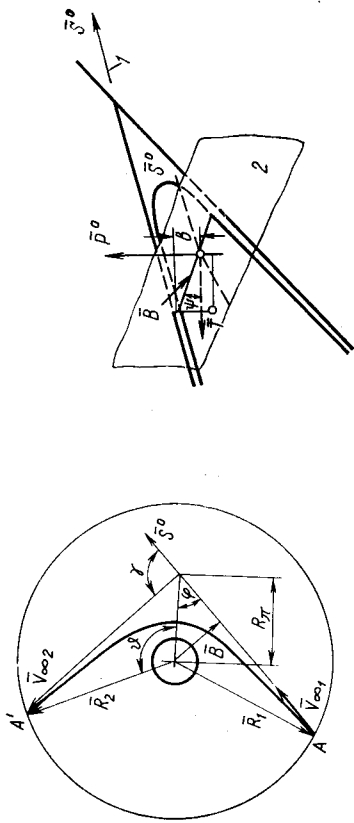


Рис. 3.6. Гиперболическая траектория облета в грависфере промежуточной планеты

Рис. 3.7. Система координат на участке облета промежуточной планеты:

1 — входящая асимптота планетоцентрической гиперболической траектории; 2 — плоскость, перпендикулярная вектору S^0

изменением вектора скорости промежуточной планеты за время полета КЛА в ее грависфере. При оценке активного пертурбационного эффекта обычно также предполагается, что скорость КЛА при облете изменяется импульсно в момент включения двигателя при установившейся скорости входа и выхода из грависферы совпадают по направлению с асимптотами гиперболической траектории, т. е. с $V_{\infty 1}$ и $V_{\infty 2}$.

В первом приближении такие допущения справедливы, так как они не вызывают ошибок, больших ранее принятых. Все это позволяет допустить, что можно выбрать радиус ближайшего подхода КЛА к планете R_{*1} без заметного изменения направления и величины вектора планетоцентрической скорости входа КЛА в грависферу. Такое предположение говорит о том, что если направление и величина скорости входа КЛА в грависферу фиксированы, то выбор точки пересечения КЛА поверхности сферы все еще остается свободным.

Пертурбационный эффект при баллистическом облете планеты. Принятые допущения позволяют путем введения вектора промаха B (рис. 3.6) с составляющими B и ψ (рис. 3.7) провести оценку пертурбационного эффекта при баллистическом полете КЛА в грависфере промежуточной планеты. При этом, как уже было отмечено, баллистический пролет промежуточной планеты приводит только к повороту вектора скорости выхода $V_{\infty 2}$ относительно вектора скорости входа $V_{\infty 1}$ на угол ψ , а $|V_{\infty 1}| = |V_{\infty 2}|$, так как полет рассматривается только под действием силы притяжения планеты.

Значения B и ψ позволяют влиять на изменение вектора гиперболической скорости выхода $V_{\infty 2}$, однако его выбор ограничен условиями

$$R_{*1} = a_{r1} (1 - e_{r1}) \geq R_{\min} \geq R_{*1}, \quad (3.3)$$

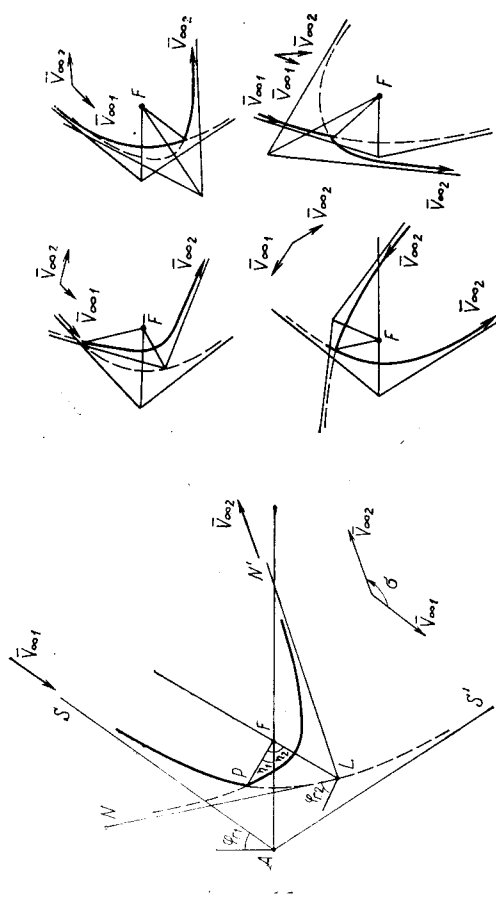


Рис. 3.8. Маневр перехода между гиперболическими орбитами (пунктиром показаны участки гипербола, по которым аппарат при облете планеты не движется)
Рис. 3.9. Возможные переходы между асимптотами гипербола

причем равенство допустимо только для планет без атмосферы. Здесь R_{\min} характеризует радиус возможного наибольшего сближения с планетой.

Активный пертурбационный эффект планеты. Использование активного пертурбационного эффекта сводится к задаче преобразования вектора гиперболического избытка скорости $V_{\infty 1}$ в вектор гиперболического избытка скорости $V_{\infty 2}$, когда не равны по величине их модули. Доказано, что при принятых допущениях трехмерную задачу перехода всегда можно свести к плоской.

Существует несколько схем оптимальных импульсных переходов между двумя гиперболами с заданными асимптотами при ограничении минимального значения радиуса перигея. Одной из интересных является одноимпульсная схема. Геометрия одноимпульсного перехода между асимптотами гиперболических орбит представлена на рис. 3.8. В точке P выполняется компланарный переход с гипербола SAS' к гиперболе NLN' с суммарным углом поворота σ . Возможные четыре случая переходов по одноимпульсной схеме изображены на рис. 3.9. Задача оптимизации импульса тяги ΔV связана с определением только двух независимых переменных φ_1 и φ_2 (см. рис. 3.8). В зависимости

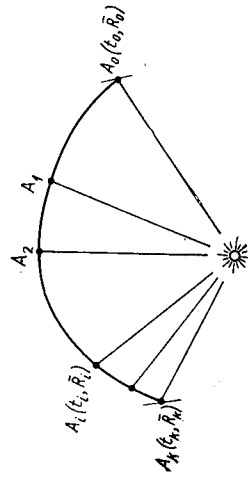


Рис. 3.10. Схема межпланетного перехода с промежуточными импульсами

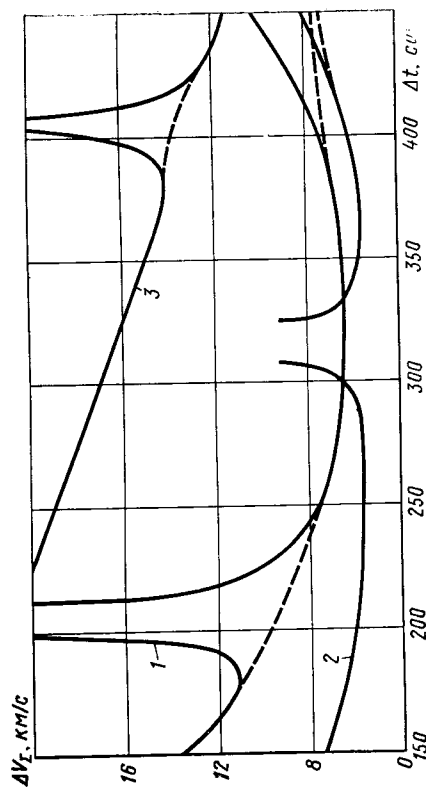


Рис. 3.11. Влияние промежуточного импульса на значения суммарной характеристической скорости ΔV_c при прямом межпланетном перелете с круговой промежуточной околоземной орбиты ($H_0=300$ км) на конечную орбиту ИС Марса ($H_{\text{кз}}=1000$ км; $H_{\text{ка}}=20\,000$ км).
— траектории без промежуточного импульса; --- траектории с применением импульса; 1— $t_0=7.711.75$; 2— $t_0=15.7.75$; 3— $t_0=23.1.76$

сти от схемы перехода наименьшее расстояние от центра планеты выражается либо расстоянием от фокуса гиперболы облета до точки подачи импульса маневра — радиусом R_m , либо радиусом перигея одной из гиперболических орбит $R_{\pi 1}=a_{\pi 1}(\sec \varphi_1 - 1)$ или $R_{\pi 2}=a_{\pi 2}(\sec \varphi_2 - 1)$, причем допустимое решение возможно только в том случае, если расстояние от точки наибольшего сближения с промежуточной планетой больше ее радиуса или верхней границы атмосферы.

В связи с этим алгоритм поиска минимального значения импульса тяги ΔV представим следующим выражением:

$$\left(\frac{\Delta V}{V_{\infty 1}} \right)_{\min} = \min_{\varphi_1, \varphi_2} \left[\frac{\Delta V}{V_{\infty 1}} : \forall R_{\pi 1} \vee \wedge R_{\pi 2} \vee R_m \geq R_{\min} \right]. \quad (3.4)$$

В качестве исходных значений φ_1 и φ_2 для численной оптимизации величины ΔV целесообразно использовать данные, соответствующие перигею центрального перехода, поскольку они всегда находятся вблизи оптимума.

Межпланетные траектории с промежуточными импульсами

Межпланетные траектории перелета между двумя планетами, рассчитанные по методу кусочно-конической аппроксимации, являются плоскими траекториями, обычно с небольшими значениями углов наклона плоскости орбиты к плоскости эклиптики. Однако в особых случаях, когда угол перелета Φ прибли-

жается к π (или $k\pi$, где $k=1, 2, \dots$), происходит резкое увеличение наклона орбиты перелета до величин, близких к $\pi/2$. Это приводит к существенному росту потребной энергии перелета и уменьшению относительной полезной нагрузки КЛА. Перелеты в этих случаях не могут быть реализованы. Исключение составляет лишь случай, когда крайние точки межпланетной траектории располагаются на линии узлов орбит планет. Энергозатраты для таких пространственных траекторий перелета могут быть снижены при переходе к траекториям, состоящим из двух или более плоских участков (рис. 3.10). Моменты и положения точек приложения дополнительных импульсов должны выбираться из условия минимума суммарных энергетических затрат на участке перелета между планетами A_0 и A_k .

Рассмотрим прямой перелет КЛА с выходом на конечную орбиту около планеты назначения. Пусть из решения задачи перелета известны значения характеристических скоростей старта $\Delta V_{ст}$ с заданной промежуточной орбиты около планеты отправления и торможения $\Delta V_{т}$ для выхода на заданную конечную орбиту. В случае приложения m дополнительных импульсов, т. е. для разбиения всей траектории на $m+1$ участков, суммарная характеристическая скорость

$$\Delta V_{\Sigma} = \Delta V_{ст} + \Delta V_{т} + \sum_{n=1}^m |\mathbf{V}_{n+1}^0 - \mathbf{V}_n^k|,$$

где \mathbf{V}_{n+1}^0 — вектор гелиоцентрической скорости КЛА в начале $(n+1)$ -го участка перелета; \mathbf{V}_n^k — вектор гелиоцентрической скорости КЛА в конце n -го участка перелета.

Задача оптимизации количества промежуточных импульсов и параметров точек их приложения решается следующим образом. Вначале определяется траектория перелета без промежуточного импульса, затем — с одним импульсом, с двумя и т. д. Для каждого случая определяется суммарная характеристическая скорость ΔV_{Σ} . При выбранных параметрах точек подачи импульсов определение траектории на каждом участке сводится к определению орбиты по двум положениям. Эта задача может быть решена методом Ламберта или другими методами. Оптимизация параметров точек подачи промежуточных импульсов проводится, например, градиентными методами. Оптимальное количество импульсов определяется из условия минимума ΔV_{Σ} . При последовательной оптимизации количества импульсов можно принять, например, следующую стратегию выбора начальных приближений для их параметров:

для оптимизации траекторий с одним промежуточным импульсом (соответствующий радиус-вектор \mathbf{R}_1^0 выбирается равным радиусу-вектору плоской траектории перелета в момент t_1^0)

$$t_1^0 = \frac{t_0 + t_k}{2};$$

для траектории с двумя импульсами

$$t_1^0 = t_0 + \frac{t_k - t_0}{3};$$

$$t_2^0 = t_k - \frac{t_k - t_0}{3}$$

и т. д.

Если ограничить угол перелета $\Phi < 2\pi$ (траектории первого или второго полулитков в случае перелета без подачи импульса), то угол перелета на каждом из участков будет, очевидно, меньше π . В этом случае область поиска экстремума ΔV_{Σ} будет унимодальной, что обеспечивает сходимость соответствующих численных методов поиска. Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 3.11.

Оценка цикличности межпланетных полетов к планетам

Изменение во времени баллистических параметров различных схем межпланетных траекторий КЛА, а в связи с этим — и изменение его основных проектно-баллистических параметров носит циклический характер. Это связано с тем, что положение планет в пространстве периодически повторяется.

Интервал времени, через который повторяется относительная конфигурация взаимного расположения двух планет называется их *синодическим периодом* T_c .

Синодический период планеты 1 относительно планеты 2 (или наоборот)

$$T_c = \left| \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \right|,$$

где T_1 и T_2 — *сидерические* (звездные) *периоды обращения* планет — интервалы времени, через которые повторяются положения этих планет относительно неподвижных звезд.

Периодом великих противостояний $T_{в.п}$ двух планет назовем период повторения абсолютной конфигурации их взаимного расположения. Приближенно этот период определяется как общее наименьшее кратное сидерических периодов двух планет и их синодического периода.

Интервал времени, через который относительная конфигурация взаимного расположения системы из n планет повторяется, называется их *суммарным синодическим периодом* T_{Σ}^n .

Период времени, через который система из n планет занимает «исходное» положение в пространстве, назовем *суммарным периодом великих противостояний* $T_{в.п}^n$ этих планет.

Из изложенного ясно, что оптимальные проектно-баллистические характеристики межпланетных аппаратов циклически изменяются в зависимости, например, от гелиоцентрических дат старта

с Земли: внутри периода великих противостояний они зависят от конкретного синодического периода — конкретного цикла полетов.

§ 3.2. КЛАССИФИКАЦИЯ СХЕМ ПОЛЕТА МЕЖПЛАНЕТНЫХ АППАРАТОВ

Выбор проектно-баллистических характеристик межпланетного аппарата связан с несколькими критерияльными оценками: энергетическими затратами, общим временем полета, диапазоном окна старта, чувствительностью номинальной траектории к возможным отклонениям и т. д. Оптимальные проектно-баллистические характеристики отвечают экстремальному значению одного из критериев при ограничениях на другие. Однако используемые аналитические зависимости, характер поиска оптимальных проектно-баллистических характеристик и результаты решения существенно зависят от схемы полета межпланетного аппарата. Выбор схемы полета, выражающей (без излишних подробностей) профиль межпланетной траектории, позволяет найти принципиальные пути решения конкретной задачи межпланетного полета. Классификация схем полета может являться составным элементом алгоритма оптимизации проектно-баллистических характеристик межпланетного аппарата, если в ее основу будут положены алгоритмическая близость схем полета и баллистические требования к конечному или промежуточному маневру, базирующиеся на конкретной цели полета. Использование в алгоритмах в качестве логического признака индекса определенной группы схем полета, близких по своей реализации, дает возможность при необходимости расчетов правильно выбрать конкретный алгоритм, наиболее соответствующий принятой схеме полета, и тем самым позволяет рационально сформировать математическое обеспечение ЭЦВМ по оптимизации решений задач баллистического проектирования межпланетных аппаратов.

Все возможные схемы полета к планетам можно разделить на два типа: тип I — схема полета к планете назначения без возвращения КЛА к Земле; тип II — схемы полета к планете назначения с возвращением КЛА к Земле. В свою очередь каждый тип делится на два класса: класс схем прямых полетов к планете назначения и класс схем полетов с учетом маневра при облете промежуточной планеты. Для большей определенности конкретной схеме полета классы разбиваются на группы.

Изучение и освоение Солнечной системы связано не только с полетами к планетам. Важную роль будут играть и такие полеты, как полеты к Солнцу, за пределы эллиптики, полеты к отдельным астероидам и кометам. Поэтому для полноты картины по исследованию схем полетов, предназначенных для изучения Солнечной системы, введен третий тип — схемы полета по особым маршрутам.

Схемы полета к планете назначения без возвращения к Земле (тип I)

Для сбора информации о планетах Солнечной системы важное место занимают и будут занимать полеты к планетам назначения без возвращения к Земле. В настоящее время такие схемы полета могут быть присущи только автоматическим межпланетным аппаратам. Главная задача — доставить полезный груз в район планеты назначения для получения нужной информации.

К л а с с I — схемы прямого полета к планете назначения (без возврата к Земле)

Схема прямого полета к планете назначения предназначена для непосредственного перелета КЛА от Земли к планете назначения без использования пертурбационных эффектов (т. е. без запланированного изменения траектории движения на пути к планете назначения под действием гравитационных полей промежуточных планет). Формальная систематизация множества гелиоцентрических участков межпланетных траекторий прямого полета КЛА к планете назначения позволяет их представить тринадцатью типами орбит: девятью типами эллиптических орбит, одной параболической орбитой и тремя типами гиперболических орбит. Классификация же схем прямых полетов к планете назначения с учетом ранее указанных требований, не нарушая формальную систематизацию гелиоцентрических участков, сводит возможные схемы полета к пяти группам.

Группа I — схемы полета по пролетно-попадающим траекториям (рис. 3.12). На рис. 3.12—3.20 условно показаны: пунктиром — припланетные участки баллистического движения КЛА, утолщенными линиями — участки его активного движения. Полет начинается с пролетом вблизи планеты по гиперболической планетоцентрической траектории, либо прямым попаданием аппарата (аппаратов) в заданный район (районы) планеты, причем уменьше-

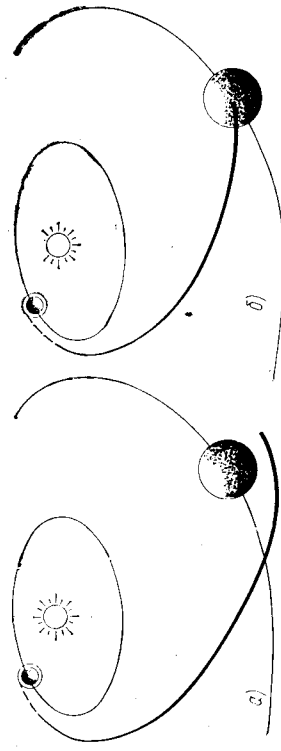


Рис. 3.12. Схемы прямого полета по пролетно-попадающим траекториям (признак I.1.1): а—пролетная траектория; б—попадающая траектория

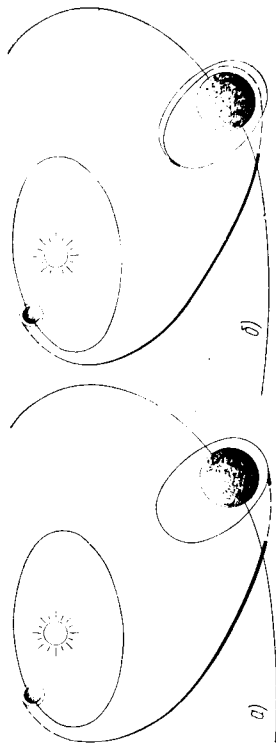


Рис. 3.13. Схемы прямого полета с выходом на конечную орбиту около планеты назначения (признак I.1.2):
а—активное торможение; б—пассивное торможение

ние скорости может быть достигнуто за счет торможения в атмосфере планеты. Для обеспечения попадания аппаратов в заданные районы необходима система автоматической навигации и коррекции траекторий на припланетном участке¹.

Группа 2 — схемы полета с выходом на конечную орбиту около планеты назначения (рис. 3.13). Как и в предыдущем случае, полет начинается с промежуточной орбиты около Земли, заканчивается — выходом на конечную орбиту около планеты назначения. Выход на заданную конечную орбиту около планеты возможно обеспечить различными способами. Имеется два принципиально разных способа торможения: активное — уменьшение скорости производится за счет реактивной силы (см. рис. 3.13, а) и пассивное — скорость уменьшается за счет торможения аппарата в атмосфере планеты (см. рис. 3.13, б). Возможна комбинация этих способов торможения. Выбор того или иного способа торможения зависит от постановки задачи и задания конечной орбиты.

Группа 3 — схемы полета с выходом к планете и высадкой десанта (рис. 3.14). Особенность данной схемы полета заключается в том, что после старта с промежуточной орбиты около Земли и выхода к планете предусматривается посадка десантного аппарата (десантных аппаратов) на поверхность планеты. Мягкая посадка десантных аппаратов может быть обеспечена путем торможения только за счет реактивной силы или путем комбинации указанного способа с торможением в атмосфере планеты (баллистический спуск, спуск с качеством). В рассматриваемой схеме полета предусматривается как возможность посадки на планету всего аппарата, так и последовательная посадка отдельных его модулей (десантных аппаратов). Высадка десанта может быть обеспечена либо «прямой» посадкой КЛА, при которой гиперболическая орби-

¹ В дальнейшем межпланетные траектории будут обозначаться по признаку: тип — класс — группа. Например, прямые пролетно-попадающие траектории будут иметь признак I.1.1.

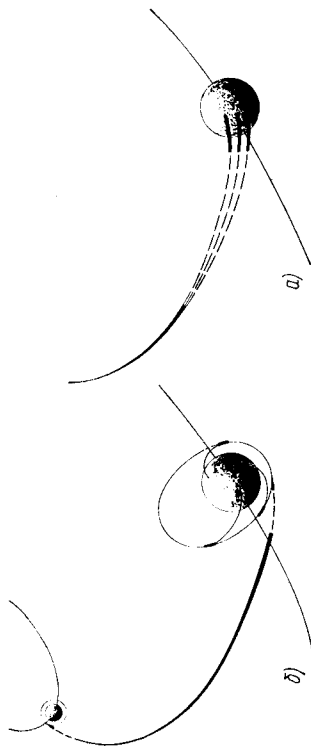


Рис. 3.14. Схемы прямого полета с выходом к планете и высадкой десанта (признак I.1.3):
а — «прямая» мягкая посадка; б — посадка со спуском с околопланетной орбиты

та прибытия непосредственно стыкуется с траекторией спуска, либо спуском с околопланетной орбиты, на которую предваритель-но выходит КЛА.

Группа 4 — комбинированные схемы полета (рис. 3.15). К комбинированным относятся такие схемы полетов, когда на участке подлета к планете межпланетный аппарат делится на модули, из которых задача одних — пролетать мимо планеты (пролетно-десантная схема, рис. 3.15, а), или выйти на околопланетную орбиту (орбитально-десантная схема, рис. 3.15, б), а задача других — спуститься на поверхность планеты. Возможна также схема, когда один модуль выходит на околопланетную орбиту, другой — пролетает мимо планеты.

Группа 5 — схемы полета к спутникам планет. Ближайшие научные цели полетов к спутникам планет будут связаны с определением размеров, формы, структуры, состава, температуры и других условий на спутнике; с организацией опорной базы за наблюдением планеты и околопланетного пространства; с получением дополнительной информации, касающейся эволюции Солнечной си-

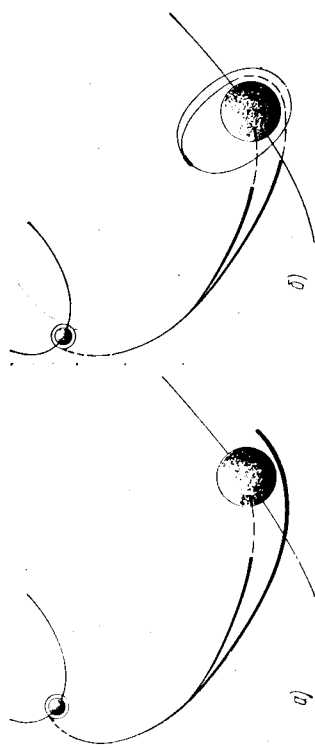


Рис. 3.15. Комбинированные схемы прямого полета (признак I.1.4):
а—пролетно-десантная схема; б—орбитально-десантная схема с предварительным торможением в атмосфере перед выходом на орбиту

стемы, и др. Особенностью данной схемы является планирование выхода к спутнику и маневров, предназначенных либо для посадки КЛА, либо для перехода на орбиту около спутника, либо для перелета основного модуля с посадкой десанта и т. д. Вообще говоря, в последствии данную группу можно будет разбить на несколько групп класса.

К л а с с 2 — схемы полета к планете назначения с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты

Использование гравитационных полей других планет при полете к планете назначения — задача весьма перспективная. В ряде случаев это позволяет добиться большего эффекта от межпланетного полета. Дело в том, что в результате пролета КЛА вблизи промежуточной планеты благодаря воздействию ее гравитационного поля гелиоцентрический участок межпланетной траектории изменяется. Планирование соответствующего изменения и его правильное использование может привести к положительным результатам: уменьшению суммарных энергетических затрат, увеличению окон старта и т. д. Весьма заманчиво и то, что одним межпланетным аппаратом можно провести исследования нескольких планет. Правда, здесь повышаются требования к навигации КЛА, но современные технические возможности позволяют их удовлетворить.

На классификацию такого рода схем полета оказывают влияние как маневры около промежуточной планеты, так и маневры на конечном этапе полета около планеты назначения. В связи с этим множество схем полетов данного второго класса можно свести к нескольким группам.

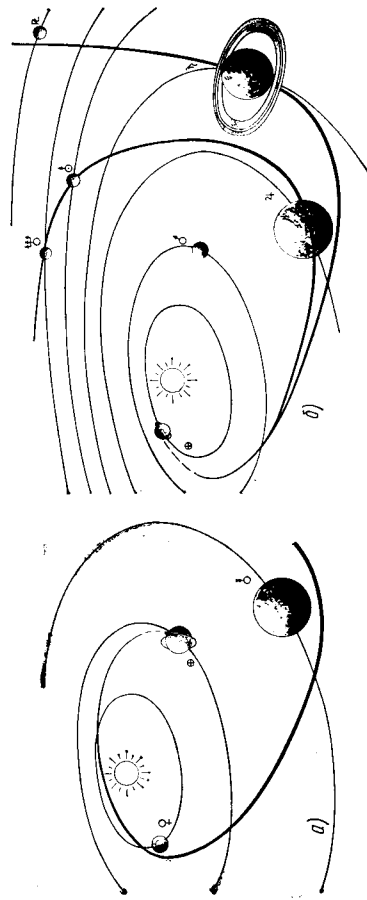


Рис. 3.16. Схемы полета по облетно-пролетным траекториям с использованием пертурбационного эффекта (признак 1.2.1): а — схема полета Земля—Венера—Марс; б — схема полета Земля—Юпитер—Уран—Нептун

Рис. 3.17. Пролетно-десантная комбинированная схема полета с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты (признак 1.2.4)

Группа 1 — схемы полета по облетно-пролетным траекториям с использованием пертурбационного эффекта (рис. 3.16). После старта межпланетный аппарат проходит вблизи промежуточной планеты по гиперболической (относительно планеты) траектории и в результате соответствующего изменения гелиоцентрического участка достигает планеты назначения. Изменение гелиоцентрического участка межпланетной траектории происходит в основном от пертурбационного эффекта. Однако в ряде случаев для повышения эффекта маневра вблизи промежуточной планеты используют активный маневр. В конце полета планируются либо пролет КЛА около планеты назначения, либо «прямое» попадание в заданный район планеты.

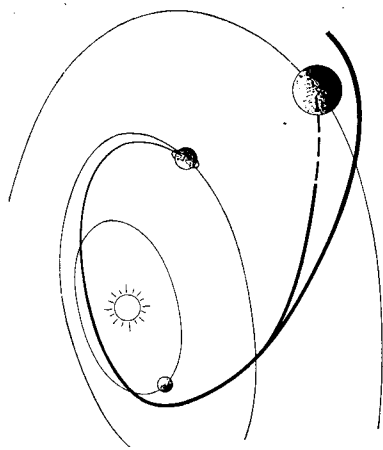
В ряде случаев могут рассматриваться схемы полетов, при которых до достижения планеты назначения КЛА пролетает несколько планет, гравитационные поля которых каждый раз соответствующим образом изменяют гелиоцентрический участок межпланетной траектории (см. рис. 3.16, б).

Группа 2 — схемы полета с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты и выходом на конечную орбиту около планеты назначения. Отличие данной группы схем полетов от предыдущей заключается в конечном маневре, предназначенном для выхода межпланетного аппарата на околопланетную орбиту.

Группа 3 — схемы полетов с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты, выходом к планете и посадкой десанта. Отличие данной группы схем полетов от аналогичной группы предыдущего класса заключается в планировании полета промежуточной планеты и использовании ее гравитационного поля.

Группа 4 — комбинированные схемы полетов с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты. В данную группу схем полетов входят такие, при которых пролет промежуточной планеты может быть совмещен с посадкой десанта на ее поверхность, а на конечном этапе полета вблизи планеты назначения межпланетный аппарат разделяется на модули, задача одних из которых — пролететь около планеты или выйти на околопланетную орбиту, задача других — совершить мягкую посадку на поверхность планеты (рис. 3.17).

Группа 5 — схемы полета к спутнику планеты с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты. В этой



группе, так же как и в аналогичной группе первого класса, конечный этап полета связан с выходом к спутнику планеты назначения и соответствующими маневрами.

Схемы полета к планете назначения с возвращением к Земле (тип II)

Возвращение к Земле — главное требование к межпланетным пилотируемым аппаратам. Такое же требование может быть выдвинуто и при планировании полетов автоматических межпланетных аппаратов. Дальнейшее накопление знаний о Солнечной системе вряд ли мыслимо без реализации таких схем полета. Характерным для многих из них является вход аппарата в атмосферу Земли со скоростью, превышающей вторую космическую. Допускается возможность использования тормозного импульса в перигелии гелиоцентрического участка траектории возврата. Он позволяет в ряде случаев заметно снизить скорость входа КЛА в атмосферу Земли.

Класс 1 — схемы прямых полетов к планете назначения с возвращением к Земле

Данный класс включает схемы прямых перелетов Земля — планета назначения и планета назначения — Земля. Здесь не предусматривается использование пертурбационных эффектов от других планет ни на этапе полетов к планете назначения, ни на этапе возвращения к Земле. Множество схем прямых полетов рассматриваемого класса может быть разбито на группы.

Группа 1 — схемы полета по пролетно-возвратным траекториям (рис. 3.18). К этой группе относятся схемы полетов, включающих полет межпланетного аппарата вблизи планеты назначения и его возвращение к Земле. Возвращение обеспечивается различными способами: подбором соответствующего гелиоцентрического участка и даты старта; использованием пертурбационного эффекта от планеты назначения; введением дополнительных импульсов для изменения гелиоцентрического участка межпланетной траектории возврата.

К этой группе следует отнести и схемы полетов по так называемым периодическим пролетным орбитам. Этот термин используется для обозначения межпланетной траектории баллистического полета, которая проходит около планеты назначения и Земли многократно, в течение неопределенного периода времени. Порядок облетаемых планет, их взаимное расположение, типы дуг траекторий, гиперболические избытки скорости при пролете около планет и минимальные расстояния прохождения их периодически повторяются (или почти повторяются) во время каждого пролета. Опорная периодическая орбита не требует последовательного применения тяги, но практически ошибки вывода на орбиту и возмущения не-

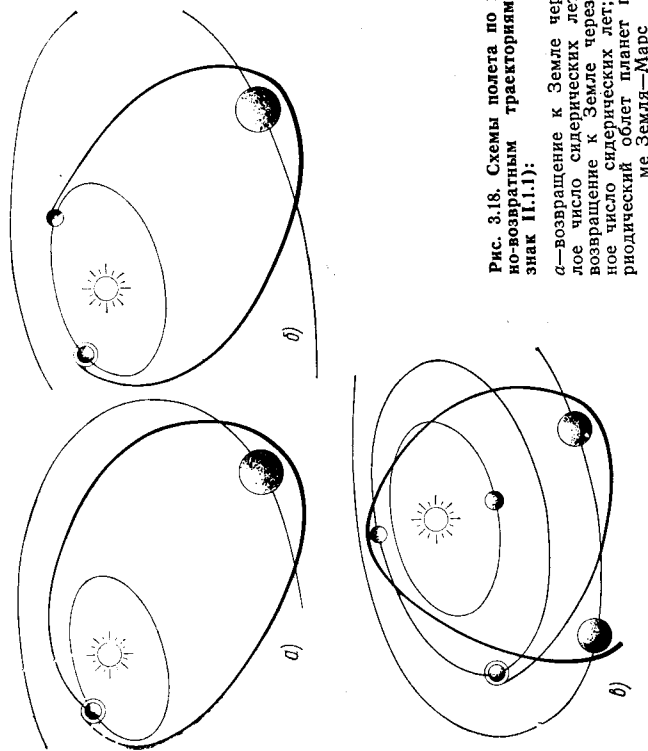


Рис. 3.18. Схемы полета по пролетно-возвратным траекториям (признак II.1.1):
а—возвращение к Земле через целое число сидерических лет; б—возвращение к Земле через дробное число сидерических лет; в—перелет к планете назначения и возвращение к Земле по схеме планет—Марс

избежны. В ряде работ показано, что требования к управлению на номинальных периодических орбитах вполне приемлемы.

Группа 2 — схемы полета с выходом на орбиту ожидания около планеты назначения и возвращением к Земле. Данная группа схем полетов отличается от предыдущей выходом на орбиту ожидания около планеты назначения, определенным временем пребывания на ней и входом с орбиты для возвращения к Земле (рис. 3.19). Все это требует значительных дополнительных энергетических затрат.

Группа 3 — схемы полета с высадкой десанта на поверхность планеты назначения и возвращением к Земле. К этой группе относятся схемы полетов, у которых предусматривается высадка десанта на поверхность планеты назначения. Высадка десанта может быть обеспечена лишь «прямой» посадкой КЛА, при которой гиперболическая орбита прибли-

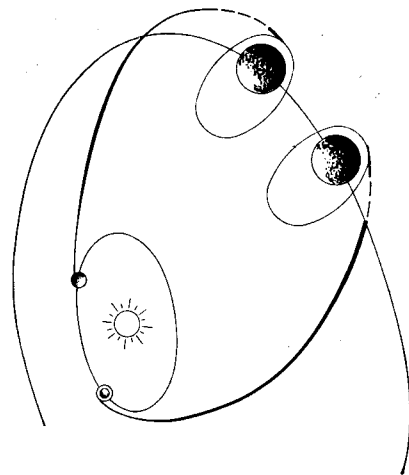


Рис. 3.19. Схема полета с выходом на орбиту ожидания около планеты назначения и возвращением к Земле (признак II.1.2)

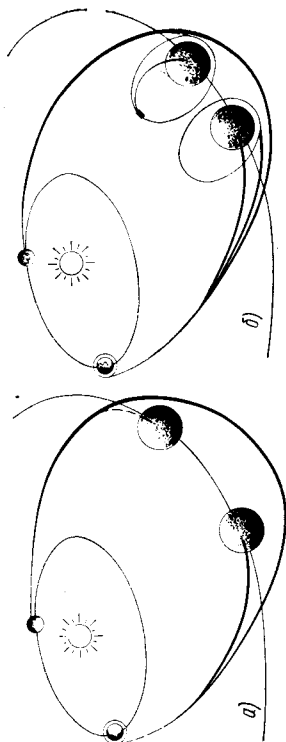


Рис. 3.20. Комбинированные схемы полета с возвращением к Земле (признак II.1.4): а—стыковка стартующего с поверхности планеты модуля с пролетным аппаратом; б—стыковка пролетного аппарата с комплексом, образовавшимся в результате стыковки стартующего с планеты модуля с орбитальным аппаратом

тия непосредственно стыкуется с траекторией спуска, либо спуском с околопланетной орбиты, на которую предварительно выходит КЛА. Для возвращения к Земле планируется старт с планеты, активный участок выведения на околопланетную орбиту и далее сход с нее. Реализация таких схем межпланетных полетов предъявляет особые требования к двигательным установкам, системам управления и к космической технике вообще.

Группа 4 — комбинированные схемы полета с возвращением к Земле. В таких схемах полета задача пролета межпланетного аппарата около планеты назначения или выхода на околопланетную орбиту совмещается с посадкой десанта посадочного модуля (модулей) КЛА на ее поверхность, которая может происходить по схеме предыдущей группы. Возвращение КЛА к Земле обеспечивается различными способами. Например, оно может происходить в результате стыковки стартующего с поверхности планеты модуля с пролетным аппаратом (рис. 3.20, а). Другое решение задачи возвращения достигается путем стыковки стартующего с планеты модуля с орбитальным аппаратом, после которой образовавшийся комплекс сходит с околопланетной орбиты и выходит на траекторию возврата (см. рис. 3.20, б).

Группа 5 — схемы полета к спутнику планеты с возвращением к Земле. Особенностью данной схемы полета является выход к спутнику планеты, выполнение соответствующих маневров и возвращение к Земле.

Класс 2 — схемы полета к планете назначения с возвращением к Земле и использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты

При таких схемах полета влияние пертурбационного эффекта от промежуточной планеты может проявиться как на этапе полета к планете назначения, так и на этапе возвращения. Использование пертурбационного эффекта позволит снизить сум-

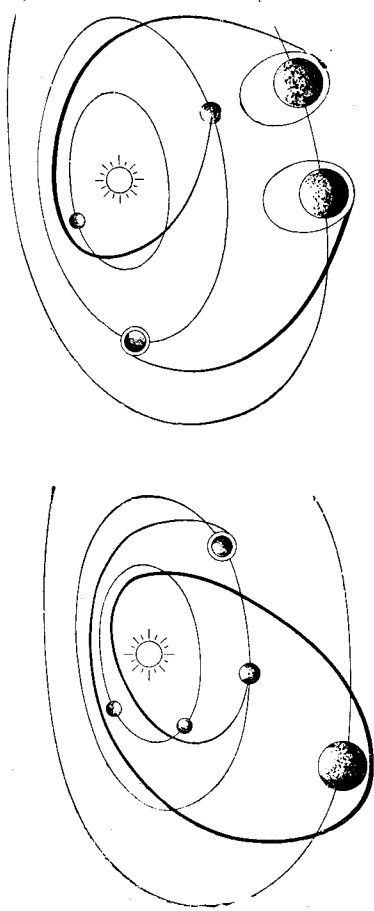


Рис. 3.21. Схема полета с периодическим облетом планет (признак II.2.1) Земля—Венера—Марс—Венера—Земля

Рис. 3.22. Схема полета с выходом на орбиту ожидания около планеты назначения и возвращением к Земле с учетом пертурбационного эффекта промежуточной планеты (признак II.2.2).

марные энергетические затраты, расширить окна старта с Земли и планеты назначения и уменьшить скорость входа в атмосферу Земли.

Группа 1 — схемы полета по пролетно-возвратным траекториям с учетом пертурбационного эффекта промежуточной планеты. Отличие данной группы схем полета от такой же группы предыдущего класса состоит в том, что благодаря использованию гравитационного поля планеты, мимо которой планируется пролет КЛА, изменяется либо гелиоцентрический участок полета к планете назначения, либо гелиоцентрический участок траектории возврата, либо тот и другой.

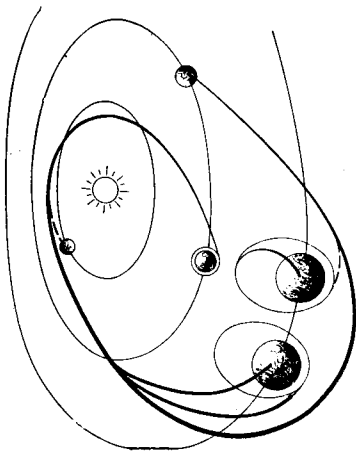
К этой же группе схем полетов следует отнести и полеты с периодическим облетом нескольких планет. Периодичность достигается под влиянием пертурбационных эффектов при облете планет (рис. 3.21).

Группа 2 — схемы полета с учетом пертурбационного эффекта промежуточной планеты, выходом на орбиту ожидания около планеты назначения и возвращением к Земле. Отличие этой группы от предыдущей в маневрах выхода на промежуточную орбиту и схода с нее (рис. 3.22).

Группа 3 — схемы полета с учетом пертурбационного эффекта промежуточной планеты, посадкой десанта на поверхность планеты назначения и возвращением к Земле. Данная группа отличается от третьей группы предыдущего класса только планируемыми изменениями гелиоцентрического участка полета после контакта КЛА с промежуточной планетой либо на этапе полета к планете назначения, либо на этапе возвращения, либо на том и другом этапе.

Группа 4 — комбинированные схемы полета с возвращением к Земле и использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты.

Рис. 3.23. Орбитально-десантная комбинированная схема полета (признак П.2.4) Земля—Венера—(возможна высадка десанта)—Марс—Земля со стыковой пролетной аппаратурой с комплексом (модуль, стартовый аппарат) с поверхности Марса, и орбитальный аппарат)



Комбинированные схемы полета включают схемы, когда пролет планеты назначения или выход на околопланетную орбиту совмещается с высадкой десанта посадочного модуля (модулей).

Возвращение КЛА к Земле обеспечивается различными способами, указанными в группе 4 предыдущего класса. Кроме того, может предусматриваться и высадка десанта при пролете КЛА промежуточной планеты на участке полета к планете назначения (рис. 3.23).

Группа 5 — схемы полета к спутнику планеты с возвращением к Земле и использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты. Данная группа отличается от аналогичной группы предыдущего класса влиянием на гелиоцентрический участок пертурбационного эффекта промежуточной планеты на участках полета к планете или (и) возврата.

Схемы полета по особым маршрутам (тип III)

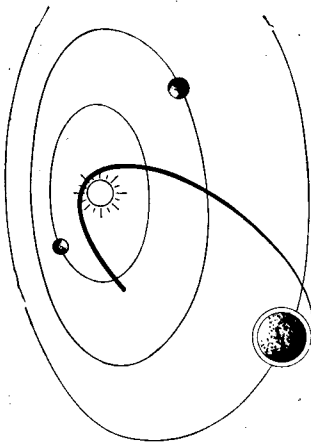
Методика расчета проектно-баллистических характеристик КЛА, совершающих полеты к Солнцу, полеты вне пределов эклиптики и полеты к отдельным астероидам и кометам, имеет свои особенности. Поэтому выделение схем полетов по таким особым маршрутам в отдельный, третий, тип вполне оправдан, так как математическое обеспечение ЭЦВМ по расчету проектно-баллистических характеристик КЛА, предназначенных для исследования дальнего космоса, становится более завершенным. Опять таки в силу специфики методик расчета тип III схем полета представим составим из двух классов: прямые полеты по особым маршрутам и полеты по особым маршрутам с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты.

Класс 1 — прямые полеты по особым маршрутам

Данные схемы полета целесообразно разделить на пять групп.

Группа 1 — схемы прямого полета к Солнцу и вне плоскости эклиптики. Полет начинается с промежуточной орбиты (или при непрерывном введении, непосредственно с Земли). В результате того, что гелиоцентрическая скорость КЛА на выходе из грависферы Земли становится значительно меньше скорости движения

Рис. 3.24. Схема прямого полета к Солнцу (признак III.1.1)



Земли, достигается район влияния Солнца. Маневр завершается прохождением КЛА на заданном минимальном расстоянии от него (рис. 3.24). Реализация таких схем полета потребует значительных энергетических затрат, но при малых значениях времени полета.

Схемы прямого полета Земля — районы над эклиптикой, которые также можно отнести к данной группе, предполагают непосредственный переход с орбиты Земли на гелиоцентрические орбиты с большим углом наклона к плоскости эклиптики. Ввиду больших энергетических затрат, вряд ли можно предполагать реализацию этих схем полета к удаленным районам над плоскостью эклиптики.

Группа 2 — схемы полета к астероиду, группе астероидов или кометам по траекториям облета. Задачи полетов к астероидам могут быть самыми различными. Основная особенность данных схем полета заключается в облете одного или группы астероидов. Изучение комет позволит дополнить информацию о характеристиках солнечной системы. Поэтому полеты к отдельным кометам по схемам, при которых КЛА проходит вблизи кометы, когда она находится вблизи Солнца и уже имеет хвост, будут иметь большое научное значение.

Группа 3 — схемы полета с выходом к астероиду и высадкой десанта. Главная цель — выйти к астероиду или группе астероидов и высадить десант. Понятно, что вследствие отсутствия атмосферы у всех астероидов мягкая посадка КЛА или его модулей на астероид возможна только путем активного торможения.

Группа 4 — комбинированные схемы полета к астероидам. К комбинированным схемам полета относятся такие, при которых на участке полета к астероиду или группе астероидов КЛА делится на модули, причем задача одних — пролететь мимо астероида или группы астероидов, других — спуститься на поверхность астероида.

Группа 5 — схемы полета к астероиду (группе астероидов) или к комете с возвращением к Земле. Особенность данной схемы заключается в том, что в нее включается выход КЛА к астероиду (группе астероидов) или к комете, мягкая посадка на поверхность, в определенный момент старт с астероида (кометы) и выход к Земле. К данным схемам следует отнести и такие, при которых обеспечивается десантирование модуля (модулей) на астероид (астероиды) или комету, а далее после старта с астероида (асте-

роидов) или кометы — стыковка их с основным модулем КЛА, пролетающего вблизи указанного астероида (астероидов) или кометы и возвращающегося к Земле.

Класс 2 — полеты по особым маршрутам с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты

Данный класс, как и предыдущий, целесообразно разделить на пять групп.

Группа 1 — схемы полета к Солнцу и вне плоскости эклиптики с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты. Особенности данной схемы полета заключается в использовании пертурбационного эффекта промежуточной планеты для достижения районов вблизи Солнца или вне пределов эклиптики.

В основном снижение энергетических затрат при полете к Солнцу можно получить за счет пертурбационного эффекта при облете Венеры или Юпитера. Правда, время полета к Солнцу при схеме с облетом Юпитера значительно возрастает по сравнению со схемами полета предыдущей группы.

Схемы полета за пределы эклиптики возможны с использованием пертурбационного эффекта Юпитера. В этих схемах предполагается сначала полет к Юпитеру. Использование пертурбационного эффекта Юпитера при его облете позволяет отклонить гелиоцентрическую орбиту КЛА для достижения больших эклиптических широт. Такие схемы дают возможность заметно снизить энергетические затраты.

Зондирование районов над и под плоскостью эклиптики позволяет исследовать «сверху» («снизу») Солнце, характеристики межзвездной среды и возможной асимметрии условий в космосе (распределение метеорных тел, солнечных явлений и т. д.). Схемы полета за пределы эклиптики следует для удобства алгоритмического представления разбить на две группы.

Группа 2 — схемы полета к астероиду (группе астероидов) или к кометам по траекториям облета с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты.

Эта группа схем полетов отличается от аналогичной группы предыдущего класса планируемым пролетом вблизи промежуточной планеты и использованием ее пертурбационного эффекта.

Группа 3 — схемы полета с выходом к астероиду (группе астероидов) и высадкой десанта.

Отличие данной группы от аналогичной группы предыдущего класса состоит в использовании пертурбационного эффекта при планировании облета промежуточной планеты.

Группа 4 — комбинированные схемы полета к астероидам. Эта группа также отличается от аналогичной группы предыдущего класса использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты.

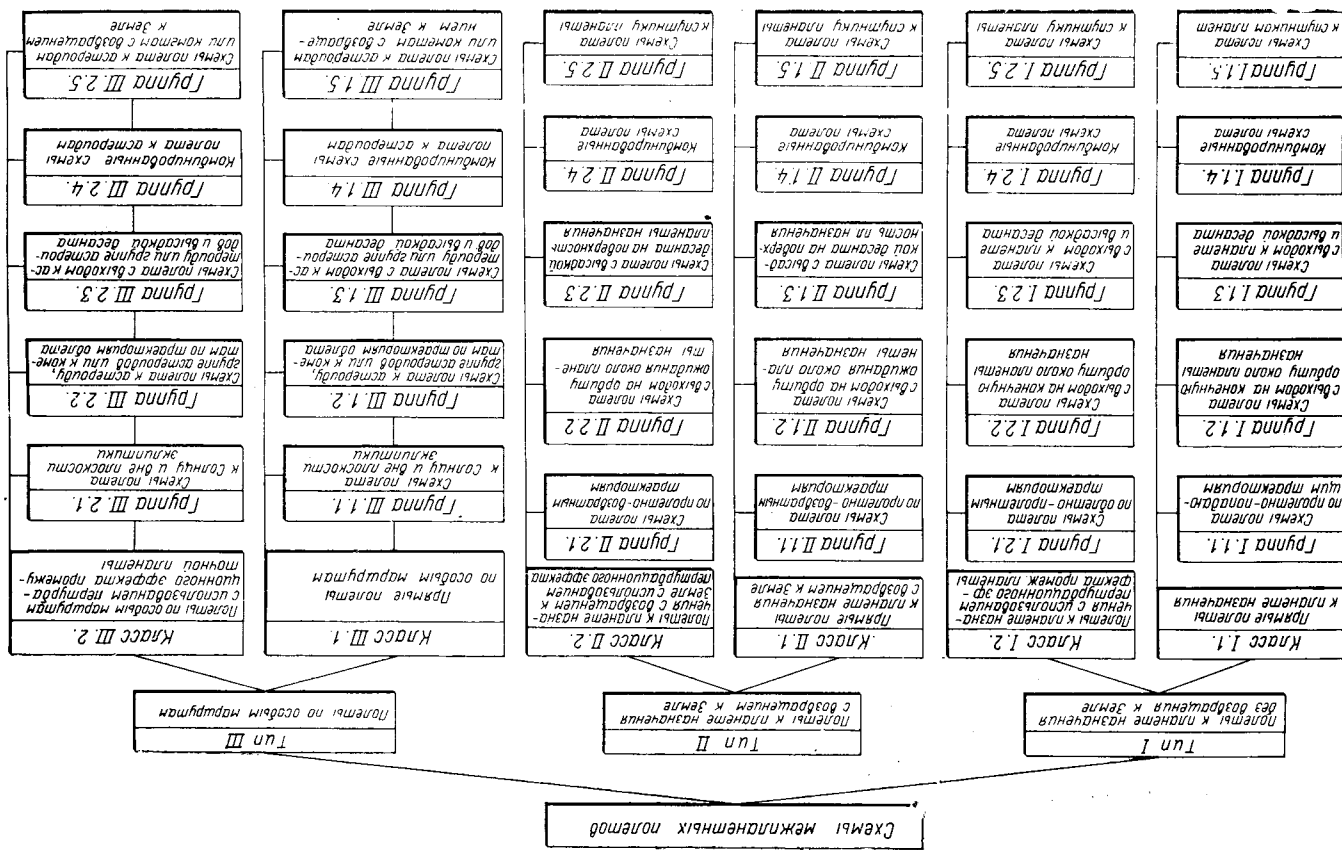


Рис. 3.25. Классификация схем межпланетных полетов

Группа 5 — схемы полета к астероидам или к кометам с возвратом к Земле с использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты.

В этой группе схем полета пертурбационный эффект промежуточной планеты используется либо на этапе полета к небесному телу, либо на этапе возврата. В этом ее отличие от аналогичной группы предыдущего класса.

На рис. 3.25 приведена структура классификации схем межпланетных полетов.

§ 3.3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЯМЫХ ПОЛЕТОВ К ПЛАНЕТЕ НАЗНАЧЕНИЯ

Постановка задачи

Прямые полеты к планете назначения относятся к схемам типа I класса I (схемы полетов I.1 — см. рис. 3.25). Существует общая методическая основа решения проектно-баллистических задач для полетов межпланетных аппаратов по траекториям таких схем.

Рассмотрим задачу расчета и оптимизации проектно-баллистических характеристик КЛА, в которой внутренние задачи — задачи отрыва и захвата определения гелиоцентрического участка межорбитального перелета — рассматриваются в комплексе и с учетом их взаимного влияния. Результатом решения такой задачи оптимизации является как «единая» оптимальная траектория прямого перелета к планете назначения, так и оптимальные основные проектные параметры многоступенчатого межпланетного аппарата μ_k и η_{0i} .

Гелиоцентрический участок перелета рассчитывается без учета возмущающего влияния Земли, планеты назначения и протяженности их грависфер. Такое допущение эквивалентно, как уже отмечалось, удовлетворению условий (3.1) и (3.2) и позволяет довольно просто решить задачу стыковки планетоцентрических участков искомой «единой» межпланетной траектории с ее гелиоцентрическим участком.

Условно общую задачу определения всей траектории межпланетного перелета и основных проектных параметров КЛА разобьем на две: задачу баллистического расчета гелиоцентрического участка межпланетной траектории (внешняя задача) и проектно-баллистического участка.

Задача баллистического расчета гелиоцентрического участка

Задачей баллистического расчета гелиоцентрического участка межпланетного перелета является определение (при заданной гелиоцентрической дате старта t_0 и заданном времени

перелета Δt) его основных кинематических параметров, в том числе значений гиперболических избытков скорости $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$, которые являются исходными данными для решения проектной задачи.

Определение угловых переменных Φ , i_0 , i_k . Задание t_0 и Δt дает возможность найти гелиоцентрическую дату прибытия к планете назначения $t_k = t_0 + \Delta t$ и приводит к однозначному определению основных геометрических характеристик гелиоцентрического участка траектории $R_0 = R_{\oplus 0}/a_{\oplus}$, $R_k = R_{\oplus k}/a_{\oplus}$. Следовательно,

$$\sin \Phi = \frac{|R_0 \times R_k|}{R_0 \cdot R_k}; \quad \cos \Phi = \frac{R_0 \cdot R_k}{R_0 \cdot R_k}. \quad (3.5)$$

Согласно теоремам синусов и косинусов сферической тригонометрии найдем (рис. 3.26):

$$\left. \begin{aligned} \sin i_0 &= \sin i_{\text{пл.к}} \frac{\sin u_{\text{пл.к}}}{\sin \Phi}; \\ \cos i_0 &= \frac{\cos u_{\text{пл.к}} - \cos u_{\oplus 0} \cos \Phi}{\sin u_{\oplus 0} \sin \Phi}; \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin i_k &= \sin i_{\text{пл.к}} \frac{\sin u_{\oplus 0}}{\sin \Phi}; \\ \cos i_k &= \frac{\cos u_{\oplus 0} - \cos u_{\text{пл.к}} \cos \Phi}{\sin u_{\text{пл.к}} \sin \Phi}, \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

где $u_{\oplus 0} = 2\pi - (\tilde{y}_{\oplus 0} - \Omega_{\text{пл.к}})$;

$\tilde{y}_{\oplus 0}$ — аргумент широты Земли в эклиптической гелиоцентрической системе координат в момент t_0 .

Определение большой полуоси a и фокального параметра p гелиоцентрического участка межпланетной траектории. Задание времени перелета Δt от начальной точки P_0 до конечной точки P_k гелиоцентрического участка позволяет, обращаясь к итерационной процедуре решения уравнения Ламберта для эллиптических переходных орбит (1.50), определить большую полуось a гелиоцентрического участка межпланетной траектории и согласно (1.53) ее фокальный параметр p .

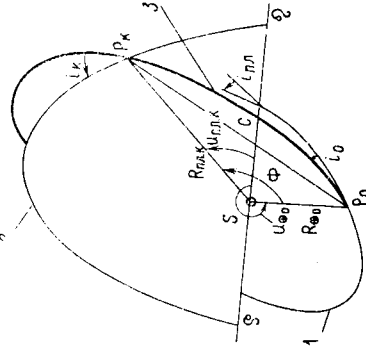


Рис. 3.26. Кинематическая схема гелиоцентрического участка прямого межпланетного перелета: 1 — орбита Земли; 2 — орбита планеты назначения; 3 — гелиоцентрический участок

Алгоритм расчета элементов планет изложен, например, в [2].

Определение гиперболических избытков скорости $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$. Используя зависимость векторов скорости V_0 и V_k в начальной и конечной точках гелиоцентрического участка от радиусов-векторов этих точек [см., например, соотношения (1.54) и (1.43)], можно однозначно определить векторы гиперболических избытков скорости

$$V_{\infty 0} = V_0 - V_{\oplus 0}, \quad V_{\infty k} = V_k - V_{\text{пл.к}} \quad (3.8)$$

Учитывая полученные соотношения, можно определить сферические координаты векторов гиперболических избытков скорости $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$ в соответствующих экваториальных планетоцентрических системах.

Проектная задача

Содержанием проектной задачи является оптимизация основных проектных параметров μ_0 и μ_k межпланетного аппарата, при которых его относительная полезная нагрузка $\mu_{\text{пл.п}}$ достигает своего максимального значения.

Решение проектной задачи зависит от задания гелиоцентрической даты старта t_0 , гелиоцентрической даты прибытия t_k и времени межпланетного перелета Δt или от необходимости их оптимизации.

Предположим, что из определения гелиоцентрического участка известны значения векторов $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$. Поэтому выбрать основные проектные параметры КЛА μ_k и μ_0 , определить активный участок разгона или торможения и гиперболическую орбиту отрыва или прибытия необходимо таким образом, чтобы удовлетворились заданные величины $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$. При решении поставленной задачи будем предполагать, что активные участки разгона и торможения, гиперболические орбиты отрыва и прибытия лежат в плоскостях

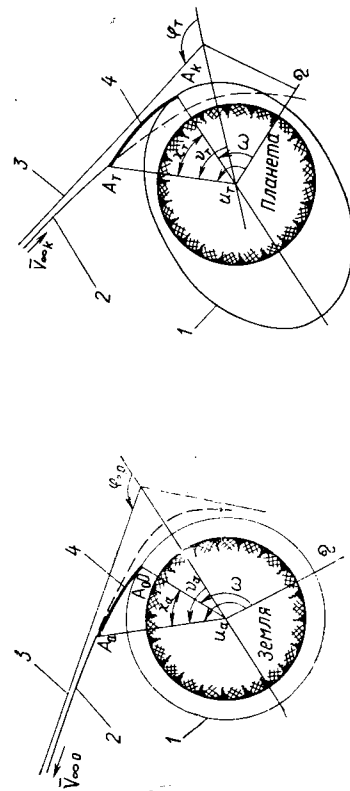


Рис. 3.27. Схема активного участка разгона:

A_0 —начальная точка участка; A_k —конечная точка участка

Рис. 3.28. Схема активного участка торможения:

A_0 —начальная точка участка; A_k —конечная точка участка

промежуточной и конечной орбит соответственно (рис. 3.27 и 3.28). Это отвечает требованию получения наименьших энергозатрат, поскольку в этом случае отсутствуют энергозатраты на пространный маневр.

Пусть выполнение соответствующих требований будет возлагаться на *разгонный модуль* межпланетного аппарата и на *тормозной модуль*. Перейдем к задачам баллистического проектирования разгонного и тормозного модулей.

Разгонный модуль межпланетного аппарата

Задача проектирования разгонного модуля заключается в выборе таких его проектно-баллистических характеристик, при которых удовлетворились бы заданные из решения внешней задачи значения векторов $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$. Важно найти решение, при котором относительная полезная нагрузка разгонного модуля μ_0 достигает максимального значения. Соответствующие ему проектно-баллистические характеристики будем называть *оптимальными проектно-баллистическими характеристиками разгонного модуля*.

Предположение о том, что вектор скорости $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$ известны из решения внешней задачи, позволяет всю задачу баллистического проектирования разгонного модуля КЛА разбить на две: проектно-баллистическую и навигационно-баллистическую.

Содержанием проектно-баллистической задачи является выбор основных проектных параметров модуля μ_k и μ_0 , определение активного участка полета и кеплеровских элементов гиперболической орбиты отрыва, характеризующих ее форму и размеры, при которых удовлетворяется заданное значение $V_{\infty 0}$. Оптимизация проектно-баллистических характеристик связана с решением только этой задачи.

Решение навигационно-баллистической задачи заключается в определении положения плоскости промежуточной орбиты (в которой по предположению находится и активный участок разгона, и гиперболическая орбита отрыва) в геоцентрической системе координат и точки старта КЛА с промежуточной орбиты, которые обеспечивают удовлетворение условия (3.8).

Проектно-баллистическая задача. Для решения проектно-баллистической задачи, воспользовавшись приближенным методом интегрирования системы дифференциальных уравнений управления движением КЛА при тангенциальном законе управления вектором тяги активного движения КЛА, изложенным в § 1.2, получим [2]:

$$v_a = v_{\text{пл.к}} - \frac{1 - 1/r_a}{v_{ea}}; \quad (3.9)$$

$$\cos \theta_a = \frac{v_{ea} v_{ma}}{r_a [v_{ea} v_{ma} - (1 - 1/r_a)]}; \quad (3.10)$$

$$r_a = 1 + \sin^2 \frac{\sigma_a}{n_{01}} I_{ra}; \quad (3.11)$$

$$I_{ra} = - \int_1^{\mu_{k1}} v_{n1} \left(1 - \frac{v_{kp0}^2}{v_e v_m} \right)^{1/2} d\mu,$$

где $v_a = V_a/V_0$ — относительная скорость КЛА в конце активного участка разгона; θ_a — траекторный угол в конце активного участка; $r_a = R_a/R_0$ — относительное расстояние КЛА от центра Земли в конце активного участка; $R_0 = R_3 + H_0$ — радиус точки начала активного участка (точки «схода») на промежуточной орбите в орбите (H_0 — ее высота); V_0 — скорость КЛА на этой орбите в точке схода; $v_{kp0} = V_{kp0}/V_0$ — относительная скорость КЛА на круговой промежуточной орбите радиусом R_0 ; $V_{kp0} = \sqrt{\frac{f m \oplus}{R_{kp0}}}$ — круговая скорость на орбите радиусом R_0 .

$$\sigma_a = \frac{\omega_1}{\sqrt{2} r_0^2}; \quad r_0 = \frac{R_0}{R_3};$$

$$\left. \begin{aligned} v_{na} &= 1 - \omega_1 \ln \mu_{k1}; \quad v_{ea} = 1 - 0,5 \omega_1 \ln \mu_{k1}; \\ v_{ma} &= 1 - 0,64 \omega_1 \ln \mu_{k1}; \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

$\omega_1 = W_1/V_0$ — относительная эффективная скорость истечения.

Полярный угол χ_a можно определить следующим образом:

$$\chi_a = \frac{\sqrt{2} \sigma_a}{n_{01}} \left[(1 + \omega_1) (1 - \mu_{k1}) + \mu_{k1} \omega_1 \ln \mu_{k1} - \right. \\ \left. - 2 \left(\frac{\sigma_a}{n_{01}} \right)^2 I_{\chi a} + 3 \left(\frac{\sigma_a}{n_{01}} \right)^4 I_{\chi a} - 4 \left(\frac{\sigma_a}{n_{01}} \right)^6 I_{\chi a} + 5 \left(\frac{\sigma_a}{n_{01}} \right)^8 I_{\chi a} \right], \quad (3.13)$$

где

$$I_{\chi a} = - \int_1^{\mu_{k1}} v_{n1} I_{\chi a}^2 d\mu; \quad I_{\chi a} = - \int_1^{\mu_{k1}} v_{n1} I_{\chi a}^4 d\mu;$$

$$I_{\chi a} = - \int_1^{\mu_{k1}} v_{n1} I_{\chi a}^6 d\mu; \quad I_{\chi a} = - \int_1^{\mu_{k1}} v_{n1} I_{\chi a}^8 d\mu.$$

Подставляя в интеграл энергии конца активного участка разгона значения v_a и r_a из (3.9) и (3.11), найдем

$$v_{\infty 0}^2 = \frac{\left[\left(1 + \sin^2 \frac{\sigma_a}{n_{01}} I_{ra} \right) - \frac{\sin^2 \frac{\sigma_a}{n_{01}} I_{ra}}{v_e v_{na}} \right]^2}{\left(1 + \sin^2 \frac{\sigma_a}{n_{01}} I_{ra} \right)^2} v_{na}^2 - \frac{2}{1 + \sin^2 \frac{\sigma_a}{n_{01}} I_{ra}}, \quad (3.14)$$

где $v_{\infty 0} = V_{\infty 0}/V_{kp0}$.

Таким образом, требование об удовлетворении заданного гиперболического избытка скорости $V_{\infty 0}$ может быть связано с выполнением равенства (3.14).

При заданной высоте круговой промежуточной орбиты и известных характеристиках топлива двигательной установки разгонного модуля правая часть уравнения (3.14) зависит только от основных проектных параметров μ_{k1} и n_{01} . Решая уравнение (3.14) относительно n_{01} , получим

$$n_{01} = N/r_0, \quad (3.15)$$

где $N = \frac{\omega_1 r_a}{\sqrt{2} \arcsin q}; \quad q = (m-1)^{1/2}; \quad m = \frac{p_3 + p_2 - 1}{v_{\infty 0}^2 - p_1^2};$

$$p_1 = \frac{v_{ea} v_{na} - 1}{v_{ea}}; \quad p_2 = \frac{p_1}{v_{ea}}; \quad p_3 = \left[\frac{1}{v_{ea}^2} (v_{\infty 0}^2 - p_1^2) + (p_2 - 1)^2 \right]^{1/2}.$$

Уравнение (3.15) при заданном значении $v_{\infty 0}$ и известных r_0 и ω_1 позволяет рассчитать n_{01} в зависимости от μ_{k1} .

Оптимизация основных проектных параметров n_{01} и μ_{k1} разгонного модуля. Задача формулируется следующим образом: найти оптимальные значения μ_{k1} и n_{01} , при которых удовлетворение заданному значению $V_{\infty 0}$ достигается при максимальной величине μ_{01} , выражаемой проектным уравнением [2]:

$$\mu_{01} = f_{np}(\mu_{k1}, n_{01}, \gamma_1), \quad (3.16)$$

где γ_1 — проектно-весовые коэффициенты. Тогда необходимым условием максимума μ_{01} является уравнение

$$\partial \mu_{01} / \partial \mu_{k1} = (\partial f_{np} / \partial \mu_{k1})_{n_{01}} + (\partial f_{np} / \partial n_{01})_{\mu_{k1}} \partial n_{01} / \partial \mu_{k1} = 0.$$

Если f_{np} линейно зависит от μ_{k1} и n_{01} , то с учетом (3.15) условие максимума μ_{01} выразится в виде

$$\frac{A_{\mu}}{A_n} - \frac{1}{r_0^2} \frac{\partial N}{\partial \mu_{k1}} = 0; \quad (3.17)$$

где $A_{\mu} = \frac{\partial f_{np}}{\partial \mu_{k1}}, \quad A_n = - \frac{\partial f_{np}}{\partial n_{01}}$ — независимые от μ_{k1} и n_{01} величины.

Таким образом, алгоритм решения главной задачи баллистического проектирования состоит в следующем: путем решения transcendентного уравнения (3.17) при известном $V_{\infty 0}$ и заданных проектных коэффициентах γ_1 определяется оптимальное значение $\mu_{k1 \text{ opt}}$ и далее по формуле (3.15) при вычисленном $\mu_{k1 \text{ opt}}$ находится оптимальное значение $n_{01 \text{ opt}}$.

Полученный алгоритм оптимизации основных проектных параметров КЛА весьма прост. Примечательно, что он обходится без численного интегрирования системы дифференциальных уравнений управляемого движения КЛА и без решения вариационной задачи, что позволяет на этапе предварительного проектирования КЛА избежать и краевой задачи. Простота и наглядность алгоритма до-

вольно удачно сочетается с требуемым на этом этапе уровнем точности расчетов $\mu_{01 \text{ opt}}$ и $\mu_{k1 \text{ opt}}$ [2].

При вычислении $\mu_{k1 \text{ opt}}$ и $\mu_{01 \text{ opt}}$ следует для определения кинематических параметров v_a , θ_a , r_a и χ_a конца активного участка разгона обратиться к зависимостям (3.9) — (3.13). В результате можно найти кеплеровские элементы гиперболической орбиты отрыва: большую полуось $a_{r.o.}$, параметр $p_{r.o.}$ и эксцентриситет $e_{r.o.}$ (или угол асимптоты $\varphi_{r.o.}$).

Навигационно-баллистическая задача. После решения проектно-баллистической задачи нужно определить плоскость орбиты отрыва, совпадающей по условию с плоскостью промежуточной орбиты, и точку схода на промежуточной орбите, при которой можно удовлетворение заданному из решения внешней задачи направлению вектора $V_{\infty 0}$. Это и составляет содержание навигационно-баллистической задачи.

Входной величиной для решения навигационно-баллистической задачи является единичный вектор V^0 , определяющий направление вектора $V_{\infty 0}$, который в дальнейшем будем называть *вектором цели*.

Используя уравнение (1.43), *условие реализации вектора цели* представим в следующей форме:

$$V^0 = \left[1 - \frac{r_a}{\tilde{p}_{r.o.}} (1 - \cos \beta_a) \frac{v_a}{v_{\infty 0}} \right] V_a^0 - [\sin \beta_a - \operatorname{tg} \theta_a (1 - \cos \beta_a)] \frac{R_a}{v_{\infty 0} \sqrt{\tilde{p}_{r.o.}}}, \quad (3.18)$$

где V_a^0 , R_a^0 — единичный вектор скорости КЛА и его единичный радиус-вектор в конце активного участка разгона;

$$\tilde{p}_{r.o.} = p_{r.o.}/R_0; \beta_a = \varphi_{r.o.} - v_a; \cos v_a = \left(\frac{\tilde{p}_{r.o.}}{r_a} - 1 \right) \frac{1}{e_{r.o.}}$$

Следовательно, решение навигационно-баллистической задачи заключается в выборе единичных векторов V_a^0 и R_a^0 , удовлетворяющих векторному уравнению (3.18).

В результате при известных кинематических параметрах конца активного участка можно, в зависимости от угла наклона промежуточной орбиты (или орбиты отрыва) и заданного $v_{\infty 0}$, определить долготу восходящего узла Ω орбиты отрыва и точку схода разгонного модуля с промежуточной орбиты¹.

Выбор угла наклона плоскости промежуточной орбиты ограничен определенными требованиями к участку выведения КЛА ракеты-носителем.

¹ Подробнее см. [2].

Тормозной модуль межпланетного аппарата

Тормозной модуль должен обеспечить выход КЛА на заданную конечную орбиту искусственного спутника около планеты назначения, лежащую по предположению в плоскости гиперболической орбиты прибытия. Гиперболическая орбита прибытия (см. рис. 3.28) предопределяется значением вектора $V_{\infty k}$, заданным из решения внешней задачи. Поэтому задача баллистического проектирования тормозного модуля, как и задача баллистического проектирования разгонного модуля, разбивается на две тесно связанные между собой задачи: проектно-баллистическую и навигационно-баллистическую.

Проектно-баллистическая задача. Содержанием проектно-баллистической задачи является выбор основных проектных параметров тормозного модуля μ_{k2} и n_{02} , определение кеплеровских элементов гиперболической орбиты прибытия, характеризующих ее форму и размеры, и точки включения на ней тормозной двигательной установки, обеспечивающие выход модуля на конечную орбиту. Предполагается, что модуль выводит межпланетный аппарат в перигей центр конечной орбиты.

Решая поставленную задачу с помощью метода конечных тяг при переменных $\tilde{\mu}_{k2} = 1/\mu_{k2}$ и $\tilde{n}_{02} = n_{02}/\mu_{k2}$ для активного участка торможения КЛА при тангенциальном управлении, получим выражения для v_T , θ_T , r_T и χ_T , аналогичные ранее полученным соотношениям (3.9) — (3.13) для активного участка разгона:

$$v_T = v_{k1.T} \frac{(1 - 1/r_T)^2 v_{kr.k}}{v_{e_T}}; \quad (3.19)$$

$$\cos \theta_1 = \frac{r_T [v_{m.T} v_{e_T} - v_{kr.k}^2 (1 - 1/r_T)]}{v_{m.T} v_{e_T}}; \quad (3.20)$$

$$r_T = 1 + \sin^2 \frac{\sigma_T}{n_{02}} I_{r.T}. \quad (3.21)$$

Здесь $\tilde{n}_{02} = \frac{g_{0пл}}{g_{0пл}} \tilde{n}_{02}$; $v_T = \frac{V_T}{V_{k\pi}}$ — относительная скорость КЛА в

начале активного участка торможения, причем $V_{k\pi} = \sqrt{\frac{f m_{пл}}{R_{k\pi}}} -$ круговая скорость в перигее эллиптической (в общем случае) конечной орбиты; $r_T = R_T/R_{k\pi}$ — относительное расстояние КЛА от центра планеты назначения в начале активного участка торможения.

Используя интеграл энергии в начальной точке активного участка торможения и учитывая выражения (3.19) и (3.21), определяющие значения v_T и r_T , по аналогии с (3.15) будем иметь

$$n_{02} = n_{02} (\mu_{k2}, V_{\infty k}, R_{k\pi}, V_{k\pi}). \quad (3.22)$$

Это уравнение позволяет в зависимости от μ_{k2} определить значения начальной тяговооруженности μ_{02} , позволяющие тормозному модулю выйти в перигентр конечной орбиты при тангенциальном законе управления вектором тяги. Однако оптимизация проектно-баллистических решений и здесь остается главной задачей.

Оптимизация основных проектных параметров μ_{k2} и μ_{02} тормозного модуля. Проектно-весовое уравнение для тормозного модуля можно представить в виде, аналогичном выражению (3.16). Тогда условием максимального значения μ_{02} будет уравнение

$$\frac{\partial \mu_{01}}{\partial \mu_{k2}} = \left(\frac{\partial \mu_{01}}{\partial \mu_{k2}} \right)_{\mu_{02}} + \left(\frac{\partial \mu_{01}}{\partial \mu_{02}} \right)_{\mu_{k2}} \mu_{k2} = 0. \quad (3.23)$$

Удовлетворяя уравнению (3.23), можно однозначно определить оптимальные значения основных проектных параметров $\mu_{k2 \text{ opt}}$ и $\mu_{02 \text{ opt}}$, при которых маневр торможения с управлением $a(t) \equiv \pi$ будет совершаться при максимальном значении $\mu_{02 \text{ max}}$. Далее, обращаясь к выражениям для v_r , r_r , θ_r и χ_r , найдем кинематические параметры начальной точки активного участка торможения, позволяющие аппарату выйти в перигентр конечной орбиты с заданными значениями радиуса перигентра R_{kp} и апоцентра R_{ka} .

Навигационно-баллистическая задача. Решение навигационно-баллистической задачи зависит от условия задания конечной орбиты. Если положение линии апсид конечной орбиты не фиксировано, то требуемого положения ее плоскости можно добиться путем соответствующего выбора момента включения тормозной двигательной установки межпланетного аппарата.

Задание из решения внешней задачи вектора $V_{\infty k}$ позволяет определить зависимость угла наклона i и долготы восходящего узла Ω плоскости конечной орбиты от аргумента широты u_r точки включения тормозной двигательной установки. Поскольку (см. рис. 3.28) $u_r = \beta_r + \chi_r + \omega$, то путем соответствующего подбора углового расстояния перигентра конечной орбиты ω можно найти желаемое значение i или Ω . Таким образом, навигационно-баллистическая задача будет решена.

Оптимизация μ_{ki} и μ_{0i} ($i=1,2$) при задании t_0 или t_k и времени перелета Δt

Если исходными данными проектной задачи являются t_0 или t_k ¹ и время перелета Δt , то вследствие равенства $t_k = t_0 + \Delta t$ это равносильно заданию гелиоцентрических дат старта и прибытия.

Проектная задача при задании t_0 или t_k и Δt после определения согласно (3.5) — (3.8), кеплеровских элементов переходной орбиты i_0 , p и a , векторов скорости в точках P_0 и P_k — V_0 и V_k

¹ Значение t_k может задаваться в соответствии с требованием минимального расстояния Земля — планета назначения в момент прибытия КЛА к планете.

а также векторов гиперболических избытков скоростей $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$ сводится к задаче оптимизации основных проектных параметров разгонного и тормозного модулей межпланетного аппарата при заданных значениях $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$:

$$\mu_{i, \text{ max}} = (\max \mu_{01}) V_{\infty 0} (\max \mu_{01}) V_{\infty k} / \mu_{02} \mu_{k1}$$

В данном случае проектная задача распадается, таким образом, на две только что рассмотренные задачи баллистического проектирования: на задачу оптимизации основных проектных параметров разгонного модуля межпланетного аппарата для заданного значения $V_{\infty 0}$ и задачу оптимизации основных проектных параметров тормозного модуля для заданного значения $V_{\infty k}$.

Вполне понятно, что если речь идет о межпланетном полете КЛА к планете назначения с пролетом вблизи нее при заданных t_0 или t_k и Δt , то изложенная проектная задача сводится к задаче оптимизации основных проектных параметров разгонного модуля при известном значении $V_{\infty 0}$.

Оптимизация основных проектных параметров μ_{ki} и μ_{0i} ($i=1,2$), времени перелета при задании t_0 или t_k

В предыдущей постановке проектной задачи на результаты баллистического расчета гелиоцентрического участка межпланетного перелета не оказывали влияния основные проектные параметры. Особенность данной проектной задачи заключается в отсутствии задания на время перелета Δt , что не позволяет однозначно определить гелиоцентрический участок и решить проектную задачу. Свобода в выборе времени перелета Δt и поэтому гелиоцентрического участка, и основных проектных параметров μ_{ki} и μ_{0i} позволяет выдвинуть требование о таком их определении, при котором относительная полезная нагрузка $\mu_{пл}$ достигала бы максимального значения. Такой гелиоцентрический участок межпланетного перелета и такие значения времени перелета Δt и основных проектных параметров μ_{ki} и μ_{0i} будем называть оптимальными. Нахождение их связано с решением задачи на максимум $\mu_{пл}$ при наличии связей в виде проектно-весовых и кинематических уравнений. Раскрывая эти связи, отметим ряд их особенностей.

Проектно-весовое уравнение двухступенчатого межпланетного аппарата выражается в виде

$$\mu_{пл} = \mu_{01} \mu_{011},$$

где относительный полезный вес разгонного μ_{01} и тормозного μ_{011} модулей зависит от относительных значений весовых коэффициентов γ_{ji} и основных проектных параметров μ_{ki} и μ_{0i} , т. е.

$$\mu_{01} = \mu_{01} (\mu_{k1}, \mu_{01}, \gamma_{j1}) \text{ и } \mu_{011} = \mu_{011} (\mu_{k2}, \mu_{02}, \gamma_{j2}).$$

$V_{\infty k}$), необходимых для межпланетного перелета с промежуточной до конечной орбиты около планеты назначения.

Алгоритм оптимизации n_{0i} , μ_{ki} и Δt , основанный на удовлетворении условий (3.24) — (3.26), можно перестроить на такой, при котором при выполнении условий (3.24) и (3.25) поиск $\mu_{l,n}$ ведется каким-либо методом математического программирования по одному переменному Δt . Этот алгоритм выражается следующим образом:

$$\mu_{l,n}^{\max} = \max_{\Delta t} \left\{ \mu_{l,n} : \forall \mu_{l,n} \in \mu_{l,n} = \left(\max_{(n_{0i}, \mu_{ki})} \left(\max_{(n_{0i}, \mu_{ki})} \left(\mu_{01} | v_{\infty 0} \right) \right)_{t_0} \right)^1 \cdot \left(\max_{(n_{0i}, \mu_{ki})} \left(\mu_{01} | v_{\infty k} \right) \right)_{t_k} \right\} \quad (3.27)$$

Алгоритмическое представление решения задачи оптимизации проектно-баллистических характеристик КЛА позволяет значительно сократить время вычислений на ЭЦВМ, давая тем самым возможность более экономного их использования.

Только проектная задача, связанная с поиском оптимальных проектных решений, определяющих оптимальные значения основных проектных параметров n_{0i} и μ_{ki} многоступенчатого межпланетного аппарата и времени перелета Δt , отвечает основному требованию проектирования КЛА — достижению максимального значения $\mu_{l,n}$. В этом случае существует взаимосвязь между оптимальным гелиоцентрическим участком межпланетного перелета и оптимальными основными проектными параметрами μ_{ki} и n_{0i} , влияющая на распределение масс топлива и значений тяги ленточных установок между разгонным и тормозным модулями межпланетного аппарата, что непосредственно сказывается на энергетическом уровне активных участков разгона и торможения.

Решение проектной задачи для пролетных межпланетных траекторий, когда КЛА должен только пролетать вблизи планеты назначения, связано, помимо (3.24), согласно (3.26) со следующим условием оптимизации:

$$\frac{\partial \mu_{l,n}}{\partial n_{0i}} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial v_{\infty 0}}{\partial \Delta t} = 0.$$

Данное условие позволяет полностью решить задачу баллистического расчета гелиоцентрического участка межпланетного перелета при задании только t_0 или t_k и найти кеплеровские элементы переходной орбиты a , p и i , время перелета Δt и значение гиперболического избытка скорости $V_{\infty 0}$. Таким образом, эта проектная задача при задании только t_0 или t_k сводится к задаче оптимизации основных проектных параметров разгонного модуля при известном значении $v_{\infty 0}$.

Ее алгоритмическое выражение имеет следующий вид:

$$\mu_{l,n}^{\max} = \max_{(n_{0i}, \mu_{ki})} \left\{ \mu_{l,n} : \forall V_{\infty 0} \in \min_{\Delta t} V_{\infty 0} \right\}_{t_0 \text{ или } t_k} \quad (3.28)$$

Символ «:» раскрывает свойство, которым должно обладать $\mu_{l,n}$, символ « \forall » означает — «для всех».

Базируясь на интеграл энергии и зависимости v_a и r_a от μ_{ki} и n_{0i} и v_t , r_t от μ_{ki} и n_{0i} , имеем $v_{\infty l} = v_{\infty l}(n_{0i}, \mu_{ki})$, $l=0, k$; $i=1, 2$. Кроме того, с учетом (3.8) можно записать

$$v_{\infty l}^2 = \varphi_l(\Delta t), \quad l=0, k.$$

Теперь задача о максимуме $\mu_{l,n}$ формулируется таким образом: найти такие значения Δt , μ_{ki} и n_{0i} , при которых достигается условие

$$\mu_{l,n}^{\max} = \max_{(n_{0i}, \mu_{ki})} \mu_{01} \mu_{01}$$

при наличии связей в виде

$$F_1 = v_{\infty 0}(n_{01}, \mu_{k1}) - \varphi_0(\Delta t) = 0;$$

$$F_2 = v_{\infty k}(n_{02}, \mu_{k2}) - \varphi_k(\Delta t) = 0.$$

Решать поставленную экстремальную задачу с ограничениями типа равенств будем, используя метод неопределенных множителей (коэффициентов) Лагранжа. Сформулируем с помощью коэффициента Лагранжа λ_j ($j=1, 2$) новую функцию f следующим образом:

$$f = \mu_{01} \mu_{01} + \sum_{j=1}^2 \lambda_j F_j.$$

Исходя из необходимых условий максимума f (или $\mu_{l,n}$) и исключая коэффициенты Лагранжа λ_1 и λ_2 , найдем

$$\frac{(\partial \mu_{01} / \partial \mu_{k1}) n_{01}}{\partial \mu_{01} / \partial n_{01}} + \left(\frac{\partial n_{01}}{\partial \mu_{k1}} \right) v_{\infty 0} = 0; \quad (3.24)$$

$$\frac{(\partial \mu_{01} / \partial \mu_{k2}) n_{02}}{\partial \mu_{01} / \partial n_{02}} + \left(\frac{\partial n_{02}}{\partial \mu_{k2}} \right) v_{\infty k} = 0; \quad (3.25)$$

$$\mu_{01} \left(\frac{\partial \mu_{01}}{\partial \mu_{k1}} \right) \frac{\partial \mu_{k1}}{\partial n_{01}} + \mu_{01} \left(\frac{\partial \mu_{01}}{\partial \mu_{k2}} \right) \frac{\partial \mu_{k2}}{\partial n_{02}} = 0. \quad (3.26)$$

Уравнения (3.24) и (3.25) с учетом равенств (3.15) и (3.22) являются условиями оптимизации соответственно n_{0i} , μ_{ki} и n_{02} , μ_{k2} при постоянных значениях $v_{\infty 0}$ и $v_{\infty k}$. Интересно отметить, что они идентичны найденным выше условиям оптимизации основных проектных параметров разгонного (3.17) и тормозного (3.23) модулей соответственно при заданных значениях $v_{\infty 0}$ и $v_{\infty k}$.

Уравнение (3.26) является условием оптимизации времени полета Δt , и его выполнение во многом зависит от основных проектных параметров μ_{ki} и n_{0i} многоступенчатого межпланетного аппарата. Этим оно принципиально отличается от известного условия оптимизации Δt , когда в качестве критерия оптимальности рассматривается сумма характеристических скоростей (или сумма абсолютных значений гиперболических избытков скоростей $V_{\infty 0}$ и

Оптимизация основных проектных параметров μ_{ki} и μ_{0i} , даты гелиоцентрического старта t_0 и времени перелета Δt

Возникает задача определения в заданном диапазоне календаря даты старта t_0 (или даты прибытия t_k) и проектно-баллистических характеристик КЛА, позволяющих с учетом маневра у планеты назначения достигнуть $\mu_{п.н.}$. Этот диапазон может, вообще говоря, охватывать часть, один или несколько синодических периодов. Однако обычно рассматривают задачу определения *оптимальной даты гелиоцентрического старта (или прибытия) в каждый синодический период*, поскольку в каждый синодический период (см. § 3.1, с. 123) возникает такое относительное расположение Земли и планеты назначения, при котором прямой межпланетный перелет КЛА возможен при достижении максимального для всего периода значения относительной полезной нагрузки $\mu_{п.н. \max}$.

Решение задачи оптимизации основных проектных параметров, времени перелета и даты старта будем осуществлять, основываясь на алгоритме, подобном предыдущим:

$$\mu_{п.н. \max} = \max_{t_0} \left\{ \mu_{п.н.} : \forall \mu_{п.н.} \in \max_{\Delta t} \left\{ \mu_{п.н.} : \forall \mu_{п.н.} \in \mu_{п.н.} = \left(\max_{\mu_{0i}, \mu_{ki}} \mu_{0i} \right) \times \left(\max_{\mu_{0i}, \mu_{k2}} \mu_{0i} \right) \right\}_{t_0} \right\} \quad (3.29)$$

Выражение (3.29) показывает, что алгоритм поиска $\mu_{п.н. \max}$ по шести параметрам μ_{0i}, μ_{ki} ($i=1, 2$) Δt и t_0 состоит из иерархий алгоритмов поиска $\mu_{п.н. \max}$ по одному параметру. Такое построение алгоритма улучшает процесс сходимости и уменьшает машинное время счета.

В случае пролетных межпланетных траекторий задача оптимизации $\mu_{0i}, \mu_{ki}, \Delta t$ и t_0 сводится к следующему алгоритму:

$$\mu_{п.н. \max} = \max_{\mu_{0i}, \mu_{ki}} \left\{ \mu_{п.н.} : \forall V_{\infty 0} \in \min_{\Delta t, t_0} V_{\infty 0} \right\} \quad (3.30)$$

Влияние учета размеров грависфер планет на характеристики полета. Анализ проектно-баллистических характеристик прямых межпланетных перелетов обычно проводится без учета размеров грависфер Земли и планеты назначения, т. е. в предположении, что Земля и планета назначения являются негравитирующими центрами. Это — традиционный путь оценки гелиоцентрических участков. Однако с повышением требований к точности проектных разработок может возникнуть необходимость в учете гравитационных полей планет, проявляемых, по крайней мере, в пределах их грависфер. Для планет юпитерианской группы в связи с большими размерами их грависфер такой учет может стать даже обязательным.

Прогнозирование оптимальных параметров полетов к Меркурию, Венере, Марсу и Юпитеру

Задача настоящего раздела состоит в выявлении и анализе динамики изменения оптимальных проектно-баллистических параметров КЛА с ЖРД, совершающих прямые межпланетные перелеты к планетам — Меркурию, Венере, Марсу и Юпитеру — в зависимости от гелиоцентрических дат старта с Земли в период с 1976 по 1990 гг. Эта зависимость носит циклический характер (см. § 3.1), однако изучить ее оказывается возможным только путем накопления большого количества расчетных данных. Приведенные в табл. 3.2 значения синодических периодов планет T_c и **периодов их великих противостояний** (соединений) $T_{п.п.}$ могут с до-

Таблица 3.2

Синодические периоды и периоды великих противостояний (соединений) планет

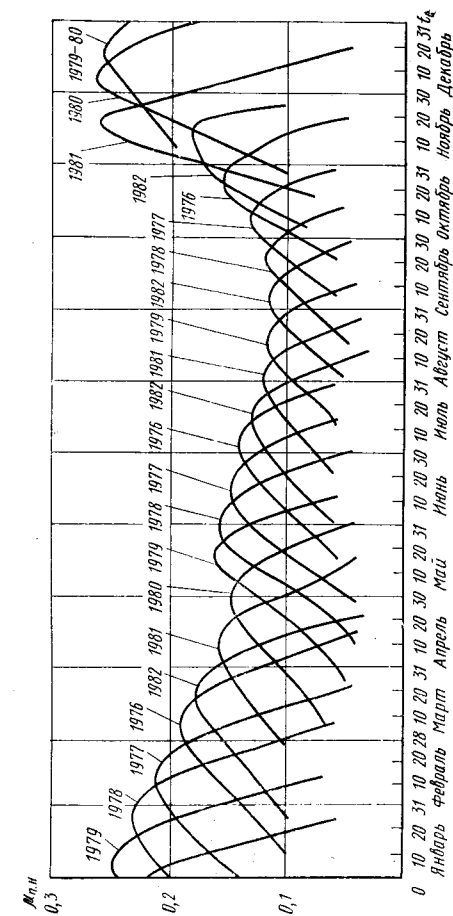
Маршрут полета	T_c , лет	$T_{п.п.}$, лет
Земля — Меркурий	0,317	1
Земля — Венера	1,599	8
Земля — Марс	2,135	17
Земля — Юпитер	1,092	12
Земля — Сатурн	1,035	29
Земля — Уран	1,012	84
Земля — Нептун	1,006	165
Земля — Плутон	1,004	248

¹ Значения $T_{п.п.}$ округлены до года.

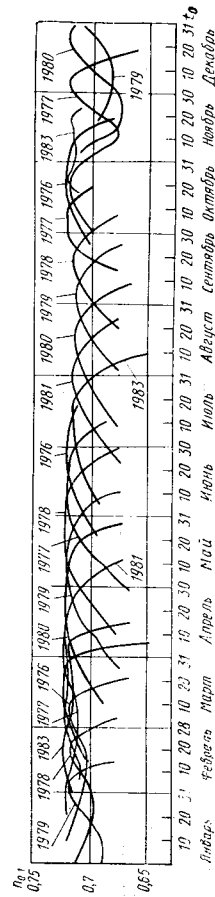
статочно высокой точностью служить для описания циклически изменяющихся характеристик межпланетных траекторий класса I.1 в Солнечной системе.

Пролетные и попадающие траектории

Межпланетные перелеты по пролетно-попадающим траекториям относятся согласно классификации схем межпланетных траекторий (см. § 3.2) к траекториям группы I.1.1. Полеты КЛА по таким траекториям требуют, вообще говоря, решения менее сложных научно-технических задач, чем полеты по траекториям других схем. Такие полеты можно рассматривать как начальный этап межпланетных полетов к планетам. Все это делает анализ



пролетно-попадающих траекторий не только интересным, но и сейчас весьма необходимым.



Динамика изменения проектных параметров носит быстроэволюционный и весьма сложный характер. Это связано с близостью Меркурия к Солнцу, а также с большим наклоном орбиты планеты к плоскости эклиптики и сильной ее вытянутостью.

Синодический период Меркурия $T_{\text{с}} = 0,317$ года, поэтому оптимальные циклы полетов к планете приходятся в среднем три раза в год, причем циклы, приходящиеся на ноябрь — февраль энергетически несколько выгоднее остальных. Это обусловлено тем, что в эти периоды Земля в момент старта с нее К/ЛА находится вблизи восходящего узла орбиты Меркурия, а точка прибытия к планете располагается вблизи нисходящего узла и афелия ее орбиты.

Технически приемлемый диапазон старта («окно» старта) очень непродолжителен и, как показали расчеты, практически не зависит от типа полувитка траектории перелета.

Определенный интерес представляют, как уже отмечалось, траектории, при которых относительная полезная нагрузка КПА достигает в заданный цикл полета своего максимального значения. В табл. 3.3 приведены основные оптимальные проектно-баллистические характеристики прямых полетов межпланетных аппаратов к Меркурию по пролетно-попадающим траекториям для некоторых наилучших циклов.

Полеты к Юпитеру. На рис. 3.32—3.34 приведены характеристики оптимальных траекторий достижения Юпитера. Для сравнения представлены характеристики траекторий как первого, так и второго полувитков. В связи с ограниченностью длительности работы аппаратуры КЛА оптимальные траектории первого полувитка со временем перелета $\Delta t' > 1200$ суток, и второго полувитка — с $\Delta t' > 3000$ суток, не рассматривались.

Таблица 3.3

Оптимальные проектно-баллистические характеристики прямых полетов межпланетного аппарата к Меркурию по пролетно-попадающим траекториям (первый полувиток, $H_0=200$ км, $P_{уд}=450$ с, $\gamma_{д.у}=0,01$, $\mu_{к.э}=0,02$, $\alpha_{т.о}=0,05$)

Оптимальные характеристики полетов	Значения характеристик по годам старта					
	1977	1978	1979	1980	1981	1982
$t_0 \text{ opt}$	14.II	24.I	4.I	25.XI	12.XI	19.III
t_k	19.V	1.V	14.IV	11.III.81	25.II.82	18.VI
$\Delta t_{\text{opt}}, \text{сут}$	94,1	97,0	99,8	106,7	105,6	91,8
$u \oplus 0 \dots$	263,4	284,4	305,0	345,2	358,6	230,0
$u_{\text{пл.к}} \dots$	223,0	210,5	198,8	182,0	180,0	251,8
$R \oplus, \text{a.e.}$	0,987	0,984	0,983	0,987	0,990	0,995
$R_{\text{пл.к}}, \text{a.e.}$	0,463	0,467	0,465	0,454	0,452	0,437
$\Phi \dots$	126,0	134,6	143,7	167,2	178,6	121,5
$\alpha, \text{a.e.}$	0,696	0,706	0,712	0,719	0,722	0,682
$p, \text{a.e.}$	0,575	0,595	0,608	0,619	0,621	0,538
$i_0 \dots$	174,0	175,0	176,3	178,9	0	172,2
$\theta_0 \dots$	0,6	0,2	-0,2	-0,8	-3,5	0,9
$\tilde{V}_0, \text{ед. } V \oplus$	0,768	0,784	0,793	0,797	0,798	0,737
$V_{\infty 0}, \text{км/с}$	7,78	7,28	6,90	6,44	6,46	8,70
$i_k \dots$	171,4	170,5	170,4	171,9	172,7	173,7
$\theta_k \dots$	-15,4	-12,5	-9,7	-3,1	1,2	-17,8
$\tilde{V}_k, \text{ед. } V \oplus$	1,698	1,694	1,702	1,737	1,744	1,765
$p_k \text{ opt}$	0,2712	0,2893	0,3036	0,3206	0,3198	0,2388
$p_0 \text{ opt}$	0,7082	0,6990	0,6901	0,6786	0,6792	0,7200
$\mu_{\text{л.п. max}}$	0,2119	0,2314	0,2469	0,2651	0,2642	0,1771

¹ $\gamma_{д.у}$ — удельный вес двигательной установки. $\mu_{к.э}$ — относительный вес различных конструктивных элементов; $\alpha_{т.о}$ — коэффициент топливного отсека.

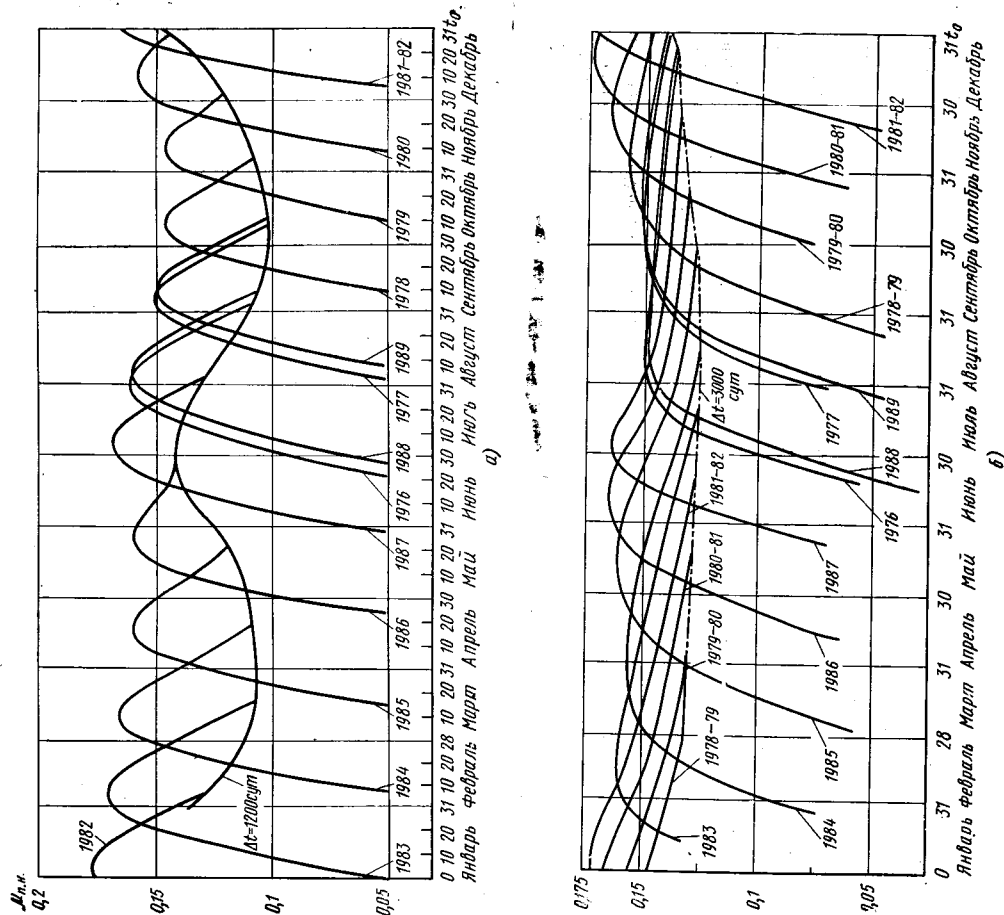


Таблица 3.4.

Оптимальные проектно-баллистические характеристики прямых полетов межпланетного аппарата к Юпитеру по пролетно-попадающим траекториям ($H_0=200$ км; $P_{уд}=450$ с, $\gamma_{д.у}=0,01$, $\mu_{к.э}=0,02$, $a_{т.о}=0,05$)

Оптимальные характеристики полетов	Значения характеристик по годам			
	1977	1978	1979	1980
t_0 opt	4.IX/14.XI	8.X/2.XI	8.XI/27.XII	8.XII/16.XII
t_k	12.X.79/9.VIII.82	18.XI.80/4.III.83	8.I.82/30.XI.83	18.IV.83/18.V.84
Δt_{opt} , сут	769/1760	772/1583	793/1464	861/1249
$u \oplus 0^\circ$, °	118,9/79,7	85,9/61,1	55,3/36,1	24,2/16,1
$u_{пл.к...}$, °	44,4/123,0	75,4/139,0	106,7/160,4	142,5/174,2
$R \oplus 0$, а. е.	1,008/0,997	0,999/0,992	0,991/0,987	0,985/0,984
$R_{пл.к}$, а. е.	5,350/5,420	5,441/5,374	5,447/5,292	5,362/5,233
Φ , °	163,3/202,8	161,2/200,0	162,1/196,6	166,7/190,3
a , а. е.	3,414/3,591	3,472/3,446	3,421/3,339	3,243/3,187
p , а. е.	1,719/1,716	1,710/1,697	1,694/1,682	1,669/1,664
i_0 , °	3,2/177,2	3,9/177,5	4,1/178,5	3,4/179,2
θ_0 , °	0,5/—1,6	1,3/—1,6	1,5/—0,9	1,9/—0,4
\tilde{V}_0 , ед. $V \oplus$	1,300/1,314	1,309/1,314	1,314/1,314	1,312/1,311
$V_{\infty 0}$, км/с	9,41/9,44	9,56/9,24	9,50/9,01	9,20/8,79
$i_{к...}$, °	4,0/176,7	4,0/176,7	3,5/177,3	2,4/178,0
$\theta_{к...}$, °	30,2/—36,5	31,6/—32,1	29,2/—28,9	18,6/—19,5
\tilde{V}_k , ед. $V \oplus$	0,283/0,301	0,282/0,286	0,274/0,280	0,254/0,262
$\mu_{кл}$ opt	0,2150/0,2141	0,2102/0,2207	0,2123/0,2282	0,2221/0,2356
μ_{01} opt	0,7244/0,7245	0,7248/0,7238	0,7247/0,7225	0,7236/0,7208
$\mu_{пл.п.ш.х}$	0,1516/0,1508	0,1464/0,1576	0,1486/0,1657	0,1592/0,1736

¹ Величины в числителе соответствуют I-му типу, величины в знаменателе — II-му типу полувитка траектории.

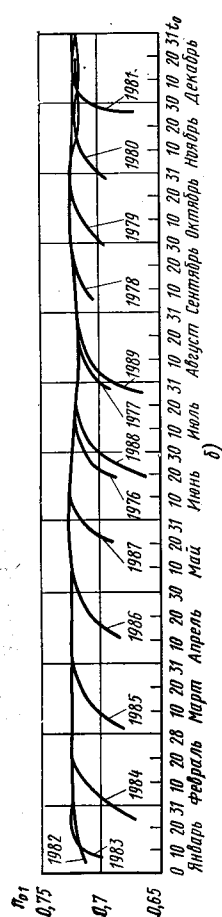
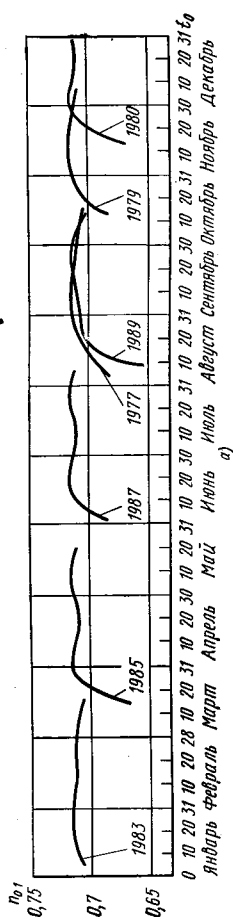


Рис. 3.33. Оптимальные значения начальной тяговооруженности разгонного модуля КЛА ($P_{уд}=450$ с; $\gamma_{д.у}=0,01$) при прямых полетах к Юпитеру по пролетно-попадающим траекториям: а—первого полувитка; б—второго полувитка

вблизи своего перигелия, где ее скорость приблизительно на 1 км/с выше, чем в афелии, проходимом в июне.

Полеты по траекториям второго полувитка (с углом перелета $\Phi > 180^\circ$) существенно длительнее полетов по траекториям первого полувитка (см. рис. 3.34, а и 3.34, б). Поэтому, несмотря на то, что их реализация позволяет расширить приемлемые диапазоны дат старта (см. рис. 3.32, б), все же при выборе схемы полета КЛА предпочтение следует, видимо, отдавать траекториям первого полувитка.

Орбита планеты имеет небольшой эксцентриситет и малое наклонение к плоскости эклиптики и поэтому на приведенных зависимостях хорошо видно, что оптимальные циклы полетов чередуются почти точно с периодами великих противостояний Юпитера $T_{в.п.} \approx 12$ лет.

Основные оптимальные проектно-баллистические характеристики прямых полетов к Юпитеру по пролетно-попадающим траекториям ряда циклов приведены в табл. 3.4.

Траектории перелета межпланетных аппаратов с выходом на орбиту около планеты назначения

Вывод космических аппаратов на орбиты вокруг исследуемых планет позволяет решать обширный перечень задач

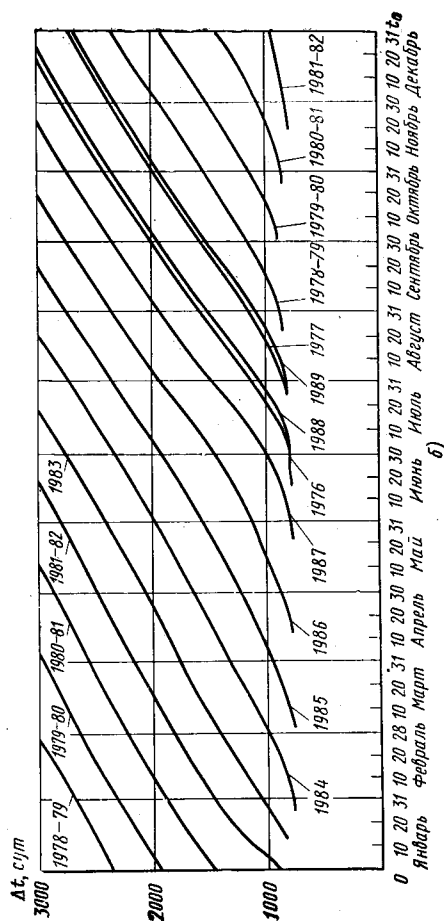
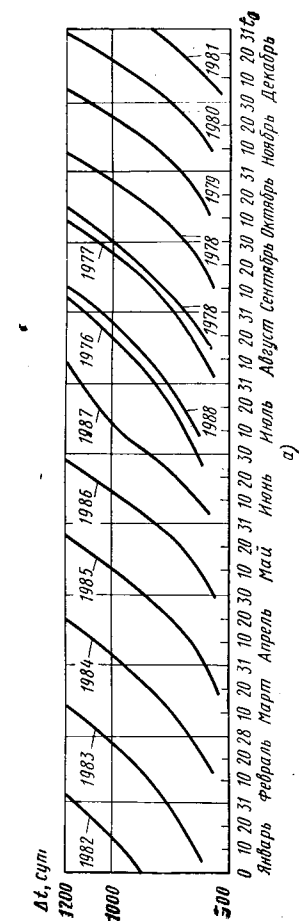


Рис. 3.34. Оптимальные значения времени прямого перелета КЛА к Юпитеру по пролетно-падающим траекториям:

а—первого полуитка; б—второго полуитка

и околопланетного изучения не только непосредственно самих планет, но и околопланетного пространства.

Межпланетные перелеты КЛА с выходом на орбиту искусственного спутника около планеты назначения относятся к схемам группы I.1.2.

Выход КЛА на орбиту искусственного спутника планеты (ИСП) можно осуществить с помощью либо активного, либо пассивного (аэродинамического) торможения, а также с помощью способов, использующих их комбинации. Оптимизация межпланетных траекторий этой группы для любых конкретных схем обычно производится по максимуму веса полезной нагрузки КЛА. Оптимизация траекторий перелета КЛА на орбиту ИСП с аэродинамическим торможением в большинстве случаев сводится к поиску, при заданном значении $V_{\text{вх}}$, минимального значения скорости входа в атмосферу планеты $V_{\text{вх}}$ или, что то же, к поиску минимального значения скорости $V_{\text{вх}}$.

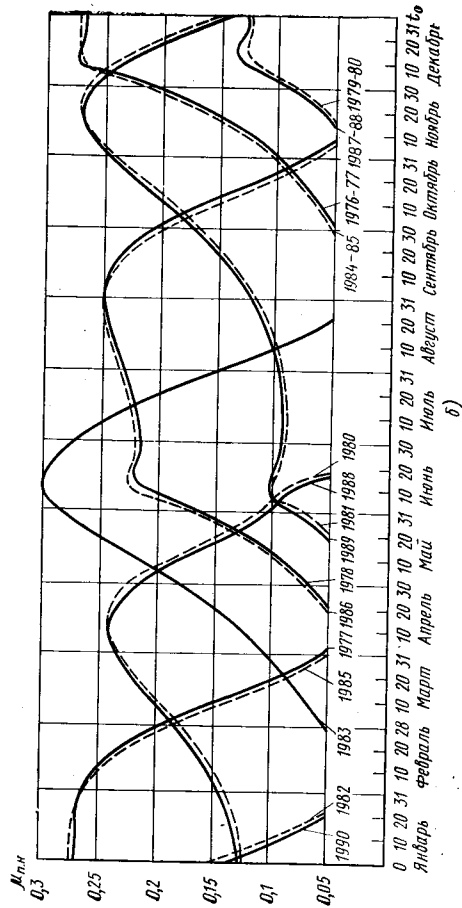
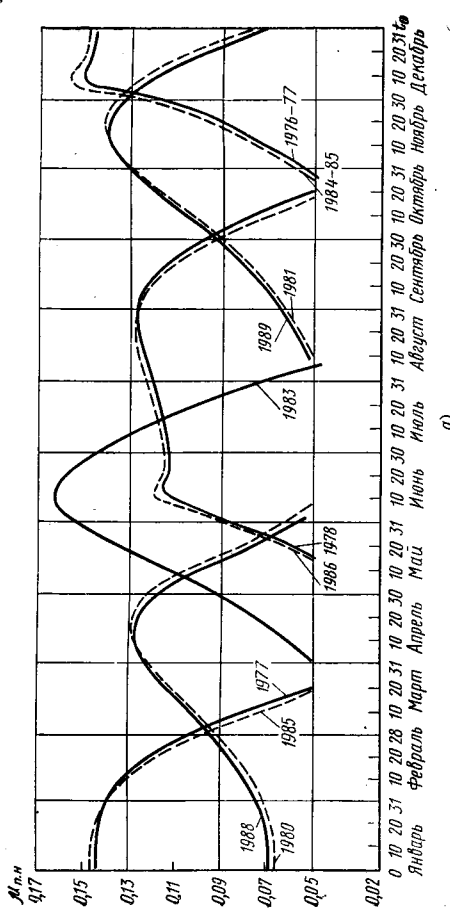


Рис. 3.35. Максимальные значения относительной полезной нагрузки двухмодульного КЛА ($P_{\text{д.1}} = P_{\text{д.2}} = 450$ с; $\gamma_{\text{д.1}} = -0.01$; $\gamma_{\text{д.2}} = -0.02$) при прямых полетах к Венере по траекториям первого полуитка с выходом на:

а—круговую конечную орбиту ($H_{\text{кр}} = 500$ км); б—эллиптическую конечную орбиту ($H_{\text{кр}} = 500$ км; $H_{\text{к}} = 50\,000$ км)

Для схем с активным торможением траектории полета двухмодульных КЛА оптимизируются по максимуму $\mu_{\text{д.н}} = \mu_{\text{д.п.1}}$. Выбор критерия оптимизации для вывода ИСП с помощью пассивно-активного торможения связан с конкретизацией таких схем.

При полетах по некоторым особо энергонпряженным маршрутам либо на участке разгона КЛА, либо на участке его торможения, может оказаться более целесообразным разделение на ступени (как правило, на две) и самих модулей аппарата.

В случае задания даты t_0 проектная задача решается согласно алгоритму (3.27), а при условии оптимизации — согласно (3.29). Изучение Венеры и Марса — одна из важных задач современных космических исследований. Создание искусственных спутников этих планет — важнейший этап их изучения.

Ниже приводится оценка проектно-баллистических характеристик КЛА при прямых полетах к Венере и Марсу с активным выходом аппаратов на орбиты ИСП для двух вариантов орбит: низкой круговой орбиты с высотой $H_{кр}$, требующей энергозатрат, близких к максимальным, и энергетически более выгодной сильно вытянутой эллиптической конечной орбиты с высотой перигентра $H_{кп}$ и высотой апоцентра $H_{ка}$, причем минимальные значения высот $H_{кр}$ и $H_{кп}$ выбирались такими, чтобы время существования ИСП было бы не менее года.

Полеты к Венере. При анализе полетов к Венере в качестве конечных орбит были выбраны круговая орбита $H_{кр}=500$ км и эллиптическая орбита с $H_{кп}=500$ км и $H_{ка}=50\,000$ км. Динамика изменения в зависимости от дат старта t_0 проектно-баллистических характеристик полетов к Венере по траекториям первого полувитка двухмодульного КЛА показана на рис. 3.35—3.37.

Синодический период Венеры $T_{\text{с}}$ составляет примерно 1,6 года, поэтому благоприятные периоды для прямых полетов к планете наступают через каждые ≈ 19 месяцев. Оптимальные же циклы полетов к Венере чередуются почти точно через $T_{\text{в.п}}^{\text{опт}} \approx 8$ лет. Это объясняется тем, что орбита планеты слабо наклонена к плоскости эклиптики и ее эксцентриситет ничтожно мал. Поэтому так же сильно отличаются друг от друга характеристики различных оптимальных циклов.

Наиболее энергетически выгодным был цикл 1975 г. и будет соответственно цикл 1983 г.

Достижение планеты в 1976—1990 гг. наиболее выгодным оказывается при старте в декабре и в июне, когда Земля находится вблизи линии узлов Венеры. Причем при полетах КЛА на орбиту ИСВ июньские циклы, когда точка прибытия к Венере располагается в области перигелия и восходящего узла ее орбиты, энергетически несколько более выгодны, чем декабрьские. Попадание стартов в эту область вызывает появление на приведенных кривых небольших локальных экстремумов.

Диапазон приемлемых дат старта к Венере составляет обычно две-три недели.

Полеты на выбранную эллиптическую орбиту увеличивают значения $\mu_{\text{п.н}}$ в среднем в 1,6 раза и соответственно несколько расширяют «окна» старта.

Оптимальные даты старта $t_{0\text{опт}}$ для некоторых наилучших циклов приведены в табл. 3.5. Расчеты показали, что вид конечной орбиты не влияет на даты $t_{0\text{опт}}$ и весьма слабо — на значения $\Delta t_{\text{опт}}$.

Рис. 3.36. Оптимальные значения начальных параметров двухмодульного КЛА ($P_{\text{н.1}}=P_{\text{н.2}}=450$ с; $V_{\text{н.1}}=0,01$; $V_{\text{н.2}}=0,02$) при прямых полетах к Венере по траекториям первого полувитка с выходом на круговую орбиту ($H_{кр}=500$ км)

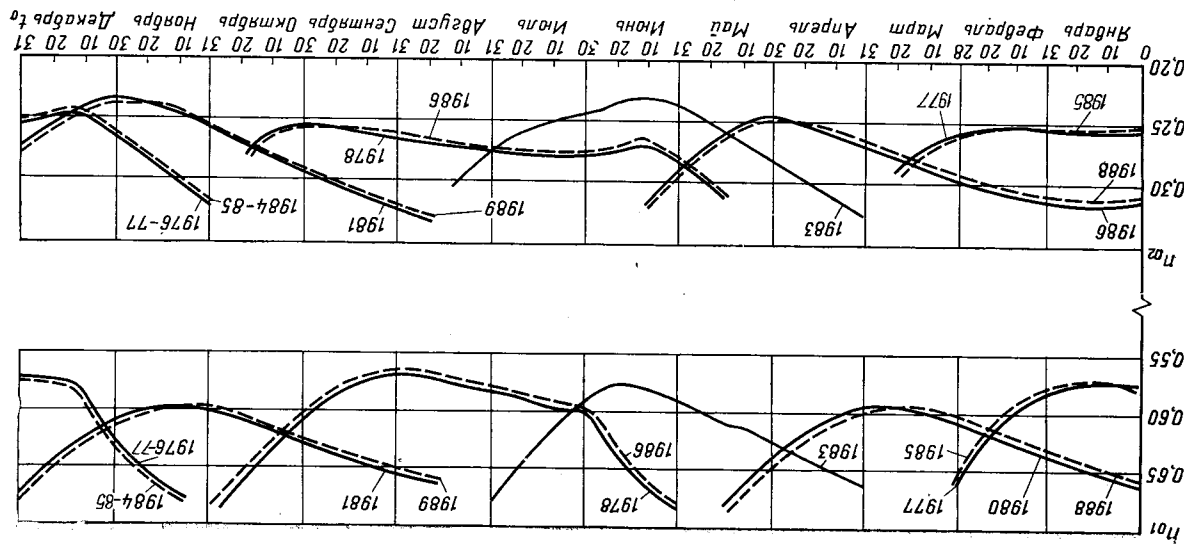


Таблица 3.5.

Оптимальные проектно-баллистические характеристики прямых полетов межпланетного аппарата к Венере с выходом на круговую конечную орбиту высотой $H_{кр} = 500$ км ($H_0 = 200$ км; $P_{уд1} = P_{уд2} = 450$ с; $\gamma_{д.1} = 0,01$; $\gamma_{д.2} = 0,02$; $\mu_{к.1} = \mu_{к.2} = 0,02$; $a_{т.1} = a_{т.2} = 0,05$)

Оптимальные характеристики полетов	Значения характеристик по годам		
	1978	1980	1983
$t_0 \text{ opt}$	2.IX/14.VI	14.IV/12.II	22.XI/12.XI
t_k	20.XII/21.XII	2.VII/21.VIII	14.III/82/15.IV.82
Δt_{opt} , сут	109,4/189,7	109,8/190,7	112,4/154,5
$u_{\oplus 0...}$, °	96,8/172,9	232,3/293,0	16,9/27,0
$u_{пл.к...}$, °	37,6/39,5	263,0/294,6	128,7/180,1
$\tilde{R}_{\oplus 0...}$, а.е.	1,009/1,016	1,003/0,987	0,988/0,990
$\tilde{R}_{пл.к...}$, а.е.	0,719/0,719	0,728/0,726	0,722/0,726
$\Phi_{...}$, °	131,3/212,4	135,2/227,7	145,6/207,1
a , а.е.	0,833/0,885	0,839/0,867	0,865/0,850
p , а.е.	0,837/0,853	0,843/0,842	0,842/0,826
$i_{0...}$, °	2,9/176,0	175,2/4,2	4,7/176,6
$\theta_{0...}$, °	-4,4/6,7	-4,4/5,5	-5,2/-1,5
\tilde{V}_0 ед. V_{\oplus}	0,910/0,916	0,918/0,934	0,933/0,919
$V_{\infty 0}$ км/с	3,33/4,23	4,26/4,02	4,07/2,76
$i_{к...}$, °	4,7/179,2	176,2/4,2	1,7/176,6
$\theta_{к...}$, °	-3,75/1,4	-3,3/2,6	-0,9/4,8
\tilde{V}_k ед. V_{\oplus}	1,276/1,283	1,234/1,263	1,271/1,253
$V_{\infty k}$ км/с	4,70/3,08	4,21/4,30	3,10/4,33
$p_{k1 \text{ opt}}$	0,4275/0,3997	0,3988/0,4065	0,4049/0,4428
$n_{01 \text{ opt}}$	0,5868/0,6126	0,6135/0,6065	0,6079/0,5717
$p_{k2 \text{ opt}}$	0,3931/0,4530	0,4126/0,4091	0,4525/0,4080
$n_{02 \text{ opt}}$	0,2623/0,2380	0,2544/0,2559	0,2382/0,2564
$p_{пл.к1 \text{ opt}}$	0,1285/0,1434	0,1277/0,1295	0,1455/0,1432

¹ Величины в числителе соответствуют I типу, величины в знаменателе — II типу полувитка траектории.

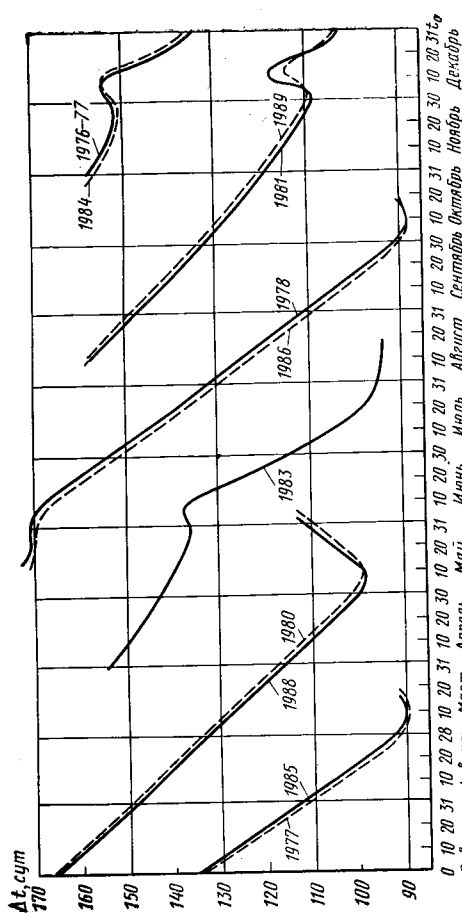


Рис. 3.37. Оптимальные значения времени прямого перелета КЛА ($P_{уд1} = P_{уд2} = 450$ с; $\gamma_{д.1} = 0,01$; $\gamma_{д.2} = 0,02$) к Венере по траекториям первого полувитка с выходом на круговую конечную орбиту ($H_{кр} = 500$ км)

Кинематика полетов к Венере такова, что оптимальные полеты к ней по траекториям второго полувитка требуют почти тех же энерготрат, что и оптимальные полеты по траектории первого полувитка, но при несколько большем времени полета ($\Delta t = 150-240$ сут.). Однако зависимости $\mu_{пл.н}(t_0)$ становятся существенно более пологими, что расширяет «окна» старта в 1,5-2 раза. Тип полувитка слабо влияет на значения $t_0 \text{ opt}$ (см. табл. 3.5).

Венера обладает чрезвычайно плотной атмосферой, которая позволяет осуществлять различные аэродинамические маневры торможения [2].

Полеты к Марсу. Динамика изменения по циклам полетов оптимальных проектно-баллистических характеристик двухмодульного КЛА при прямых полетах на орбиту ИС Марса (ИСМ) по траекториям первого полувитка показана на рис. 3.38-3.40. В качестве конечных орбит при анализе полетов к Марсу были выбраны круговая орбита с $H_{кр} = 1000$ км и эллиптическая орбита с $H_{кр} = 1000$ км и $H_{ка} = 20000$ км.

Основные особенности полетов по траекториям второго полувитка в целом аналогичны рассмотренным особенностям полетов по траекториям второго полувитка к Венере. Оптимальные даты старта ряда наилучших циклов полетов к Марсу по траекториям как первого, так и второго полувитков, приведены в табл. 3.6.

Благоприятные периоды запусков КЛА к Марсу наступают через $T_c \approx 2,14$ года. Зависимость оптимальных циклов полетов к Марсу от периода $T_{н.н} \approx 15,8$ года прослеживается значительно

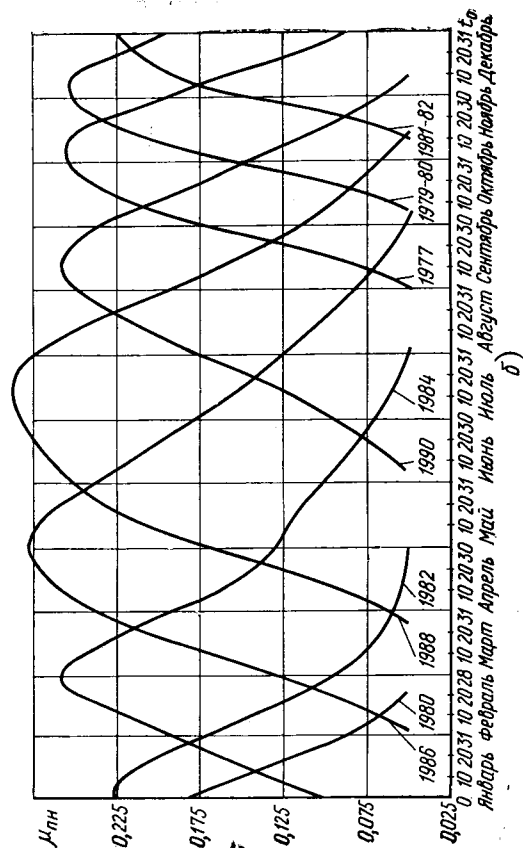
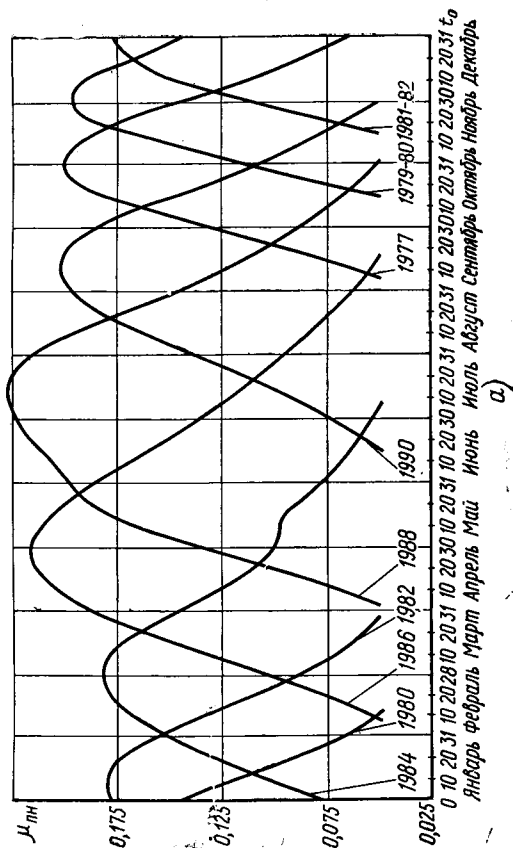
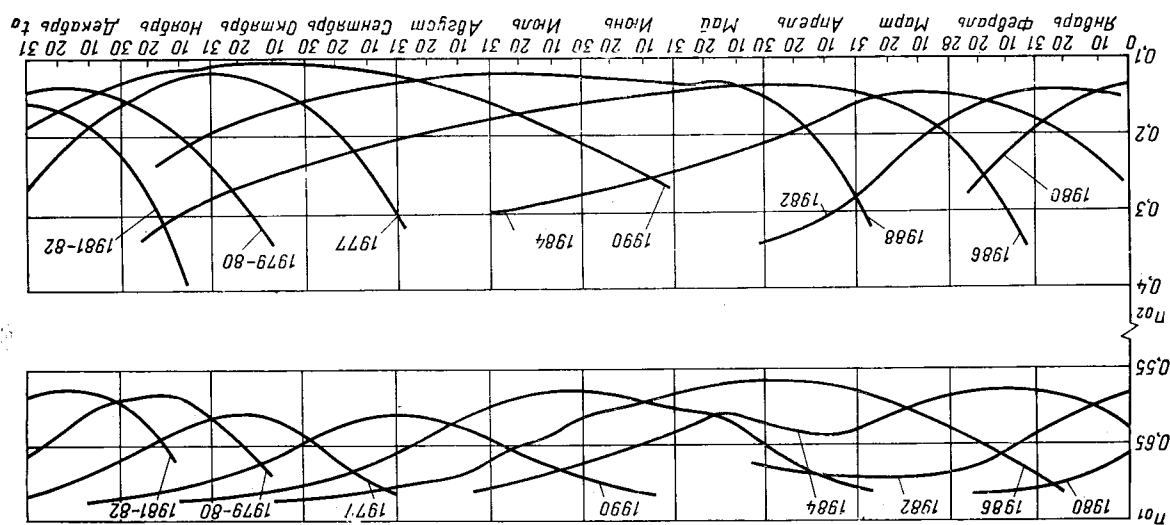


Рис. 3.38. Максимальные значения относительной полезной нагрузки двухмодульного КЛА ($P_{уд1} = P_{уд2} = 450$ с; $\gamma_{д.у1} = 0,01$; $\gamma_{д.у2} = 0,02$) при прямых полетах к Марсу по траекториям первого полуцикла с выходом на: а — круговую конечную орбиту ($H_{кр} = 1000$ км); б — эллиптическую конечную орбиту ($H_{кп} = 1000$ км, $H_{кз} = 20\,000$ км)

Рис. 3.39. Оптимальные значения тяговооруженностей двухмодульного КЛА ($P_{уд1} = P_{уд2} = 450$ с; $\gamma_{д.у1} = 0,01$; $\gamma_{д.у2} = 0,02$) при прямых полетах к Марсу по траекториям первого полуцикла с выходом на круговую конечную орбиту ($H_{кр} = 1000$ км)



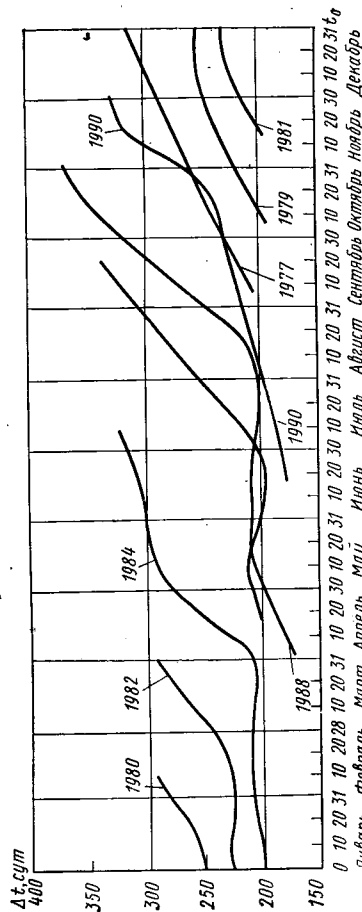


Рис. 3.40. Оптимальные значения времени прямого полета к Марсу по траекториям первого полуцикла с выходом на круговую конечную орбиту ($r_{кр} = 1000$ км)

хуже, чем для Венеры из-за существенно большего значения эксцентриситета его орбиты.

Энергозатраты полетов к Марсу несколько меньше, чем для полетов к Венере, однако они сильнее меняются от цикла к циклу. «Окна» старта обычно составляют в зависимости от цикла полетов 1—2 месяца.

Влияние степени вытянутости конечной орбиты ИСМ на проектно-баллистические характеристики КЛА выражено слабее, чем для полетов к Венере: максимальные значения $\mu_{л.н}$ ИСМ на эллиптической конечной орбите в среднем всего в 1,15 раза выше, чем $\mu_{л.н}$ спутника на круговой орбите.

Основным фактором, определяющим уровень необходимых энергозатрат траекторий прямых полетов к Марсу, является их положение по отношению к линии узлов планеты. Так, прямые полеты к Марсу с выходом КЛА на орбиту ИСМ наиболее эффективны в моменты, когда начальная точка межпланетной траектории находится вблизи восходящего узла орбиты планеты, а конечная точка траектории — вблизи от нисходящего узла. В этом случае суммарные энергозатраты полета оказываются близки к минимальным. Для траекторий первого полуцикла это происходит в апреле — июле (циклы 1986 и 1988 гг.) при средних значениях $\Phi \approx 145^\circ - 165^\circ$, а для траекторий второго полуцикла — в июле — ноябре (циклы 1976—1981 гг.) при соответствующих средних значениях $\Phi \approx 190^\circ - 210^\circ$ (см. табл. 3.6).

В заключение отметим один из наиболее важных и интересных результатов решения задачи оптимизации проектно-баллистических характеристик межпланетных аппаратов в рассматриваемой постановке: оптимальные значения тяговооруженностей модулей КЛА меняются в зависимости от дат старта в небольших пределах и поэтому на этапе предварительных разработок космических ап-

Таблица 3.6.

Оптимальные проектно-баллистические характеристики прямых полетов межпланетного аппарата к Марсу с выходом на круговую конечную орбиту высотой $H_{кр} = 1000$ км ($H_0 = 200$ км; $P_{ул.н} = P_{ул.к} = 450$ с; $\mu_{л.н} = 0,01$; $\mu_{л.к} = 0,02$; $\mu_{л.з} = \mu_{л.з2} = 0,02$; $a_{т.01} = a_{т.02} = 0,06$)

Оптимальные характеристики полетов	Значения характеристик по годам старта			
	1977	1979	1986	1988
t_0 opt	1.XI/8.XI	1.XI/4.XI	28.IV/10.V	11.VII/22.V
t_k	17.VII/1.IX.78	6.VIII.80/9.IX.80	15.XI/25.I.87	1.II.89/1.II.89
Δt_{opt} , сут	258,8/328,5	249,2/309,2	200,7/260,9	203,1/253,2
$u_{\oplus 0...}$, °	10,9/24,8	341,2/8,4	192,0/180,7	120,5/168,3
$u_{л.к...}$, °	151,0/172,4	181,2/198,4	317,9/0,4	264,7/26,5
$\tilde{R}_{\oplus 0}$, a.e.	0,992/0,999	0,983/0,992	1,007/1,010	1,017/1,012
$\tilde{R}_{л.к}$, a.e.	1,618/1,570	1,548/1,505	1,399/1,473	1,536/1,536
$\Phi...$, °	161,6/207,2	162,4/206,8	149,9/181,2	147,0/194,9
a , a.e.	1,299/1,303	1,261/1,262	1,204/1,242	1,302/1,269
p , a.e.	1,220/1,232	1,195/1,204	1,169/1,198	1,239/1,206
$i_{\oplus...}$, °	2,9/179,5	179,9/1,3	177,5/179,3	1,5/176,8
$\theta_{\oplus...}$, °	4,2/-0,8	4,1/-1,0	2,4/1,1	8,2/-5,6
\tilde{V}_0 ед. V_{\oplus}	1,116/1,111	1,111/1,106	1,075/1,084	1,095/1,090
V_{∞} км/с	4,55/3,29	3,88/3,01	2,89/2,80	3,46/4,86
$i_{к...}$, °	1,1/177,8	178,0/179,4	179,2/1,6	2,9/178,5
$\theta_{к...}$, °	-1,0/-6,6	-1,4/-5,5	2,6/-1,5	7,4/4,7
\tilde{V}_k ед. V_{\oplus}	0,683/0,712	0,705/0,732	0,774/0,744	0,731/0,717
V_{∞} км/с	2,63/2,46	3,20/2,63	3,16/3,91	2,59/2,65
$\mu_{к1}$ opt	0,3891/0,4285	0,4118/0,4333	0,4393/0,4417	0,4239/0,3782
$\mu_{к2}$ opt	0,6225/0,5859	0,6017/0,5781	0,5754/0,5734	0,5906/0,6220
$\mu_{к3}$ opt	0,6210/0,6338	0,5753/0,6202	0,5788/0,5174	0,6240/0,6195
$\mu_{к4}$ opt	0,1022/0,099	0,1131/0,1021	0,1122/0,1292	0,1015/0,1025
$\mu_{л.н}$ шах	0,2007/0,2313	0,1973/0,2309	0,2149/0,1902	0,2251/0,1932

¹ Величины в числителе соответствуют I типу, величины в знаменателе — II типу полунитка траектории.

апаратов они могут приниматься постоянными и равными некоторым средним значениям P_{0i} ср.

Оптимизация гелиоцентрических участков межпланетных траекторий перелета на полях изолиний

Разделение общей задачи построения межпланетных траекторий космических аппаратов на внешнюю и внутренние позволяет существенно упростить анализ прямых межпланетных траекторий, сведя его к двум двухпараметрическим задачам.

Первая из них состоит в отображении всех необходимых характеристик гелиоцентрических участков перелета на плоскость «дата старта — время перелета» ($t_0, \Delta t$) в виде *изолиний*, представляющих собой семейство *линий уровня* этих характеристик. С учетом всех ограничений на поле изолиний выделяется допустимая область, внутри которой выбираются *опорные траектории* — т. е. соответствующие значения t_0 и Δt и подлежащие дальнейшим исследованиям. При решении второй задачи для этих дат старта и времени перелета определяются возможные характеристики планетноцентрических участков межпланетных траекторий. Для этого все характеристики подлетных траекторий отображаются на картинной плоскости¹, в которой выбираются точки прицеливания с учетом ограничений, наложенных на припланетный участок.

Определение параметров траекторий на гелиоцентрическом участке полета является существенно нелинейной задачей, связанной с использованием ранее рассмотренного метода Ламберта. Поэтому для вычисления изолиний необходимо применение численных методов. Существуют различные методы построения линий уровня функции, зависящей от двух параметров $z = f(x_1, x_2) = \text{const}$, например, метод сеток, метод попадающих траекторий и метод построения линий уровня — метод расчета изолиний, позволяющий осуществлять непосредственное движение вдоль линии уровня. Метод построения линий уровня является весьма эффективным инструментом для анализа межпланетных траекторий на полях изолиний. При этом в качестве аргументов x_1, x_2 принимаются дата старта t_0 (либо дата прилета к планете) и время полета Δt , а в качестве функции z назначаются параметры траекторий, которые выступают в виде критериев и ограничений.

На рис. 3.41 и 3.43 представлены поля изолиний гиперболических избытков скоростей отлета от Земли $V_{\infty 0} = \text{const}$ и подлета к планете назначения $V_{\infty k} = \text{const}$ для прямых полетов к Венере и Марсу по траекториям класса I.1 первого и второго полувитков. На рис. 3.42 и 3.44 представлены линии уровня относительной полезной нагрузки КЛА, осуществляющих полеты по траекториям

¹ Картинная плоскость — плоскость, перпендикулярная асимптоте гиперболической орбиты прибытия (вектору гиперболического избытка скорости $V_{\infty k}$), см. далее, § 3.6.

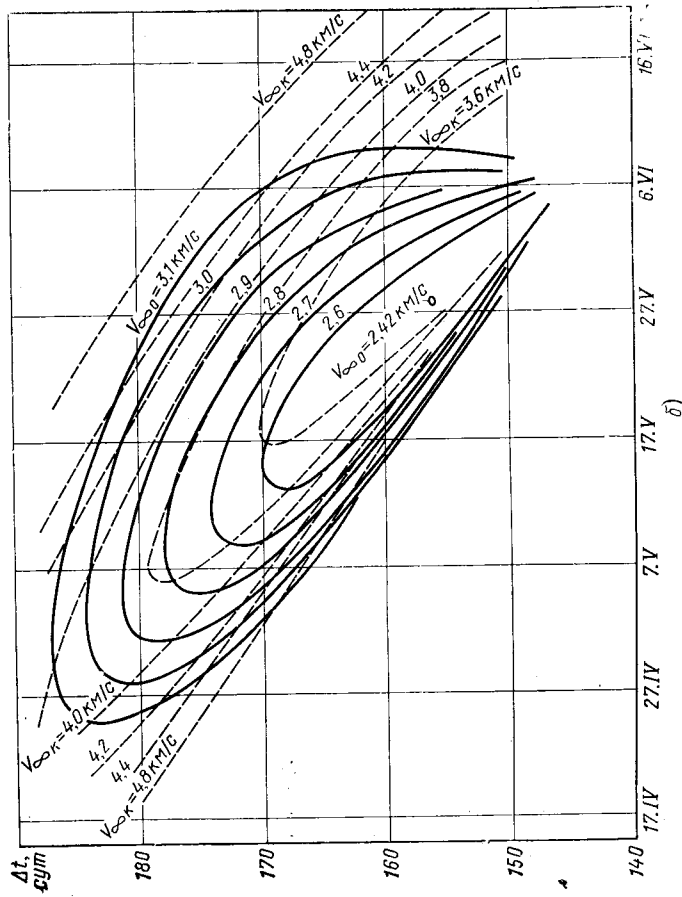
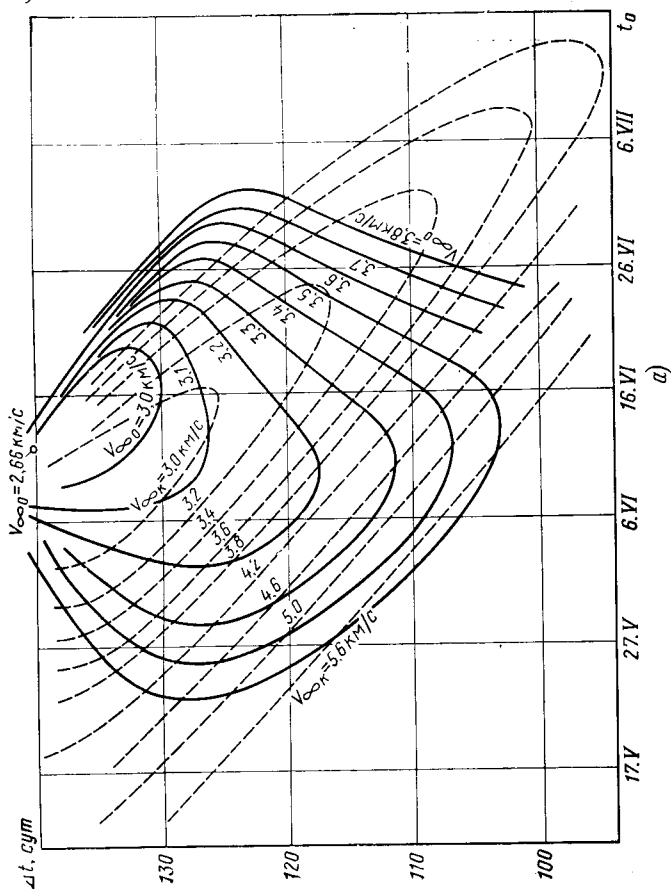


рис. 3.41. Изолинии гиперболических избытков скоростей $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$ при прямых полетах к Венере в 1983 г. по траекториям:
а — первого полувитка; б — второго полувитка; — $V_{\infty 0}$; — $V_{\infty k}$

На рис. 3.42 приведены изолинии $\mu_{п.н}$ для полетов в том же цикле к Венере с выходом тормозного модуля двухмодульного КЛА на круговую орбиту ИСМ высотой 500 км. В нижней области представлены перелеты по траекториям первого полувитка, в верхней области — по траекториям второго полувитка. Для каждой области существуют точки с максимальным значением $\mu_{п.н}$. Реализация траекторий вблизи этих точек, естественно, обеспечивает наибольшую полезную нагрузку, выводимую на траекторию полета к планете назначения.

Видно, что оптимальный цикл полетов характеризуется достаточно близкими энергетическими характеристиками полетов по первому и по второму полувиткам. Отличие по времени полета также незначительно и составляет примерно 15–20 сут. для траекторий с минимальными энергозатратами.

На рис. 3.43 приведены поля изолиний $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$ для полетов к Марсу по траекториям первого (см. рис. 3.43, а) и второго (см. рис. 3.43, б) полувитков в 1984 г. На рис. 3.44 представлены линии уровня $\mu_{п.н} = \text{const}$ для полета двухмодульного КЛА на круговую орбиту ИСМ высотой $H_{кр} = 1000$ км в 1986 г.

Поля изолиний являются универсальным и наглядным методом анализа межпланетных траекторий перелета, с помощью которого можно не только выделить области допустимых траекторий, исходя из различных ограничений (интервальность дат старта, время полета, диапазон дат прибытия к планете назначения, скорость входа в атмосферу планеты, условие видимости с земных станций наблюдения и т. д.), но и провести для выбранных условий необходимую оптимизацию траекторий.

Например, с помощью анализа поля изолиний $\mu_{п.н} = \text{const}$ можно определить траектории, обеспечивающие максимум $\mu_{п.н}$ при наибольшем диапазоне дат старта. Этот класс траекторий может быть реализован при отсутствии ограничений на время перелета. На поле изолиний $\mu_{п.н}$ эти траектории лежат на кривой, соединяющей точки касания прямых $t_0 = \text{const}$ и изолиниями $\mu_{п.н} = \text{const}$.

При полетах к дальним планетам (Юпитеру, Сатурну и пр.), когда существенным является ограничение времени перелета Δt , должны реализовываться траектории, обеспечивающие максимальные значения $\mu_{п.н}$ при заданной величине Δt . На поле изолиний они лежат на кривой, соединяющей точки касания прямых $\Delta t = \text{const}$ с изолиниями $\mu_{п.н} = \text{const}$. Естественно, что из этого класса траекторий наибольший интерес представляют траектории первого полувитка.

Рассмотрены лишь два случая оптимизации межпланетных траекторий на полях изолиний. Существуют и другие случаи оптимизации [2], причем на полях изолиний не только рассмотренных выше характеристик, но и других критериев, например, угла склонения δ_0 вектора скорости $V_{\infty 0}$, угла, характеризующего условия

171

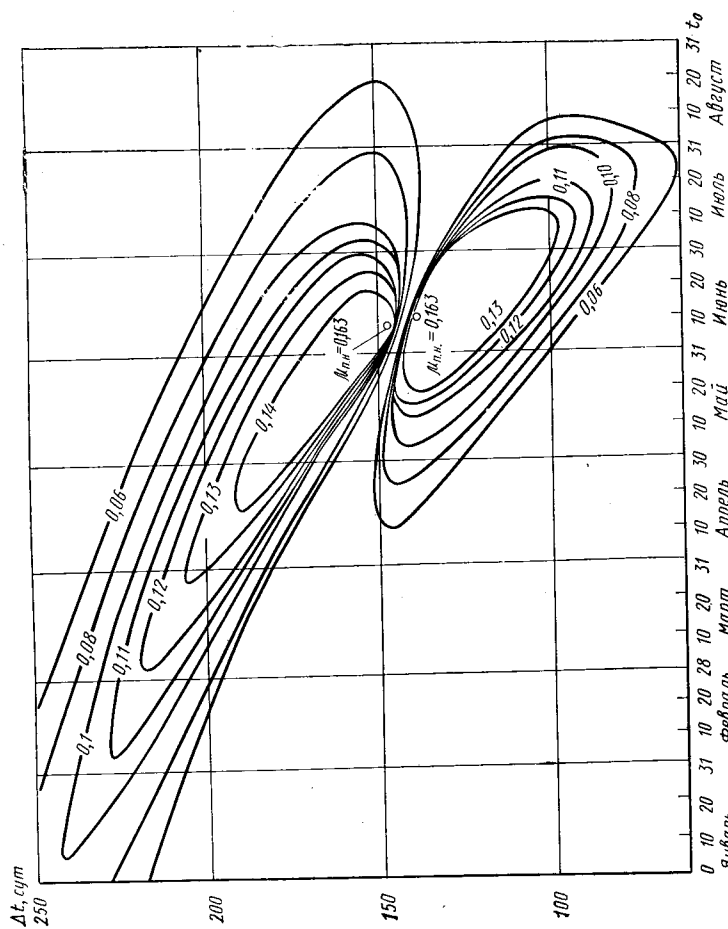
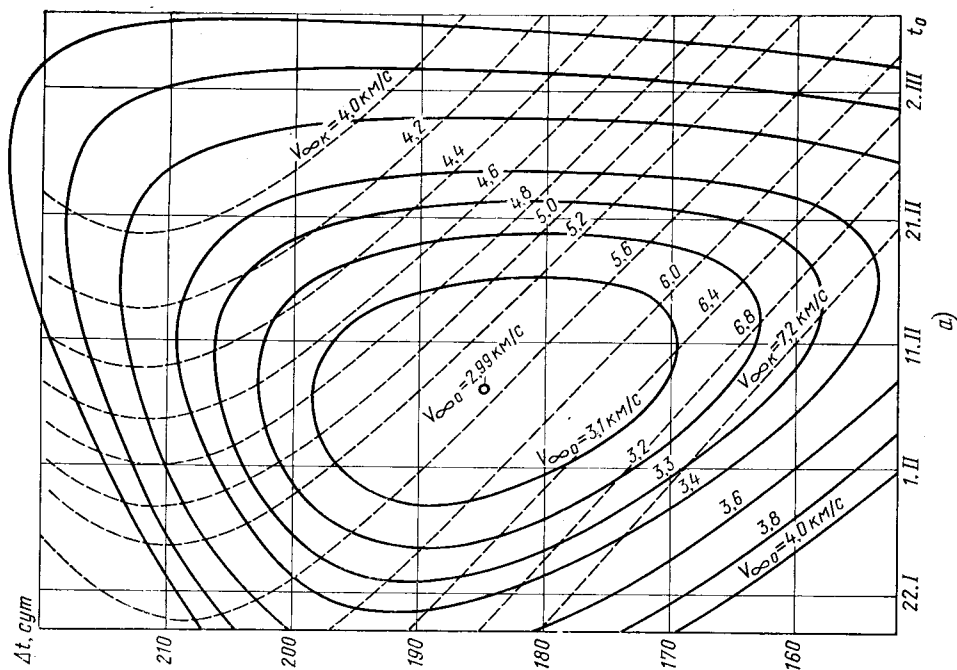


Рис. 3.42. Изолинии максимальных значений относительной полезной нагрузки двухмодульного КЛА ($P_{уд1} = P_{уд2} = 450$ с; $\gamma_{уд1} = -0.01$; $\gamma_{уд2} = 0.02$) при прямых полетах к Венере в 1983 г. с выходом на круговую конечную орбиту ($H_{кр} = 500$ км)

группы I. 1. 2 к тем же планетам, в каждой точке которых решена проектная задача при заданной дате старта t_0 и времени полета Δt , поэтому в этом смысле приведенные изолинии являются изолиниями максимальной относительной полезной нагрузки. Видно, что на поле изолиний траектории первого и второго полувитков разделены так называемым «энергетическим хребтом». Эта область, характеризуемая большими значениями скоростей старта и прибытия (при углах перелета $\Phi \approx 180^\circ$), а также резким сгущением соответствующих линий уровня, является, как правило, нерабочей. В зависимости от цикла полета и типа полувитка поле изолиний может иметь достаточно сложную конфигурацию.

На рис. 3.41 приведены изолинии гиперболических избытков скоростей $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$ для полетов к Венере в 1983 г. по траекториям первого (см. рис. 3.41, а) и второго (см. рис. 3.41, б) полувитков. Этот цикл является энергетически оптимальным внутри периода великих противостояний планеты $T_{в.п}$ (см. рис. 3.35—3.37).



видимости КЛА на начальном участке траектории полета¹ или каких-то комбинированных критериев. При этом оптимизация на полях изолиний позволяет определить как непосредственно оптимальные траектории по выбранному критерию, так и поведение этого критерия в окрестности оптимальных значений. Это дает возможность инженеру в процессе баллистического проектирования КЛА в случае необходимости отходить от оптимальных решений, учитывать различные дополнительные соображения, возникающие при создании космического аппарата, оперативно анализировать разнообразные компромиссные варианты.

¹ Для пунктов, расположенных в Северном полушарии, наилучшие условия видимости соответствуют максимальному значению δ_0 .

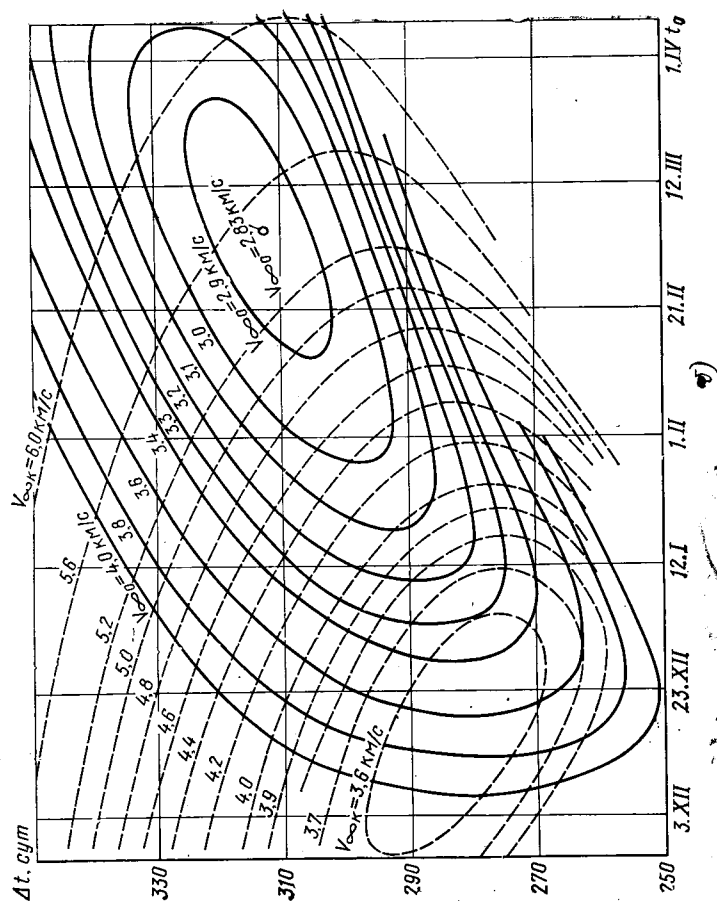


Рис. 3.43. Изолинии гиперболических избытков скоростей $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty K}$ при прямых полетах к Марсу в 1984 г. по траекториям:

а — первого полуцикла; б — второго полуцикла;
— $V_{\infty 0}$; --- $V_{\infty K}$

§ 3.4. МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ПОЛЕТЫ С УЧЕТОМ МАНЕВРОВ ПРИ ОБЛЕТЕ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ПЛАНЕТЫ

Полеты с использованием гравитационного поля одной или нескольких промежуточных планет, облет которых специально планируется, относятся для всех типов схем межпланетных траекторий к межпланетным траекториям второго класса (см. рис. 3.25).

Оценка цикличности полетов к нескольким планетам

Характеристики межпланетных траекторий многопланетного облета изменяются по циклам полетов: внутри суммар-

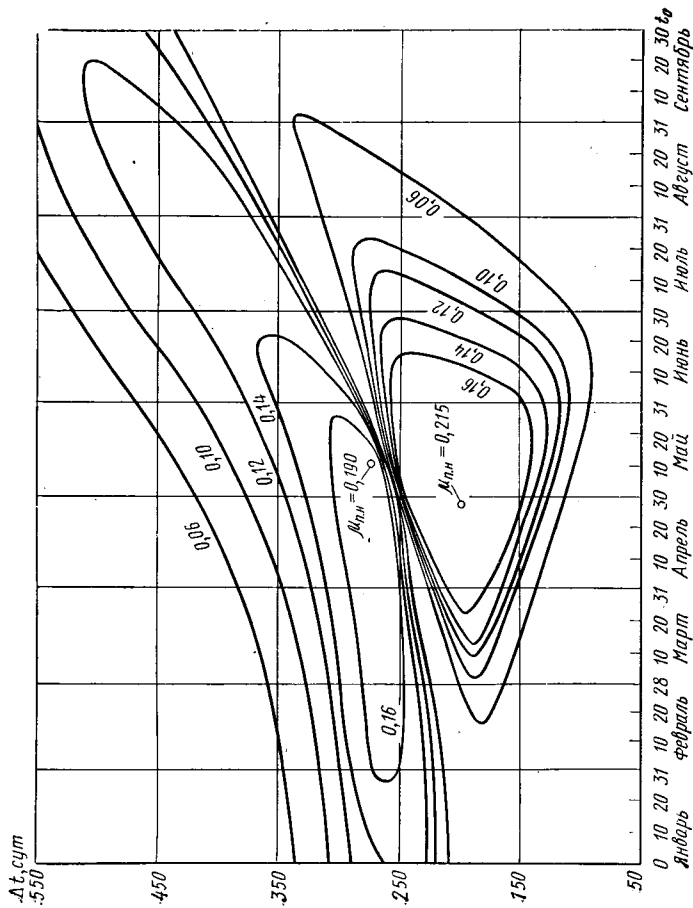


Рис. 3.44. Изолинии максимальных значений относительной полезной нагрузки двухмодульного КЛА ($P_{уд1}=P_{уд2}=450$ с; $\gamma_{д.1}=0,01$; $\gamma_{д.2}=0,02$) при прямых полетах к Марсу в 1986 г. с выходом на круговую конечную орбиту ($R_{кр}=1000$ км)

ного периода великих противостояний $T_{в.п}^2$ они имеют цикл повторения, примерно равный суммарному синодическому периоду T_c^2 нескольких планет (см. § 3.1). Цикл изменения характеристик полетов в зависимости от $T_{в.п}^2$ является, таким образом, «внешним» по отношению к циклу их изменения в зависимости от T_c^2 . Важно отметить, что цикличность полетов не зависит от порядка облетаемых планет, достаточно лишь знать их перечень по маршруту экспедиции [2].

Наиболее интересными в настоящее время представляются следующие маршруты: полеты к Меркурию с маневром в гравитационном поле Венеры ($T_c^2=1,6$ года); полеты к Марсу с маневром в гравитационном поле Венеры ($T_c^2=6,4$ года); полеты к дальним планетам и Солнцу с маневром в гравитационном поле Юпитера.

Решение задачи определения оптимальных проектно-баллистических характеристик КЛА при использовании для достижения планеты назначения баллистического облета промежуточной планеты

Вся задача определения оптимальной межпланетной траектории с попутным облетом может быть представлена состоящей из ряда более простых задач (рис. 3.45): задачи определения оптимальных проектно-баллистических характеристик участка траектории Земли — промежуточной планеты и задачи (или ряда задач — при многопланетном облете) определения оптимальных проектно-баллистических характеристик участка планеты облета — планеты назначения.

Баллистические характеристики первого участка траектории движения КЛА могут быть определены по алгоритму, изложенному в § 3.3. В случае задания такой даты гелиоцентрического старта t_0 и такого времени перелета Δt_2 , при которых существует только возможность достижения планеты назначения с использованием только пертурбационного эффекта, орбита гелиоцентрического участка перелета промежуточной планеты — планета назначения определяется также несложно.

Учитывая, что векторы R_1 , V_1 и $V_{\infty 1}$ известны из решения первой задачи при исходном значении Δt_2 , задаются вектором промаха B и находят вектор гиперболической скорости КЛА $V_{\infty 2}$ и, тем самым, вектор гелиоцентрической скорости КЛА V_2 , а также большую полуось a_2 орбиты искомого гелиоцентрического участка. Для определения времени перелета Δt_2 на участке промежуточной планеты — планета назначения и радиуса R_k его конечной точки следует воспользоваться

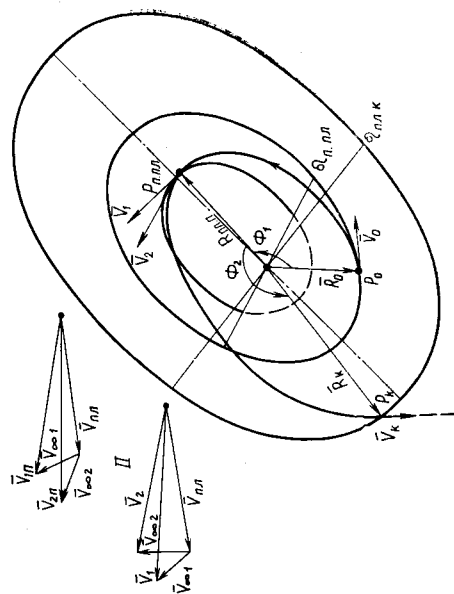


Рис. 3.45. Схема межпланетного перелета к планете назначения с баллистическим облетом промежуточной планеты (I) и с активным облетом промежуточной планеты (II)

нения можно найти вектора R_k , V_k и $V_{\infty k}$. Знание векторов $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty k}$ позволяет по уже известной схеме и зависимостям, приведенным в § 3.3, решить проектную задачу и найти оптимальные основные проектные параметры КЛА.

Алгоритм оптимизации проектных решений, удовлетворяющих рассмотренным схемам межпланетных полетов группы I.2.2 (см. рис. 3.25) при заданном t_0 , выразим следующим образом:

$$\mu_{n,n}^{\max} = \max_{\Delta t_1} \left\{ \mu_{n,n} : \forall \mu_{n,n} \in \max_{n_0, \mu_{k1}} \left\{ \mu_{n,n} \right\} \Big|_{V_{\infty k}^{\max}} \right\} \quad (3.31)$$

для случая $\Xi \mid B \subset B^*$, при которых $F_R = 0$ $\forall t_0 \in T_0$. Здесь B^* — область значений B , удовлетворяющих условию (3.3); T_0 — область значений t_0 , при которых существуют решения при данных схемах полета. Под $V_{\infty k}^{\max}$ подразумевается значение $V_{\infty k}$, которое возможно получить путем соответствующего подбора B при условии $F_R = 0$.

Алгоритм же оптимизации проектных решений и даты старта с Земли t_0 внутри заданного синодического периода для нескольких планет T_s для рассмотренных схем межпланетных полетов той же группы выразим так:

$$\mu_{n,n}^{\max} = \max_{t_0 \in T_0} \left\{ \mu_{n,n} : \forall \mu_{n,n} \in \max_{\Delta t_1} \left\{ \mu_{n,n} : \forall \mu_{n,n} \in \max_{n_0, \mu_{k1}} \left\{ \mu_{n,n} \right\} \Big|_{V_{\infty 0}^{\max}} \right\} \right\} \quad \text{для случая } \Xi \mid B \subset B^*, \text{ при котором } F_R = 0 \quad (3.32)$$

Решение задачи определения оптимальных проектно-баллистических характеристик КЛА при использовании для достижения планеты назначения пертурбационного эффекта с импульсной коррекцией

Использование для полетов к планете назначения траекторий активного облета существенно расширяет возможности решения задачи выбора оптимальной траектории перелета, ибо реализация активного гравитационного маневра позволяет исключить ограничения на выбор вектора V_2 .

Рассмотрим схему решения задачи для таких полетов при условии выхода КЛА на орбиту ИС планеты назначения и задания для старта t_0 и времени перелета Δt_1 и Δt_2 соответственно на гелиоцентрических участках Земля — промежуточная планета и промежуточная планета — планета назначения.

Задание временных координат начальной, промежуточной и конечной точек P_0 , $P_{n,пл}$, P_k (см. рис. 3.45) — значений t_0 , t_1 и t_k — очевидно, предопределяет и их геометрические координаты — R_0 ,

$R_{n,пл}$ и R_k и позволяет поиск баллистических характеристик участников построить по методу Ламберта. При этом время движения КЛА при облете промежуточной планеты полагается равным нулю, т. е. $V_{\infty 2} = V_2 - V_{n,пл}$. По известным значениям векторов $V_{\infty 0}$ и $V_{\infty 2}$ обращаясь к зависимостям § 3.3, можно решить навигационную и проектно-баллистическую задачи. Знание векторов $V_{\infty 1}$ и $V_{\infty 2}$ позволяет согласно (3.4) найти минимальное значение импульса тяги ΔV_{\min} и, тем самым, определить соответствующее ему максимальное значение относительного конечного веса КЛА

$$\mu_{k,n}^{\max} = \exp(-\Delta V_{\min}/W).$$

Алгоритм расчета максимального значения относительной полезной нагрузки при заданных t_0 , Δt_1 и Δt_2 выражается в виде

$$\mu_{n,n}^{\max} = \left\{ \left(\max_{n_0, \mu_{k1}} \left\{ \mu_{01} \right\} \right) \cdot \left(\max_{n_0, \mu_{k2}} \left\{ \mu_{01} \right\} \right) \cdot \max_{\varphi_{r1}, \varphi_{r2}} \left\{ \mu_{k,n} \left| \frac{V_{\infty 1}}{V_{\infty 2}} \right| \right\} \right\}_{t_0, \Delta t_1, \Delta t_2} \quad (3.33)$$

Базируясь на данном выражении, алгоритм оптимизации основных проектных параметров КЛА, импульса тяги ΔV вблизи промежуточной планеты и времени перелета Δt_1 и Δt_2 при заданной дате гелиоцентрического старта t_0 представим следующим образом:

$$\mu_{n,n}^{\max} = \max_{\Delta t_1, \Delta t_2} \left\{ \mu_{n,n} : \forall \mu_{n,n} \in \left(\max_{n_0, \mu_{k1}} \left\{ \mu_{01} \right\} \right) \times \left(\max_{n_0, \mu_{k2}} \left\{ \mu_{01} \right\} \right) \cdot \left(\max_{\varphi_{r1}, \varphi_{r2}} \left\{ \mu_{k,n} \left| \frac{V_{\infty 1}}{V_{\infty 2}} \right| \right\} \right) \right\}_{t_0, \Delta t_1, \Delta t_2} \quad t_0 \in T_0 \quad (3.34)$$

И, наконец, алгоритм оптимизации основных проектных параметров КЛА, импульса тяги ΔV вблизи промежуточной планеты, времени перелета Δt_1 и Δt_2 , а также даты гелиоцентрического старта t_0 выразим так:

$$\mu_{n,n}^{\max} = \max_{t_0 \in T_0} \left\{ \mu_{n,n} : \forall \mu_{n,n} \in \max_{\Delta t_1, \Delta t_2} \left\{ \mu_{n,n} : \forall \mu_{n,n} \in \left(\max_{n_0, \mu_{k1}} \left\{ \mu_{01} \right\} \right) \cdot \left(\max_{n_0, \mu_{k2}} \left\{ \mu_{01} \right\} \right) \cdot \left(\max_{\varphi_{r1}, \varphi_{r2}} \left\{ \mu_{k,n} \left| \frac{V_{\infty 1}}{V_{\infty 2}} \right| \right\} \right) \right\} \right\}_{t_0} \quad (3.35)$$

Алгоритмы решения задачи межпланетного перелета КЛА к планете назначения с облетом одной промежуточной планеты, описанные выражениями (3.31), (3.32) — для полетов с баллистическим облетом промежуточной планеты и (3.33) — (3.34) — для полетов с активным облетом промежуточной планеты, получены в предположении, что КЛА выходит на конечную орбиту ИС планеты назначения, т. е. для траекторий группы I.2.2. Для полетов же к планете назначения с пролетом последней, т. е. для траекторий группы I.2.1, перечисленные выражения, очевидно, существенно упрощаются.

Структура всех приведенных выше алгоритмов решения задачи полета к планете назначения с облетом одной промежуточной планеты позволяет достаточно просто построить подобные же алгоритмы

мы и для решения значительно более сложных задач полета к планете назначения с облетом нескольких промежуточных планет — задач многопланетного облета.

Полеты к Меркурию с использованием гравитационного поля Венеры

Анализ прямых межпланетных траекторий полета к Меркурию показывает, что они требуют для своей реализации больших энергозатрат и связаны с чрезвычайно короткими благоприятными периодами дат старта.

Довольно перспективным способом повышения энергетической эффективности межпланетных полетов к Меркурию является использование гравитационного поля Венеры. Принципиально существует несколько схем перелета к Меркурию с облетом Венеры. Характеристики траектории облета Венеры в определенной степени зависят от задач маневра КЛА вблизи Меркурия.

Благоприятные периоды старта к Меркурию с облетом Венеры повторяются через период $T_c \approx 1,6$ года, почти равный синодическому периоду Венеры и с точностью до двух-трех недель соответствуют благоприятным периодам старта для оптимальных прямых полетов к Венере. Однако в связи с отсутствием достаточно точного повторения абсолютных положений Земли, Венеры и Меркурия на их орбитах какой-либо четкой периодичности изменения характеристик оптимальных траекторий (как это было, например, при прямых полетах к Венере) не наблюдается.

Пролетные и попадающие траектории полета к Меркурию. При уменьшении энергозатрат межпланетных траекторий пролета Меркурия, определяемых стартовой характеристической скоростью, чисто баллистического облета Венеры возможно не всегда из-за ограничения на минимальную величину радиуса $R_{\pi} \geq R_{\min}^{\pi}$. Избежать этого затруднения можно с помощью активных маневров при облете Венеры. Использование активного облета планеты и облета с коррекцией перигентра позволяет также расширить «окна» старта.

Траектории полета к Меркурию с попутным облетом Венеры делятся на четыре группы по сочетанию полуциклов на гелиоцентрических участках. В каждом цикле полетов одна из четырех комбинаций дает энергетически минимальную траекторию. Потребные минимальные значения стартовой $\Delta V_{\text{ст}}$ и суммарной ΔV_{Σ} (в случае активного облета) характеристических скоростей, времени перелета Земля — Венера Δt_1 и суммарного времени полета к Меркурию Δt_{Σ} в зависимости от даты старта t_0 с круговой промежуточной орбиты ИСЗ $H_0 = 200$ км приведены на рис. 3. 46. Анализ результатов расчета позволяет сделать следующие выводы.

¹⁾ В расчетах принималось, что радиус наименьшего допустимого сближения с Венерой R_{\min}^{π} равен среднему радиусу видимой поверхности Венеры 6100 км, т. е. среднему радиусу поверхности ее облачного слоя.

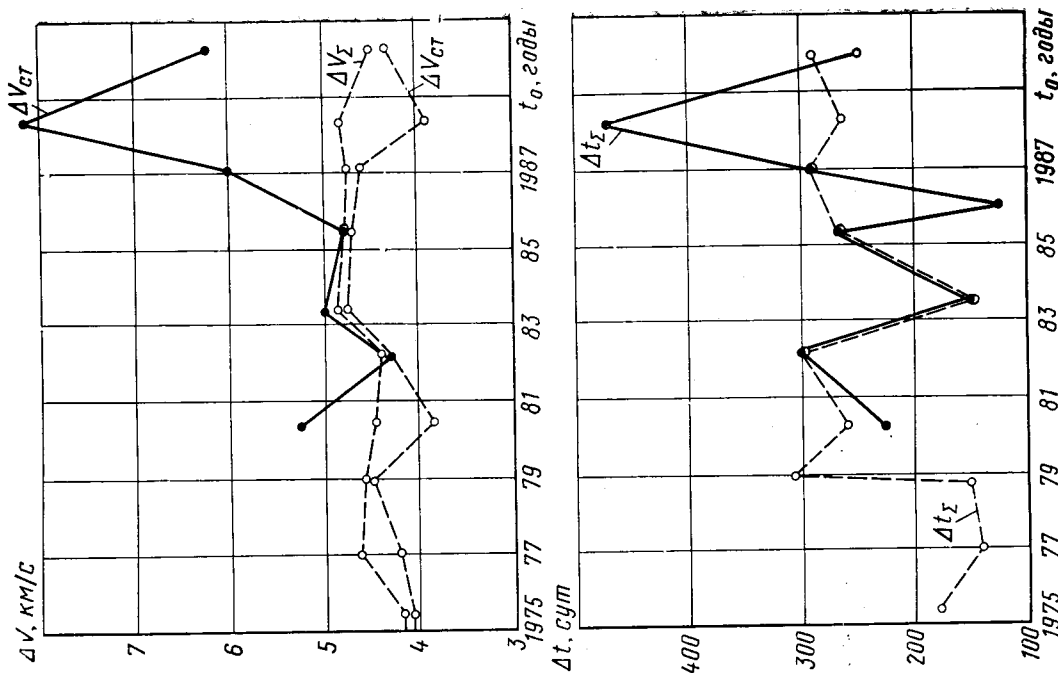


Рис. 3.46. Зависимость оптимальных характеристик полетов к Меркурию по пролетно-попадающим траекториям с использованием гравитационного поля Венеры от оптимальных гелиоцентрических дат старта с Земли для схем: — баллистического облета Венеры; - - - - - активного облета Венеры

Полеты межпланетных аппаратов к Меркурию по пролетно-падающим траекториям с баллистическим облетом Венеры в циклы 1982, 1983 и 1985 гг. энергетически эффективнее соответствующих прямых полетов.

Характеристическая скорость старта $\Delta V_{\text{ст}} \approx 4$ км/с с 1982 г. в десятилетия 1980—1990 гг. будет наименьшей и примерно на 16% меньше $\Delta V_{\text{ст}}$ сравнимого оптимального прямого полета.

Полеты к Меркурию с активным облетом Венеры в 1986—1990 гг. позволят значительно снизить энергозатраты по сравнению как с прямыми перелетами к Меркурию, так и с перелетами, использующими баллистический облет Венеры. Например, в цикле 1988 г. оптимальная траектория с активным облетом Венеры дает уменьшение скорости $\Delta V_{\text{з}}$ почти в два раза по сравнению со скоростями $\Delta V_{\text{ст}}$ на оптимальных траекториях ее баллистического облета и прямых перелетах к Меркурию.

Оптимальные величины импульсов маневра около Венеры $\Delta V_{\text{в}}^{\text{в}}$ в циклы полетов 1982, 1983 и 1985 гг., наилучших для полетов к Меркурию с баллистическим облетом Венеры, практически равны нулю ($\Delta V_{\text{в}}^{\text{в}} < 100$ м/с). Суммарная продолжительность полетов по оптимальным траекториям 1980-х гг. значительно больше, чем при полетах по оптимальным траекториям конца 1970-х гг.

Гиперболическая скорость прибытия к Меркурию V_{∞} в среднем равна 10 км/с и значительно меньше, чем в случае оптимальных прямых перелетов к планете по пролетно-падающим траекториям.

Траектории полета с выходом КЛА на орбиту около Меркурия. При таком маневре вблизи Меркурия облет Венеры должен способствовать уменьшению суммарной характеристической скорости $\Delta V_{\text{з}}$, которая зависит в этом случае как от характеристической скорости старта $\Delta V_{\text{ст}}$, так и от торможения $\Delta V_{\text{т}}$. Таким образом, облет Венеры энергетически эффективен только тогда, когда он приводит к такому изменению значений $\Delta V_{\text{ст}}$ и $\Delta V_{\text{т}}$, при котором величина $\Delta V_{\text{з}}$ уменьшается.

Расчеты показали, что межпланетные траектории с баллистическим облетом Венеры и выходом на орбиту ИС Меркурия характеризуются теми же кинематическими параметрами, как и только что рассмотренные пролетные траектории. Изменение минимальных значений суммарной характеристической скорости $\Delta V_{\text{з}}$ по годам соединения Венеры при полетах к Меркурию с баллистическим облетом Венеры и выходом на круговую орбиту ИС Меркурия высотой $H_{\text{кр}} = 1000$ км показано на рис. 3.47. Сравнение минимальных значений $\Delta V_{\text{з}}$ для межпланетных полетов к Меркурию с выходом на ту же круговую орбиту ИСМ — прямых и с баллистическим облетом Венеры — дано на рис. 3.48. Баллистический облет Венеры для выхода на конечную орбиту около Мерку-

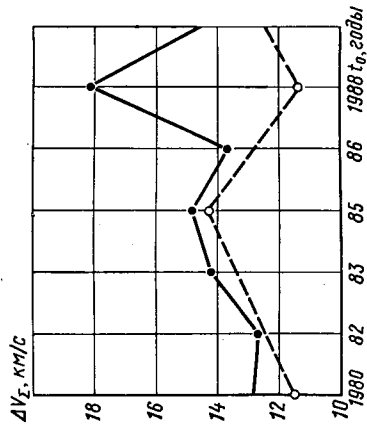


Рис. 3.47. Зависимость минимальных значений суммарной характеристической скорости при полетах к Меркурию с выходом на круговую конечную орбиту около планеты ($H_{\text{кр}} = 1000$ км) от года соединения Земли — Венера для схем:

— баллистического облета Венеры; — — — облета Венеры с коррекцией

Рис. 3.48. Минимальные значения суммарной характеристической скорости для прямых полетов к Меркурию и полетов к Меркурию с баллистическим облетом Венеры и выходом на круговую конечную орбиту около Меркурия ($H_{\text{кр}} = 1000$ км, $V_{\text{з}}$ равно отношению $V_{\text{з}}$ при прямом полете к $V_{\text{з}}$ при соответствующем прямом полете)

рия энергетически эффективнее соответствующих прямых полетов только в 1980, 1982 и 1983 гг.

Интересно отметить, что траектории с баллистическим облетом Венеры приводят к встрече КЛА с Меркурием вблизи области нисходящий узел — афелий его орбиты. Поэтому характеристическая скорость торможения для таких траекторий в основном выше ее значений при прямых перелетах с выходом КЛА на орбиту ИСМ. В связи с этим эффективность баллистических облетов Венеры достигается только вследствие уменьшения по сравнению с прямыми перелетами характеристической скорости старта. Данный результат позволяет искать резервы понижения $\Delta V_{\text{з}}$ путем регулирования гелиоцентрической долготы точки встречи с Меркурием за счет использования активного облета Венеры. Если он будет приводить к встрече КЛА с Меркурием в области восходящий узел — перигелий орбиты Меркурия, то можно предположить определенное уменьшение $\Delta V_{\text{з}}$. Однако расчеты показывают, что этого не достигается из-за больших значений $\Delta V_{\text{в}}^{\text{в}}$, доходящих до 3 км/с. В этом смысле более перспективной является схема облета Венеры с коррекцией высоты перигелия траектории облета.

Критерии использования схем облета для решения задач полета к Меркурию не должны быть связаны только с уровнем энергозатрат. Важными характеристиками являются также диапазон «окна» старта и чувствительность номинальной межпланетной траектории к величинам отклонений.

с весьма высокими энергозатратами при чрезмерно большом времени полета.

Решение проблемы полета к внешним планетам при приемлемых для КЛА с двигателями больших тяг (ЖРД, ЯРД) энергетических характеристиках и времени полета становится практически возможным при использовании гравитационного поля Юпитера. Если облет происходит при углах φ , близких к 180° (см. рис. 3.7), то межпланетный аппарат может получить от Юпитера достаточное количество энергии, чтобы после облета двигаться даже по гиперболической орбите, чтобы самым преодолеть силу притяжения Солнечной системы. Такая схема полета при соответствующем расположении планет позволяет достаточно «быстро» долететь к следующей планете.

Интересно, что в 1977—1980 гг. благодаря облету Юпитера открываются возможности исследования наиболее удаленных внешних планет (Сатурна, Урана, Нептуна и Плутона). Оказываются возможными также межпланетные траектории с облетом одновременно двух, трех и даже четырех внешних планет при умеренных значениях стартовой характеристики скорости (от 14,5 до 16,5 км/с) и времени полета.

Рассмотрим проектно-баллистические характеристики некоторых конкретных маршрутов двух- и трехпланетного полета.

Двухпланетные схемы полета. Земля — Юпитер — Сатурн. Расчеты показывают, что достижение Сатурна возможно даже при скоростях, близких к минимальной скорости достижения Юпитера. Полеты к Сатурну с использованием гравитационного поля Юпитера будут возможны ежегодно с 1976 по 1979 г. с периодичностью T_c^b , т. е. в августе 1976 г., сентябре 1977 г., октябре 1978 г. и ноябре 1979 г., причем «окна» старта для каждого из указанных периодов не превышают месяца. Следующие оптимальные периоды старта наступают только через суммарный синодический период T_c^s , составляющий примерно 20 лет, т. е. в 1997—1999 гг.

Зависимость времени полета Δt_z КЛА к Сатурну от относительной величины гиперболического избытка скорости $\tilde{V}_{\infty} = V_{\infty}/V_\Phi$ и различных относительных радиусов перигея гиперболической орбиты облета $r_{\pi 1} = R_{\pi 1}/R_\Phi$ приведена на рис. 3.49. Видно, что в текущем десятилетии наилучшие возможности полета к Сатурну с облетом Юпитера возникают при старте в 1977—1978 гг., когда можно достичь наименьших значений V_{∞} при минимальных Δt_z и приемлемых $r_{\pi 1}$. Проекция на плоскость эклиптики межпланетной траектории полета к Сатурну «через Юпитер» при старте в сентябре 1977 г. изображена на рис. 3.50.

Земля — Юпитер — Уран. Полеты будут возможны ежегодно с 1978 по 1980 гг. через период, равный T_c^b . Следующие оптимальные даты старта наступят только через $T_c^s \approx 14$ лет, т. е. в 1992—

Диапазоны «окон» старта для межпланетных траекторий полета к Меркурию с активным облетом Венеры сравнимы с «окнами» старта межпланетных траекторий прямых перелетов к Венере.

При баллистическом облете Венеры диапазон «окна» старта зависит от высоты перигея H_π планетоцентрической орбиты траектории. Для больших высот H_π чисто баллистический облет также дает возможность расширить приемлемые диапазоны дат старта. Например, для цикла 1982 г. баллистический облет Венеры ($H_\pi = 1980$ км) позволяет при 5%-ном запасе характеристической скорости ΔV_z расширить «окно» старта до 50 дней [2]. Таким образом, выбор правильной схемы облета в зависимости от высоты перигея планетоцентрической траектории позволяет значительно расширить «окна» старта межпланетных аппаратов к Меркурию. Поэтому, если даже рациональная схема облета Венеры и не даст ощутимого выигрыша в энергетике, то уже большим ее достоинством является возможность расширения диапазонов приемлемых дат старта.

Реализация межпланетных траекторий полета к планете назначения с облетом промежуточной планеты во многом зависит от чувствительности номинальной траектории к отклонениям основных кинематических параметров от расчетных данных. Даже очень небольшие ошибки в реализации расчетной высоты перигея могут вызывать заметные погрешности в направлении асимптоты измененной гиперболической траектории облета. Однако результаты анализа различных схем межпланетных траекторий прямого перелета позволяют весьма оптимистически смотреть на возможность их технической реализации.

Полеты межпланетных аппаратов с использованием гравитационного поля Юпитера

Гравитационное поле Юпитера — самой большой планеты Солнечной системы — хороший «помощник» в прокладывании космических трасс в ее труднодоступные и удаленные районы. К ним относятся, например, районы вблизи Солнца, районы вне плоскости эклиптики, районы глубокого космоса. Расположение орбиты Юпитера и его масса таковы, что эти задачи можно успешно решить благодаря изменению геометрии встречи КЛА и планеты при сравнительно невысоких энергозатратах, технически приемлемых уже сейчас.

Рассмотрим проектно-баллистические характеристики КЛА для некоторых перспективных схем полетов с использованием пертурбационного маневра вблизи Юпитера.

Межпланетные траектории полета к внешним планетам

Анализ прямых полетов межпланетных аппаратов к внешним планетам Солнечной системы показал, что они связаны

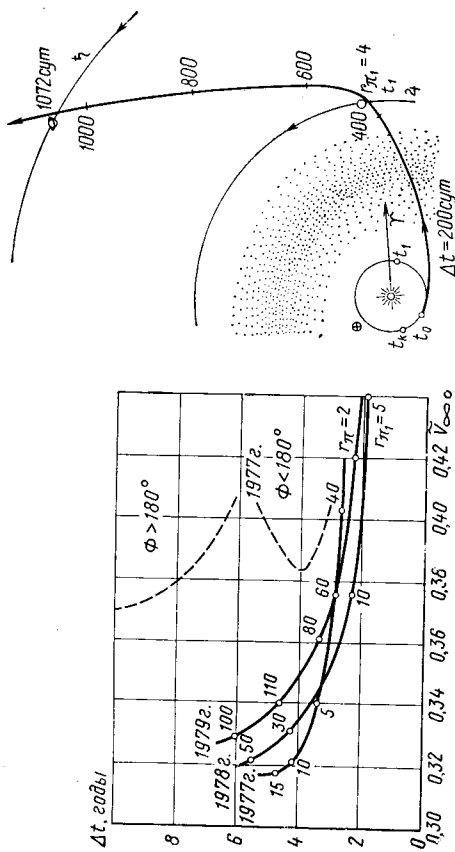


Рис. 3.49. Зависимость времени полета к Сатурну с облетом Юпитера (—) и без облета Юпитера (---) от гиперболического избытка скорости орбиты отрыва
Рис. 3.50. Проекция на плоскость эклиптики межпланетной траектории Земля—Юпитер—Сатурн (t_0 — сентябрь 1977 г.; $\dot{V}_{\infty 0} = 0,35$)

1994 гг. «Окна» старта так же, как и для полетов по маршрутам Земля — Юпитер — Сатурн, не превысят одного месяца.

Баллистические характеристики межпланетных траекторий полета к Урану с попутным облетом Юпитера в 1977—1979 гг. показаны на рис. 3.51. Наиболее приемлемыми являются полеты в 1978 и 1979 гг. Так при $\dot{V}_{\infty 0} = 0,34$ время полета равно 6,5 года и $r_{\pi 1} = 2$ (1978 г.), или $r_{\pi 1} = 12$ (1979 г.), тогда как минимальная продолжительность полета — около 5 лет, но уже при $\dot{V}_{\infty 0} = 0,38—0,4$.

Прямой полет при старте в 1979 г. будет продолжаться 12 лет при минимальном гиперболическом избытке скорости $\dot{V}_{\infty 0}$, равно 0,38. Если же при прямом полете продолжительность будет равна 6,5 года, то для этого надо достигнуть $\dot{V}_{\infty 0} = 0,42$. В первом случае облет Юпитера позволяет уменьшить время полета в 1,8 раза при некотором уменьшении $\dot{V}_{\infty 0}$, во втором — при одинаковом времени полета — $\dot{V}_{\infty 0}$ меньше на 2,4 км/с или почти на 30%.

Трехпланетные схемы полета. Для выявления возможностей снижения энергозатрат и времени полета к самым дальним планетам Солнечной системы Нептуну и Плутону интересно рассмотреть трехпланетные схемы полета по маршрутам Земля — Юпитер — Сатурн — Плутон и Земля — Юпитер — Уран — Нептун. На рис. 3.52 и 3.53 приведены соотношения между минимальной характеристикой скорости старта и продолжительностью перелетов по указанным маршрутам. Видно, что баллистические характеристики двух- и трехпланетных схем полета довольно близки. Близость энергозатрат объясняется тем, что первой планетой об-

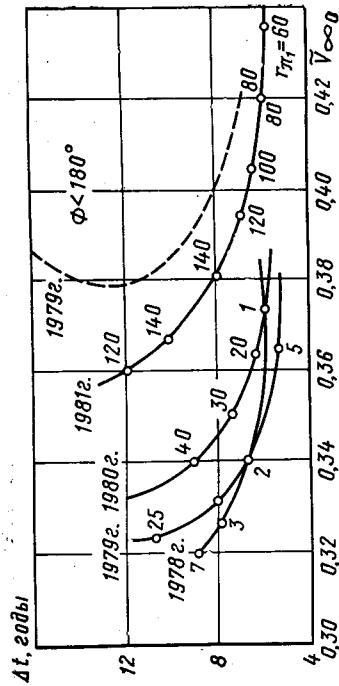


Рис. 3.51. Зависимость времени полета к Урану с облетом Юпитера (—) и без облета Юпитера (---) от гиперболического избытка скорости орбиты отрыва

лета на каждом маршруте является Юпитер, а требования к энергетике определяются главным образом перелетом Земля — Юпитер. Близость значений времен полета означает, что главным фактором, определяющим время перелета, является гелиоцентрическое расстояние до конечной планеты назначения, число же промежуточных планет облета не имеет существенного значения. Плутон во время полета его межпланетным аппаратом будет находиться вблизи перигелия своей орбиты, близком к среднему гелиоцентрическому расстоянию до Нептуна.

Благоприятный период запуска для маршрута Земля — Юпитер — Сатурн — Плутон приходится на 1977—1978 гг., а для маршрута Земля — Юпитер — Уран — Нептун на 1978—1980 гг. Следующие благоприятные периоды будут приходиться на 2076—2077 гг. и на 2155—2156 гг. соответственно. В этом одна из основных трудностей в планировании трехпланетных схем полета по сравнению с двухпланетными. Другая трудность заключается в большей, чем

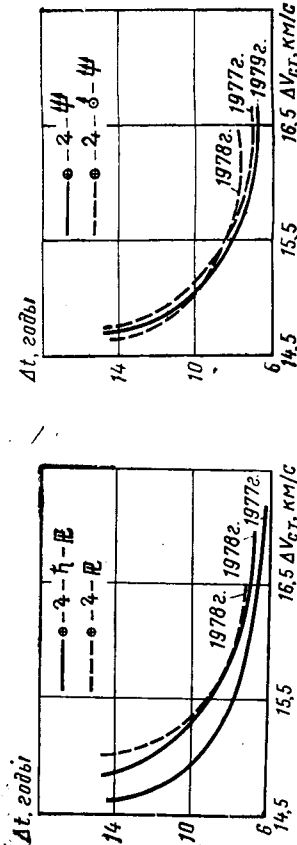


Рис. 3.52. Зависимость суммарного времени полета к Плутону от характеристик скорости старта при различных схемах маршрута

Рис. 3.53. Зависимость суммарного времени полета к Нептуну от характеристик скорости старта при различных схемах маршрута

баллистические характеристики таких полетов совпадают с данными прямыми полетами к Юпитеру (см. рис. 3.32—3.34). Углы ψ (см. рис. 3.7) для таких траекторий должны быть близки к нулю. Цикличность оптимальных полетов к Солнцу через Юпитер также соответствует цикличности оптимальных прямых полетов к Юпитеру.

Полеты за пределы эклиптики

Зондирование внеэклиптических областей представляет большой научный интерес, вызываемый возможностью исследования «сверху» или «снизу» Солнца и вероятной асимметрии различных условий в космосе (распределение метеорных тел и межпланетной пыли, солнечной и межпланетной плазмы и т. д.). Особенно интересным и важным является возможность изучения *межзвездной плазмы*, так как Солнечная система со всеми ее составляющими (планетами, кометами, астероидами и т. д.) представляет собой, вообще говоря, достаточно сплюснутую структуру.

Прямые полеты КЛА с выходом из плоскости эклиптики связаны с очень большими энергозатратами, существенно растущими при увеличении угла наклона к ней плоскостей гелиоцентрических траекторий перелета и уменьшении их перигелийного расстояния. Поэтому реализация таких схем полета к удаленным внеэклиптическим областям вряд ли целесообразна.

Использование гравитационного поля Юпитера позволяет при углах ψ (см. рис. 3.7), близких к 90° , отклонять гелиоцентрическую орбиту КЛА для достижения больших эклиптических широт.

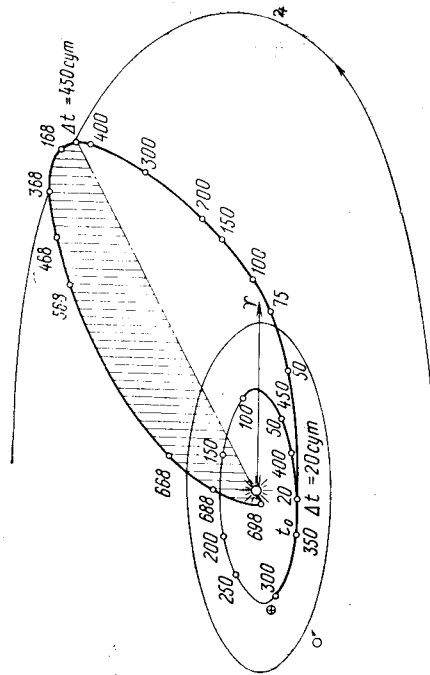


Рис. 3.55. Схема облета Юпитера с поворотом плоскости межпланетной траектории до 90° к плоскости эклиптики ($t_0=27.61.75$; $V_{\infty 0}=0.37$; $i=90^\circ$; $R_{\infty 0}=0.045$ а. е.; $r_{\infty 1}=7$)

7*

для двухпланетных схем полета, чувствительности номинальной траектории к различным возмущениям. В связи с этим целесообразность планирования трехпланетных схем полетов пока в достаточной степени сомнительна.

Полеты к Солнцу

Прямые полеты Земля — окрестность около Солнца требуют значительных энергозатрат. При наличии двигателей установок с существующими ЖРД использование гравитационного поля планеты Юпитер — практически единственная возможность осуществить пролет КЛА вблизи Солнца. Важно и то, что за один полет космического аппарата объектами исследований становятся два самых крупных тела Солнечной системы и обширнейшие области межпланетного пространства.

Зависимость потребного времени перелета КЛА, совершающего полет к Солнцу с облетом Юпитера от гиперболического избытка скорости $V_{\infty 0}$, радиуса перигелия гелиоцентрической траектории Юпитер — Солнце $R_{\infty 0}$ и радиуса перигелия ювицентрической орбиты облета $r_{\infty 1}$ представлены на рис. 3.54. Другие проектно-

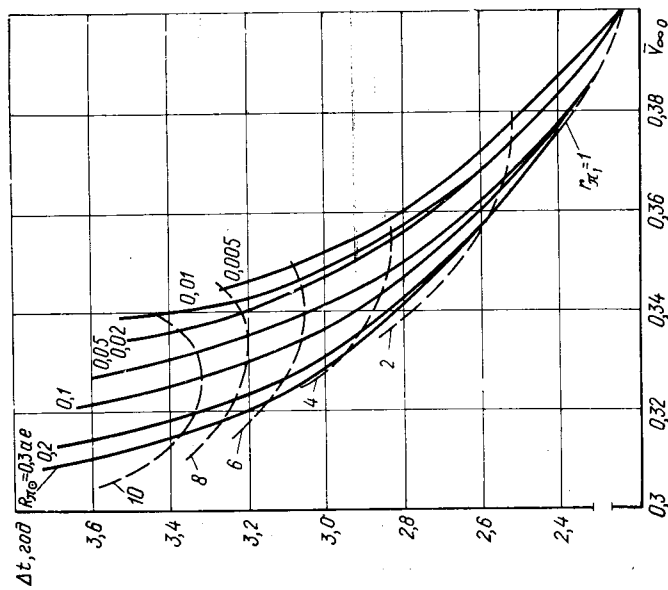


Рис. 3.54. Зависимость потребного времени полета к Солнцу от гиперболического избытка скорости орбиты отрыва

В зависимости от постановки задачи возможны две схемы полета. Первая схема — поворот плоскости переходной орбиты после облета Юпитера до 90° к плоскости эллиптики — позволяет КЛА пролететь над или под Солнцем. Пример такой схемы изображен на рис. 3.55.

Вторая схема полета отвечает требованию максимизации при облете Юпитера нормальной к плоскости эллиптики составляющей гелиоцентрической скорости КЛА. Эта схема позволяет достичь наибольшего удаления КЛА от плоскости эллиптики H_{\max} в точке его максимальной гелиоцентрической широты.

Цикличность оптимальных полетов КЛА по маршрутам Земли — Юпитер — области вне эллиптики соответствует цикличности оптимальных прямых полетов Земли — Юпитер.

Полеты к кометам

Кометы — удивительные и мало изученные объекты Солнечной системы. Масса типичной кометы составляет примерно 10^{11} т, т.е. около 60 миллиардов комет были бы по массе равны Земле, причем основная доля вещества кометы сосредоточена в ее ядре. Ядра комет обращаются вокруг Солнца, как правило, по сильно вытянутому эллиптическим орбитам.

Плановые исследования комет могут, вероятно, существенно расширить наши знания о Вселенной.

Все возможные траектории полета к кометам, относящиеся к полетам по особым маршрутам (см. § 3.2), можно условно разделить на *траектории перехвата*, когда скорость КЛА v относительно кометы велика, и *траектории встречи*, когда значения v малы.

Прямые полеты к кометам. Полеты по траекториям прямого перехвата, хотя и обеспечивают доставку к некоторым кометам полезных грузов приемлемых значений, но вследствие исключительных высоких скоростей перехвата не позволяют изучать кометы в течение достаточно длительных периодов времени. Однако на первом этапе исследований комет такие полеты возможны.

Полеты по траекториям встречи могут обеспечить измерения в окрестности активного ядра кометы в течение нескольких месяцев, в том числе и в момент прохождения кометой своего перигелия. Однако такие траектории требуют приложения на этапе встречи КЛА с кометой значительного, как правило, импульса скорости. Поэтому траектории встречи рассматриваемых прямых полетов к кометам могут быть осуществлены только с применением одного или нескольких промежуточных импульсов¹. Оптимальное число промежуточных импульсов и положение точек их приложения могут выбираться из условия минимизации суммарных энергозатрат.

В табл. 3.7 представлены результаты расчетов многоимпульсных траекторий встречи с различными короткопериодическими ко-

¹ Для существующих РД большой тяги.

Таблица 3.7
Характеристики прямых полетов по траекториям встречи ($v=0$) к некоторым короткопериодическим кометам

Комета и элементы ее орбиты	i_0	Δt , годы	Приблизна- тельное время пре- бывания в районе ядра, сут	Характеристические скорости, км/с				
				$\Delta V_{\text{ст}}$	ΔV_1	ΔV_2	ΔV_3	ΔV_4
Энке $T=3,46$ года; $R^*=0,339$ а.е. $e=0,847$; $i=11,98$; $\varpi=334,24$; $\omega=185,91$	20.II.77 14.III.78 26.II.79 26.II.80 3.III.81	3,53 2,71 2,50 4,98 3,82 2,76	97 15 86 37 97 100	6,09 5,43 5,41 6,34 5,97 5,59	3,56 2,26 4,67 2,82 3,98 4,23	— 2,45 — — — —	0,25 0,74 2,06 1,30 0,08 1,10	9,89 10,88 12,15 10,45 10,02 10,92
Конфа $T=6,32$ года; $R^*=1,52$ а.е.; $e=0,555$; $i=4,41$; $\varpi=120,89$; $\omega=161,91$	3.VII.77 14.VII.78 16.VII.79 25.VII.80 6.VIII.81 10.VIII.89 13.VIII.90	5,83 4,78 3,86 2,90 1,93 6,73 5,70	106 115 85 62 39 103 100	6,41 6,22 5,84 5,28 4,34 6,67 6,43	0,31 1,50 1,70 1,86 2,33 1,40 1,55	1,30 — — — — 0,21 —	0,26 0,79 8,95 9,74 11,23 8,64 8,42	8,27 8,51 8,95 9,74 11,23 8,64 8,42
Форбса $T=6,42$ года; $R^*=1,54$ а.е.; $e=0,553$; $i=4,62$; $\varpi=25,40$; $\omega=259,72$	26.VI.86 11.VII.87 20.VII.88 1.VIII.89 6.VIII.90	6,40 5,41 4,42 3,32 2,50	111 122 109 138 64	6,47 6,34 6,04 5,66 5,03	1,35 0,65 0,63 0,92 1,40	0,51 0,51 0,07 — —	0,30 1,92 — — —	8,65 8,67 8,77 9,27 10,20

луг, знаменитых и самых ярких периодических комет — кометы Галлея.

Из-за большого угла наклона к эклиптике ($i=162^\circ.2$) комета по своей орбите движется как бы навстречу всем планетам и большинству других тел Солнечной системы. Это обстоятельство сильно усложняет практическую реализацию прямых полетов к ядру кометы.

Однако использование при полетах к комете Галлея гравитационного поля Юпитера позволит решить задачу перехвата и осуществления с ней встречи в 1986 г. с небольшими значениями скорости v . Такие полеты возможны при запусках КЛА осенью 1976—1978 гг., но наилучшими характеристиками обладают траектории 1977 г. (рис. 3.57).

§ 3.5. МЕЖПЛАНЕТНЫЕ ПОЛЕТЫ С ВОЗВРАЩЕНИЕМ К ЗЕМЛЕ

Межпланетные траектории полета к планете назначения с возвращением к Земле относятся согласно ранее предложенной классификации схем межпланетных полетов ко второму типу схем межпланетных траекторий (см. § 3.2).

Прямые полеты к планете назначения с возвращением к Земле

Циклы оптимальных прямых полетов с возвращением к Земле — возвратных траекторий прямого перелета — чередуются так же, как и циклы прямых полетов без возвращения через синодический период планеты $T_{пл}$. Приближенная повторяемость циклов полетов также происходит с периодом $T_{пл}$.

Рассмотрим траектории с облетом планеты назначения и возвращением к Земле — пролетно-возвратные траектории — и траектории с выходом КЛА на орбиту ожидания около планеты назначения и последующим возвращением к Земле.

Полеты по пролетно-возвратным траекториям очень «похожи» на полеты к планете назначения по пролетно-падающим траекториям с облетом промежуточной планеты (полеты по облетно-пролетным траекториям)¹. Поэтому поиск оптимальных пролетно-возвратных траекторий может производиться с помощью алгоритмов, использующих, например, основные принципиальные позиции выражений (3.31) — (3.35).

¹В самом деле, полеты космических аппаратов по пролетно-возвратным траекториям можно, очевидно, рассматривать как особый случай изученных в предыдущем параграфе межпланетных полетов многопланетного облета, когда последней планетой маршрута становится Земля. В связи с этим становится понятным, что аналитической основой поиска оптимальных проектных решений для таких траекторий полета к планетам с возвращением к Земле могут являться зависимости и соотношения, полученные в § 3.4.

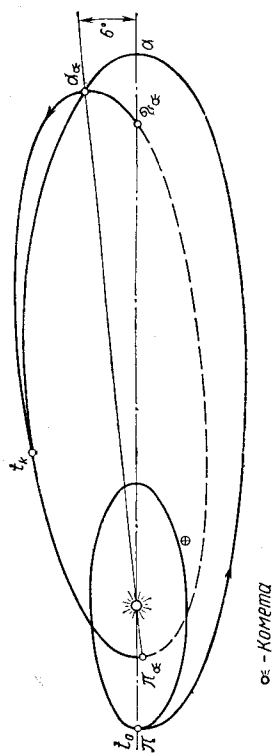


Рис. 3.56. Схема типичного прямого полета к комете Энке по траектории встречи ($i_0=20.11.77$; $v=2.49$ км/с)

метами, достижение которых требует сравнительно небольших энергозатрат. Число промежуточных импульсов колеблется в разных случаях от одного до трех. Полет к комете с приложением одного промежуточного импульса целесообразен лишь в том случае, если линия узлов ее орбиты близка к линии апсид.

На рис. 3.56 представлена схема такого полета к комете Энке, орбита которой обладает, кроме указанного, еще и тем ценным свойством, что относительно слабо наклонена к плоскости эклиптики ($i \approx 11^\circ$). Космический аппарат сначала по траектории, сильно наклоненной к эклиптике и близкой к полуэллипсу, достигнет афелия кометы, где ему сообщается дополнительный импульс ΔV_1 , переводящий движение аппарата в плоскость орбиты кометы. Приложение второго дополнительного импульса $\Delta V_2 = v$ для выравнивания скоростей КЛА и кометы происходит уже при их сближении.

Полеты к комете Галлея с использованием гравитационного поля Юпитера. В конце 1985 — начале 1986 гг.¹ ожидается очередное возвращение к Солнцу одной из самых, пожалуй,

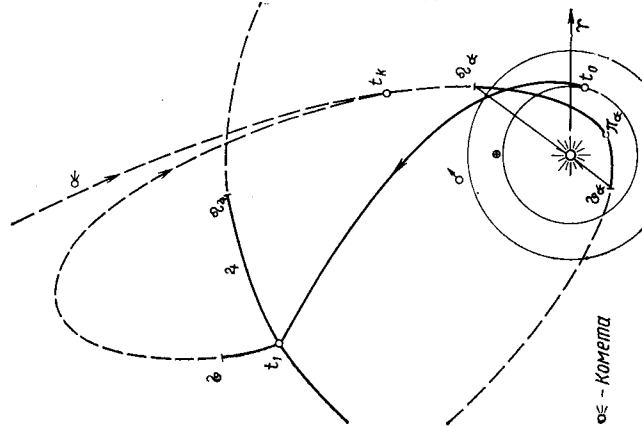


Рис. 3.57. Схема полета к комете Галлея по траектории встречи с активным облетом Юпитера ($i_0=2.1X.77$; $t_1=14.11.79$; $t_k=6.VII.85$; $t_2=8.1.86$; $v=5.38$ км/с)

¹ Номинальная дата прохождения перигелия, вычисленная по измерениям траектории кометы во время ее последнего появления в 1910 г., — 8 января 1986 г., однако орбита кометы может подвергаться различным возмущениям.

Перейдем к исследованию наиболее перспективных пролетно-возвратных траекторий — межпланетных траекторий облета Марса или Венеры.

Полеты к Марсу с возвращением к Земле. В случае, если КЛА совершает при своем движении относительно Солнца не более одного оборота, возможны пролетно-возвратные траектории с большой общей продолжительностью полета ($\Delta t_2 \approx 2$ года) — «длительные» траектории и пролетно-возвратные траектории с меньшей общей продолжительностью полета ($\Delta t_2 = 450 \div 500$ сут) — «ускоренные» траектории.

Осуществление длительных траекторий облета Марса происходит с практически нулевым импульсом активного маневра ($\Delta V_{\min}^{\sigma} < 100$ м/с). Поэтому энергозатраты этих траекторий для лучших сочетаний полувитков на гелиоцентрических участках траекторий лишь незначительно превышают энергозатраты, потребные для полетов к Марсу по пролетно-попадающим траекториям без возвращения к Земле. Оптимальные значения суммарного времени перелета Δt_2 колеблются при полетах по длительным траекториям примерно от 600 (при сочетании полувитков I—I) до 800 (при сочетании полувитков II—II) суток. Важно отметить, что скорости входа в атмосферу Земли $V_{\text{вх}}^{\oplus}$ при полетах по оптимальным длительным траекториям сравнительно невелики ($V_{\text{вх}}^{\oplus} \approx 12$ км/с), что существенно облегчает в этом случае решение задачи возвращения КЛА на Землю.

Ускоренные траектории облета Марса требуют приложения существенных импульсов при активном облете Марса ($\Delta V_{\min}^{\sigma} \approx 1 \div 4$ км/с).

Анализ этих траекторий по циклам полетов показал, что для большинства из них наилучшие характеристики имеют траектории с сочетанием полувитков I—II и II—II [2]. Минимальные значения суммарной характеристической скорости ΔV_{Σ} и характеристической скорости старта $\Delta V_{\text{ст}}$ в зависимости от цикла полетов к Марсу в 1976—1990 гг. по оптимальным пролетно-возвратным траекториям с сочетанием полувитков I—II и II—II приведены на рис. 3.58. Соответствующие оптимальные значения времени перелета Δt_1 на участке Земля — Марс и суммарного времени перелета Δt_2 приведены на рис. 3.59. Точки на рисунке соответствуют оптимальным датам старта t_0^{opt} , повторяющимся примерно через $T_c^{\sigma} \approx 2,14$ года. Условно эти точки соединены кривыми, имеющими периодичность, равную периоду великих противостояний Марса $T_{\text{в.п}}^{\sigma} \approx 15,8$ года.

Наилучшим за рассматриваемый период времени будет цикл 1986 г., наихудшим — циклы 1977 и начала 1980-х гг. Значительные энергозатраты и особенно большие скорости входа в атмосферу Земли могут явиться существенным препятствием для использова-

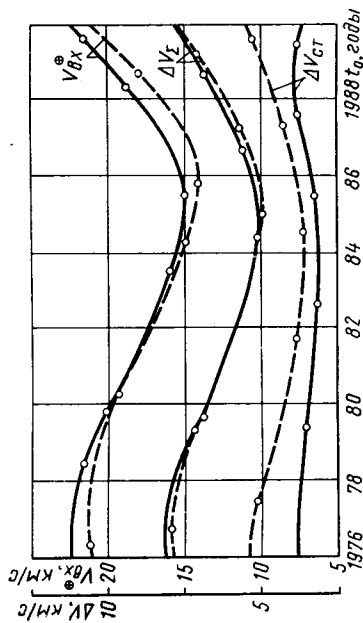


Рис. 3.58. Минимальные энергозатраты при прямых полетах к Марсу по ускоренным пролетно-возвратным траекториям с сочетанием полувитков на гелиоцентрических участках: — I—I; — II—II

ния прямых пролетно-возвратных ускоренных траекторий полета к Марсу в эти циклы полетов.

Полеты к Венере с возвращением к Земле. Траектории полета к Венере по прямым пролетно-возвратным траекториям имеют ряд сходных черт с рассмотренными подобными же траекториями полета к Марсу:

- возможны длительные и ускоренные траектории;
- длительные траектории с $\Delta t_2 \approx 2$ года имеют энергетические характеристики, близкие к энергетическим характеристикам пролетно-попадающих траекторий прямых полетов к Венере;
- для ускоренных траекторий с $\Delta t_2 \approx 350 \div 500$ сут наилучшими характеристиками обладают траектории с сочетанием полувитков I—I и II—II. Сочетания полувитков I—I и II—I дают значения ΔV_{Σ} на 1—2 км/с больше.

Однако есть и существенные отличия:

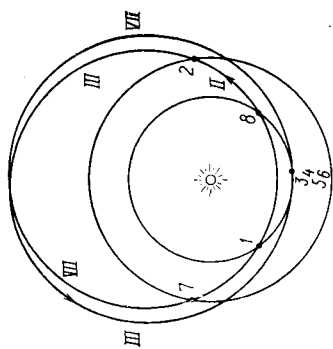
- импульс активного маневра около Венеры при полетах по оптимальным длительным траекториям равен нулю;
- импульс активного маневра около Венеры при полетах по оптимальным ускоренным траекториям очень мал ($\Delta V_{\min}^{\sigma} \approx 100$ м/с);
- характеристики прямых пролетно-возвратных траекторий полета к Венере более стабильны, чем для полетов к Марсу (рис. 3.60).

Циклы оптимальных полетов с облетом Венеры и возвращением к Земле чередуются через $T_c^{\sigma} \approx 1,6$ года. Период их повторения примерно равен $T_{\text{в.п}}^{\sigma} \approx 8$ годам.

Периодические пролетные орбиты

Периодическая пролетная орбита — это межпланетная траектория полета, проходящая около одной или большего

Рис. 3.61. Схема периодической пролетной орбиты Земля—Марс (цифрами 1, 2, ..., 8 обозначены последовательные точки пересечения орбиты КЛА с орбитами Земли и Марса, римскими цифрами обозначены гелиоцентрические участки периодической орбиты)



числа планет и Земли многократно (см. также § 2.1). Периодичность имеет место в том смысле, что порядков облетаемых планет, их взаимное расположение, типы дуг гелиоцентрических траекторий, характеристики планетоцентрических участков межпланетной траектории периодически повторяются (или почти повторяются) во время каждого цикла полета. Интервал времени, через который повторяются баллистические характеристики периодических пролетных орбит, называется их *периодом*, который, как правило, кратен периоду повторения конфигурации всех n пролетаемых аппаратов планет.

Поиск и расчет периодических пролетных орбит представляет собой весьма сложную и до конца еще нерешенную проблему. В качестве примера одной из возможных периодических пролетных траекторий рассмотрим периодическую траекторию Земля—Марс с периодом T , приблизительно равным 47° , т. е. составляющим около 3120 суток. На рис. 3.61 приведена схема такого маршрута в инерциальной гелиоцентрической системе координат.

Идеально реализованная периодическая орбита не требует регулярного последовательного применения импульсов тяги для своего поддержания. Парирование ошибок выведения и различных неестественных возмущений, которые неизбежны для реальных полетов, может быть осуществлено системами управления и коррекции. С помощью полетов по периодическим пролетным орбитам могут эффективно решаться самые разнообразные научные и технические задачи.

Полеты с выходом на орбиту ожидания около планеты назначения и возвращением к Земле

Траектории прямых межпланетных полетов с выходом КЛА на околопланетные орбиты и возвращением к Земле относятся к траекториям группы II.1.2 (см. § 3.2) и состоят из двух участков прямого перелета: Земля — планета назначения и планета назначения — Земля, рассчитывать которые можно, опираясь на результаты, ранее полученные в § 3.3. Если суммарное время перелета Δt_2 , включающее, очевидно, время ожидания $\Delta t_{ож}$ на первом гелиоцентрическом участке, время ожидания $\Delta t_{ож}$ и время перелета Δt_2 на втором гелиоцентрическом участке, не ограничено, то эти участки никакого влияния друг на друга не оказы-

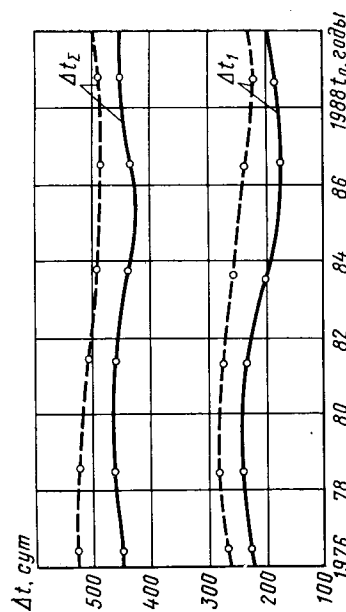


Рис. 3.59. Оптимальные значения времени перелета при прямых полетах к Марсу по ускоренным пролетно-возвратным траекториям с сочетанием полуциклов на гелиоцентрических участках: — I—II; --- II—II

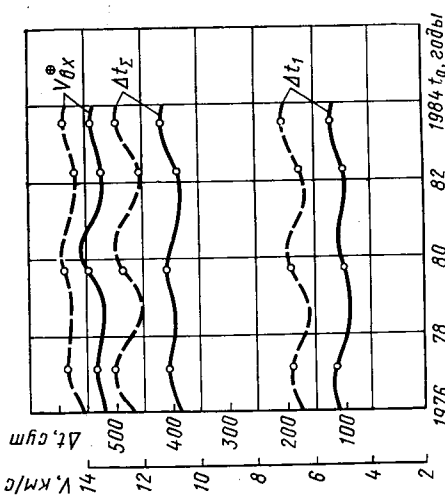


Рис. 3.60. Оптимальные характеристики прямых полетов к Венере по ускоренным пролетно-возвратным траекториям с сочетанием полуциклов на гелиоцентрических участках: — I—II; --- II—II

вают и каждый из них можно и рассчитывать и оптимизировать независимо от другого.

Схемы расчета оптимальных характеристик межпланетных траекторий прямого перелета с выходом на орбиту ожидания и возвращением к Земле могут основываться на результатах решения проектной задачи межпланетного аппарата при прямых полетах к планете назначения по пролетно-попадающим траекториям и по траекториям с выходом КЛА на орбиту ИСП, полученных в § 3.3. Важными этапами рассматриваемых полетов являются введение на КЛА на орбиту ожидания, а также старт с нее и выведение на траекторию возвращения к Земле.

Выбор орбиты ожидания у планеты назначения и схемы ее формирования. Одним из наиболее важных этапов решения всей задачи межпланетного полета КЛА с возвращением его к Земле является выбор параметров орбиты ожидания и схемы ее формирования около планеты назначения. При решении этой задачи не учитывается возмущающее влияние сопротивления атмосферы планеты и гравитационных полей Солнца и других притягивающих центров.

Если заданы направления векторов скорости на асимптотах подлетной и отлетной гиперболических планетоцентрических траекторий $V_{от}$, $V_{ост}$ и время пребывания космического аппарата на орбите ожидания $\Delta t_{ож} \neq 0$, то задача формирования этой орбиты вблизи сферической планеты назначения может быть сведена к определению базовой плоскости — плоскости, в которой лежат векторы $V_{от}$ и $V_{ост}$. Энергозатраты на формирование такой орбиты ожидания, т. е. энергозатраты на компланарный переход подлетная гипербола — эллиптическая орбита ожидания — стартовая гипербола, зависят от конкретного варианта маневра такого перехода, а также от основных кинематических характеристик гипербола и эллиптической орбиты ожидания. Возможны следующие варианты маневра компланарного перехода на орбиту ожидания с подлетной гиперболы и старта с орбиты ожидания на гиперболу отлета от планеты¹:

- перичентральные переходы между гиперболическими траекториями и эллиптической орбитой ожидания с одноимпульсным или двухимпульсным поворотами оси аспид;

- неперичентральные переходы между гиперболическими траекториями и эллиптической орбитой ожидания.

Выход КЛА на орбиту ожидания, лежащую в базовой плоскости, требует меньших энергозатрат при прочих равных условиях, чем выход на орбиту ИСП произвольного наклонения, так как отсутствуют энергозатраты на пространственный маневр. Однако перелеты с выходом в базовую плоскость удается реализовать далеко не всегда и, в первую очередь, из-за ограничений, накладываемых на траекторию полета.

¹ Все эти варианты переходов базируются на ряде элементарных маневров, методика расчета которых подробно описана, например, в [2].

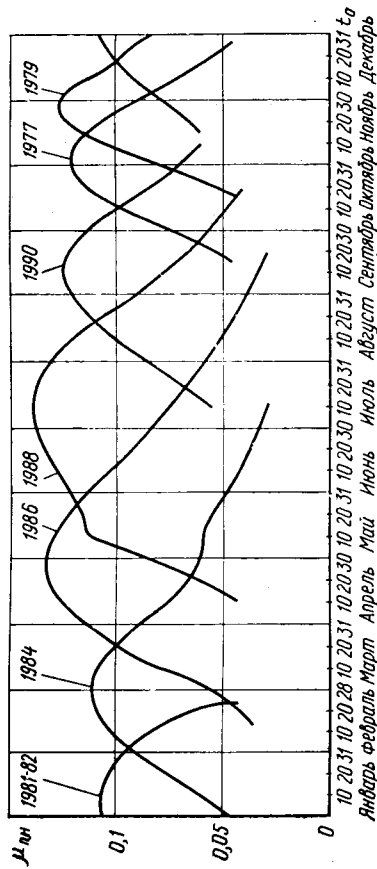


Рис. 3.62. Максимальные значения относительной полезной нагрузки трехмодульного КЛА ($P_{у, т} = 450$ с ($i=1, 2, 3$); $Y_{д,1}=0,01$; $Y_{д,2}=Y_{д,3}=0,02$) при прямых полетах к Марсу с выходом на круговую орбиту ожидания ($H_{кр}=1000$ км) по длительным траекториям с учетом суммарного импульса перехода подлетная гипербола — эллипс — гипербола

дываемых на траекторию аппарата полетным заданием (например, необходимостью стыковки с пролетным модулем, необходимостью съема и исследования определенного района планеты и т. д.). В этом случае, естественно, встает задача о минимизации энергозатрат на формирование заданной орбиты ожидания, т. е. на минимизацию суммарного импульса перехода подлетная гипербола — орбита ожидания — стартовая гипербола.

Существуют различные маневры пространственного перехода между эллипсом и гиперболой, в том числе, например, маневры с перичентральными переходами эллипс — гипербола и различными вариантами одно- и двухимпульсных поворотов оси аспид эллипса, а также маневры с различными схемами неперичентральных переходов эллипс — гипербола.

Полеты к Марсу и Венере с выходом на орбиту ожидания и возвращением к Земле. Расчеты оптимальных проектно-баллистических характеристик межпланетных аппаратов, совершающих прямые полеты к Марсу и Венере с выходом на орбиту ожидания и последующим возвращением к Земле, выявили существование, так же как и для прямых полетов по пролетно-возвратным траекториям, длительных и ускоренных траекторий с существенно различными характеристиками.

На рис. 3.62 представлена зависимость изменения максимальных значений относительной полезной нагрузки трехмодульного межпланетного аппарата при прямых полетах к Марсу по длительным траекториям с сочетанием полулитков на участках I—I (активный выход на круговую орбиту ожидания с $H_{кр}=1000$ км) от гелиоцентрических дат старта t_0 . Поскольку выбиралась единственно возможная в синодический период Марса оптимальная гелиоцентри-

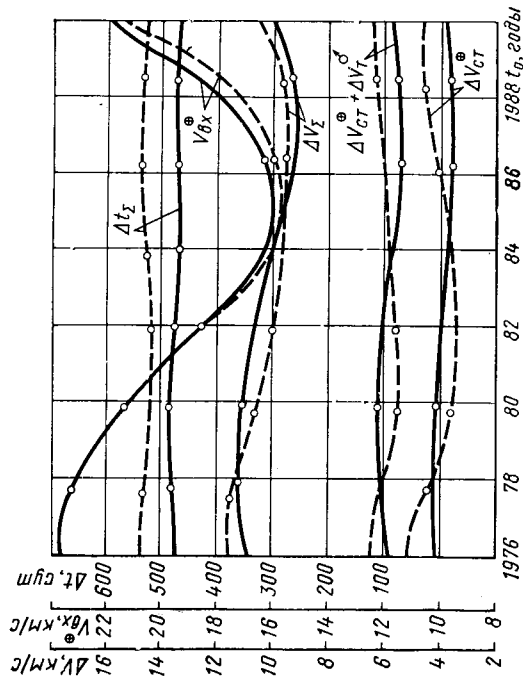


Рис. 3.63. Оптимальные характеристики прямых полетов к Марсу с активным торможением для выхода КЛА на эллиптическую орбиту ожидания ($H_{кр}=1000$ км; $H_{кз}=20\,000$ км; $\Delta t_{ож}=30$ сут) по ускоренным возвратным траекториям с сочетанием полуциклов на гелиоцентрических участках:

— I—II; --- II—II

ческая дата старта с Марса и соответствующая ей оптимальная возвратная траектория, вид этих кривых подобен соответствующим кривым для прямых полетов к Марсу без возвращения к Земле (см. рис. 3.38, а).

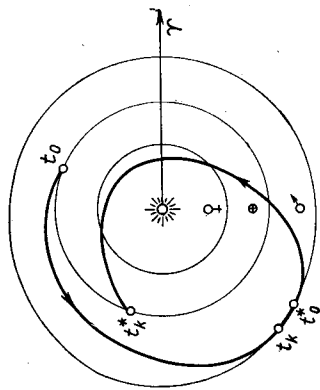
Суммарное время полета по оптимальным длительным траекториям лежит в пределах $\Delta t_x \approx 900 \div 1100$ сут, оптимальное время ожидания на Марсе колеблется примерно от 330 до 450 сут. Скорость входа в атмосферу Земли сравнительно невелика: $V_{вх} \approx 11,5 \div 12,3$ км/с. Диапазон изменения суммарной характеристической скорости ΔV_x по циклам полетов также сравнительно невелик и составляет примерно $500 \div 800$ м/с для лучших сочетаний полуциклов участков траекторий.

Среднее значение ΔV_x составляет приблизительно $6,5$ км/с — для эллиптической ($H_{кр}=1000$ км, $H_{кз}=20\,000$ км) и $7,5$ км/с — для круговой ($H_{кр}=1000$ км) орбит ожидания.

Полеты по длительным траекториям с аэродинамическим торможением в атмосфере Марса для выхода на орбиту ожидания снижают значения ΔV_x примерно на 1 км/с.

Суммарная характеристическая скорость ΔV_x для ускоренных полетов существенно больше, чем для длительных (рис. 3.63). Диапазон изменения ΔV_x по циклам также существенно больше и составляет примерно $1,5 \div 2$ км/с. Особенно сильно изменяются зна-

Рис. 3.64. Проекция на плоскость эклиптики ускоренной межпланетной траектории Земля—Марс—Земля с выходом на орбиту ожидания около Марса ($t_0=28.XII.81$; $\Delta t_x=456$ сут; $t_k=4.VIII.82$; $\Delta t_{ож}=20$ сут; $t_k=29.III.83$)



чения $V_{вх}$ (от 14 до 21 км/с). Суммарное время полета, однако, достаточно стабильно $\Delta t_x=430 \div 530$ сут.

Значительное изменение характеристик оптимальных ускоренных траекторий по циклам полетов приводит к тому, что циклы конца 70-х — начала 80-х годов весьма неблагоприятны для реализации прямых полетов к Марсу с возвращением к Земле из-за, во-первых, существенных суммарных энергозатрат и, во-вторых, — из-за очень больших скоростей входа в атмосферу Земли.

Проекция на плоскость эклиптики оптимальной ускоренной траектории с $\Delta t_x=456$ сут при старте с Земли 28 декабря 1981 г. (в дату, близкую к оптимальной в цикле 1981 г.) приведена на рис. 3.64.

Зависимость по циклам полетов максимальных значений относительной полезной нагрузки межпланетного аппарата при оптимальных прямых полетах на круговую орбиту ожидания около Венеры с $H_{кр}=500$ км и возвращением к Земле от дат старта t_0 представлена на рис. 3.65.

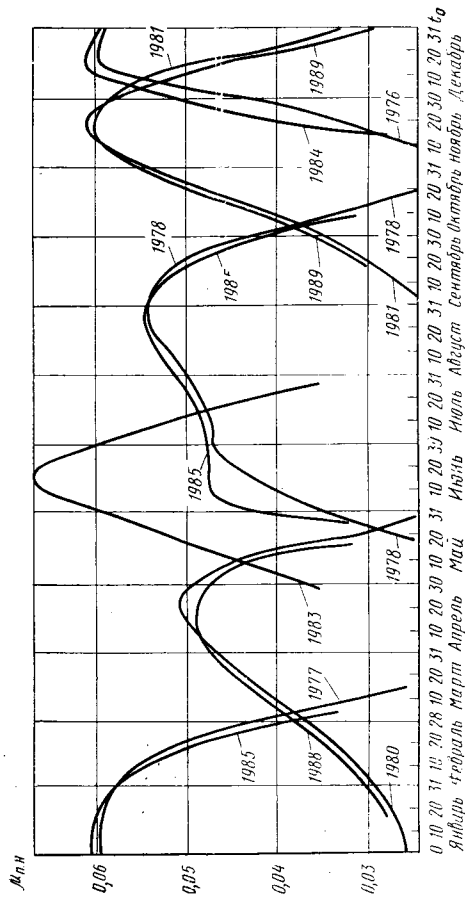


Рис. 3.65. Максимальные значения относительной полезной нагрузки трехмодульного КЛА ($P_{ул,i}=450$ с ($i=1, 2, 3$); $V_{д,у1}=0,01$; $V_{д,у2}=V_{д,у3}=0,02$) при прямых полетах к Венере с выходом на круговую орбиту ожидания ($H_{кр}=500$ км) с сочетанием полуциклов I—II

Полеты к планете назначения с возвращением к Земле и использованием пертурбационного эффекта промежуточной планеты

Включение в схему межпланетного полета участка облета космическим аппаратом промежуточной планеты либо на этапе полета к планете назначения, либо на этапе возвращения к Земле — один из наиболее перспективных методов улучшения характеристик возвратных траекторий.

Одной из основных трудностей, возникающих при решении такой задачи, является, как и при решении любой задачи полета к нескольким планетам, выделение унимодальной (однозначной) области поиска экстремума оптимизируемого критерия. Выделение (локализация) этой области связано на первом этапе с определением цикличности изменения характеристик полетов в зависимости от дат старта с Земли. Поскольку участок возврата не влияет на цикличность полетов к планетам, циклы оптимальных полетов для любых вариантов схем межпланетных траекторий класса 2 с возвращением к Земле чередуются также, как и циклы оптимальных полетов к нескольким планетам, без возвращения, т. е. с периодом T^2 . Приближенная повторяемость оптимальных траекторий происходит соответственно с периодом $T_{в.п.}^2$. Таким образом, отыскав какую-либо совокупность оптимальных траекторий для интервала времени T^2 , можно определить для этих траекторий и всю последовательность благоприятных дат старта.

Следующий важный шаг по локализации области поиска экстремума — разбиение траекторий по сочетанию полувитков на гелиоцентрических участках. В случае полета к n планетам возможное число сочетаний равно 2^n .

Межпланетные траектории класса 2 с возвращением к Земле являются как бы дальнейшим развитием различных схем, с одной стороны, прямых межпланетных траекторий того же типа, а с другой стороны — межпланетных траекторий типа I класса 2 — траекторий без возвращения. Поэтому аналитической основой поиска оптимальных проектных решений межпланетного аппарата при полетах по различным схемам траекторий класса II.2 могут быть зависимости и соотношения, рассмотренные ранее в соответствующих разделах.

Полеты к Марсу с возвращением к Земле и использованием гравитационного поля Венеры

Принципиально возможны два маршрута полетов к Марсу с возвращением к Земле и использованием гравитационного поля Венеры: Земля — Венера — Марс — Земля (3 — В — М — 3) и Земля — Марс — Венера — Земля (3 — М — В — 3). Поскольку

на цикличность оптимальных траекторий по датам старта с Земли не влияет порядок облетаемых планет, важен лишь их перечень по маршруту, для обоих маршрутов $T^2 \approx 6,4$ года, $T_{в.п.}^2 \approx 32$ года. Для маршрута 3 — В — М — 3 оптимальные даты старта t_0 близки к оптимальным датам прямых полетов к Венере, а для маршрута 3 — М — В — 3 — к оптимальным датам прямых полетов к Марсу.

Рассмотрим вначале траектории полета к Марсу «через» Венеру с выходом около него на орбиту ожидания, представляющие, пожалуй, особенный интерес для планетных исследований этой планеты с помощью космических аппаратов.

Полеты с выходом на орбиту ожидания. Анализ таких межпланетных траекторий показал, что для любых возможных схем облета маршрутов поиск оптимальных решений межпланетного аппарата на этапе его баллистического проектирования можно проводить, рассматривая всю межпланетную траекторию на два независимых основных участка: участок, включающий облет Венеры, и участок прямого перелета между Марсом и Землей, оптимизируя каждый из них в отдельности [2]. Этот важный результат позволяет использовать рассмотренные далее характеристики конкретных оптимальных траекторий полетов к Марсу с попутным облетом Венеры и возвращением к Земле для оценки соответствующих оптимальных траекторий полетов к Марсу с облетом Венеры без возвращения.

Проектная задача межпланетного аппарата считается решенной, если найдено такое сочетание проектно-баллистических характеристик указанных участков, при котором относительная полезная нагрузка аппарата $\mu_{л.н.}$ достигает при заданных исходных условиях и схеме полета своего максимального значения $\mu_{л.н. \max}$.

Результаты расчетов для различных схем ускоренных ($400 \text{ сут} \leq \Delta t \leq 700 \text{ сут}$) траекторий полета к Марсу в 1976 — 1990 гг. с облетом Венеры при фиксированном минимальном времени ожидания $\Delta t_{ож} = 15 \text{ сут}$ на круговой орбите ИСМ с $H_{кр} = 1000 \text{ км}$ приведены на рис. 3.66.

Расчеты выявили существование двух комбинаций полувитков с минимальной энергетикой как для траекторий 3 — В — М — 3, так и для траекторий 3 — М — В — 3. Одна из них соответствует полетам Земля — Марс или Марс — Земля по траекториям первого полувитка, а вторая — по траекториям второго полувитка. Траектории на участках, примыкающих к Венере, в разные оптимальные циклы имеют различные комбинации полувитков.

Энергетические минимумы оптимальных траекторий полета «через» Венеру перекрывают друг друга, поэтому энергетически оптимальный полет к Марсу по одному из маршрутов возможен каждые 3,2 года, т. е. $T_{в.п.}^2/2$.

Активный маневр при облете Венеры для большинства оптимальных траекторий сводится практически к маневру коррекции

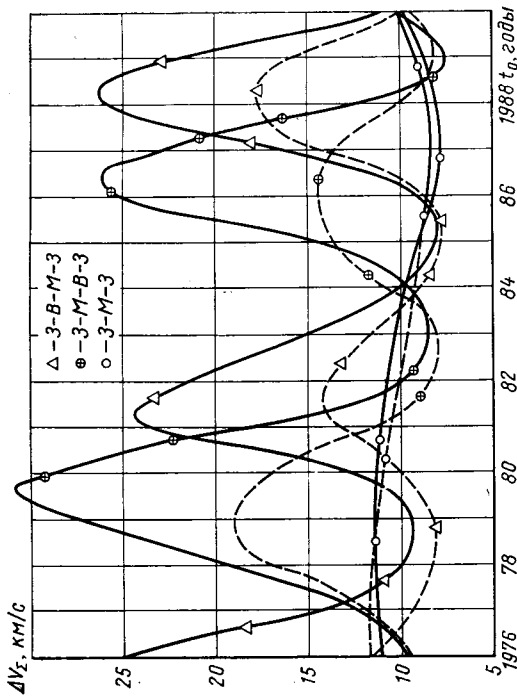


Рис. 3.68. Минимальные значения суммарной характеристической скорости полетов к Марсу с активным торможением для выхода на орбиту ожидания по схемам:
— полет по переходной траектории 3-М или М-3 первого полуцикла;
— полет по переходной траектории 3-М или М-3 второго полуцикла

высоты перигея планетоцентрической траектории облета этой планеты ($\Delta V_{\text{min}}^2 < 100 \text{ м/с}$).

Минимальные потребные энергозатраты для реализации в каждом цикле траекторий прямых полетов к Марсу превышают минимальные энергозатраты для полетов к Марсу «через» Венеру. Скорости входа $V_{\text{вх}}^{\oplus}$ для всех рассмотренных оптимальных траекторий полета к Марсу с облетом Венеры не превосходят 15 км/с , в то время как значения $V_{\text{вх}}^{\oplus}$ для прямых траекторий 3-М-3 с выходом на орбиту ожидания опускаются ниже этой отметки только в лучшие циклы, да и то совсем незначительно.

Энергозатраты для большинства циклов полетов к Марсу с выходом на орбиту ожидания «через» Венеру стремятся к минимальным значениям при $\Delta t_{\text{ож}} \rightarrow 0$ (исключение составляет например, цикл 1982 г., когда $\Delta t_{\text{ож}} = 35 \text{ сут}$).

Проекция на плоскость эклиптики типичных траекторий Земли — Венера — Марс — Земля и Земля — Марс — Венера — Земля приведены на рис. 3.67.

Полеты с облетом Марса и Венеры. Характеристики оптимальных траекторий совместного облета Венеры и Марса (траекторий «двойного» облета) в целом весьма сходны с только что рассмотренными характеристиками траекторий полета к Марсу с выходом на орбиту ожидания. Однако активные облеты как Марса, так и Венеры для многих оптимальных циклов траекторий обоих мар-

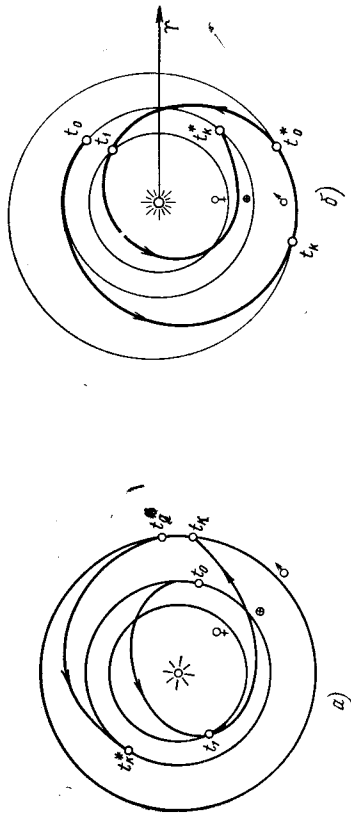


Рис. 3.67. Проекция на плоскость эклиптики ускоренных межпланетных траекторий полета по маршрутам:
а — Земля — Венера — Марс — Земля ($t_0 = 28.XI.78$; $\Delta t_1 = 540 \text{ сут}$; $t_1 = 4.V.79$; $t_2 = 4.IX.79$; $\Delta t_{\text{ож}} = 10 \text{ сут}$; $t_3^* = 21.V.80$); б — Земля — Марс — Венера — Земля ($t_0 = 21.I.82$; $\Delta t_1 = 567 \text{ сут}$; $t_1 = 8.IX.82$; $\Delta t_{\text{ож}} = 28 \text{ сут}$; $t_2 = 25.II.83$; $t_3^* = 11.VIII.83$)

шрутов требуют существенных энергозатрат, причем достаточно чувствительных к отклонениям от оптимальных дат старта.

Сравнение оптимальных характеристик полетов к Марсу по траекториям двойного облета и по прямым пролетно-возвратным траекториям показывает определенные преимущества первых: при относительно небольшом возрастании суммарного времени полета Δt_2 значения скоростей ΔV_2 и $V_{\text{вх}}^{\oplus}$ уменьшаются достаточно заметно.

Использование различных траекторий облетов позволяет осуществлять облеты планеты Марс по тому или иному маршруту практически каждый год.

Таким образом, траектории полета к Марсу с использованием гравитационного поля Венеры представляют несомненный практический интерес.

§ 3.6. КОРРЕКЦИЯ ТРАЕКТОРИИ КЛА

Постановка задачи коррекции

Коррекция траекторий — это целенаправленное изменение характеристик движения космического летательного аппарата, обеспечивающее требуемые значения выбранных параметров его орбиты.

Коррекция осуществляется путем приложения к аппарату силы обычно с помощью кратковременного включения его бортовой двигательной установки. В зависимости от величины возникающего при этом управляющего ускорения коррекция может быть либо *непрерывной*, либо *импульсной*. В первом случае необходимо учи-

тивать изменение в процессе коррекции как скорости КЛА, так и его координат. Импульсная коррекция предполагает мгновенное изменение скорости движения КЛА. При этом его координаты считаются неизменяющимися. Предположение о таком импульсном характере изменения скорости в процессе коррекции справедливо, если вызванные этим предположением ошибки соизмеримы с другими методическими ошибками расчета траекторий.

Энергетические затраты на коррекцию межпланетной траектории, т. е. величину импульса скорости, позволяющего с вероятностью, близкой к единице, парировать возможные отклонения действительной траектории перелета от расчетной важно уметь оценить еще на стадии предварительного проектирования КЛА. Связь между величиной корректирующего импульса $\Delta V_{кор}$ и потребными запасами топлива для коррекции m_T определяется известной формулой Циолковского

$$\Delta V_{кор} = W \ln \frac{m_0}{m_0 - m_T},$$

где m_0 — начальная масса КЛА после выведения на траекторию межпланетного перелета.

Отличие действительной траектории от расчетной обусловлено отклонением характеристик системы управления КЛА от их расчетных значений в пределах допусков на изготовление аппаратуры и ограниченностью математической модели движения, учитывающей только основные влияющие на полет КЛА факторы. Проведение коррекции траектории также сопровождается ошибками по величине и направлению корректирующего импульса в результате аппаратных погрешностей системы коррекции и ошибок системы траекторных измерений.

Наибольшее влияние на отклонения параметров действительной траектории от их расчетных значений оказывают ошибки системы управления, работающей на этапе выведения и на участках проведения корректирующих маневров, поэтому при проектировании КЛА основное внимание уделяется исследованию этих источников ошибок.

Определение точности измерений параметров траектории представляет собой самостоятельную достаточно сложную задачу, поэтому будем полагать, что к моменту проведения коррекции эти ошибки нам известны.

Задачу определения энергетических затрат на коррекцию можно сформулировать следующим образом: при известных характеристиках рассеивания параметров траектории в конце участка выведения с планеты старта, а также заданных ошибках исполнения отдельной коррекции и требуемой точности наведения к планете назначения необходимо определить минимальный потребный запас топлива для коррекций, их число и расстановку на траектории перелета.

Выбор корректируемых параметров. Классификация способов коррекции

Отклонения реальной траектории перелета от расчетной достаточно малы, поэтому предполагается, что связь между корректируемыми параметрами и вектором скорости в точке коррекции имеет линейный характер, т. е. изменение корректируемого параметра пропорционально величине управляющего воздействия.

Принимается, что корректирующий импульс складывается мгновенно, т. е. в процессе коррекции координаты КЛА остаются неизменными, а мгновенно меняется лишь вектор скорости аппарата. При расчете траекторий в рамках метода грависфер это предположение полностью оправдано.

В качестве корректируемых параметров обычно выбираются момент времени и координаты точки пересечения траектории КЛА с *картинной плоскостью* — плоскостью, проходящей через центр непрямолинейной планеты назначения и ортогональной вектору скорости $V_{ок}$ относительно этой планеты (рис. 3.68). Удобство картинной плоскости для целей баллистического проектирования заключается в том, что на ней можно отобразить различные характеристики траектории сближения КЛА с планетой. Анализ этих характеристик и границ областей на картинной плоскости позволяет сформулировать требования к точности наведения КЛА в картинную плоскость, а следовательно, и к точности исполнения или времени проведения последней коррекции.

При проведении коррекции можно независимо управлять тремя компонентами вектора скорости, поэтому одна коррекция позволяет изменять не более трех корректируемых параметров. В зависимости от числа параметров, подлежащих исправлению, коррекции можно разделить на *трехпараметрические*, *двухпараметрические* и *однопараметрические*. Примером двухпараметрической коррекции может служить коррекция двух координат точки прицеливания в картинной плоскости, при этом время прилета КЛА в картинную плоскость может меняться произвольно. Однопараметрическая коррекция применяется, например, при исправлении высоты перирентра подлетной гиперболы или при исправлении только времени прилета в картинную плоскость. При проведении нескольких коррекций межпланетной траектории можно в каждой точке

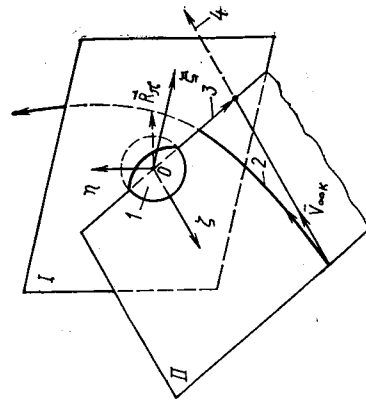


Рис. 3.68. Картинная плоскость в системе координат ξ, η, ζ :
I — картинная плоскость; II — плоскость траектории подлета; 1 — планета-цель; 2 — гиперболическая планетосредняя траектория КЛА; 3 — вектор промаха; 4 — направление асимптоты гиперболической траектории КЛА

где z^0 — единичный вектор, ортогональный к плоскости эклиптики и направленный в сторону ее северного полюса.

Координаты ξ , η определяют рассеивание в картинной плоскости, а координата ζ , деленная на величину скорости полета к плазменете $V_{\text{ок}}$, определяет рассеивание по времени прохождения картинной плоскости: $\Delta T = \zeta/V_{\text{ок}}$.

Воспользовавшись матрицей изохронных производных B , поделим связь вектора отклонений в системе координат R, m, b (R — радиус-вектор планета — КЛА; m — трансверсаль траектории и b — ее бинормаль)

$$\Delta \mathbf{X}_0 = \{\Delta R_0, \Delta m_0, \Delta b_0, \Delta V_{R0}, \Delta V_{m0}, \Delta V_{b0}\}$$

в момент t_0 с вектором отклонений

$$\Delta \mathbf{X}_k = \{\Delta \xi, \Delta \eta, \Delta \zeta, \Delta \dot{\xi}, \Delta \dot{\eta}, \Delta \dot{\zeta}\}$$

в момент времени t_k в матричной форме

$$\Delta \mathbf{X}_K = B \Delta \mathbf{X}_0 =$$

Производные, являющиеся элементами матрицы V , определяются из условия, что время движения по возмущенной траектории равно времени движения КЛА по номинальной (расчетной) траектории: $\Delta t = t_k - t_0 = \text{const}$ и поэтому называются изохронными. Для случая движения в центральном поле одного притягивающего центра существуют аналитические выражения для производных, которые вызывают отклонения координат и скорости в системе координат R_k, m_k, b_k , построенной на момент t_k , в зависимости от возмущений координат и скорости в системе координат R_0, m_0, b_0 , построенной на момент t_0 . В практических расчетах часто используется численный метод определения изохронных производных с помощью конечных разностей.

Анализ матрицы производных показывает, что рассеивание корректируемых параметров в основном определяется ошибками по скорости КЛА в конце участка разгона. Изменение некорректируемых параметров (т. е. компонент вектора гиперболического избытка скорости подлета) в результате ошибок выведения практически не влияет на условия встречи аппарата с планетой.

коррекции полностью исправлять все корректируемые параметры (но не более трех), причем каждый раз прицеливание производится в одну и ту же точку в картинной плоскости. Подобные многоазовые коррекции принято называть *однородными* (не связанными) в отношении однородности условий прицеливания.

Неоднородные (связанные) *коррекции* могут применяться для минимизации энергетических затрат или когда число корректируемых параметров превышает число свободных компонент вектора корректирующей скорости. В этом случае точка прицеливания для каждой коррекции различна, т. е. определяется из неоднородных условий, а требуемое исправление траектории возможно лишь после проведения определенного числа коррекций. В этом смысле и надо понимать связанность коррекций.

В зависимости от системы ориентации, устанавливаемой на борту КЛА, число свободных компонент вектора корректирующей скорости может меняться от одной до трех. По количеству свободных компонент вектора корректирующей скорости (т. е. управляющих параметров) коррекции разделяются на *однокомпонентные*, *двухкомпонентные* и *трехкомпонентные*. Примером однокомпонентной коррекции является «солнечная» коррекция. В этом случае на борту КЛА устанавливается одна из самых простых систем ориентации, которая представляет собой солнечный датчик, неподвижно прикрепленный к корпусу и ориентирующий ось двигательной установки коллинеарно линии КЛА — Солнце. Отсюда и название «солнечная» коррекция. В этом случае можно управлять только величиной импульса скорости коррекции, так как его направление жестко задано в каждой точке траектории.

Для двухкомпонентной коррекции может использоваться система ориентации, включающая солнечный датчик, у которого ось видения перпендикулярна к оси двигательной установки, и звездный датчик, позволяющий поворачивать КЛА относительно линии КЛА — Солнце. В этом случае вектор корректирующей скорости должен лежать в плоскости, ортогональной линии Солнце — КЛА; следовательно, в нашем распоряжении две компоненты этого вектора.

Рассеивание корректируемых параметров в результате ошибок выведения

Ставится задача: по известному рассеиванию параметров движения в момент времени t_0 определить рассеивание параметров траектории КЛД в момент времени t_k .

Для решения этой задачи свяжем с картинной плоскостью ортогональную систему координат ξ, η, ζ , помещенную в центре планеты — цели (планеты назначения), определенную по следующему правилу (см. рис. 3.68):

$$\xi^0 = \frac{V^0 \times Z^0}{|V^0 \times Z^0|}; \quad \eta^0 = \zeta^0 \times \xi^0, \quad \zeta^0 = -V^0_{\infty K},$$

Трехпараметрическая коррекция

Рассеивание корректируемых параметров в результате ошибок выведения, как правило, значительно превышает необходимую точность реализации траектории, поэтому первая коррекция траектории предназначена для парирования этих ошибок.

Для определения момента проведения коррекции необходимо оценить эффективность коррекции в различных точках траектории и выбрать такую точку, в которой величина энергетических затрат будет минимальной. Эффективность коррекции в данной точке траектории оценивается величиной потребного корректирующего импульса.

При осуществлении полета, например, с целью выведения КЛА на орбиту искусственного спутника планеты, необязательно корректировать полное рассеивание по времени прилета в картинную плоскость. Для перехода на заданную орбиту ИСП требуется исправить отклонение координат от расчетной точки прицеливания $\xi_{расч}$, $\eta_{расч}$ в картинной плоскости и обеспечить условия радиовидимости центра управления полетами с КЛА в момент торможения. Обычно время прилета КЛА к планете выбирается так, чтобы момент торможения находился примерно в середине зоны радиовидимости Земли — КЛА. Это связано с проведением радиотехнических измерений до и после торможения для контроля орбиты КЛА, а также для осуществления операций по управлению маневром торможения. Зоны радиовидимости КЛА с Земли повторяются с периодичностью, равной периоду собственного вращения Земли, поэтому интервал между серединами двух ближайших зон радиовидимости составляет 24 ч. Допустимые моменты времени прилета к планете $T_{доп}$ можно определить по формуле $T_{доп} = T_{расч} + 24 \times \chi n$, ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$), где $T_{расч}$ — расчетный момент прилета к планете в середине зоны радиовидимости.

При этом максимальное отклонение времени прилета, которое необходимо скорректировать для обеспечения условий радиовидимости, равно $\Delta T_{max} = |T_{действ} - T_{доп}| \leq 12$ ч, где $T_{действ}$ — действительный момент прилета к планете в результате ошибок выведения.

Связь между вектором корректируемых параметров $\mathbf{e} = \{\xi, \eta, T\}$ и вектором импульса корректирующей скорости $\Delta \mathbf{V}_{кор} = \{V_R, V_m, V_b\}$ в точке проведения коррекции имеет вид

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ T \end{pmatrix} = \Pi_{кор} \Delta \mathbf{V}_{кор} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial V_R} & \frac{\partial \xi}{\partial V_m} & \frac{\partial \xi}{\partial V_b} \\ \frac{\partial \eta}{\partial V_R} & \frac{\partial \eta}{\partial V_m} & \frac{\partial \eta}{\partial V_b} \\ \frac{\partial T}{\partial V_R} & \frac{\partial T}{\partial V_m} & \frac{\partial T}{\partial V_b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_R \\ V_m \\ V_b \end{pmatrix}.$$

Элементы строк матрицы $\Pi_{кор}$ являются проекциями соответствующих векторов-градиентов корректируемых параметров ξ, η, T в точке коррекции на оси системы координат R, m, b .

Импульс скорости, приложенный в направлении градиента, вызывает по определению градиента максимальное изменение соответствующего корректируемого параметра, т. е. вектора градиентов $\nabla \xi, \nabla \eta$ и ∇T определяют направления максимальной эффективности коррекции соответствующих параметров в точке проведения коррекции. Модуль вектора градиента равен производной от корректируемого параметра по скорости, совпадающей с направлением градиента. Вектора градиентов могут быть неортогональными, поэтому вектор импульса скорости $\Delta \mathbf{V}_{кор}$, приложенный в направлении, например, $\nabla \xi$, вызывает вынужденные отклонения координаты η и времени прилета в картинную плоскость. Введем вектор $\mathbf{p}^0 = \frac{\nabla \xi \times \nabla \eta}{|\nabla \xi \times \nabla \eta|}$, ортогональный к плоскости, проходящей через вектора $\nabla \xi$ и $\nabla \eta$. В линейной постановке импульс скорости, коллинеарный вектору \mathbf{p}^0 , не вызывает отклонений координат ξ, η , а изменяет лишь время прилета к планете. Поэтому минимальный импульс скорости в случае двухпараметрической коррекции координатного рассеивания должен лежать в плоскости, проходящей через вектора $\nabla \xi$ и $\nabla \eta$, которую принято называть *плоскостью оптимальной коррекции*. Направление вектора \mathbf{p}^0 принято называть *нуль-направлением*.

Область рассеивания координат ξ, η в картинной плоскости ограничена линией равной плотности вероятности и представляет собой эллипс на картинной плоскости. Если на основе линейного преобразования эллипс рассеивания из плоскости корректируемых параметров перенести в плоскость оптимальной коррекции, то область возможных значений $\Delta \mathbf{V}_{кор}$ будет ограничена эллипсом равной плотности вероятности, который называется *эллипсом возможных импульсов* (со значениями большой и малой полуосей соответственно $a_{э.в.и}$ и $b_{э.в.и}$).

При проектировании в качестве оценки импульса скорости, необходимого для коррекции только координат, можно принять

$$\Delta V_{\xi, \eta} = \sqrt{a_{э.в.и}^2 + b_{э.в.и}^2}.$$

Обычно вектор ∇T не ортогонален к плоскости оптимальной коррекции, поэтому коррекция координат будет вызывать вынужденное изменение времени полета до планеты, равное $\delta T = \Delta V_{\xi, \eta} \nabla T$.

Время прилета к планете необходимо корректировать не более чем на 12 ч. Для изменения времени прилета к планете воспользуемся импульсом скорости, направленным вдоль нуль-направления:

$$\Delta V_{\tau} = \frac{\Delta T}{\partial T / \partial V_n} \mathbf{p}^0 = \frac{12}{\partial T / \partial V_n} \mathbf{p}^0,$$

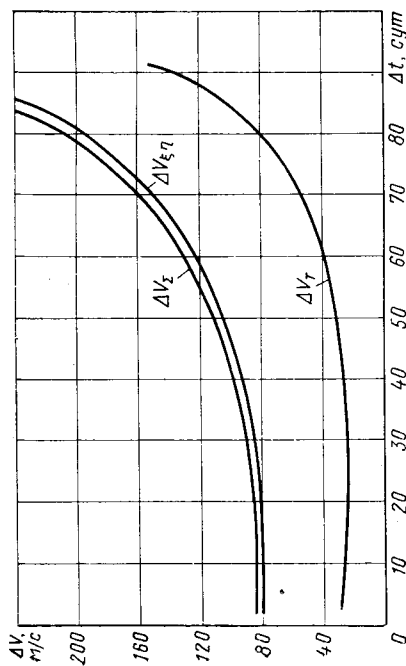


Рис. 3.68. Зависимость величины корректирующего импульса от времени проведения коррекции при полете к Венере по траектории первого полулунта ($t_0=8.XII.81$ г.; $\Delta t=107$ сут): $\Delta V_{\Sigma} = \sqrt{\Delta V_{\xi}^2 + \Delta V_{\eta}^2 + \Delta V_{\tau}^2}$ — суммарный импульс скорости для коррекции отклонения по координатам в 300 тыс. км и времени прилета на 12 ч.

где $\partial T / \partial V_n = VT \cdot n^0$ — производная, характеризующая изменение времени прилета к планете за счет импульса скорости, ортогонального к плоскости оптимальной коррекции.

Производная $\partial T / \partial V_n$ равна проекции вектора ∇T на ось n^0 , причем с увеличением угла между осью n^0 и вектором ∇T труднее корректировать время прилета независимо от коррекции координат. Если вектора $\nabla \xi$, $\nabla \eta$, ∇T компланарны, то коррекция времени прилета независимо от коррекции координат невозможна. В этом случае возможна коррекция либо только координатного рассеивания, либо одной координаты и времени прилета. Изменение некорректируемого параметра является вынужденным и, вообще говоря, может не обеспечивать выполнения задачи полета. Поэтому при проведении трехпараметрических коррекций следует избегать точек коррекции, в которых независимая коррекция координат и времени прилета затруднена.

На этапе баллистического проектирования в качестве оценки величины импульса скорости, необходимого для коррекции координат и времени прилета на 12 ч, можно принять

$$\Delta V_{\Sigma} = \sqrt{\Delta V_{\xi}^2 + \Delta V_{\eta}^2}.$$

Эта формула дает несколько завышенные значения корректирующего импульса, однако ее использование оправдано приближенным знанием характеристик систем КЛА.

На рис. 3.69—3.72 показано изменение корректирующего импульса в зависимости от времени проведения коррекции при полете к Венере, Марсу и Юпитеру. При проведении расчетов было принято, что рассеивание корректируемых параметров ξ , η при

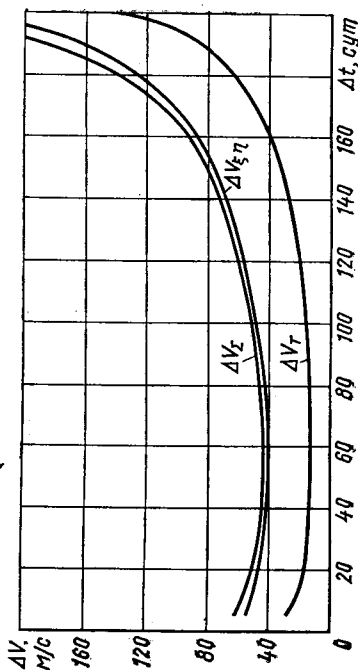


Рис. 3.70. Зависимость величины корректирующего импульса от времени проведения коррекции при полете к Марсу по траектории первого полулунта ($t_0=13.XII.81$ г.; $\Delta t=220$ сут)

полете к этим планетам одинаково и лежит внутри круга в картовой плоскости радиусом 300 тыс. км, а время полета необходимо исправлять не более чем на 12 ч.

Из приведенных графиков видно, что величина суммарного корректирующего импульса скорости в основном определяется рассеиванием координат ξ , η и существенно зависит от времени полета КЛА из точки коррекции до планеты-цели. Поэтому эффективность коррекции при полете к Юпитеру значительно выше, чем при полетах к Венере и Марсу.

При полетах к Марсу и Юпитеру по траекториям первого полулунта (см. рис. 3.70, 3.72) величина требуемого корректирующего импульса сначала уменьшается, а затем начинает медленно возрастать, т. е. предположение, что чем раньше проводится коррекция, тем меньше импульс скорости, в данном случае неверно. Это объясняется тем, что в начале полета КЛА находится вблизи перигея гелиоцентрической орбиты и его скорость довольно высока, поэтому для поворота вектора скорости требуются большие корректирующие импульсы. Постепенно гелиоцентрическая скорость КЛА убывает и поворот вектора скорости требует меньших энергетических затрат, при этом время полета до планеты еще достаточно велико.

При полете к Венере (см. рис. 3.69) импульс скорости коррекции монотонно возрастает. Это вызвано тем, что КЛА начинает свое движение в апоцентре гелиоцентрической орбиты и по мере затаяния времени проведения коррекции возрастает величина гелиоцентрической скорости КЛА.

При полете к Марсу по траектории второго полулунта (см. рис. 3.71) наблюдается вырождение трехпараметрической коррекции на 30-х сутках полета (угловая дальность от точки проведения коррекции до планеты-цели равна 180°), что приводит к очень большим значениям корректирующего импульса. В этом случае

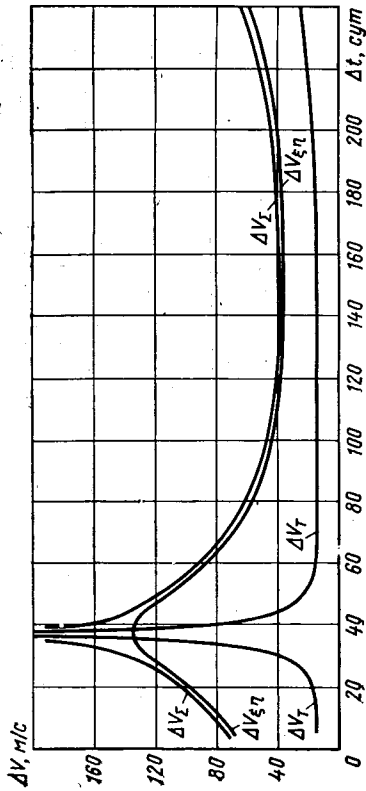


Рис. 3.71. Зависимость величины корректирующего импульса от времени проведения коррекции при полете к Марсу по траектории второго полуцикла ($t_0=13.XII.81$ г.; $\Delta t=320$ сут).

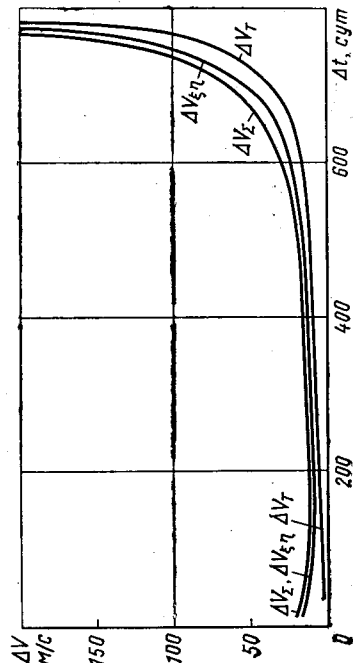


Рис. 3.72. Зависимость величины корректирующего импульса от времени проведения коррекции при полете к Юпитеру по траектории первого полуцикла ($t_0=6.XII.80$ г.; $\Delta t=800$ сут).

энергетически выгодно проведение коррекции в течение первых десяти суток полета (область первого минимума ΔV_2) или в интервале 100—200 суток полета (область второго минимума ΔV_2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аппазов Р. Ф., Лавров С. С., Мишин В. П. Баллистика управляемых ракет дальнего действия. М., «Наука», 1966, 307 с.
2. Соловьев Ц. В., Тарасов Е. В. Прогнозирование межпланетных полетов. М., «Машиностроение», 1973, 400 с.
3. Абалакин В. К. и др. Справочное руководство по небесной механике и астрономике. М., «Наука», 1971, 584 с.
4. Бэггин Р. Наведение в космосе. М., «Машиностроение», 1966, 448 с.
5. Основы теории полета космических аппаратов. Под ред. Г. С. Нариманова и М. К. Тихомирова. М., «Машиностроение», 1972, 608 с.
6. Тарасов Е. В. Алгоритм оптимального проектирования летательного аппарата. М., «Машиностроение», 1970, 364 с.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- А** Аномалия
— истинная 30, 36
— эксцентрическая 35
- В** Время
— полета КЛА 42
— оптимальное 148, 150
— сближения КЛА 68
— существования спутника Земли 53
- Д** Движение
— баллистическое 22
— относительное 25
— гиперболическое 35
— кеплерово 26, 107, 112
— круговое 36
— относительное возмущенное 25
— невозмущенное 26
— баллистическое 26, 34
— управляемое 26
— параболическое 36
— прямолнейное 36
— среднее 35
— управляемое 22, 33
— относительное 24
— эллиптическое 35
- Дата**
— старта гелиоцентрическая 10, 57, 93, 138
— прибытия гелиоцентрическая 93, 139
- З** Задача
— Баллистического расчета гелиоцентрического участка 138
— внешняя 111, 138, 168
— внутренняя 111, 168
— двух тел 73
— навигационно-баллистическая 144, 146
— проектная 140
— проектно-баллистическая 141, 145
- Сближения с Луной**
— плоская 87
— пространственная 89
— трех тел ограниченная 72
- К** Классификация
— схем полета
— лунных аппаратов 83
— межпланетных аппаратов 124
— способов коррекции 205
- Коррекция**
— высоты перигея траектории облета 181
— межпланетной траектории 203
— трехпараметрическая 208
- Маневр**
— активный 57, 120, 158, 176
— аэродинамический 63, 158
— в гравитационном поле планеты 115, 175, 176
— орбитальный для встречи космических аппаратов 65
— перехода
— одноимпульсный 60, 197
— многоимпульсный 61, 197
— оптимальный 59
— перигеяльный 198
— нереверсивный 198
— фазирующий 67
- Метод**
— грависфер 86
— нулевой протяженности 86
— импульсной аппроксимации 31, 112
- И** Импульс
— апсидальный 59
— корректирующий 176, 204
— промежуточный 121, 188
— тяги 31, 58
- Интеграл**
— векторный
— Лапласа 28
— момента количества движения
— баллистического 28
— управляемого 28
— энергии движения
— баллистического 27
— управляемого 27
- Я** Якоби 75

- конечных тяг 32, 112
- кусочно-конической аппроксимации 111
- Ламберта 42
- последовательных коррекций 69
- свободных траекторий 69
- О** Орбита
 - гиперболы 35, 45
 - отрыва 111
 - прибытия 111
 - конечная 58
 - мгновенная 30
 - монтажная 65
 - облета 117
 - пролетная (облетная) периодическая 79, 193
 - ожидания 196
 - параболическая 45
 - промежуточная 61, 81, 112
 - спутника
 - — Земли
 - — квазисинхронная (изомаршрутная) 52
 - — промежуточная 49
 - — порядок 53
 - — солнечно-синхронная 51
 - Луны 85, 99
 - планеты 156, 195, 201
 - эллиптическая 43
 - — граница 44
 - — первого рода 44
 - — второго рода 44
 - элементы 37, 38, 40
 - угол наклона (наклона), 39, 62
- С** Система
 - ИС 55
 - координат
 - — вращающаяся 83
 - — гироскопическая 10
 - — инерциальная
 - — гелиоцентрическая 37
 - — планетоцентрическая 38
 - — орбитальная 10
 - — связанная 10
 - — скоростная 10
 - — стартовая 10
- Слутки
 - искусственный Земли
 - метеорологический 49
 - связи 47
 - стационарный Луны 83, 97
 - искусственный планеты 156, 180, 195, 201
- Сфера
 - гравитационная (грависфера) 72, 109
 - — действия Луны 74
 - — действия планеты (Лапласа), 108, 109
 - минимальных отклонений 110
 - небесная 38
- П** Плоскость
 - траекторий выведения 9
 - базовая 196
 - картина 168, 205
 - оптимальной коррекции 209
 - основная 38
 - эклиптики 38
- Полеты
 - к Луну
 - — по траектории полета 85, 93
 - — с выведением ИС 85, 94
 - — с возвращением к Земле 102
 - — с облетом 84
 - — с посадкой 85, 100
 - — с протетом 83

- сближения с Луной 72, 87, 91
- селеноцентрическая 74
- ускоренная 192
- Хомана 118
- эллиптическая 35, 43
- У** Уравнение
 - движения
 - — ракеты-носителя 9, 14
 - — космического летательного аппарата 22, 24, 25, 26
 - Кеплера 37
 - Ламберта 42
 - орбиты 30
 - участок
 - активный
 - — разгона 81, 111, 140, 141
 - — торможения 97, 111, 140, 145
 - гелиоцентрический 111
 - геоцентрический 74
 - планетоцентрический 111
 - селеноцентрический 74
 - эффект пертурбационный 115
 - — активный 116, 120
 - — пассивный 116, 119
 - — с импульсной коррекцией 116, 181
- Схема
 - межпланетного полета 124
 - — прямого 125, 130, 134
 - — с использованием пертурбационного эффекта 128, 133, 136
 - полета к Луне 81, 83
- Т** Траектория
 - активного облета 116
 - баллистическая 116
 - — возвращения от Луны к Земле 102
 - — выведения 9, 17
 - гелиоцентрическая 111
 - гиперболическая 35, 45, 71
 - — длительная 192
 - межпланетная 110, 124
 - — минимальной энергии 59, 118
 - планетоцентрическая 111
 - — полувитка
 - — первого 152
 - — второго 153
 - — пролетно-попадающая 83, 93, 151
 - — пролетно-возвратная 130, 191
 - — с выходом на орбиту ИС 97, 156, 180, 195, 201

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	Стр. 3
Условные обозначения	5
Глава I. Проектирование орбит искусственных спутников Земли	7
§ 1.1. Выведение спутника на орбиту	7
§ 1.2. Движение КЛА в центральном поле тяготения	21
§ 1.3. Выбор орбит искусственных спутников Земли	46
§ 1.4. Характеристики орбитальных маневров	57
Глава 2. Проектно-баллистические характеристики траекторий полетов к Луне	71
§ 2.1. Траектория сближения с Луной и ограниченная задача трех тел	71
§ 2.2. Траектории полета к Луне	81
Глава 3. Межпланетные полеты	107
§ 3.1. Методические аспекты проектных расчетов траекторий полета межпланетных аппаратов	107
§ 3.2. Классификация схем полета межпланетных аппаратов	124
§ 3.3. Оптимизация проектно-баллистических характеристик прямых полетов к планете назначения	138
§ 3.4. Межпланетные полеты с учетом маневров при облете промежуточной планеты	173
§ 3.5. Межпланетные полеты с возвращением к Земле	191
§ 3.6. Коррекция траекторий КЛА	203
Список литературы	212
Предметный указатель	213

ИБ № 1455

Евгений Васильевич Тарисов

КОСМОНАВТИКА

Редактор издательства Е. В. Сербиновская
Технический редактор Т. С. Стариых
Художник А. Я. Михайлов
Корректор В. Е. Блохина

Сдано в набор 16/XII-1976 г. Бумага № 1 Подписано к печати 24/III-1977 г. Т-02174
Формат 60×90/16 Печ. л. 13,5 Уч.-изд. л. 11,45
Цена 87 коп. Тираж 5000 экз. Изд. зак. 235

Издательство «Машиностроение», 107885, Москва, Б-78, 1-й Басманный пер., 3.
Московская типография № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательства, полиграфии и книжной торговли.
Хохловский пер., 7. Тип. зак. 1944

Замеченные опечатки

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
75—76	В формулах (2.3)—(2.5)	R_1, R_2	ρ_1, ρ_2
183	2 снизу	T_c	T_c^2
	18 снизу	T_c	T_c^2
	10 снизу	$R_{\bar{n}}$	R_2

Заказ 293/1944