

**ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ**

ОФИЦИАЛЬНЫЙ

РАЗРАБОТЧИК КОНТРОЛЬНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ
для ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА

МАТЕМАТИКА

**ЕДИНСТВЕННОЕ ИЗДАНИЕ,
КОТОРОЕ ВКЛЮЧАЕТ
ОФИЦИАЛЬНЫЕ
МАТЕРИАЛЫ ПО ЕГЭ,
ДАЕТ ВОЗМОЖНОСТЬ
ПРАКТИЧЕСКИ ВЫПОЛНИТЬ
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ
И СВЕРИТЬСЯ
С ПРАВИЛЬНЫМИ ОТВЕТАМИ**

**ЕГЭ
2007**

РЕАЛЬНЫЕ ВАРИАНТЫ

Вариант 1

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «×» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1. Упростите выражение $\frac{11^{1,5}}{11^{0,3}}$.

- 1) 1,2 2) 5 3) 11^{1,2} 4) 11⁵

А2. Найдите значение выражения $-4\log_{11}(11^3)$.

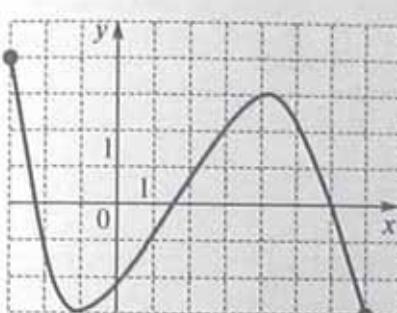
- 1) -64 2) $-\frac{1}{64}$ 3) -12 4) -1

А3. Вычислите: $\sqrt[4]{0,0625 \cdot 81}$.

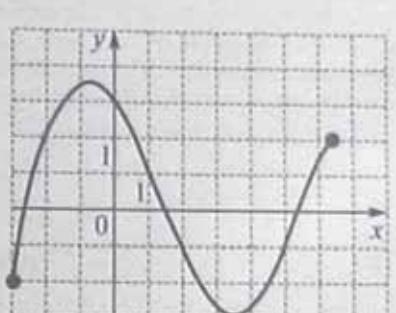
- 1) 1,5 2) 3,5 3) 0,45 4) 0,15

А4. На каком из следующих рисунков изображен график функции, возрастающей на промежутке $[0; 2]$?

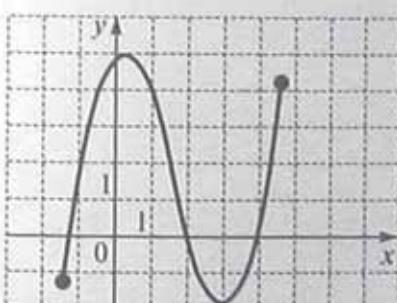
1)



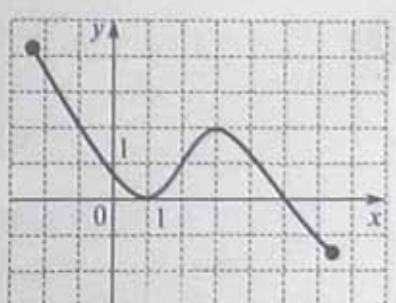
2)



3)



4)



А5. Найдите производную функции $y = 12x^3 - e^x$.

- 1) $y' = 15x^2 - xe^{x-1}$
2) $y' = 3x^2 - \frac{e^x}{x+1}$
3) $y' = 36x^2 - xe^{x-1}$
4) $y' = 36x^2 - e^x$

А6. Решите неравенство $7^{x+2,3} \leq \frac{1}{49}$.

- 1) $(-\infty; 0,3]$ 2) $(-\infty; -4,3]$ 3) $[-4,3; +\infty)$ 4) $[0,3; +\infty)$

А7. Найдите наибольшее целое значение функции $y = 4,3\cos x$.

- 1) 1 2) 0 3) 5 4) 4

A8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-6; 5]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \geq 2$.

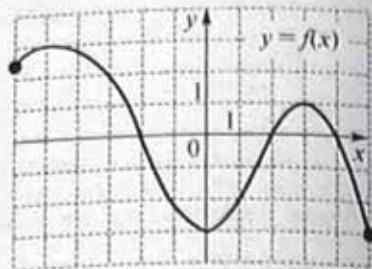
- 1) $[-6; -3]$
- 2) $[-6; -2] \cup [2; 4]$
- 3) $[-2; 2] \cup [4; 5]$
- 4) $[2; 3]$

A9. Найдите область определения функции $y = \frac{10}{\log_2 x - 4}$.

- 1) $[16; +\infty)$
- 2) $(0; 16]$
- 3) $[4; +\infty)$
- 4) $(0; 4]$

A10. Решите уравнение $\cos 2x = 1$.

- | | |
|--|--|
| 1) $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ | 2) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$ |
| 3) $\frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$ | 4) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$ |



Ответом к заданиям В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $4^{x+1} + 8 \cdot 4^x = 3$.

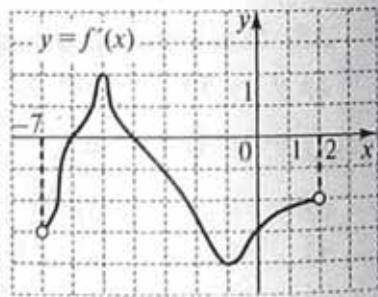
B2. Найдите значение выражения $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi - \alpha)$, если $\cos \alpha = -0,4$.

B3. Решите уравнение $5 \cdot 10^{\lg x} = 7x - 15$.

ЧАСТЬ 2

B4. Найдите значение выражения $\frac{100 - t^{(-1)}}{10 + t^{-0,5}} - 6t^{0,5}$ при $t = 25$.

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 2)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-7; 2)$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = 4,7 \log_{\frac{1}{2}}(36 - 5x^2)$ на отрезке $[-\sqrt{6}; 2]$.

6

B7. Решите уравнение $\sqrt{16 - (4x + 5)^2} = 4 + \cos^2 \frac{2\pi x}{5}$.

B8. Четная функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = 1,6 + \frac{f(x-5, 5)}{x-5, 5}$ вычислите сумму $g(5) + g(6)$.

B9*. Бак заполняют керосином за 2 часа 30 минут с помощью трех насосов, работающих вместе. Производительности насосов относятся как $3 : 5 : 8$. Сколько процентов объема будет заполнено за 1 час 18 минут совместной работы второго и третьего насосов?

B10*. Основание прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелограмм $ABCD$, в котором $CD = 2\sqrt{3}$, $\angle D = 60^\circ$. Тангенс угла между плоскостью основания и плоскостью A_1BC равен 6. Найдите высоту параллелепипеда.

B11*. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее диагональ, равная 10, образует с основанием угол, косинус которого равен $\frac{\sqrt{2}}{10}$.

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

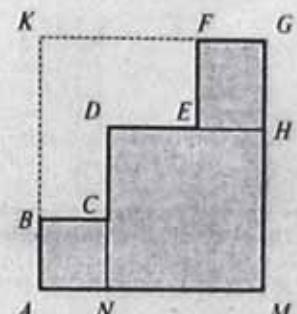
C1. Решите уравнение $3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 11 = (\sqrt{2} - 2x^2)^2 + 2x^2$.

C2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \log_9(8x - 7)$ и $g(x) = 2,5$ меньше, чем 0,5.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (C3–C5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью 4000 м^2 , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $ABCDEFGM$, изображенного на рисунке, где $BC = 15 \text{ м}$, $DE = 50 \text{ м}$, $EF = 30 \text{ м}$ и $CD \geq 30 \text{ м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KG , KA и CD , при которых периметр является наименьшим.



C4*. Основанием пирамиды $FABCD$ является прямоугольник $ABCD$. Плоскость AFC перпендикулярна плоскости ABC , тангенс угла FAC равен $\frac{16}{7}$, тангенс угла между прямой BC и плоскостью AFC равен 3. Точка M лежит на ребре BC , $BM = \frac{2}{5}BC$. Точка L лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и C . Объем пирамиды $LAMC$ равен 48. Центр сферы, описанной около пирамиды $FABCD$, лежит в плоскости основания пирамиды. Найдите радиус этой сферы.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $4\sin a - 3$ и $8\cos 2a + 16\sin a + 1$ являются решениями неравенства $\frac{(21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9| - 2} \geq 0$.

Вариант 2

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «×» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1. Упростите выражение $k^{-5,2} \cdot 3k^{0,8}$.

- 1) $3^{0,8}k^{-4,4}$ 2) $3k^{-6}$ 3) $3k^{-4,4}$ 4) $3^{0,8}k^{-6}$

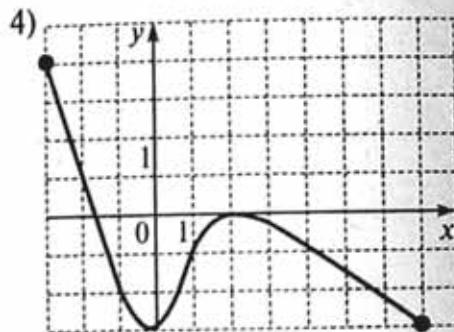
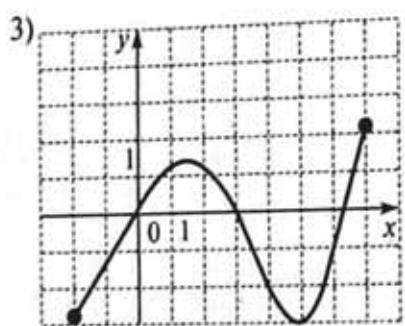
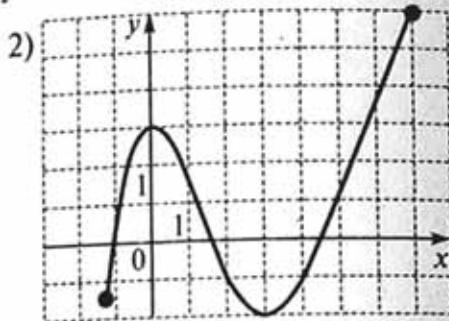
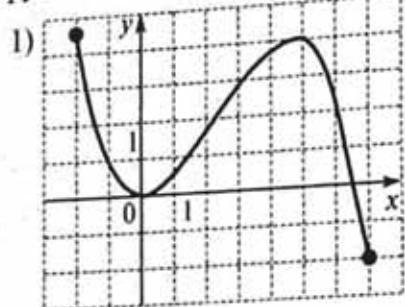
А2. Найдите значение выражения $-4\log_6(6^3)$.

- 1) $-\frac{1}{64}$ 2) -12 3) -64 4) -1

А3. Вычислите: $\sqrt[3]{0,008 \cdot 27}$.

- 1) 0,18 2) 0,006 3) 3,2 4) 0,6

А4. На каком из следующих рисунков изображен график функции, убывающей на промежутке $[3; 7]$?



А5. Найдите производную функции $y = 10x^3 - e^x$.

- 1) $y' = 30x^2 - xe^{x-1}$
2) $y' = 30x^2 - e^x$
3) $y' = 30x^2 - \frac{e^{x+1}}{x+1}$
4) $y' = 13x^2 - xe^{x-1}$

А6. Решите неравенство $3^{3x-2} \geq \frac{1}{9}$.

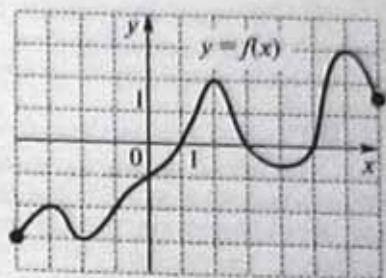
- 1) $(0; +\infty)$ 2) $(-\infty; 0)$ 3) $[0; +\infty)$ 4) $(-\infty; 0]$

А7. Найдите наибольшее целое значение функции $y = 3,9 \cos x$.

- 1) 1 2) 0 3) 3 4) 4

A8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-4; 7]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \geq -1$.

- 1) $[0; 7]$
- 2) $[-4; 1] \cup [3; 5]$
- 3) $[-1; 3]$
- 4) $[-1; 7]$



A9. Найдите область определения функции $y = \frac{6}{\log_5 x - 3}$.

- 1) $[3; +\infty)$
- 2) $(0; 3]$
- 3) $(0; 125]$
- 4) $[125; +\infty)$

A10. Решите уравнение $\sin 3x = -\frac{1}{2}$.

- 1) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$
- 2) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$
- 3) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$
- 4) $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$

Ответом к заданиям В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $x \cdot 6^{3x} - 36 \cdot 6^{3x} = 0$.

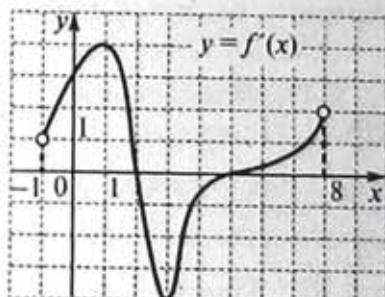
B2. Решите уравнение $7 \cdot 5^{\log_5 x} = x + 21$.

B3. Найдите значение выражения $4\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)$, если $\cos \alpha = -0,9$.

ЧАСТЬ 2

B4. Вычислите: $22\log_{27\sqrt{3}}(9\sqrt[7]{3})$.

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-1; 8)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку минимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-1; 8)$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = 9,3\log_{0,1}(10 - x^2)$ на отрезке $[-3; 1]$.

B7. Решите уравнение $\sqrt{9 + (2x + 7)^2} = 3 - \cos^2 \frac{3\pi x}{7}$.

B8. Четная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = x + (x - 10) \cdot f(x - 10) + 10$ вычислите сумму $g(8) + g(10) + g(12)$.

B9*. Цистерна заполняется керосином за 2 часа с помощью трех насосов, работающих вместе. Производительности насосов относятся как $1 : 2 : 7$. Сколько процентов объема цистерны будет заполнено за 1 час 12 минут совместной работы первого и третьего насосов?

B10*. Основание прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – ромб $ABCD$ с углом 150° и стороной, равной 2. Тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью ABC_1 равен 4,2. Найдите высоту призмы.

B11*. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее высота равна 3, а тангенс угла между диагональю и основанием равен $\frac{1}{4}$.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1. Решите уравнение

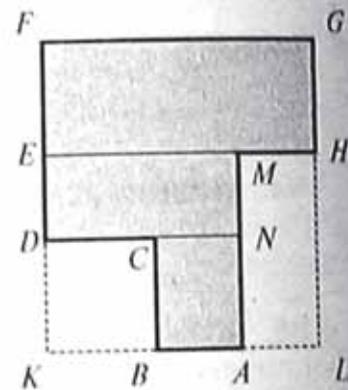
$$\log_3^2 x - 5\log_3 x + 87 = (\sqrt{81 - x^2})^2 + x^2.$$

C2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \log_{\sqrt{2}}(5x + 14)$ и $g(x) = 10$ меньше, чем 2.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3–С5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3. Требуется разметить на земле участок $ABCDFGHIJM$ площадью 2800 м², состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке, где $DC = 20$ м, $HM = 25$ м, $AM = 60$ м и $BC \geq 30$ м. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KL , GL и BC , при которых периметр является наименьшим.



C4*. Основанием пирамиды $FABCD$ является прямоугольник $ABCD$. Плоскость AFC перпендикулярна плоскости ABC , тангенс угла FAC равен $\frac{49}{16}$, тангенс угла между прямой BC и плоскостью AFC равен 3. Точка M лежит на ребре BC , $BM = \frac{2}{5}BC$. Точка L лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и C . Объем пирамиды $LBDM$ равен 343. Центр сферы, описанной около пирамиды $FABCD$, лежит в плоскости основания пирамиды. Найдите радиус этой сферы.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $a\sqrt{3a-11} - 5$ и $11a^2 + 20a\sqrt{3a-11} - 3a^3 - 93$ являются решениями неравенства $\log_{0,5x-2} \left(\log_4 \left(\frac{12}{\sqrt{3x-12}} \right) \right) \leq 0$.

Вариант 3

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «×» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1. Упростите выражение $\sqrt[5]{11^{15}d^{10}}$.

- 1) 11^3d^2 2) $11^{10}d^5$ 3) $11^{75}d^{50}$ 4) $11^{20}d^{15}$

А2. Найдите значение выражения $4^{3a} \cdot 4^{-5a}$ при $a = -\frac{1}{2}$.

- 1) $\frac{1}{4}$ 2) 2 3) 3 4) 4

А3. Вычислите: $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{10} + \log_{\frac{1}{5}} 250$.

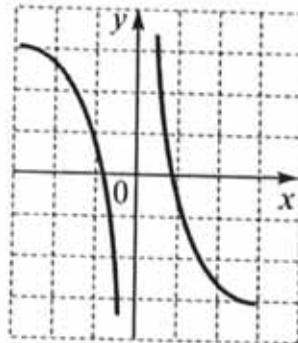
- 1) 25 2) 2 3) 5 4) -2

А4. Найдите производную функции $y = 3\cos x + x^2$.

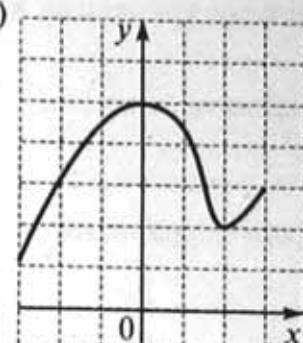
- 1) $y' = 3\sin x - 2x$
2) $y' = 4x - \sin x$
3) $y' = 2x - 3\sin x$
4) $y' = 4x^2 + 2\cos x$

А5. На одном из следующих рисунков изображен график нечетной функции. Укажите этот рисунок.

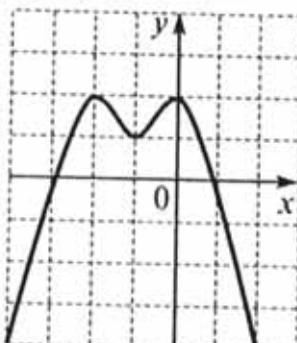
1)



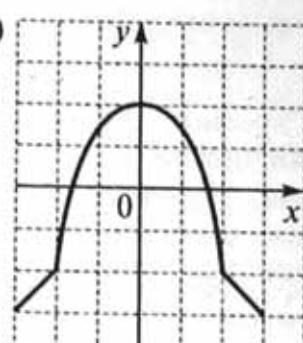
2)



3)



4)



А6. Решите неравенство $3^{2x-1} \geq \frac{1}{9}$.

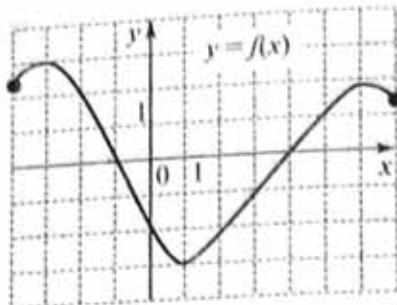
- 1) $(-0,5; +\infty)$ 2) $(-\infty; -0,5)$ 3) $[-1,5; +\infty)$ 4) $[-0,5; +\infty)$

А7. Найдите наибольшее целое значение функции $y = 6,5\sin x$.

- 1) 1 2) 6 3) 7 4) 0

A8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-4; 7]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \leq -2$.

- 1) $[0; 2]$
- 2) $[-4; -2]$
- 3) $[-4; 0] \cup [2; 7]$
- 4) $[-3; -2]$



A9. Найдите область определения функции $f(x) = \log_{0,2}(7x - x^2)$.

- 1) $(-\infty; 0) \cup (7; +\infty)$
- 2) $(0; +\infty)$
- 3) $(0; 7)$
- 4) $(-\infty; -7) \cup (0; +\infty)$

A10. Решите уравнение $\cos 2x = \frac{1}{2}$.

- 1) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 2) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$
- 3) $\pm \frac{\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 4) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответом к заданиям В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $81 \cdot 9^{3x} + x \cdot 9^{3x} = 0$.

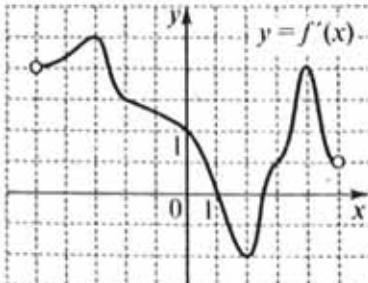
B2. Найдите значение выражения $3\sin^2 \alpha - 7\cos^2 \alpha$, если $\cos \alpha = -0,1$.

B3. Решите уравнение $\sqrt{4x^2 - 27} = -x$.

ЧАСТЬ 2

B4. Вычислите: $4 \log_{5\sqrt{5}}(125\sqrt[7]{5})$.

B5. К графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$ проведена касательная. Найдите ее угловой коэффициент, если на рисунке изображен график производной этой функции.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = 4,7 \log_{\frac{1}{7}}(49 - 6x^2)$ на отрезке $[-\sqrt{7}; 2]$.

B7. Решите уравнение

$$2^{(\sqrt{2} - \cos 15\pi x)(\sqrt{2} + \cos 15\pi x)} = 4 + (10x + 1)^2.$$

B8. Четная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = x + (x - 7) \cdot f(x - 7) + 7$ вычислите сумму $g(5) + g(7) + g(9)$.

B9*. Два каменища, работая вместе, могут выполнить залание за 12 ч. Производительности труда первого и второго каменищиков относятся как 1 : 3. Каменищики договорились работать поочередно. Сколько времени должен проработать первый каменищик, чтобы это задание было выполнено за 20 ч?

B10*. Основание прямого параллелепипеда – параллелограмм $ABCD$, в котором $CD = 4\sqrt{3}$, $\angle C = 60^\circ$. Тангенс угла между плоскостью основания и плоскостью B_1AD равен 1,5. Найдите высоту параллелепипеда.

B11*. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее диагональ равна $2\sqrt{3}$, а средняя линия равна 4.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

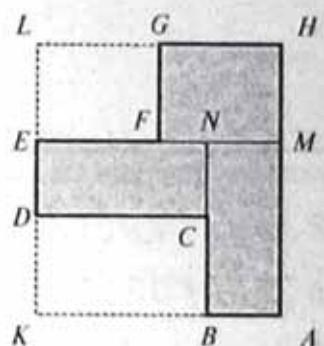
C1. Решите уравнение $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 31 = (\sqrt{25 - x^2})^2 + x^2$.

C2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = 0,3 \cdot 2^{3x-13}$ и $g(x) = 14,4$ меньше, чем 4,8.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3–С5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3. Требуется разметить на земле участок $ABCDEFGH$ площадью 1800 м², состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке, где $FG = EF = 10$ м, $BC = 15$ м и $CD \geq 40$ м. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KL , LH и CD , при которых периметр является наименьшим.



C4*. В пирамиде $FABC$ грани ABF и ABC перпендикулярны, $FB : FA = 20 : 7$. Тангенс угла между прямой BC и плоскостью ABF равен 3. Точка M выбрана на ребре BC так, что $BM : MC = 1 : 3$. Точка T лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и B . Объем пирамиды $ABMT$ равен 16. Центр сферы, описанной около пирамиды $FABC$, лежит на ребре AB . Найдите площадь этой сферы.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $a\sqrt{a-2} - 5$ и $2a^2 + 24\sqrt{a-2} - a^3 - 131$ являются решениями неравенства $\log_{2x-12}(\log_5(2x^2 - 41x + 200)) \geq 0$.

Вариант 4

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «×» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

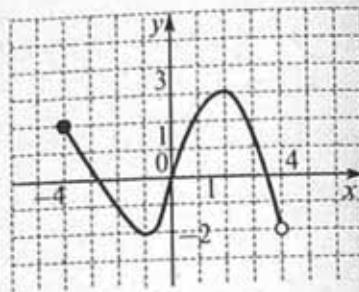
- A1.** Упростите выражение $\sqrt[3]{7^{12}c^{15}}$.
- 1) 7^9c^{12}
 - 2) 7^4c^5
 - 3) $7^{36}c^{45}$
 - 4) $7^{15}c^{18}$

- A2.** Найдите значение выражения $2^{7a} \cdot 2^{-3a}$ при $a = \frac{1}{2}$.
- 1) 256
 - 2) 32
 - 3) 8
 - 4) 4

- A3.** Найдите значение выражения $\log_7(49a)$, если $\log_7 a = -8,6$.
- 1) $-10,6$
 - 2) $-17,2$
 - 3) $-6,6$
 - 4) $-57,6$

A4. На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке $[-4; 4]$. Укажите множество значений этой функции.

- 1) $[-1; 2]$
- 2) $(-2; 3]$
- 3) $[-4; 4)$
- 4) $(-2; 2]$



- A5.** Найдите производную функции $y = 20x^4 - e^x$.

- 1) $y' = 80x^3 - xe^{x-1}$
- 2) $y' = 4x^5 - \frac{e^{x+1}}{x+1}$
- 3) $y' = 80x^3 - e^x$
- 4) $y' = 5x^3 - xe^{x-1}$

- A6.** Найдите множество значений функции $y = 5^x + 10$.

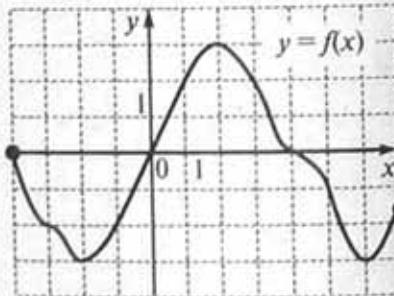
- 1) $(10; +\infty)$
- 2) $(5; +\infty)$
- 3) $(15; +\infty)$
- 4) $[10; +\infty)$

- A7.** Решите неравенство $\frac{x+8}{(x-4)(7x+5)} \leq 0$.

- 1) $[-8; -\frac{5}{7}) \cup (4; +\infty)$
- 2) $(-\infty; -8]$
- 3) $(-\infty; 4)$
- 4) $(-\infty; -8] \cup (-\frac{5}{7}; 4)$

A8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-4; 7]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \geq 2$.

- 1) $[-4; 0] \cup [4; 7]$
- 2) $[0; 4]$
- 3) $[1; 3]$
- 4) $[2; 7]$



- A9.** Найдите область определения функции $f(x) = \log_{0,3}(x^2 - 4x)$.

- 1) $(-\infty, 0) \cup (2; +\infty)$
- 2) $(0; 2)$
- 3) $(0; 4)$
- 4) $(-\infty, 0) \cup (4; +\infty)$

A10. Решите уравнение $\sin \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 1) $\pm \frac{5\pi}{3} + 10\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 2) $(-1)^n \frac{5\pi}{3} + 5\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 3) $\pm \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 4) $(-1)^n \frac{5\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответом к заданиям В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $64 \cdot 8^{2x} + x \cdot 8^{2x} = 0$.

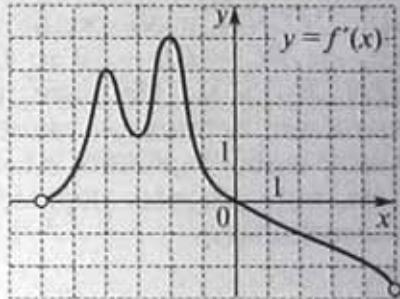
B2. Найдите значение выражения $2\sin^2 \alpha + 6\cos^2 \alpha$, если $\sin \alpha = -0,2$.

B3. Вычислите: $\sqrt[3]{38} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{19}}$.

ЧАСТЬ 2

B4. Вычислите: $13 \log_{9\sqrt{3}} (27\sqrt[6]{3})$.

B5. К графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$ проведена касательная. Найдите ее угловой коэффициент, если на рисунке изображен график производной этой функции.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = 8^{\frac{1}{3}x^2 - 1}$ на отрезке $[-2; 3]$.

B7. Решите уравнение $\sqrt{16 + (2x-3)^2} = 4 - \cos^2 \frac{5\pi x}{3}$.

B8. Четная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = x + (x-4) \cdot f(x-4) + 4$ вычислите сумму $g(3) + g(4) + g(5)$.

B9*. Отец с сыном должны вскопать огород. Производительность труда у отца в два раза больше, чем у сына. Работая вместе, они могут вскопать весь огород за 4 часа. Однако вместе они проработали только один час, потом некоторое время работал один сын, а заканчивал работу уже один отец. Сколько часов в общей сложности проработал на огороде отец, если вся работа на огороде была выполнена за 7 часов?

B10*. Боковое ребро прямой призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ равно 16. Основание призмы — треугольник ABC , площадь которого равна 4, $BC = 3$. Найдите тангенс угла между плоскостями $A_1 BC$ и ABC .

B11*. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке K и прямую BC в точке P . Найдите периметр треугольника CDP , если $DK = 18$, $PK = 24$, $AD = 15$.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

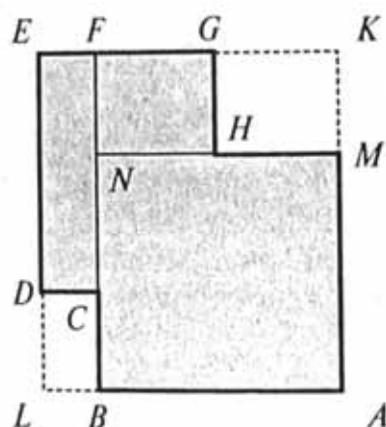
$$C1. \text{Решите уравнение } \cos 7x = (\sqrt{1-x^2})^2 + x^2.$$

C2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = 0,5 \cdot 7^{4x+9}$ и $g(x) = 2$ меньше, чем 1,5.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3—С5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью 3100 м^2 , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $ABCDEGHM$, изображенного на рисунке, где $BC = CD = 20 \text{ м}$, $GH = 40 \text{ м}$ и $HM \geq 35 \text{ м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин AK , AL и HM , при которых периметр является наименьшим.



C4*. В пирамиде $FABC$ грани ABF и ABC перпендикулярны, $FB : FA = 15 : 11$. Тангенс угла между прямой BC и плоскостью $= 4 : 11$. Точка M выбрана на ребре BC так, что $BM : MC = 4 : 11$. Точка T лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и B . Центр сферы, описанной около пирамиды $FABC$, лежит на ребре AB , площадь этой сферы равна 36π . Найдите объем пирамиды $ACMT$.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $a \cdot 2^{a-4}$ и $a^2 \cdot 4^{a-4} + 104 - 5a \cdot 2^{a-2}$ являются решениями неравенства $\log_{10,5-x}(\log_2 \frac{x-2}{x-3}) \geq 0$.

Вариант 5

ЧАСТЬ I

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «×» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1. Упростите выражение $\sqrt[5]{3^{10}a^5}$.

- 1) $3^{50}a^{25}$ 2) $3^{15}a^{10}$ 3) 3^5a^{25} 4) 3^2a

А2. Найдите значение выражения $3^{4a} \cdot 3^{-2a}$ при $a = \frac{1}{2}$.

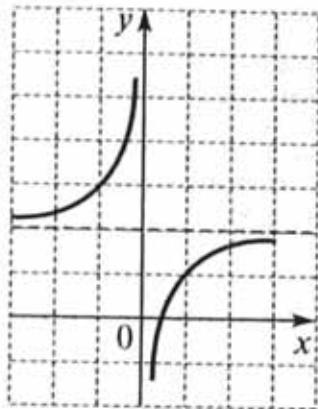
- 1) 27 2) 4,5 3) 3 4) 81

А3. Найдите значение выражения $\log_5(125d)$, если $\log_5 d = -3,1$.

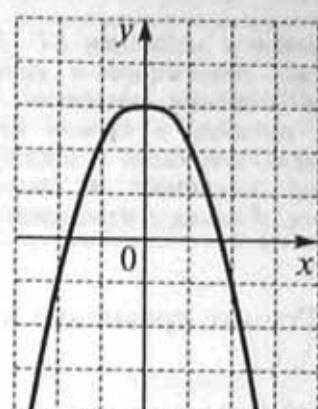
- 1) -6,1 2) -9,3 3) -0,1 4) -128,1

А4. На одном из следующих рисунков изображен график нечетной функции. Укажите этот рисунок.

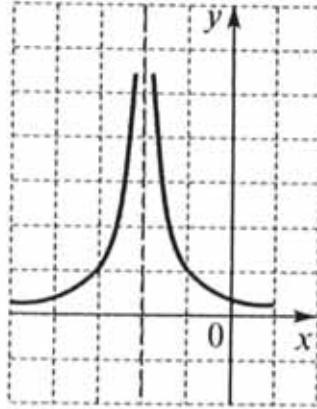
1)



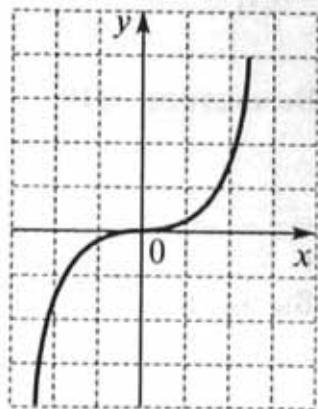
2)



3)



4)



А5. Найдите множество значений функции $y = 11\cos x$.

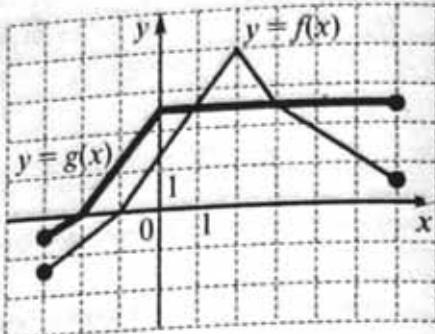
- 1) $[0; 11]$ 2) $[-1; 1]$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) $[-11; 11]$

А6. Решите неравенство $2^{10x-5} \geq \frac{1}{16}$.

- 1) $(0,1; +\infty)$ 2) $[0,1; +\infty)$ 3) $(-\infty; 0,1)$ 4) $[-0,9; +\infty)$

A7. На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3; 6]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \geq g(x)$.

- 1) $[-3; -2] \cup [-1; 6]$
- 2) $[-3; 1] \cup [3; 6]$
- 3) $[1; 3]$
- 4) $[-2; -1]$



A8. Найдите производную функции $y = x^6 - 4\sin x$.

- 1) $y' = 6x^5 + 4\cos x$
- 2) $y' = 6x^5 - 4\cos x$
- 3) $y' = \frac{x^7}{7} + 4\cos x$
- 4) $y' = x^5 - 4\cos x$

A9. Найдите область определения функции $f(x) = \log_{0,3}(6x - x^2)$.

- 1) $(-\infty; 0) \cup (6; +\infty)$
- 2) $(-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$
- 3) $(-6; 0)$
- 4) $(0; 6)$

A10. Решите уравнение $\cos \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- 1) $\pm \frac{5\pi}{4} + 10\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 2) $(-1)^n \frac{5\pi}{4} + 5\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 3) $(-1)^n \frac{5\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 4) $\pm \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответом к заданиям В1–ВIII должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $\log_7(8x - 20) - \log_7 2 = \log_7 3$.

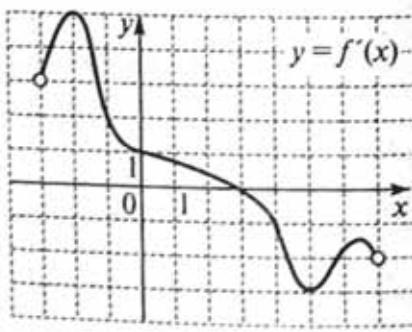
B2. Найдите значение выражения $5\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha$, если $\cos \alpha = -0,1$.

B3. Вычислите: $\sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{16}}$.

ЧАСТЬ 2

B4. Вычислите: $2\sqrt{3} \cos \frac{19\pi}{3} \cos \frac{13\pi}{6}$.

B5. К графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$ проведена касательная. Найдите ее угловой коэффициент, если на рисунке изображен график производной этой функции.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = 5^{x^2 - 2}$ на отрезке $[-1; 2]$.

B7. Решите уравнение

$$16x^2 + 24x + 12 = (\sqrt{3} - \cos \frac{14\pi x}{3})(\sqrt{3} + \cos \frac{14\pi x}{3}).$$

B8. Четная функция определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = x + (x - 9) \cdot f(x - 9) + 9$ вычислите сумму $g(8) + g(9) + g(10)$.

В9*. Два плотника, работая вместе, могут выполнить задание за 36 ч. Производительности труда первого и второго плотников относятся как 3 : 4. Плотники договорились работать по-очередно. Какую часть этого задания должен выполнить второй плотник, чтобы все задание было выполнено за 69 3/4 ч?

B10*. Основание прямой призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ – треугольник, площадь которого равна 15, $AB = 7$. Боковое ребро призмы равно 18. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью ABC_1 .

B11*. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла B пересекает сторону CD в точке T и прямую AD в точке M . Найдите периметр треугольника ABM , если $BC = 15$, $BT = 18$, $TM = 12$.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

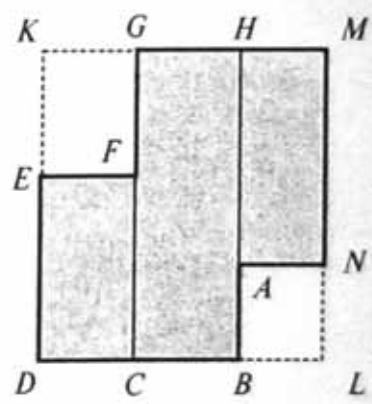
С1. Решите уравнение $3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 10 = (\sqrt{1-x^2})^2 + x^2$.

С2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \frac{x+1}{2x-2}$ и $g(x) = 1$ меньше, чем 0,5.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3–С5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

С3. Требуется разметить на земле участок площадью 1300 м^2 , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $ABDEFGMN$, изображенного на рисунке, где $EF = 10 \text{ м}$, $FG = 15 \text{ м}$, $AN = 10 \text{ м}$ и $AB \geq 15 \text{ м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KD , KM и AB , при которых периметр является наименьшим.



C4*. Около правильной пирамиды $FABC$ описана сфера, центр которой лежит в плоскости основания ABC пирамиды. Точка M лежит на ребре AB так, что $AM : MB = 2 : 7$. Точка T лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и B . Объем пирамиды $TBCM$ равен $\frac{154\sqrt{3}}{81}$. Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды $FABC$.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $a \cdot 2^{a-2}$ и $3a \cdot 2^a - 4a^2 \cdot 4^{a-3} - 27$ являются решениями неравенства $\log_{x-5,5} (\log_4 \frac{x-13}{x-10}) \geq 0$.

Вариант 6

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «×» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1. Упростите выражение $k^{-5,3} \cdot 4k^{0,1}$.

- 1) $40,1k^{-5,2}$ 2) $4k^{-5,2}$ 3) $4k^{-5,4}$ 4) $40,1k^{-5,4}$

А2. Вычислите: $\frac{5\sqrt[3]{17}}{\sqrt[3]{136}}$.

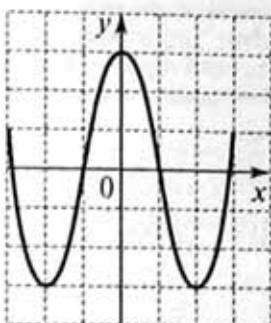
- 1) 0,5 2) 2 3) 2,5 4) 4

А3. Найдите значение выражения $\log_4(64c)$, если $\log_4 c = -3,5$.

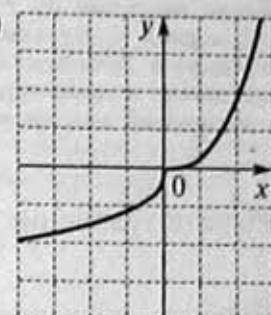
- 1) -6,5 2) -0,5 3) -10,5 4) -67,5

А4. На одном из следующих рисунков изображен график четной функции. Укажите этот рисунок.

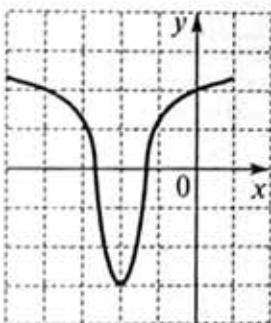
1)



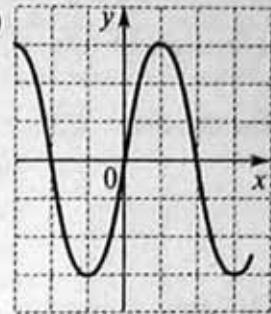
2)



3)



4)



А5. Найдите множество значений функции $y = 11\sin x$.

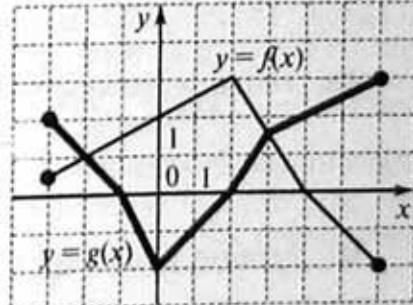
- 1) $[-11; 11]$ 2) $[0; 11]$ 3) $[-1; 1]$ 4) $(-\infty; +\infty)$

А6. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{25}{3 - 4\sqrt{x}}$.

- 1) $[0; 3) \cup (3; +\infty)$
3) $[0; 81) \cup (81; +\infty)$ 2) $[0; +\infty)$
4) $(-\infty; 81) \cup (81; +\infty)$

А7. На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3; 6]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \leq g(x)$.

- 1) $[-1; 2]$
2) $[-2; 3]$
3) $[-3; -1] \cup [2; 6]$
4) $[-3; -2] \cup [3; 6]$



A8. Найдите производную функции $y = \frac{5}{2}x^4 - 3x^2 + 2x - 1$.

- 1) $y' = 10x^3 - 15x + x^2$
- 2) $y' = 10x^3 - 6x + 2$
- 3) $y' = \frac{1}{2}x^5 - x^3 + x^2 - x$
- 4) $y' = 5x^3 - 5x + x^2$

A9. Решите неравенство $\log_5 \frac{2x-9}{6} > \log_5 \frac{x}{6}$.

- 1) $(-\infty; 9)$
- 2) $(4,5; 9)$
- 3) $(4,5; +\infty)$
- 4) $(9; +\infty)$

A10. Решите уравнение $\sin \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- 1) $(-1)^n \frac{4\pi}{3} + \pi n, n \in Z$
- 2) $\pm \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
- 3) $(-1)^n \frac{4\pi}{3} + 4\pi n, n \in Z$
- 4) $\pm \frac{4\pi}{3} + 8\pi n, n \in Z$

Ответом к заданиям В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $\log_2 (15x - 10) - \log_2 5 = \log_2 13$.

B2. Найдите значение выражения $\sqrt{15} \sin \alpha$,

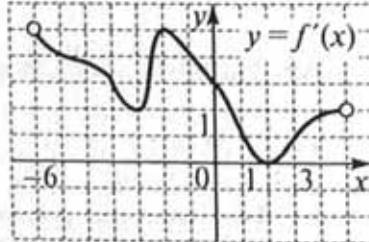
если $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{11}{15}}, \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

B3. Вычислите: $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{\frac{16}{6}}$.

ЧАСТЬ 2

B4. Найдите значение выражения $\frac{16 - p^{-1}}{4 + p^{-0,5}} - 10p^{0,5}$ при $p = 4$.

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку x_0 , в которой функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение на отрезке $[-6; 3]$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = 2^{\frac{1}{3}x^2 - 1}$ на отрезке $[-3; 1]$.

B7. Решите уравнение

$$25x^2 + 60x + 39 = (\sqrt{3} - \cos \frac{5\pi x}{4})(\sqrt{3} + \cos \frac{5\pi x}{4}).$$

B8. Нечетная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = 2,5 + f(x - 10)$ вычислите сумму $g(4) + g(8) + g(12) + g(16)$.

B9*. Два фермера, работая вместе, могут вспахать поле за 25 ч. Производительности труда первого и второго фермеров относятся как 2 : 5. Фермеры планируют работать поочередно. Сколько времени должен проработать второй фермер, чтобы это поле было вспахано за 45,5 ч?

B10*. Основание прямой призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ – треугольник ABC , в котором $BC = 4$, $\sin \angle C = 0,125$. Боковое ребро призмы равно 5,5. Найдите тангенс угла между плоскостями AB_1C и ABC .

B11*. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке K и прямую BC в точке P . Найдите периметр треугольника CDP , если $AK = 12$, $BK = 9$, $PK = 15$.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

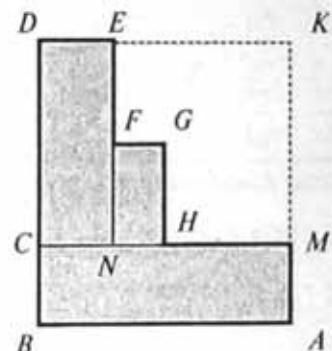
C1. Решите уравнение $4^x - 10 \cdot 2^x + 20 = (\sqrt{4-x^2})^2 + x^2$.

C2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \frac{6x-5}{4x-6}$ и $g(x) = 1$ меньше, чем 0,5.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3–С5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью 4600 м^2 , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $ABDEFGHM$, изображенного на рисунке, где $EF = 25 \text{ м}$, $FG = 10 \text{ м}$, $HM = 50 \text{ м}$ и $GH \geq 40 \text{ м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KD , KA и GH , при которых периметр является наименьшим.



C4*. Около правильной пирамиды $FABC$ описана сфера, центр которой лежит в плоскости основания ABC пирамиды. Точка M лежит на ребре AB так, что $AM : MB = 1 : 3$. Точка T лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и B . Объем пирамиды $TBCM$ равен $\frac{5}{64}$. Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды $FABC$.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $4\cos a + 4$ и $8\cos 2a - 32\cos a + 23$ являются решениями неравенства $\frac{1 - \log_5 |x - 4|}{(114 - x - 3x^2)\sqrt{x+3}} \leq 0$.

Вариант 7

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «х» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1. Упростите выражение $c^{4,5} \cdot 13c^{-0,5}$.

- 1) $13^{-0,5}c^5$ 2) $13c^4$ 3) $13^{-0,5}c^4$ 4) $13c^5$

А2. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{152}}{\sqrt[4]{19}}$.

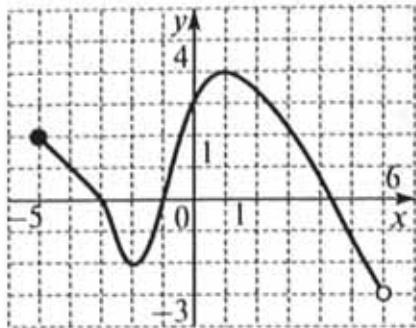
- 1) 0,5 2) 2 3) 2,5 4) 4

А3. Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{7}} 245 + \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{5}$.

- 1) 49 2) 2 3) -2 4) 7

А4. На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке $[-5; 6)$. Укажите множество значений этой функции.

- 1) $[-5; 6)$
2) $[-2; 4]$
3) $(-3; 4]$
4) $(-3; 2]$



А5. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(7x-21) > \log_{\frac{1}{2}}(6x)$.

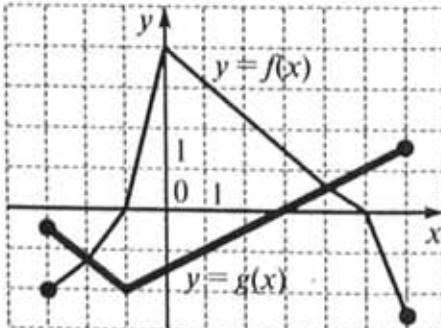
- 1) $(-\infty; 21)$ 2) $(3; 21)$ 3) $(3; +\infty)$ 4) $(21; +\infty)$

А6. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{7}{\sqrt[6]{x-2}}$.

- 1) $[0; +\infty)$
2) $[0; 2) \cup (2; +\infty)$
3) $(-\infty; 32) \cup (32; +\infty)$
4) $[0; 64) \cup (64; +\infty)$

А7. На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3; 6]$. Укажите те значения x , для которых выполняется неравенство $f(x) \geq g(x)$.

- 1) $[-1; 5]$
2) $[-3; -2] \cup [4; 6]$
3) $[-3; -1] \cup [5; 6]$
4) $[-2; 4]$



А8. Найдите производную функции $y = -\frac{7}{6}x^6 + 5x^4 - 14$.

- 1) $y' = -7x^7 + x^5 - 14x$
2) $y' = -\frac{1}{6}x^7 + x^5 - 14x$
3) $y' = -7x^5 + 20x^3$
4) $y' = -7x^5 + 9x^3$

A9. Решите уравнение $\operatorname{tg} 5x = -\sqrt{3}$.

- 1) $-\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $-\frac{5\pi}{3} + 5\pi n, n \in \mathbb{Z}$
3) $-\frac{\pi}{15} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 4) $-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

A10. Найдите множество значений функции $y = 4\cos x$.

- 1) $[-1; 1]$ 2) $[-4; 4]$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) $[0; 4]$

Ответом к заданиям В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $\log_9(20x - 16) - \log_9 4 = \log_9 18$.

B2. Найдите значение выражения $\sqrt{19}\sin \alpha$,

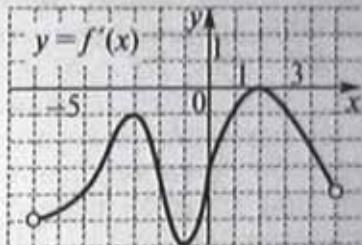
если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$, $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$.

B3. Решите уравнение $\sqrt{11x^2 - 490} = -x$.

ЧАСТЬ 2

B4. Вычислите: $2\sqrt{3}\sin \frac{19\pi}{3}\sin \frac{17\pi}{6}$.

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку x_0 , в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение на отрезке $[-5; 3]$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \sqrt{49 - x^2}$ на отрезке $[-2\sqrt{6}; 2\sqrt{10}]$.

B7. Решите уравнение

$$25x^2 - 20x + 6 = (\sqrt{2} - \cos \frac{5\pi x}{4})(\sqrt{2} + \cos \frac{5\pi x}{4}).$$

B8. Нечетная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = 1,7 + f(x - 6,5)$ вычислите сумму $g(5) + g(6) + g(7) + g(8)$.

B9*. Набор химических реагентов состоит из трех веществ. Массы первого, второго и третьего веществ в этом наборе относятся как $3 : 7 : 10$. Массу первого вещества увеличили на 8%, а второго – на 4%. На сколько процентов надо уменьшить массу третьего вещества, чтобы масса всего набора не изменилась?

B10*. Высота прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 18. Основание призмы – треугольник ABC , площадь которого равна 12, $AB = 5$. Найдите тангенс угла между плоскостью ABC_1 и плоскостью основания призмы.

B11*. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла B пересекает сторону CD в точке T и прямую AD в точке M . Найдите периметр треугольника CBT , если $AB = 21$, $BM = 35$, $MD = 9$.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

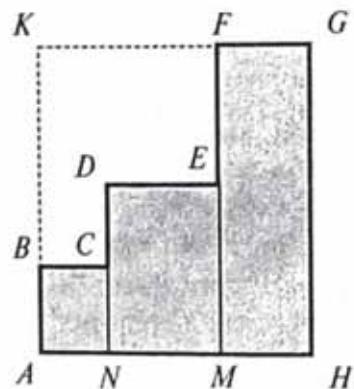
C1. Решите уравнение $\log_2^2 x + \log_2 x - 1 = (\sqrt{5-x^2})^2 + x^2$.

C2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \log_2(3x+13)$ и $g(x) = 5,5$ меньше, чем 0,5.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3–С5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью 3700 м^2 , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $ABCDEFGH$, изображенного на рисунке, где $BC = 25 \text{ м}$, $DE = 40 \text{ м}$, $EF = 30 \text{ м}$ и $CD \geq 30 \text{ м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KG , KA и CD , при которых периметр является наименьшим.



C4*. Основанием пирамиды $FABCD$ является прямоугольник $ABCD$. Плоскость AFC перпендикулярна плоскости ABC , тангенс угла FAC равен $\frac{15}{7}$, тангенс угла между прямой BC и плоскостью AFC равен 2. Точка M лежит на ребре BC , $BM = \frac{6}{\sqrt{5}}$. Точка L лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и C . Центр сферы, описанной около пирамиды $FABCD$, лежит в плоскости основания пирамиды, радиус этой сферы равен 4. Найдите объем пирамиды $LAMC$.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $3\sin a + 5$ и $9\cos 2a - 36\sin a - 18$ являются решениями неравенства $\frac{(25x - 3x^2 + 18)\sqrt{x-1}}{\log_4|x-7|-1} \geq 0$.

Вариант 8

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «×» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1. Упростите выражение $b^{-5.6} \cdot 11b^{0.4}$.

- 1) $11b^{-5.2}$ 2) $11^{0.4}b^{-5.2}$ 3) $11b^{-6}$ 4) $11^{0.4}b^{-6}$

А2. Вычислите: $\frac{3\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{189}}$.

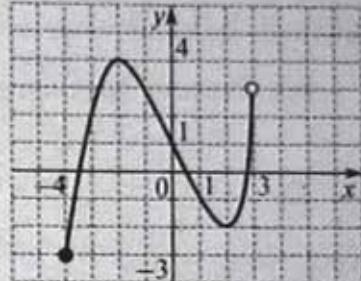
- 1) 1 2) 4,5 3) 8 4) 21

А3. Вычислите: $\log_3 54 + \log_3 \frac{1}{2}$.

- 1) 27 2) 2 3) 3 4) 9

А4. На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке $[-4; 3]$. Укажите множество значений этой функции.

- 1) $[-3; 4]$
2) $[-4; 3)$
3) $[-3; 3)$
4) $[-3; 3) \cup (3; 4]$



А5. Найдите производную функции $y = -\frac{5}{4}x^4 + 3x^2 - 2x + 11$.

- 1) $y' = -5x^3 + 6x - x^2 + 11x$
2) $y' = -\frac{1}{4}x^5 + x^3 - x^2 + 11x$
3) $y' = -5x^3 + 6x - 2$
4) $y' = -5x^3 + 6x - x^2$

А6. Решите неравенство $\frac{(x-1)(4x+2)}{x+3} \geq 0$.

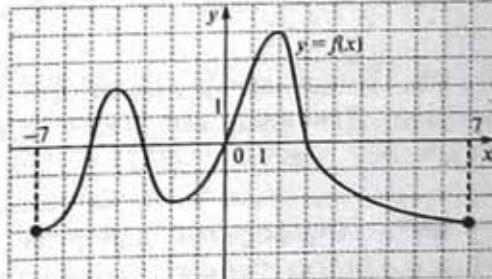
- 1) $(-\infty; -3) \cup [-\frac{1}{2}; 1]$
2) $(-3; +\infty)$
3) $(-3; -\frac{1}{2}] \cup [1; +\infty)$
4) $[1; +\infty)$

А7. Укажите множество значений функции $y = 3^x + 10$.

- 1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $(10; +\infty)$ 3) $(0; 10)$ 4) $[13; +\infty)$

А8. Решите неравенство $f(x) \geq 0$, если на рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-7; 7]$.

- 1) $[-4; -2] \cup [2; 7]$
2) $[-7; -4] \cup [-2; 2]$
3) $[-3; 4]$
4) $[-5; -3] \cup [0; 3]$



А9. Найдите область определения функции $f(x) = \log_3(5x + x^2)$.

- 1) $(0; +\infty)$
2) $(5; +\infty)$
3) $(-5; 0) \cup (0; +\infty)$
4) $(-\infty; -5) \cup (0; +\infty)$

A10. Решите уравнение $\operatorname{tg} 3x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

1) $\frac{\pi}{2} + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}$

3) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

4) $\frac{\pi}{18} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответом к заданиям В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $\log_5(12x + 8) - \log_5 4 = \log_5 23$.

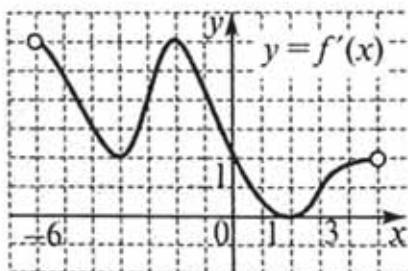
B2. Найдите значение выражения $\sqrt{21} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \sqrt{\frac{5}{21}}, \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

B3. Решите уравнение $\sqrt{3x^2 - 128} = -x$.

ЧАСТЬ 2

B4. Вычислите: $2\sqrt{6} \cos \frac{25\pi}{4} \sin \frac{8\pi}{3}$.

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку x_0 , в которой функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение на отрезке $[-6; 3]$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \sqrt{49 - x^2}$ на отрезке $[-2\sqrt{10}; 2\sqrt{6}]$.

B7. Решите уравнение

$$2^{(\sqrt{3} - \cos 10\pi x)(\sqrt{3} + \cos 10\pi x)} = 8 + (20x + 3)^2.$$

B8. Нечетная функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = 2,3 + f(x - 9)$ вычислите сумму $g(6) + g(8) + g(10) + g(12)$.

B9*. Подарочный набор состоит из трех сортов конфет. Массы конфет первого, второго и третьего сорта в этом наборе относятся как $1 : 2 : 8$. Массу конфет первого сорта увеличили на 20% , а второго — на 6% . На сколько процентов надо уменьшить массу конфет третьего сорта, чтобы масса всего набора не изменилась?

B10*. Основание прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелограмм $ABCD$, в котором $AD = 4\sqrt{2}$, $\angle ADC = 45^\circ$. Высота призмы равна 5. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью ABC_1 .

B11*. Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, если средняя линия трапеции равна $\sqrt{10}$, а косинус угла при основании трапеции равен $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

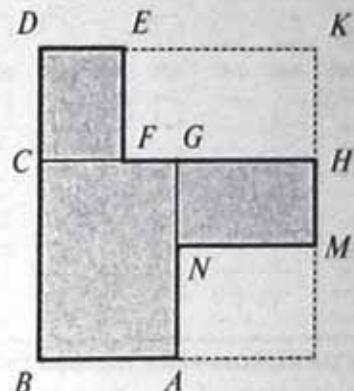
C1. Решите уравнение $\sin \frac{x}{3} = (\sqrt{25 - x^2})^2 + x^2 - 25$.

C2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = 0,2 \cdot 2^{3x+5}$ и $g(x) = 4,8$ меньше, чем 1,6.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3–С5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3. Требуется разметить на земле участок $ABDEFHMN$ площадью 2300 м^2 , состоящий из трех прямоугольных частей и имеющий форму, изображенную на рисунке, где $EF = MN = 20 \text{ м}$, $FH = 35 \text{ м}$ и $AN \geq 30 \text{ м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KL , BL и AN , при которых периметр является наименьшим.



C4*. Основанием пирамиды $FABCD$ является прямоугольник $ABCD$. Плоскость AFC перпендикулярна плоскости ABC , тангенс угла FAC равен $\frac{81}{20}$, тангенс угла между прямой BC и плоскостью AFC равен $\frac{4}{3}$. Точка M лежит на ребре BC , $BM = \frac{1}{3}BC$.

Точка L лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и C . Объем пирамиды $LBDM$ равен 72. Центр сферы, описанной около пирамиды $FABCD$, лежит в плоскости ее основания. Найдите радиус этой сферы.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $a\sqrt{2a-5}-2$ и $5a^2+6a\sqrt{2a-5}-2a^3-5$ являются решениями неравенства $\log_{0,5x}(\log_2(\frac{10}{\sqrt{5x+5}})) \leq 0$.

Вариант 9

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «×» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1. Упростите выражение $\frac{7^{2,7}}{7^{0,9}}$.

- 1) 7^3 2) 1,8 3) 3

4) $7^{1,8}$

А2. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{250}}{4\sqrt[3]{2}}$.

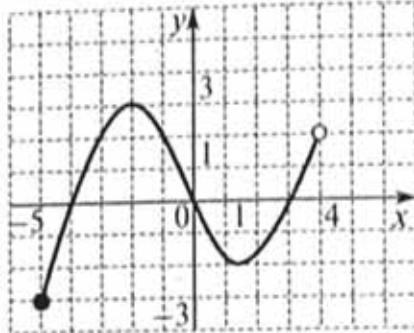
- 1) 1,5 2) 12,5 3) 1,25 4) 2,25

А3. Вычислите: $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{225} + \log_{\frac{1}{5}} 9$.

- 1) -2 2) 2 3) 25 4) -1

А4. На рисунке изображен график функции, заданной на промежутке $[-5; 4]$. Укажите множество значений этой функции.

- 1) $[-5; 4)$
 2) $[-3; 2)$
 3) $[-3; 3]$
 4) $[-3; 2) \cup (2; 3]$



А5. Найдите производную функции $y = 15x^2 + e^x$.

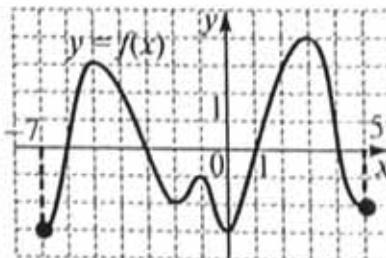
- 1) $y' = 17x + xe^{x-1}$
 2) $y' = 5x^3 + \frac{e^{x+1}}{x+1}$
 3) $y' = 45x + e^x$
 4) $y' = 30x + e^x$

А6. Укажите множество значений функции $y = 2^x + 5$.

- 1) $(5; +\infty)$ 2) $(0; +\infty)$ 3) $(-\infty; +\infty)$ 4) $(7; +\infty)$

А7. Решите неравенство $f(x) \geq 0$, если на рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-7; 5]$.

- 1) $[-5; -2] \cup [-1; 0] \cup [-3; 5]$
 2) $[0; 4]$
 3) $[-6; -3] \cup [-1; 4]$
 4) $[-7; -5] \cup [-2; -1] \cup [0; 3]$



А8. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{12}{\sqrt[4]{x-2}}$.

- 1) $[0; 16) \cup (16; +\infty)$
 2) $[0; 2) \cup (2; +\infty)$
 3) $[0; +\infty)$
 4) $(-\infty; 16) \cup (16; +\infty)$

A9. Решите уравнение $\operatorname{tg} 5x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

- 1) $\frac{\pi}{30} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\frac{\pi}{30} + \frac{\pi}{3} n, n \in \mathbb{Z}$
3) $\frac{5\pi}{6} + 5\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

A10. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{4}}(2x-5) > \log_{\frac{1}{4}}x$.

- 1) $(2,5; 5)$ 2) $(2,5; +\infty)$ 3) $(5; +\infty)$ 4) $(-\infty; 5)$

Ответом к заданиям В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $3^{x+2} - 5 \cdot 3^x = 324$.

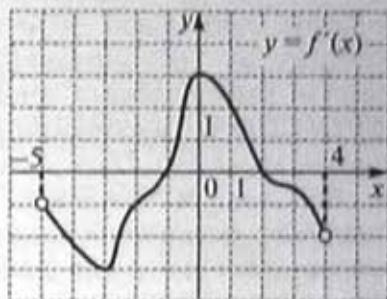
B2. Найдите значение выражения $\sqrt{21} \sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\sqrt{\frac{5}{21}}$,
 $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$.

B3. Решите уравнение $\sqrt{64 - 3x^2} = -x$.

ЧАСТЬ 2

B4. Найдите значение выражения $\frac{25 - d^{-1}}{5 + d^{-0.5}} - 4d^{0.5}$ при $d = 64$.

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 4)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-5; 4)$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \sqrt{81 - x^2}$ на отрезке $[-3\sqrt{5}; 4\sqrt{2}]$.

B7. Решите уравнение

$$3^{(\sqrt{2} - \sin 15\pi x)(\sqrt{2} + \sin 15\pi x)} = 9 + (5x + 3)^2.$$

B8. Четная функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = 3,8 + \frac{f(x-3,5)}{x-3,5}$ вычислите сумму $g(3) + g(4)$.

B9*. Объемы ежегодной добычи нефти первой, второй и третьей скважинами относятся как $7 : 6 : 5$. Планируется уменьшить годовую добычу нефти из первой скважины на 4% , а из второй — на 2% . На сколько процентов нужно увеличить годовую добычу нефти из третьей скважины, чтобы суммарный объем добываемой за год нефти не изменился?

B10*. Основание прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — параллелограмм $ABCD$, в котором $AD = 4\sqrt{2}$, $\angle BCD = 135^\circ$. Высота призмы равна 3. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью A_1DC .

B11*. Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, если средняя линия трапеции равна 12, а косинус угла при основании трапеции равен $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

C1. Решите уравнение

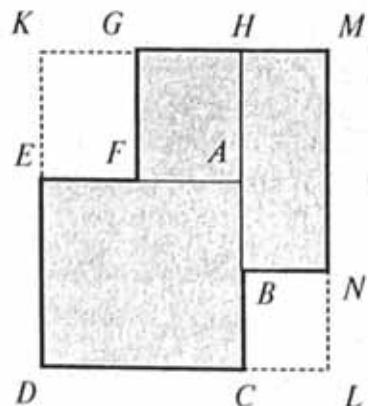
$$5 \cdot 25^x - 6 \cdot 5^x + 1,2 = (\sqrt{0,2 - x^2})^2 + x^2.$$

C2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \frac{7x-3}{2x-3}$ и $g(x) = 4$ меньше, чем 0,8.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3—С5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью 1050 м^2 , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $BCDEFGMN$, изображенного на рисунке, где $EF = FG = 20 \text{ м}$, $BN = 10 \text{ м}$ и $BC \geq 15 \text{ м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KD , KM и BC , при которых периметр является наименьшим.



C4*. В пирамиде $FABC$ грани ABF и ABC перпендикулярны, $FB : FA = 8 : 5$. Тангенс угла между прямой BC и плоскостью ABF равен 5. Точка M выбрана на ребре BC так, что $BM : MC = 3 : 5$. Точка T лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и B . Центр сферы, описанной около пирамиды $FABC$, лежит на ребре AB , площадь этой сферы равна 256π . Найдите объем пирамиды $ABMT$.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $a\sqrt{a-6} - 13$ и $6a^2 + 40a\sqrt{a-6} - a^3 - 388$ являются решениями неравенства $\log_{0,5x-2}(\log_3(x^2 - 20x + 99)) \geq 0$.

Вариант 10

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак «×» в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1. Упростите выражение $\frac{6^{1,4}}{6^{0,7}}$.

- 1) $6^{0,7}$ 2) 2 3) 0,7 4) 6^2

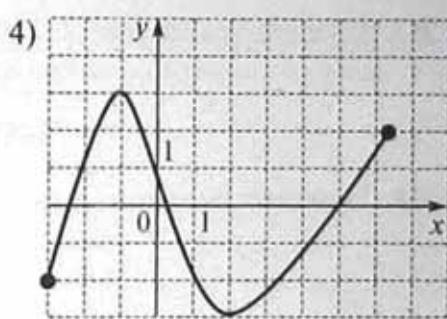
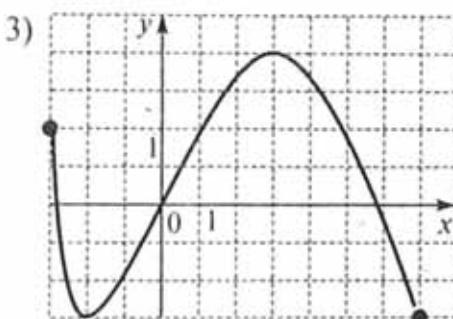
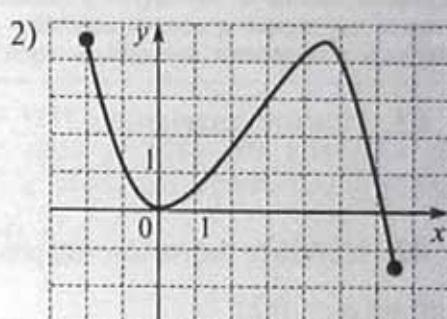
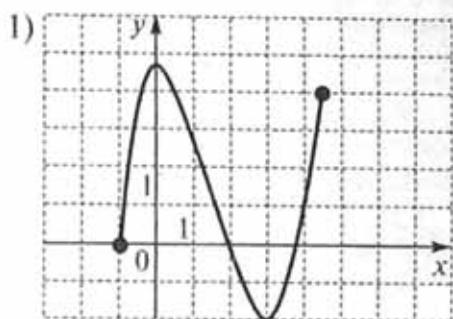
А2. Найдите значение выражения $-7\log_{12}(12^2)$.

- 1) 49 2) $-\frac{1}{49}$ 3) -14 4) -5

А3. Вычислите: $\sqrt[4]{625 \cdot 0,0016}$.

- 1) 1 2) 5,2 3) 0,05 4) 0,001

А4. На каком из следующих рисунков изображен график функции, возрастающей на промежутке $[-1; 2]$?



А5. Найдите производную функции $y = e^x + 3x^2$.

- 1) $y' = xe^{x-1} + 6x$
2) $y' = e^x + x^3$
3) $y' = e^x + 2x$
4) $y' = e^x + 6x$

А6. Решите неравенство $\frac{(x-6)(9x+5)}{x+11} \geq 0$.

- 1) $(-\infty; -11) \cup [-\frac{5}{9}; 6]$ 2) $(-11; 6]$
3) $(-11; -\frac{5}{9}] \cup [6; +\infty)$ 4) $[6; +\infty)$

A7. Решите неравенство $f(x) > 0$, если на рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-7; 6]$.

- 1) $(-4; -3) \cup (-1; 1) \cup (3; 6]$
- 2) $[-7; -4) \cup (-3; -1) \cup (1; 3)$
- 3) $[0; 4]$
- 4) $(-6; 0) \cup (2; 4)$



A8. Найдите наибольшее целое значение функции $y = 5,6 \cos x$.

- 1) 1
- 2) 5
- 3) 0
- 4) 6

A9. Найдите область определения функции $y = \sqrt[12]{\log_9 x - 2}$.

- 1) $[2; +\infty)$
- 2) $(0; 81]$
- 3) $(0; \frac{2}{9}]$
- 4) $[81; +\infty)$

A10. Решите уравнение $\cos \frac{x}{3} = \frac{1}{2}$.

- 1) $(-1)^n \pi + 3\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 2) $\pm \pi + 6\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 3) $(-1)^n \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- 4) $\pm \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Ответом к заданиям В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $7^{x+1} - 5 \cdot 7^x = 98$.

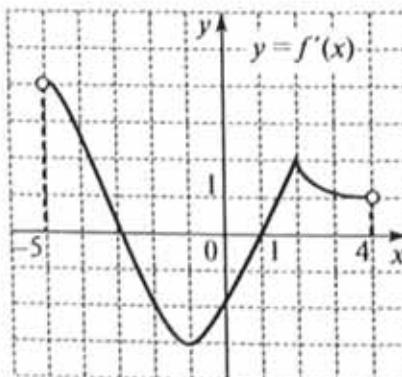
B2. Найдите значение выражения $5\sin(\pi + \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)$, если $\sin \alpha = 0,5$.

B3. Решите уравнение $3 \cdot 10^{\lg x} = 5x - 11$.

ЧАСТЬ 2

B4. Найдите значение выражения $\frac{49 - d^{-1}}{7 - d^{-0.5}} + 6d^{0.5}$ при $d = 64$.

B5. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 4)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-5; 4)$.



B6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции

$$y = 2,6 \log_{\frac{1}{5}}(25 - 4x^2) \text{ на отрезке } [-2; \sqrt{5}].$$

B7. Решите уравнение $\sqrt{16 - (5x + 2)^2} = 4 + \cos^2 \frac{15\pi x}{4}$.

B8. Четная функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = 1,7 + \frac{f(x-6,5)}{x-6,5}$ вычислите сумму $g(6) + g(7)$.

B9*. Три насоса, работая вместе, заполняют цистерну нефтью за 5 часов. Производительности насосов относятся как $4 : 3 : 1$. Сколько процентов объема цистерны будет заполнено за 8 часов совместной работы второго и третьего насосов?

B10*. Основание прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелограмм $ABCD$, в котором $AD = 2$, $\angle BAD = 150^\circ$. Высота призмы равна 1,5. Найдите тангенс угла между плоскостью основания призмы и плоскостью ABC_1 .

B11*. Найдите среднюю линию равнобедренной трапеции, описанной около окружности радиуса 2, если тангенс угла при основании трапеции равен $\frac{1}{\sqrt{15}}$.

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

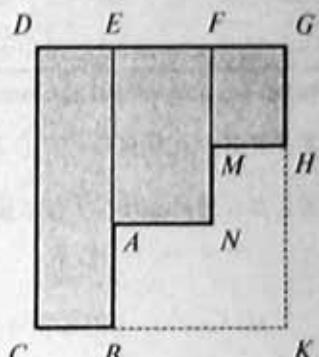
C1. Решите уравнение $\cos 2,5x = (\sqrt{9 - x^2})^2 + x^2 - 10$.

C2. Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \frac{10x+3}{2x-1}$ и $g(x) = 5,5$ меньше чем 0,5.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (C3–C5) используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

C3. Требуется разметить на земле участок площадью 1800 м^2 , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $ABCDGHMN$, изображенного на рисунке, где $MN = AN = 20 \text{ м}$, $MN = 15 \text{ м}$ и $AB \geq 10 \text{ м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KC , KG и AB , при которых периметр является наименьшим.



C4*. Около правильной пирамиды $FABC$ описана сфера, центр которой лежит в плоскости основания ABC пирамиды, площадь сферы равна 48π . Точка M лежит на ребре AB так, что $AM : MB = 1 : 3$. Точка T лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и B . Найдите объем пирамиды $TACM$.

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $a \cdot 4^a$ и $143 - 3a \cdot 4^{a+1,5} + a^2 \cdot 16^a$ являются решениями неравенства $\log_{12,5-x} (\log_4 \frac{x+5}{x+2}) \geq 0$.

Ответы

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
Вариант 1	3	3	1	1	4	2	4	1	1	2
Вариант 2	3	2	4	4	2	3	3	1	4	2
Вариант 3	1	4	4	3	1	4	2	1	3	1
Вариант 4	2	4	3	2	3	1	4	3	4	2
Вариант 5	4	3	3	4	4	2	3	2	4	1
Вариант 6	2	3	2	1	1	3	4	2	2	3
Вариант 7	2	1	3	3	2	4	4	3	1	2
Вариант 8	1	1	3	1	3	3	2	4	4	2
Вариант 9	4	3	2	3	4	1	3	1	2	1
Вариант 10	1	3	1	3	4	3	4	2	4	2

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
Вариант 1	-1	-2	7,5	-20,2	-4	4,7	-1,25	3,2	42,25	18	14
Вариант 2	36	3,5	-2,7	15	5	9,3	-3,5	60	48	4,2	36
Вариант 3	-81	2,9	-3	11	3	4,7	-0,1	42	6	9	3
Вариант 4	-64	5,84	2	19	-1	63,875	1,5	24	4	6	112
Вариант 5	3,25	4,97	2,5	1,5	2	24,96	-0,75	54	0,7	4,2	80
Вариант 6	5	2	6	-16,5	-6	3,5	-1,2	10	28	11	77
Вариант 7	4,4	-4	-7	1,5	-5	4	0,4	6,8	5,2	3,75	44
Вариант 8	7	-4	-8	3	-6	4	-0,15	9,2	4	1,25	1,5
Вариант 9	4	4	-4	-27,125	2	3	-0,6	7,6	8	0,75	4,5
Вариант 10	2	-3	5,5	55,125	-3	2,6	-0,4	3,4	80	1,5	16

	C1	C2		C3	C4	C5	
Вариант 1	-1	(11; 92)		320 м; 80 м, 80 м, 30 м	5	$(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	
Вариант 2	9	(0,4; 10)		280 м; 70 м, 70 м, 30 м	10	5	
Вариант 3	4	(6; $6\frac{1}{3}$)		200 м; 50 м, 50 м, 40 м	64π	6	
Вариант 4	$0; \pm \frac{2\pi}{7}$	(-2,25; -2)		280 м; 70 м, 70 м, 35 м	6	5	
Вариант 5	-1	(2; +∞)		160 м; 40 м, 40 м, 15 м	2	3	
Вариант 6	1	(-∞; 0,5)		360 м; 90 м, 90 м, 40 м	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$2\pi m, m \in \mathbb{Z}$	
Вариант 7	0,125	$(6\frac{1}{3}; 17)$		320 м; 80 м, 80 м, 30 м	16	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$	
Вариант 8	0	$(-\frac{1}{3}; 0)$		240 м; 60 м, 60 м, 30 м	5	3	
Вариант 9	0	$(-\infty; -11) \cup (4\frac{5}{13}; +\infty)$		160 м; 40 м, 40 м, 15 м	64	10	
Вариант 10	$\pm \frac{2\pi}{5}$	(4,5; +∞)		200 м; 50 м, 50 м, 10 м	$\frac{297}{32}$	1,5	

Разбор наиболее трудных заданий

Рассмотрим задания повышенного (В4—С2) и высокого (С3—С5) уровней сложности варианта 1. Приведем решение заданий с комментариями. Предложенные решения не следует рассматривать как образец оформления. Задания могут быть решены разными способами.

Напомним, что в заданиях В4—В11 проверяется только ответ, а все преобразования и вычисления ученик выполняет в черновике.

В4

Найдите значение выражения $\frac{100-t^{-1}}{10+t^{-0.5}} - 6t^{0.5}$ при $t = 25$.

Обсуждение подходов к решению.

Рассмотрим дробь $\frac{100-t^{-1}}{10+t^{-0.5}}$. Упростить степенные выражения помогает сравнение показателей степеней переменных. В данном случае показатель степени переменной в числителе отличается от показателя степени в знаменателе в два раза. Представим выражение t^{-1} в виде квадрата $t^{-1} = (t^{-0.5})^2$:

$$\frac{100-t^{-1}}{10+t^{-0.5}} = \frac{100-(t^{-0.5})^2}{10+t^{-0.5}}.$$

Разложим числитель на множители с помощью формулы разности квадратов и сократим дробь:

$$\frac{100-(t^{-0.5})^2}{10+t^{-0.5}} = \frac{(10+t^{-0.5})(10-t^{-0.5})}{10+t^{-0.5}} = 10-t^{-0.5}.$$

Окончательно имеем: $\frac{100-t^{-1}}{10+t^{-0.5}} - 6t^{0.5} = 10-t^{-0.5} - 6t^{0.5}$.

При $t = 25$ значение выражения $10-t^{-0.5}-6t^{0.5}$ равно
 $10-25^{-0.5}-6\cdot25^{0.5}=10-(5^2)^{-0.5}-6\cdot5=-20,2$.

Возможная запись решения ученика в черновике.

$$\frac{100-(t^{-0.5})^2}{10+t^{-0.5}} - 6t^{0.5} = \frac{(10+t^{-0.5})(10-t^{-0.5})}{10+t^{-0.5}} - 6t^{0.5} = 10-t^{-0.5} - 6t^{0.5}.$$

$$10-25^{-0.5}-6\cdot25^{0.5}=10-(5^2)^{-0.5}-6\cdot5=-20,2.$$

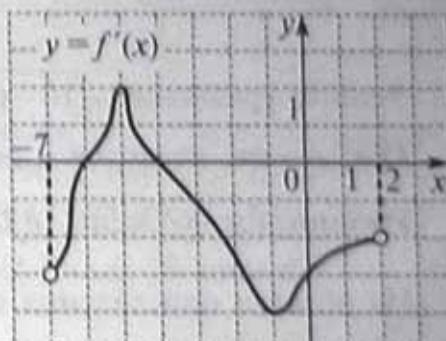
Ответ: $-20,2$.

В5

Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-7; 2)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(-7; 2)$.

Обсуждение подходов к решению.

На промежутке $(-6; -4)$ $f'(x) > 0$ (функция $y = f(x)$ возрастает на этом промежутке), а на промежутке $(-4; 2)$ $f'(x) < 0$ (функция $y = f(x)$ убывает на этом промежутке).



В точке $x = -4$ производная меняет знак с «плюса» на «минус», поэтому $x = -4$ — точка максимума функции $y = f(x)$.

Возможная запись решения ученика в черновике.
 При $x \in (-6; -4)$ $f'(x) > 0$, $x \in (-4; 2)$ $f'(x) < 0$. $x_{\max} = -4$.

Ответ: -4 .

Замечание: $x = -6$ — точка минимума функции $y = f(x)$.

B6

Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = 4,7 \log_{\frac{1}{6}}(36 - 5x^2)$ на отрезке $[-\sqrt{6}; 2]$.

Обсуждение подходов к решению.

1. Исходная функция имеет вид $y = 4,7 \log_{\frac{1}{6}}(g(x))$, где $g(x) = 36 - 5x^2$. Сначала определим, какие значения принимает функция $g(x) = 36 - 5x^2$ при $x \in [-\sqrt{6}; 2]$.

$g(-\sqrt{6}) = 36 - 5 \cdot 6 = 6$, $g(2) = 36 - 5 \cdot 4 = 16$, $g(0) = 36$.

Функция $g(x) = 36 - 5x^2$ на отрезке $[-\sqrt{6}; 2]$ принимает все значения из отрезка $[6; 36]$.

2. Функция $y = 4,7 \log_{\frac{1}{6}} t$ непрерывна и убывает на отрезке $[6; 36]$. Найдем значения функции на концах этого отрезка:

$$y(6) = 4,7 \log_{\frac{1}{6}} 6 = -4,7, \quad y(36) = 4,7 \log_{\frac{1}{6}} 36 = -9,4.$$

3. Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = 4,7 \log_{\frac{1}{6}}(36 - 5x^2)$ на отрезке $[-\sqrt{6}; 2]$ равна $-4,7 - (-9,4) = 4,7$.

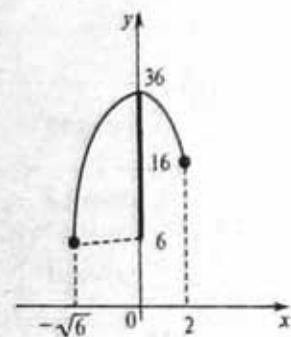
Возможная запись решения ученика в черновике.

$$36 - 5(\sqrt{6})^2 = 6, \quad 36 - 5 \cdot 2^2 = 16.$$

$$y(6) = 4,7 \log_{\frac{1}{6}} 6 = -4,7, \quad y(36) = 4,7 \log_{\frac{1}{6}} 36 = -9,4.$$

$$-4,7 - (-9,4) = 4,7.$$

Ответ: $4,7$.



B7

Решите уравнение $\sqrt{16 - (4x + 5)^2} = 4 + \cos^2 \frac{2\pi x}{5}$.

Обсуждение подходов к решению.

Рассмотрим функции $f(x) = \sqrt{16 - (4x + 5)^2}$ и $g(x) = 4 + \cos^2 \frac{2\pi x}{5}$.

На области определения функции $y = f(x)$ $\sqrt{16 - (4x + 5)^2} \leq \sqrt{16} = 4$, т. е. наибольшее значение функции $f(x) = \sqrt{16 - (4x + 5)^2}$ равно 4 и достигается только при одном значении $x = -1,25$.

Наименьшее значение функции $g(x) = 4 + \cos^2 \frac{2\pi x}{5}$ тоже равно 4. Причем $g(-1,25) = 4 + \cos^2 \frac{2\pi(-1,25)}{5} = 4 + \cos^2 \left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$.

Значит, $x = -1,25$ является единственным корнем исходного уравнения.

Возможная запись решения ученика в черновике.

$$\sqrt{16 - (4x+5)^2} \leq 4,$$

$$4 + \cos^2 \frac{2\pi x}{5} \geq 4,$$

$$\begin{cases} \sqrt{16 - (4x+5)^2} = 4, \\ 4 + \cos^2 \frac{2\pi x}{5} = 4, \end{cases}$$

$$x = -1,25.$$

Ответ: $-1,25$.

B8

Четная функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. Для функции $g(x) = 1,6 + \frac{f(x-5, 5)}{x-5, 5}$ вычислите сумму $g(5) + g(6)$.

Обсуждение подходов к решению.

Найдем каждое слагаемое суммы $g(5) + g(6)$:

$$g(5) = 1,6 + \frac{f(5-5, 5)}{5-5, 5} = 1,6 - 2f(-0,5).$$

В силу четности функции $y = f(x)$ имеем $f(-0,5) = f(0,5)$.

$$g(5) = 1,6 - 2f(0,5).$$

$$g(6) = 1,6 + \frac{f(6-5, 5)}{6-5, 5} = 1,6 + 2f(0,5).$$

Тогда $g(5) + g(6) = 1,6 - 2f(0,5) + 1,6 + 2f(0,5) = 3,2$.

Возможная запись решения ученика в черновике.

$$g(5) = 1,6 + \frac{f(5-5, 5)}{5-5, 5} = 1,6 - 2f(-0,5).$$

$$g(6) = 1,6 + \frac{f(6-5, 5)}{6-5, 5} = 1,6 + 2f(0,5).$$

$$g(5) + g(6) = 3,2.$$

Ответ: $3,2$.

B9*

Бак заполняют керосином за 2 часа 30 минут с помощью трех насосов, работающих вместе. Производительности насосов относятся как $3 : 5 : 8$. Сколько процентов объема будет заполнено за 1 час 18 минут совместной работы второго и третьего насосов?

Обсуждение подходов к решению.

Так как объем бака не указан, то примем объем бака за 1. Пусть коэффициент пропорциональности равен x , тогда производительности насосов соответственно равны $3x$, $5x$, $8x$. И время наполнения бака при совместной работе всех трех насосов равно $\frac{1}{3x+5x+8x} = \frac{1}{16x}$ или, по условию задачи, 2 часа 30 минут.

Решим уравнение $\frac{1}{16x} = 2,5$.

$$x = \frac{1}{40}.$$

Производительность второго насоса равна $\frac{1}{40} \cdot 5 = \frac{1}{8}$.

Производительность третьего насоса равна $\frac{1}{40} \cdot 8 = \frac{1}{5}$.

Совместная производительность второго и третьего насосов равна $\frac{1}{8} + \frac{1}{5} = \frac{13}{40}$.
За 1 час 18 минут второй и третий насосы наполняют $\frac{13}{40} \cdot 1\frac{18}{60} = \frac{13}{40} \cdot 1,3 = \frac{16,9}{40} = 0,4225$ объема бака.

Итак, при совместной работе второго и третьего насосов за 1 час 18 минут будет заполнено $0,4225 \cdot 100\% = 42,25\%$ объема бака.

Возможная запись решения ученика в черновике.

$$\frac{1}{3x+5x+8x} = \frac{1}{16x}.$$

$$\frac{1}{16x} = 2,5, x = \frac{1}{40}.$$

$$\text{Производительность II насоса равна } \frac{1}{40} \cdot 5 = \frac{1}{8}.$$

$$\text{Производительность III насоса } - \frac{1}{40} \cdot 8 = \frac{1}{5}.$$

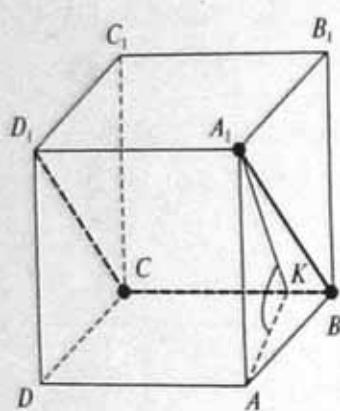
$$\text{Совместная производительность II и III насосов } - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} = \frac{13}{40}.$$

$$\text{За 1 час 18 минут II и III насосы наполняют } \frac{13}{40} \cdot 1\frac{18}{60} = \frac{13}{40} \cdot 1,3 = \frac{16,9}{40} = 0,4225$$

объема бака.

Ответ: 42,25.

B10*

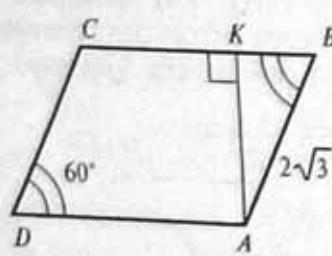


Основание прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелограмм $ABCD$, в котором $CD = 2\sqrt{3}$, $\angle D = 60^\circ$. Тангенс угла между плоскостью основания и плоскостью A_1BC равен 6. Найдите высоту параллелепипеда.

Обсуждение подходов к решению.

1. Определим, какой многоугольник является сечением параллелепипеда плоскостью A_1BC . Плоскости DCC_1 и ABB_1 параллельны. По свойству параллельных плоскостей (если две параллельные плоскости пересечены третьей плоскостью, то линии их пересечения параллельны) секущая плоскость A_1BC пересекает плоскость DCC_1 по прямой, параллельной A_1B и проходящей через точку C . Сечением параллелепипеда плоскостью A_1BC является параллелограмм A_1BCD_1 .

2. Построим линейный угол двугранного угла между плоскостью A_1BC и плоскостью основания. Для этого в грани $ABCD$ проведем высоту параллелограмма AK . Так как $BC \perp AK$, то $BC \perp A_1K$ (по теореме о трех перпендикулярах), поэтому угол A_1KA является искомым линейным углом и $\operatorname{tg} \angle A_1KA = 6$.



3. Высота параллелепипеда A_1A является катетом прямоугольного треугольника A_1KA ($\angle A_1AK = 90^\circ$). Чтобы найти A_1A , достаточно найти AK .

I способ

Из треугольника AKB $AK = AB \cdot \sin \angle ABK = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$.

2 способ

Так как в прямоугольном треугольнике AKB $\angle KAB = 30^\circ$, то $BK = 0,5AB = \sqrt{3}$. По теореме Пифагора

$$AK = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3.$$

4. Осталось найти A_1A из треугольника A_1KA .

$$A_1A = AK \cdot \operatorname{tg} \angle A_1KA = 3 \cdot 6 = 18.$$

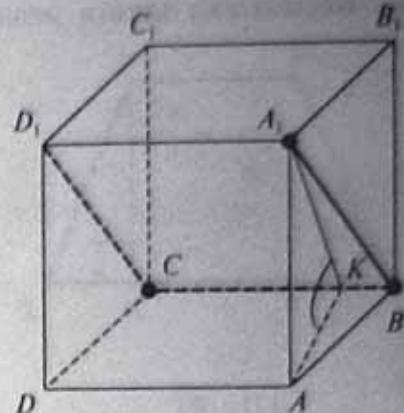
Возможная запись решения ученика в черновике.

$$\operatorname{tg} \angle A_1KA = 6.$$

$$\text{Из } \triangle AKB: AK = AB \cdot \sin \angle ABK = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

$$\text{Из } \triangle A_1KA: A_1A = AK \cdot \operatorname{tg} \angle A_1KA = 3 \cdot 6 = 18.$$

Ответ: 18.



B11*

Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее диагональ, равная 10, образует с основанием угол, косинус которого равен $\frac{\sqrt{2}}{10}$.

Обсуждение подходов к решению.

1. Рассмотрим равнобедренную трапецию $ABCD$ ($AB = CD$), в которой $AC = 10$ и $\cos \angle CAH = \frac{\sqrt{2}}{10}$ (CH — высота трапеции).

2. Найдем площадь трапеции $ABCD$.

I способ

$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH.$$

А) Найдем сначала высоту трапеции.

Из треугольника ACH : $\sin \angle CAH = \frac{CH}{AC}$, значит,

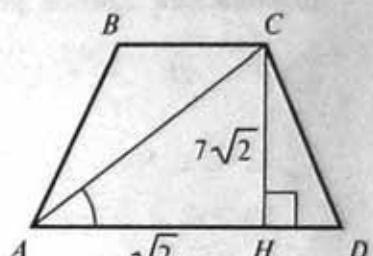
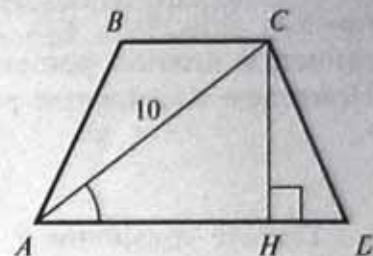
$$CH = AC \cdot \sin \angle CAH = 10 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2} = 10 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = 7\sqrt{2}.$$

Б) Найдем длину средней линии трапеции (т. е. величину $\frac{AD + BC}{2}$).

$$AH = AD - \frac{AD - BC}{2} = \frac{AD + BC}{2}.$$

$$\text{Из треугольника } ACH: AH = AC \cdot \cos \angle CAH = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Площадь трапеции равна } S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH = \sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 14.$$

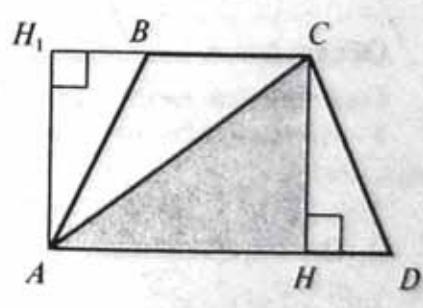


2 способ

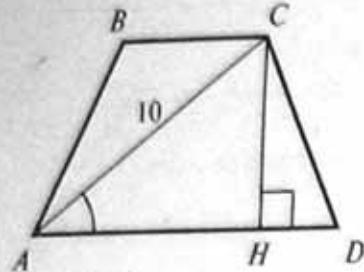
Площадь трапеции $ABCD$ равна площади прямоугольника $AHCH_1$ ($AH_1 \perp BC$). А площадь прямоугольника $AHCH_1$ в два раза больше площади треугольника ACH .

Найдем длины катетов AH и CH треугольника ACH ($AH = \sqrt{2}$, $CH = 7\sqrt{2}$, см. решение 1-м способом).

$$\text{Тогда } S_{ABCD} = 2S_{ACH} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 14.$$



Возможная запись решения ученика в черновике.



$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH.$$

$$\text{Из } \triangle CAH: CH = AC \cdot \sin \angle CAH = 10 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2} = \\ = 10 \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} = 7\sqrt{2}.$$

$$AH = AC \cdot \cos \angle CAH = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{10} = \sqrt{2}.$$

$$S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CH = \sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 14.$$

Ответ: 14.

Напомним, что решения заданий С1–С5 записываются на отдельных бланках. В зависимости от полноты и правильности решения за выполнение заданий С1 и С2 выставляется от 0 до 2 баллов, за выполнение заданий С3–С5 – от 0 до 4 баллов.

При выполнении заданий С1–С2 не требуется приводить обоснования выполненных действий, как это принято при выполнении заданий С3–С5. Достаточно записать полное решение с необходимыми преобразованиями и вычислениями. Приведем возможные решения ученика на 2 балла.

C1

Решите уравнение $3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 11 = (\sqrt{2 - 2x^2})^2 + 2x^2$.

Возможная запись решения ученика.

$$3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 11 = (\sqrt{2 - 2x^2})^2 + 2x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 9^{-1} - 28 \cdot 3^{-1} + 11 = 2 - 2x^2 + 2x^2 \\ 2 - 2x^2 \geq 0$$

$$3 \cdot 3^{2x} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$$

$$y = 3^x, y > 0$$

$$3y^2 - 28y + 9 = 0$$

$$y = 9 \text{ или } y = \frac{1}{3}$$

$$3^x = 9 \text{ или } 3^x = \frac{1}{3}$$

$$x = 2 \text{ или } x = -1$$

$$3 \cdot 9^x - 28 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ -1 \leq x \leq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -1 \\ -1 \leq x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$$

Обсуждение подходов к решению.

При записи решения ученик может и не использовать знака равносильности.

1. Найдем область определения уравнения (или область допустимых значений переменной).

$$2 - 2x^2 \geq 0, x^2 \leq 1, -1 \leq x \leq 1.$$

2. По определению арифметического квадратного корня:

$$(\sqrt{2 - 2x^2})^2 = 2 - 2x^2 \text{ при } 2 - 2x^2 \geq 0, \text{ т. е. } -1 \leq x \leq 1.$$

$$3 \cdot 3^x - 28 \cdot 3^x + 11 = 2 - 2x^2 + 2x^2$$

$$3 \cdot 3^{2x} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$$

$$3^x = 9 \text{ или } 3^x = \frac{1}{3}$$

$x = 2$ или $x = -1$ (2 не принадлежит области определения уравнения)

4. Проверка:

При $x = -1$

$$3 \cdot 9^{-1} - 28 \cdot 3^{-1} + 11 = (\sqrt{2 - 2 \cdot (-1)^2})^2 + 2 \cdot (-1)^2$$

$$\frac{1}{3} - \frac{28}{3} + 11 = 2$$

$$-9 + 11 = 2 — \text{верно}$$

Значит, $x = -1$ — корень исходного уравнения.

Ответ: -1 .

Замечание.

Если при решении уравнения ученик не следит за равносильностью преобразований, то проверка найденных корней уравнения обязательна. Значение переменной может принадлежать ОДЗ, но не являться корнем исходного уравнения. Приведем пример.

Решите уравнение $\sqrt{x+16} - x - 4 = 0$.

Область допустимых значений переменной — промежуток $[-16; +\infty)$.

$$\sqrt{x+16} = x + 4$$

$$x + 16 = x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 + 7x = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -7$$

Оба корня квадратного уравнения принадлежат ОДЗ, но проверка показывает, что корнем исходного является только число 0.

C2

Найдите все значения x , при каждом из которых расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \log_9(8x - 7)$ и $g(x) = 2,5$ меньше чем 0,5.

Возможная запись решения ученика.

$$1. |\log_9(8x-7) - 2,5| < 0,5$$

$$2. \begin{cases} \log_9(8x-7) > 2 \\ \log_9(8x-7) < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x-7 > 81 \\ 8x-7 < 729 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 11 \\ x < 92 \end{cases}$$

Обсуждение подходов к решению.

Рассмотрим другой способ решения.

Построим в одной системе координат графики функций $f(x) = \log_9(8x - 7)$ и $g(x) = 2,5$.

Найдем, при каких значениях x расстояние между соответствующими точками графиков функций $f(x) = \log_9(8x - 7)$ и $g(x) = 2,5$ равно 0,5.

$$\log_9(8x-7) - 2,5 = 0,5 \text{ или}$$

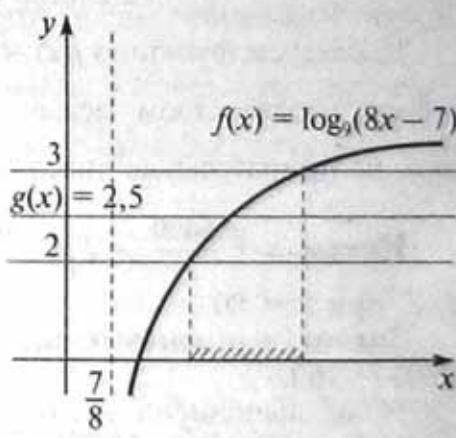
$$2,5 - \log_9(8x-7) = 0,5$$

$$\log_9(8x-7) = 3 \text{ или } \log_9(8x-7) = 2$$

$$8x-7 = 9^3 \text{ или } 8x-7 = 9^2$$

$$8x = 736 \text{ или } 8x = 88$$

$$x = 92 \text{ или } x = 11$$



Так как функция $y = \log_9 t$ непрерывна и возрастает на промежутке $(11; 92)$, то расстояние между соответствующими точками графиков функций

$$f(x) = \log_9(8x - 7) \text{ и } g(x) = 2,5 \text{ меньше чем } 0,5 \text{ будет при } x \in (11; 92).$$

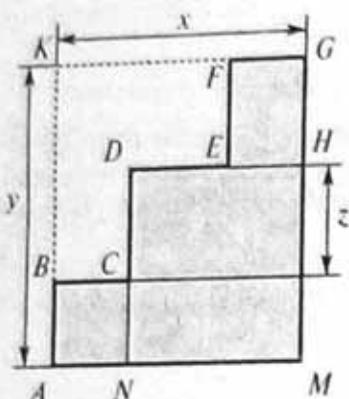
Ответ: $(11; 92)$.

Замечание.

В решении задания С2 на 2 балла возможно наличие эскиза графика без каких-либо объяснений и ссылок на известные свойства элементарных функций (непрерывность, монотонность и пр.).

В решении заданий высокого уровня сложности С3–С5 на 4 балла обоснования всех ключевых моментов решения обязательны.

C3



Требуется разметить на земле участок площадью 4000 м^2 , который состоит из трех прямоугольных частей и имеет форму многоугольника $ABCDEGM$, изображенного на рисунке, где $BC = 15 \text{ м}$, $DE = 50 \text{ м}$, $EF = 30 \text{ м}$ и $CD \geq 30 \text{ м}$. Найдите наименьшее значение периметра такого участка и какие-либо значения длин KG , KA и CD , при которых периметр является наименьшим.

Обсуждение подходов к решению.

1. Периметр участка равен периметру P прямоугольника $KGMA$. Обозначим $KG = x$, $KA = y$ и $CD = z$, тогда $P = 2(x + y)$, $z \geq 30$.

2. Площадь участка $S = 4000$, а

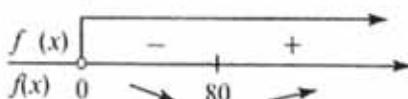
$$xy = S + DE \cdot EF + BC \cdot (EF + z) \geq 4000 + 50 \cdot 30 + 15 \cdot 60 = 6400.$$

$$\text{Поэтому } y \geq \frac{6400}{x} \text{ и } P \geq 2\left(x + \frac{6400}{x}\right).$$

3. Исследуем функцию $f(x) = x + \frac{6400}{x}$ на наименьшее значение при $x > 0$.

1 способ (с помощью производной)

$$f'(x) = 1 - \frac{6400}{x^2} = \frac{x^2 - 80^2}{x^2}$$



$f'(x) = 0$ при $x = 80$, $f'(x) < 0$ при $0 < x < 80$, $f'(x) > 0$ при $x > 80$. Поэтому наименьшее значение функции принимается в точке $x_0 = 80$ и равно $f(80) = 160$.

2 способ (без использования производной)

Исследуем функцию $f(x) = x + \frac{6400}{x}$ при $x > 0$ на наименьшее значение. Воспользуемся неравенством между средним арифметическим и средним геометрическим двух неотрицательных чисел (если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, т. е. $a + b \geq 2\sqrt{ab}$).

Имеем: $x + \frac{6400}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{6400}{x}} = 160$, причем равенство достигается при $x = \frac{6400}{x}$, т. е. при $x = 80$.

Значит, наименьшее значение функции принимается в точке $x = 80$ и равно $f(80) = 160$.

Итак, выполнена оценка $P \geq 2 \cdot f(80) = 320$.

4. Если участок $ABCDEGM$ таков, что $x = 80$ и $z = 30$, то $xy = 6400$, $y = 80$, и для такого участка выполнено равенство $P = 320$. Таким образом, $P_{\text{нам.}} = 320$.

Ответ: 320 м, 80 м, 80 м, 30 м.

Приведем возможные решения ученика заданий С3–С5 на 4 балла.

Возможная запись решения ученика.

1. Пусть $KG = x$, $KA = y$ и $CD = z$, тогда $P = 2(x + y)$, $z \geq 30$.

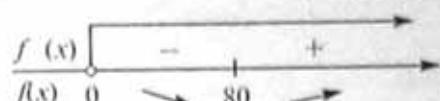
2. Площадь участка $ABCDEF$: $S = 4000$

$$xy = S + DE \cdot EF + BC \cdot (EF + z) \geq 4000 + 50 \cdot 30 + 15 \cdot 60 = 6400.$$

$$y \geq \frac{6400}{x} \text{ и } P \geq 2\left(x + \frac{6400}{x}\right).$$

3. Исследуем функцию $f(x) = x + \frac{6400}{x}$ на наименьшее значение при $x > 0$.

$$f'(x) = 1 - \frac{6400}{x^2} = \frac{x^2 - 80^2}{x^2},$$



$$x_{\min} = 80.$$

Наименьшее значение функции принимается в точке $x_{\min} = 80$. $f(80) = 160$.

$$x = 80 \text{ и } z = 30, xy = 6400, y = 80 \text{ и } P = 320, P_{\text{нам.}} = 320.$$

Ответ: 320 м, 80 м, 80 м, 30 м.

C4*

Основанием пирамиды $FABCD$ является прямоугольник $ABCD$. Плоскость AFC перпендикулярна плоскости ABC , тангенс угла FAC равен $\frac{16}{7}$, тангенс угла между прямой BC и плоскостью AFC равен 3.

Точка M лежит на ребре BC , $BM = \frac{2}{5}BC$. Точка L лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и C . Объем пирамиды $LAMC$ равен 48. Центр сферы, описанной около пирамиды $FABCD$, лежит в плоскости основания пирамиды. Найдите радиус этой сферы.

Обсуждение подходов к решению.

1. Для нахождения радиуса сферы следует установить положение центра сферы.

Пусть точка O — точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$. Докажем, что точка O — центр сферы, описанной около пирамиды $FABCD$.

Так как $OA = OB = OC = OD$, то точка O равноудалена от точек A, B, C, D . Значит, центр сферы, описанной около пирамиды $FABCD$, лежит на прямой, проходящей через точку O и перпендикулярной к плоскости ABC . Так как центр сферы лежит в плоскости основания пирамиды, то центр сферы совпадает с точкой O и $OF = OA = OB = OC = OD = R$.

2. Объем V пирамиды $LAMC$ выразим через R . Примем за основание пирамиды треугольник AMC , тогда $V = \frac{1}{3} \cdot S_{AMC} \cdot h$, где h — высота пирамиды, опущенная из вершины L .

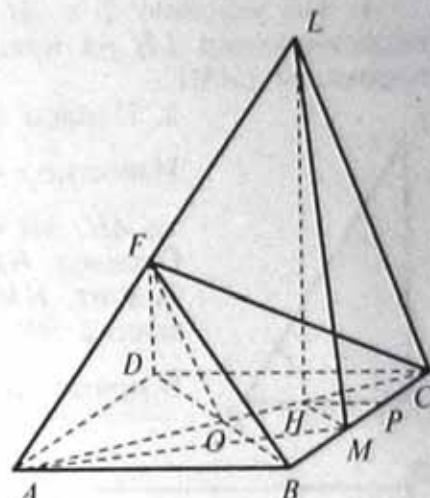
А) Площадь треугольника AMC можно найти разными способами.

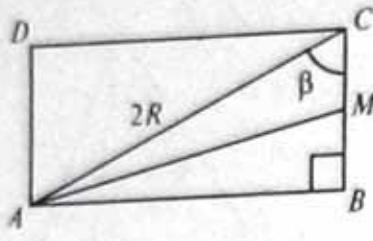
I способ

$$S_{AMC} = \frac{1}{2} \cdot MC \cdot AB.$$

Плоскости ABC и AFC перпендикулярны, поэтому прямая AC — проекция прямой BC на плоскость AFC . Следовательно, угол BCA равен углу между прямой BC и плоскостью AFC . Пусть $\angle BCA = \beta$. По условию $\operatorname{tg} \beta = 3$.

Так как по условию $BM = \frac{2}{5}BC$, то $MC = \frac{3}{5}BC$.





Из треугольника ABC находим:

$$BC = AC \cdot \cos \beta = \frac{2R}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} = \frac{2R}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{Отсюда получаем: } MC = \frac{3BC}{5} = \frac{6R}{5\sqrt{10}}.$$

$$AB = AC \cdot \sin \beta = \frac{2R \sin \beta}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} = \frac{6R}{\sqrt{10}}. S_{AMC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6R}{5\sqrt{10}} \times$$

$$\times \frac{6R}{\sqrt{10}} = \frac{36R^2}{100} = \frac{9R^2}{25}.$$

2 способ

$$S_{AMC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot MC \cdot \sin \beta.$$

$$AC = 2R, MC = \frac{3BC}{5} = \frac{6R}{5\sqrt{10}}, \sin \beta = \frac{\tan \beta}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}} = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

$$S_{AMC} = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot \frac{6R}{5\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{18R^2}{50} = \frac{9R^2}{25}.$$

Б) Найдем высоту пирамиды $LAMC$, опущенную из вершины L .

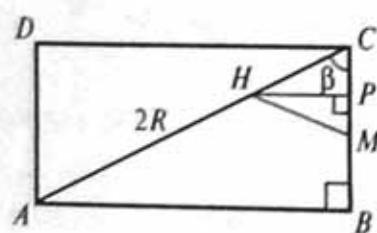
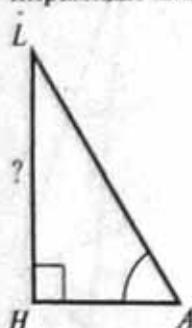
1. По условию $L \in AF$ и $LM = LC$. В плоскости AFC из точки L опустим перпендикуляр LH на прямую AC . Так как $AFC \perp ABC$, то $LH \perp ABC$ и LH высота пирамиды $LAMC$.

2. Найдем LH из прямоугольного треугольника AHL .

Известно, что $\tan \angle LAH = \frac{16}{7}$. Чтобы найти LH , достаточно найти AH . $AH = AC - HC = 2R - HC$.

Отрезки HM и HC — проекции равных наклонных LM и LC . Значит, $HM = HC$, и треугольник CHM — равнобедренный, а его высота HP является медианой, то есть $MP = PC$.

В прямоугольном треугольнике CPH найдем $HC = \frac{PC}{\cos \beta}$.



$$PC = 0,5MC = 0,5 \cdot \frac{6R}{5\sqrt{10}} = \frac{3R}{5\sqrt{10}}.$$

$$\text{Значит, } HC = \frac{\frac{3R}{5\sqrt{10}}}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = \frac{3R}{5}.$$

$$\text{Следовательно, } AH = 2R - \frac{3R}{5} = \frac{7R}{5}.$$

В прямоугольном треугольнике AHL $\tan \angle A = \frac{16}{7}$.

Поэтому $LH = AH \cdot \tan \angle A = \frac{16R}{5}$.

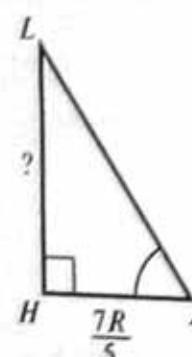
3. Объем пирамиды $LAMC$ равен 48. С другой стороны,

$$V = \frac{1}{3} \cdot LH \cdot S_{AMC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{16R}{5} \cdot \frac{9R^2}{25} = \frac{48R^3}{125}.$$

Решим уравнение $\frac{48R^3}{125} = 48$. $R = 5$.

Возможная запись решения ученика.

1. Пусть точка O , лежащая в плоскости ABC , является центром сферы, описанной около пирамиды $FABCD$. Тогда $OA = OB = OC = OD = OF = R$, и



2. $ABC \perp AFC$, поэтому прямая AC — проекция прямой BC на плоскость AFC . И $\angle BCA$ равен углу между прямой BC и плоскостью AFC .

Пусть $\angle BCA = \beta$. По условию $\operatorname{tg} \beta = 3$.

3. $L \in AF$ и $LM = LC$. В плоскости AFC из точки L опустим перпендикуляр LH на прямую AC . Так как $AFC \perp ABC$, то $LH \perp ABC$, и HM и HC — проекции равных наклонных LM и LC . Значит, $HM = HC$, и $\triangle CHM$ — равнобедренный. $MP = PC$.

$$4. V = \frac{1}{3} \cdot LH \cdot S_{AMC}$$

$$\text{В } \triangle ACB: BC = AC \cdot \cos \beta = \frac{2R}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} = \frac{2R}{\sqrt{10}}.$$

$$MC = \frac{3BC}{5} = \frac{6R}{5\sqrt{10}} \text{ и } PC = 0,5MC = \frac{3R}{5\sqrt{10}};$$

$$AB = AC \cdot \sin \beta = \frac{2R \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} = \frac{6R}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{В } \triangle CPH: HC = \frac{PC}{\cos \beta} = \frac{3R}{5}.$$

$$AH = AC - HC = \frac{7R}{5}.$$

$$S_{AMC} = \frac{1}{2} \cdot MC \cdot AB = \frac{9R^2}{25}.$$

$$\text{В } \triangle AHL: \operatorname{tg} \angle A = \frac{16R}{5}. LH = AH \cdot \operatorname{tg} \angle A = \frac{16R}{5}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{16R}{5} \cdot \frac{9R^2}{25} = \frac{48R^3}{125}, \quad \frac{48R^3}{125} = 48, R = 5.$$

Ответ: 5.

C5

Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $4\sin a - 3$ и $8\cos 2a + 16\sin a + 1$ являются решениями неравенства $\frac{(21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2} \geq 0$.

Обсуждение подходов к решению.

I способ

1. Решим неравенство $\frac{(21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2} \geq 0$ методом интервалов.

А) Пусть $f(x) = \frac{(21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2}$.

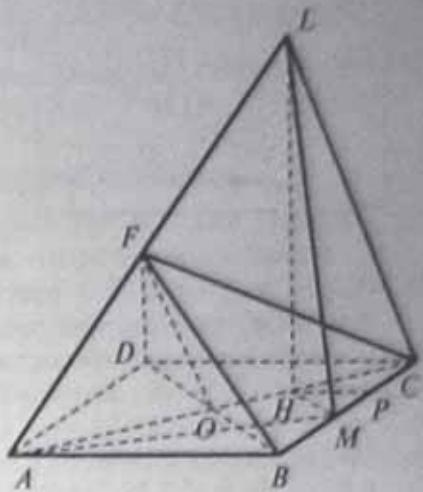
Найдем область определения функции $y = f(x)$.

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ \log_3|x-9|-2 \neq 0 \\ |x-9| \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ |x-9| \neq 9 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq 0 \\ x \neq 9 \\ x \neq 18 \end{cases}$$

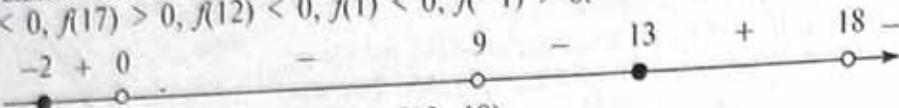
Область определения функции $y = f(x)$ — объединение промежутков $[-2; 0) \cup (0; 9) \cup (9; 18) \cup (18; +\infty)$.

Б) Найдем нули функции $y = f(x)$.

$$\frac{(21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2} = 0 \Leftrightarrow \frac{-2(x+2, 5)(x-13)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ x = -2 \end{cases}$$



Функция $f(x) = \frac{(21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2}$ определена при $x \geq -2; x \neq 0; x \neq 9; x \neq 18$
и непрерывна. Находим знаки функции.
 $f(19) < 0, f(17) > 0, f(12) < 0, f(1) < 0, f(-1) > 0.$



Значит, $f(x) \geq 0$ при $x \in [-2; 0) \cup [13; 18]$.

2. Найдем все значения параметра a , при каждом из которых оба числа $4\sin a - 3$ и $8\cos 2a + 16\sin a + 1$ принадлежат множеству $[-2; 0) \cup [13; 18]$.

А) Рассмотрим сначала число $4\sin a - 3$. Так как $-1 \leq \sin a \leq 1$, то $-7 \leq 4\sin a - 3 \leq 1$, т. е. число может принадлежать только промежутку $[-2; 0)$. Найдем, при каких значениях $\sin a$ это возможно.

$$-2 \leq 4\sin a - 3 < 0 \Leftrightarrow 1 \leq 4\sin a < 3 \Leftrightarrow 0,25 \leq \sin a < 0,75.$$

Итак, число $4\sin a - 3$ является решением исходного неравенства, если $0,25 \leq \sin a < 0,75$.

Б) Рассмотрим число $8\cos 2a + 16\sin a + 1$.

$$8\cos 2a + 16\sin a + 1 = 8(1 - 2\sin^2 a) + 16\sin a + 1 = -16\sin^2 a + 16\sin a + 9.$$

Определим, какие значения принимает выражение $-16\sin^2 a + 16\sin a + 9$ при $0,25 \leq \sin a < 0,75$.

Пусть $\sin a = t$, $0,25 \leq t < 0,75$. Рассмотрим квадратичную функцию $f(t) = -16t^2 + 16t + 9$. График функции $y = f(t)$ — парабола.

Найдем множество значений функции $y = f(t)$ при $0,25 \leq t < 0,75$.

$$\text{Абсцисса вершины параболы } t_b = -\frac{16}{2 \cdot (-16)} = 0,5.$$

$$f(0,5) = 13, f(0,25) = 12, f(0,75) = 12.$$

Множеством значений функции $f(t) = -16t^2 + 16t + 9$ при $0,25 \leq t < 0,75$ является отрезок $[12; 13]$, т. е. выражение $-16\sin^2 a + 16\sin a + 9$ при $0,25 \leq \sin a < 0,75$ может принимать значения только из отрезка $[12; 13]$.

Число $8\cos 2a + 16\sin a + 1 = -16\sin^2 a + 16\sin a + 9$ должно принадлежать объединению промежутков $[-2; 0) \cup [13; 18]$.

Это возможно, только если $8\cos 2a + 16\sin a + 1 = 13$, т. е. $-16\sin^2 a + 16\sin a + 9 = 13$.
 $4\sin^2 a - 4\sin a + 1 = 0$.

$$\sin a = 0,5.$$

Итак, в пунктах А) и Б) мы показали, что число $4\sin a - 3$ является решением исходного неравенства, если $0,25 \leq \sin a < 0,75$, при этом число $8\cos 2a + 16\sin a + 1$ является решением исходного неравенства, если $\sin a = 0,5$.

По условию и число $4\sin a - 3$, и число $8\cos 2a + 16\sin a + 1$ являются решениями исходного неравенства. Значит, $\sin a = 0,5$ и $a = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

2 способ

1. Решим сначала неравенство $\frac{(21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2} \geq 0$.

$$\frac{(21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2} \geq 0 \\ \log_3|x-9|-2 > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} (21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2} \leq 0 \\ \log_3|x-9|-2 < 0 \end{cases} \quad (2)$$

Решим каждое неравенство.

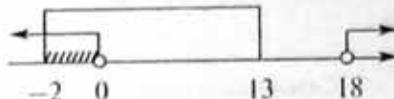
$$(1) (21x - 2x^2 + 65)\sqrt{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow -2(x + 2,5)(x - 13)\sqrt{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2,5 \geq 0 \\ (x + 2,5)(x - 13) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2,5 \\ -2,5 \leq x \leq 13 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 13$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ -2 \leq x \leq 13 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 13$$

$$(2) \log_3|x-9|-2 > 0 \Leftrightarrow \log_3|x-9| > \log_3 9 \Leftrightarrow |x-9| > 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x-9 > 9 \\ x-9 < -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 18 \\ x < 0 \end{cases}$$

Отметим решение неравенств (1) и (2) на координатной прямой.



Решением первой системы неравенств является промежуток $[-2; 0]$.

Рассуждая аналогично, можно получить, что решением второй системы неравенств является промежуток $[13; 18]$.

Итак, решением неравенства $\frac{(21x-2x^2+65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2} \geq 0$ является объединение промежутков $[-2; 0] \cup [13; 18]$.

2. Найдем все значения параметра a , при каждом из которых оба числа $4\sin a - 3$ и число $8\cos 2a + 16\sin a + 1$ принадлежат множеству $[-2; 0] \cup [13; 18]$.

А) Пусть $x = 4\sin a - 3$. Выразим через x число $8\cos 2a + 16\sin a + 1$.

$$\sin a = \frac{x+3}{4}, \quad 16\sin a = 4(x+3),$$

$$8\cos 2a = 8(1 - 2\sin^2 a) = 8 - 16 \cdot \frac{(x+3)^2}{16} = -1 - x^2 - 6x,$$

$$8\cos 2a + 16\sin a + 1 = -1 - x^2 - 6x = -x^2 - 2x + 12 = 13 - (x+1)^2.$$

Б) По условию и число x , и число $13 - (x+1)^2$ являются решениями исходного неравенства, т. е. принадлежат множеству $[-2; 0] \cup [13; 18]$.

Так как $-7 \leq 4\sin a - 3 \leq 1$, то случай $x \in [13; 18]$ невозможен. Точка $(-1; 13)$ — вершина параболы $y = 13 - (x+1)^2$, ветви которой направлены вниз.

Если $x \in [-2; -1) \cup (-1; 0)$, то $12 = y(-2) \leq y < y(-1) = 13$, т. е. y не принадлежит множеству $[-2; 0] \cup [13; 18]$. Если $x = -1$, то $y = 13$, т. е. и число x , и число y являются решениями исходного неравенства.

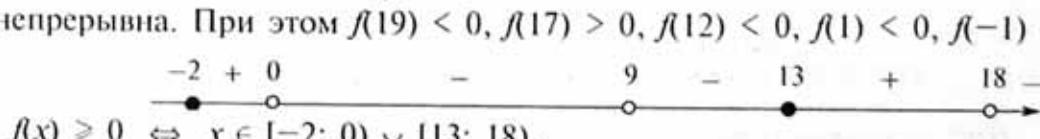
Итак, число a удовлетворяет условию задачи, только если $x = 4\sin a - 3 = -1$, $\sin a = 0,5$, $a = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, n — целое.

Возможная запись решения ученика.

$$1. (21x-2x^2+65)\sqrt{x+2} = (2x+5)(13-x)\sqrt{x+2}.$$

$$\log_3|x-9| = 2, |x-9| = 9, x-9 = \pm 9, x = 0 \text{ или } x = 18.$$

2. Функция $f(x) = \frac{(21x-2x^2+65)\sqrt{x+2}}{\log_3|x-9|-2}$ определена при $x \geq -2$, $x \neq 0$, $x \neq 9$, $x \neq 18$ и непрерывна. При этом $f(19) < 0$, $f(17) > 0$, $f(12) < 0$, $f(1) < 0$, $f(-1) > 0$.



$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 0] \cup [13; 18]$.

$$3. x = 4\sin a - 3, \sin a = \frac{x+3}{4},$$

$$8\cos 2a = 8(1 - 2\sin^2 a) = 8 - 16 \cdot \frac{(x+3)^2}{16} = -1 - x^2 - 6x,$$

$$8\cos 2a + 16\sin a + 1 = -1 - x^2 - 6x + 4(x+3) + 1 = -x^2 - 2x + 12 = 13 - (x+1)^2.$$

И число x , и число $13 - (x+1)^2$ принадлежат множеству $[-2; 0] \cup [13; 18]$.

4. Так как $-7 \leq 4\sin a - 3 \leq 1$, то случай $x \in [13; 18]$ невозможен.

Точка $(-1; 13)$ — вершина параболы $y = 13 - (x+1)^2$.

Если $x \in [-2; -1) \cup (-1; 0)$, то $12 = y(-2) \leq y < y(-1) = 13$, т. е. y не принадлежит множеству $[-2; 0] \cup [13; 18]$.

Если $x = -1$, то $y = 13$, т. е. и число x , и число y являются решениями исходного неравенства. $x = 4\sin a - 3 = -1$, $\sin a = 0,5$, $a = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $a = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Справочное издание

**МАТЕМАТИКА
ЕГЭ-2007**

Реальные варианты

Авторы-составители

Вадим Витальевич Кочагин, Елена Михайловна Бойченко,
Юрий Александрович Глазков, Лариса Олеговна Денищева,
Галина Алексеевна Захарова, Петр Михайлович Камаев,
Наталья Борисовна Мельникова, Андрей Рафаилович Рязановский,
Игорь Николаевич Сергеев, Александр Александрович Фомин

Редакция «Образовательные проекты»

Ответственный за выпуск *Н. А. Шармай*

Редактор *А. Ю. Котова*

Технический редактор *А. Л. Шелудченко*

Корректор *И. Н. Мокина*

Оригинал-макет подготовлен ООО «Бета-Фрейм»

Общероссийский классификатор продукции ОК-005-93, том 2;
953005 — литература учебная

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.02.953.Д.003857.05.06 от 05.05.2006 г.

ООО «Издательство Астрель»
129085, Москва, пр-д Ольминского, д. За

ООО «Издательство АСТ»
170002, РФ, г. Тверь, пр-т Чайковского, д. 27/32

Наши электронные адреса: www.ast.ru E-mail: astpub@aha.ru

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ООО "Типография ИПО профсоюзов Профиздат"
109044, Москва, Крутицкий вал, 18

По вопросам приобретения книг обращаться по адресу:
129085, Москва, Звездный бульвар, дом 21, 7 этаж
Отдел реализации учебной литературы «Издательской группы АСТ»
Справки по телефону: (495)615-53-10, факс 232-17-04

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

www.fipi.ru

- Вниманию выпускников школ и абитуриентов предлагаются новые сборники реальных тестовых заданий по всем основным предметам единого государственного экзамена 2007 года: русскому языку, математике, истории России, обществознанию, физике, химии, биологии, географии, литературе.
- Это ЕДИНСТВЕННЫЕ издания, которые включают официальные материалы по ЕГЭ, дают возможность практически выполнить экзаменационные задания и свериться с правильными ответами.
- ОРИГИНАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПОДГОТОВЛЕНЫ СПЕЦИАЛИСТАМИ ФЕДЕРАЛЬНОГО ИНСТИТУТА ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ, КОТОРЫЙ ЯВЛЯЕТСЯ ЕДИНСТВЕННЫМ ОФИЦИАЛЬНЫМ РАЗРАБОТЧИКОМ КОНТРОЛЬНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ (КИМОВ) ДЛЯ ЕДИНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА.
- Кроме тестовых заданий, в сборник вошли:
 - ответы и комментарии к наиболее трудным заданиям частей А, В и С;
 - официальные экзаменационные бланки образца 2007 года;
 - правила заполнения бланков;
 - памятки о проведении экзаменов по предметам;
 - официальная инструкция по организации единого государственного экзамена;
 - предисловие директора Федерального института педагогических измерений А.Г. ЕРШОВА о едином государственном экзамене.