Федеральный Центр тестирования

ТЕСТЫ
ДЛЯ АБИТУРИЕНТОВ

ВОПРОСЫ и ОТВЕТЫ

МАТЕМАТИКА

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР
ТЕСТИРОВАНИЯ

ТЕСТЫ

МАТЕМАТИКА

ВАРИАНТЫ И ОТВЕТЫ
централизованного (*абитуриентского*)
тестирования

Пособие для подготовки
к тестированию

Москва

ББК 74.202.5
УДК 37.1
М 20

Тесты. Математика. Варианты и ответы централизованного (абитуриентского) тестирования – М.: Федеральное государственное учреждение «Федеральный центр тестирования», 2005.

Сборник «Тесты» (варианты и ответы централизованного (абитуриентского) тестирования 2005 года) – в книге представлены образцы тестов, использованных при проведении централизованного тестирования в 2005 году по математике и математике повышенной сложности. Тесты составлены в соответствии с Обязательным минимумом содержания образования и действующими программами и учебниками. Приведена структура тестов. Даны ответы для всех представленных тестов. Дан краткий анализ характерных ошибок в ответах испытуемых.

Сборник предназначен для самостоятельной подготовки выпускников общеобразовательных учреждений к итоговой аттестации и к вступительным экзаменам в вузы, а также в помощь преподавателям и методистам, использующим в своей работе тестовый способ контроля знаний.

ISBN 5-94635-226-1

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Российское образование последних лет широко использует современные технологии для оценки учебных достижений учащихся. Наиболее известны механизмы централизованного тестирования и единого государственного экзамена.

Объективная оценка учебных достижений осуществляется, как правило, стандартизированными процедурами, при проведении которых все учащиеся находятся в одинаковых (стандартных) условиях и используют примерно одинаковые по свойствам измерительные материалы (тесты). Такую стандартизированную процедуру оценки учебных достижений называют тестированием.

Правильно составленный тест представляет собой совокупность сбалансированных тестовых заданий. Количество заданий в тесте по различным разделам должно быть таким, чтобы пропорционально отражать основное содержание предмета. Использование тестовых заданий различных трудностей должно обеспечить равносложность различных вариантов тестов и измерение учебных достижений учащихся в широком диапазоне их знаний.

Разработка современных педагогических тестов возможна только при наличии большого количества тестовых заданий, свойства которых определены до момента использования теста.

Централизованное тестирование оценивает уровень подготовленности учащихся по стобалльной шкале с учетом трудности и дифференцирующей силы верно и неверно выполненных заданий.

При оценке учебных достижений Центром тестирования используются достаточно сложные математические модели. Ознакомиться с ними можно в специальной литературе Центра тестирования.

Тестируемый учащийся должен знать, что число верно выполненных им заданий неоднозначно определяет его тестовый балл. Трудности верно и неверно выполненных заданий могут значительно повлиять на оценку результатов тестирования.

Соответствие между количеством верно выполненных заданий и тестовым баллом представлено на диаграмме в конце сборника, которая получена в результате статистической обработки результатов централизованного тестирования в 2005 г. Средний балл по России принят равным 50.

Приводимые в сборнике тестовые материалы и результаты могут быть использованы как ориентиры для подготовки к централизованному тестированию в 2006 г.

Практическое использование современных тестов учебных достижений дает учащимся возможность объективно оценить уровень своих знаний, а также определить свое место (рейтинг) среди множества российских учащихся, проходивших централизованное тестирование. Эта услуга пользуется возрастающим спросом. **Ежегодно около миллиона учащихся принимают участие в централизованном тестировании.** Свыше половины государственных вузов России принимают результаты централизованного тестирования в качестве оценок вступительных испытаний. Десятки тысяч абитуриентов, представивших в приемные комиссии вузов сертификаты централизованного тестирования, ежегодно зачисляются в государственные вузы России.

Технология и методики централизованного тестирования широко используются при проведении единого государственного экзамена в России.

Структура абитуриентского теста по математике

Разработчики: *Нейман Ю.М., Королева Т.М., Кувекина Н.А., Лисеев И.А., Маркарян Е.Г., Суворченкова Г.А.*

Рецензенты: *Гаиашвили М.Я., Голубев В.И.*

Вычисления и преобразования

1. Действительные числа. Тождественные преобразования числовых, иррациональных и логарифмических выражений.
2. Действия с алгебраическими дробями.
3. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента, нахождение значения тригонометрического выражения.
4. Преобразование и нахождение значений логарифмических выражений.
5. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.
6. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Уравнения и неравенства

1. Рациональные, дробно-рациональные уравнения.
2. Иррациональные уравнения.
3. Показательные уравнения.
4. Логарифмические уравнения.
5. Тригонометрические уравнения.
6. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля.
7. Показательные и логарифмические неравенства.
8. Смешанные неравенства.
9. Текстовые задачи.
10. Система уравнений и неравенств.
11. Уравнения, системы уравнений и задачи с параметром.

Функции

1. Связь между свойствами функции и ее графиком.
2. Графическое решение уравнений.
3. Свойства числовых функций: экстремумы, возрастание и убывание.
4. Уравнение геометрического места точек.
5. Геометрический смысл производной.
6. Область определения и множество значений функции.

Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин

1. Треугольник, четырехугольники, окружность и круг.
2. Параллелепипед, пирамида, конус, сфера, цилиндр.
3. Действия с векторами. Скалярное произведение векторов.
4. Метод координат.

Вариант № 1/2005

Задание А1.

Вычислите значение дроби $\dfrac{3xz + x^2 - 2xy}{4y^2 - yz - 2z^2}$ при условии, что $\frac{x}{z} = -2$, $\frac{z}{y} = -1$

1) $1,6$ 2) $2,5$ 3) $3,0$ 4) $-1,5$ 5) $-2,0$

Задание А2.

Выражение $\sqrt{\dfrac{8b^3 + 27a^3}{3a + 2b} - 6ab}$ можно привести к виду

1) $|3a + 2b|$ 2) $-(3a - 2b)$ 3) $(3a + 2b)$ 4) $3a - 2b$ 5) $|3a - 2b|$

Задание А3.

Квадратное уравнение, корни которого равны $(-4x_1)$ и $(-4x_2)$, где x_1, x_2 – корни уравнения $x^2 - 4x + 1 = 0$, имеет вид $x^2 - bx + c = 0$. Найдите значение $b - c$

1) 0 2) 32 3) 16 4) -32 5) -16

Задание А4.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y = -\dfrac{7}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$

1) 10 2) 11 3) 12 4) 13 5) 14

Задание А5.

Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{2x^3 + x^2 - 2x - 3} = \sqrt{2x^3 + 1}$ принадлежит промежутку

1) $[1;2)$ 2) $[2;3)$ 3) $[3;4)$ 4) $[4;5)$ 5) $[5;6)$

Задание А6.

Найдите $ctg\alpha$, если выполняется равенство $6ctg\alpha + 3ctg\alpha \cdot sin\alpha - 5sin\alpha - 10 = 0$

1) 1 2) 2 3) $1\frac{2}{3}$ 4) $1\frac{1}{3}$ 5) $\frac{2}{3}$

Задание А7.

Упростите выражение $2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(2\pi + \alpha) - 2\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(3\pi - \alpha) + 2\cos^2\alpha$

1) 1 2) $\cos 2\alpha$ 3) $\sin 2\alpha$ 4) $2\sin^2\alpha$ 5) $\cos^2\alpha$

Задание А8.

Вычислите $ctg\left(\frac{\pi}{4} - arcctg4\right)$

1) $\frac{3}{5}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $1\frac{2}{3}$ 4) $1\frac{1}{3}$ 5) $\frac{3}{4}$

Задание А9.

Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения $(x^2 - 16)(4^{\sqrt{x+3}} - 4^{x+1}) = 0$

1) 1, 0 2) 2, 5 3) 3, 0 4) $-\frac{1}{4}$ 5) $\frac{1}{3}$

Задание А10.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $\log_{x+4}(2x^2 + 7x + 4) = 2$

1) 1 2) 2 3) -3 4) 4 5) -12

Задание А11.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\log_{0,2} \dfrac{3x+4}{x+5}}$

1) $\left(-5; \frac{1}{2}\right]$ 2) $\left(-5; -\frac{4}{3}\right)$ 3) $\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{2}\right]$ 4) $\left(-\frac{4}{3}; \frac{1}{2}\right] \cup \{-5\}$ 5) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$

Задание А12.

Найдите все значения a, при которых функция $y = -\dfrac{x^3}{3} + (a+2)x^2 - 4x + 3$ имеет две точки экстремума

1) $(-\infty; 0) \cup (4; \infty)$ 2) $(-\infty; -4) \cup (0; \infty)$ 3) $[-4; 0]$ 4) $(-4; 0)$ 5) $(-\infty; -4] \cup [0; \infty)$

Задание А13.

Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = -3x + 9$ и $y = -3x + 21$, имеет вид

1) $y - 3x + 12 = 0$ 2) $y + 3x - 15 = 0$ 3) $y - 3x - 12 = 0$ 4) $y - 3x + 15 = 0$ 5) $y - 3x - 15 = 0$

Задание А14.

Материальная точка движется по оси ОХ по закону $x(t) = \dfrac{t^3}{12} - 2t^2 + 7$ (x – координата, t – время). Найдите момент времени, когда ускорение равно нулю

1) 9 2) 8 3) 7 4) 6 5) 5

Задание А15.

В цилиндре периметр осевого сечения равен 40 см, диагональ этого сечения образует с плоскостью основания угол 45^o. Найдите объем цилиндра (в куб.см)

1) 100π 2) 150π 3) 200π 4) 250π 5) 300π

Задание А16.

Даны точки $A(1;-2;3), B(5;-1;-2), C(-1;1;2)$. Найдите сумму координат точки $D(x;y;z)$, если $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{0}$

1) -1 2) 2 3) -3 4) 6 5) 8

Задание Б1.

Найдите наибольший общий делитель трех чисел 117, 156, 312

Задание Б2.

Найдите произведение корней уравнения $\dfrac{x^3+6x^2+4x-5}{x^2+8x+15} = 1$

Задание Б3.

Найдите сумму $2x_0 + y_0$, где x_0, y_0 – решение системы $\begin{cases} 3y - x^2 = 13 - 4x \\ x + y = 5 \end{cases}$ и $x_0 \cdot y_0 > 0$

Задание Б4.

Найдите наименьшее целое решение неравенства $\dfrac{(x+3)(x^2+2x-3)}{x^4-9x^2} \geq 0$

Задание Б5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|x-9| = 5x - 33$

Задание Б6.

Найдите сумму всех целых решений системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{7,5-x} < \sqrt{12} \\ \sqrt{(x-1)^2} > 2 \end{cases}$

Задание Б7.

Найдите число корней уравнения $(cosx+1)\,(ctgx-3) = 0$, принадлежащих промежутку $\left[-2\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$

Задание Б8.

Вычислите $\log_{\sqrt{3}} \dfrac{27}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} + \log_{1/3} \dfrac{1}{9+2\sqrt{14}}$

Задание Б9.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{5-5^{x+6}}{(1/2)^{x-4}-8} \leq 0$

Задание Б10.

В прямоугольном треугольнике длина катета, лежащего против угла 60^o, равна $4\sqrt{3}$. Найдите (в см) радиус описанной около треугольника окружности

Задание Б11.

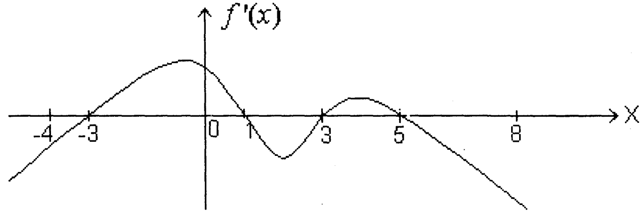
В окружности вписанный угол $\varphi = 75^o$ опирается на дугу AB. Площадь сектора с дугой AB равна $\frac{5}{3}\pi$ см^2. Найдите радиус окружности (в см)

Задание Б12.

Найдите сумму значений t или значение t, если оно единственное, при котором числа $3; t+3; 3t+21$ являются тремя последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии

Задание Б13.

Найдите суммарную длину интервалов возрастания функции $f(x)$ на отрезке $[-4; 8]$, если график ее производной $f'(x)$ на этом отрезке имеет вид



Задание Б14.

График функции $y = \frac{4}{x+a} - b$ получается из графика функции $y = \frac{4}{x+2} - 2$ параллельным переносом на 6 единиц вправо и на 5 единиц вверх. Найдите $a - b$

Вариант № 2/2005

Задание А1.

Вычислите значение дроби $\dfrac{3x^2-5xy+yz}{z^2-2xz+xy}$ при условии, что $\frac{y}{x}=2,\ \frac{x}{z}=4$

1) $-4,16$ 2) $-2,3$ 3) $-1,8$ 4) $\frac{25}{72}$ 5) $2\frac{5}{14}$

Задание А2.

Выражение $\sqrt{\dfrac{8a^3-27b^3}{2a-3b}+6ab}$ можно привести к виду

1) $-|2a+3b|$ 2) $|2a-3b|$ 3) $|2a+3b|$ 4) $-|2a-3b|$ 5) $2a+3b$

Задание А3.

Квадратное уравнение, корни которого в два раза больше корней уравнения $x^2-6x+1=0$, имеет вид $x^2-bx+c=0$. Найдите значение $b\cdot c$

1) 60 2) 48 3) 36 4) 24 5) 12

Задание А4.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y=\frac{4}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=1$

1) 12 2) 7 3) 8 4) 10 5) 5

Задание А5.

Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{x^3+x^2-6x+3}=\sqrt{x^3-1}$ принадлежит промежутку

1) $[2;3)$ 2) $[3;4)$ 3) $[4;5)$ 4) $[5;6)$ 5) $[6;7)$

Задание А6.

Найдите $ctg\alpha$, если выполняется равенство $8ctg\alpha + 6ctg\alpha \cdot sin\alpha - 3sin\alpha - 4 = 0$

1) 1 2) -1 3) 1,5 4) $-1,5$ 5) 0,5

Задание А7.

Упростите выражение $cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot sin(\pi + \alpha) + tg\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

1) 1 2) $sin2\alpha$ 3) $sin^2\alpha$ 4) $cos2\alpha$ 5) $cos^2\alpha$

Задание А8.

Вычислите $cos\left(\frac{\pi}{2} - arccos\frac{1}{3}\right)$

1) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 5) $\frac{1}{6}$

Задание А9.

Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения $(x^2 - 16) \cdot (3^{\sqrt{3x+7}} - 9^{x-1}) = 0$

1) $2\frac{1}{4}$ 2) $\frac{9}{16}$ 3) $\frac{11}{16}$ 4) $5\frac{1}{2}$ 5) $3\frac{1}{2}$

Задание А10.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $\log_{2x+3}(2x^2 + 11x + 10) = 2$

1) 1 2) 2 3) $\frac{1}{2}$ 4) $-\frac{1}{2}$ 5) -1

Задание А11.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\log_{0,5}(3-x) - \log_{0,5}(x+4)}$

1) $(-4;3]$ 2) $\left[-\frac{1}{2};3\right)$ 3) $\left(-\frac{1}{2};3\right)$ 4) $(-\infty;-4)$ 5) $\left(-\frac{1}{2};\infty\right)$

Задание А12.

Найдите все значения a, при которых функция $y = \frac{x^3}{3} - (a+2)x^2 + 4x - 5$ имеет две точки экстремума

1) $(-\infty;-4)\cup(0;\infty)$ 2) $(-\infty;0)\cup(4;\infty)$ 3) $(-\infty;-4]\cup[0;\infty)$ 4) $(-\infty;0]\cup[4;\infty)$ 5) $(-\infty;\infty)$

Задание А13.

Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = 4x - 8$ и $y = 4x + 16$, имеет вид

1) $y + 4x + 4 = 0$ 2) $y + 4x - 4 = 0$ 3) $y - 4x - 4 = 0$ 4) $y - 4x + 4 = 0$ 5) $4y + x - 4 = 0$

Задание А14.

Материальная точка движется по оси OX по закону $x(t) = -\frac{t^3}{6} + 2t^2 - 5$ (x – координата, t – время). Найдите момент времени, когда ускорение равно нулю

1) 6 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание А15.

В правильной четырехугольной усеченной пирамиде длины сторон оснований равны 8 см и 2 см, длина бокового ребра равна 5 см. Найдите площадь (в кв.см) полной поверхности этой пирамиды

1) 80 2) 98 3) 140 4) 148 5) 162

Задание А16.

Даны точки $A(-1;3;2), B(3;-1;4), C(4;2;-6)$. Найдите сумму координат точки $D(x;y;z)$, если $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$

1) $-\frac{14}{3}$ 2) 2 3) 6 4) $-\frac{2}{3}$ 5) 22

Задание Б1.

Найдите наибольший общий делитель трех чисел 144, 540, 288

Задание Б2.

Найдите произведение корней уравнения $x^3 - 3x^2 + 3 + \frac{5}{x-3} = x - \frac{5}{3-x}$

Задание Б3.

Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$, где x_0, y_0 – решение системы $\begin{cases} x^2 + 32 = -2y - 15x \\ x + y = 2 \end{cases}$ и $y_0 - x_0 < 15$

Задание Б4.

Найдите наименьшее целое решение неравенства $\frac{(x+2)(x^2-4x-12)}{x^4-4x^2} \geq 0$

Задание Б5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|3-x| = 3x - 5$

Задание Б6.

Найдите сумму всех целых решений системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{2,5-x} < \sqrt{12} \\ \sqrt{(x+6)^2} \geq 2 \end{cases}$

Задание Б7.

Найдите число корней уравнения $(cosx+1)(ctgx-2) = 0$, принадлежащих промежутку $\left[-2\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$

Задание Б8.

Вычислите $\log_{\sqrt{5}} \frac{125}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} + \log_{0,2} \frac{1}{8+4\sqrt{3}}$

Задание Б9.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\frac{2^{0,2x-0,6}-1}{0,5^{4-x}-4} \leq 0$

Задание Б10.

В прямоугольном треугольнике длина катета, лежащего против угла 60^o, равна $3\sqrt{3}$ дм. Найдите (в дм) радиус описанной около этого треугольника окружности

Задание Б11.

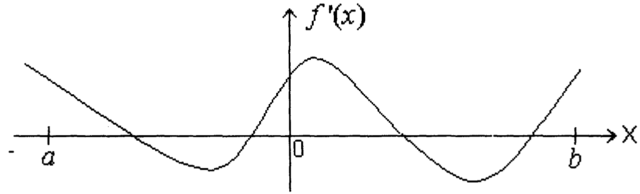
В окружности радиуса $R = \sqrt{\frac{18}{\pi}}$ см вписанный угол $\varphi = 40^o$ опирается на дугу AB. Найдите площадь сектора (в кв.см) с дугой AB

Задание Б12.

Найдите сумму значений t или значение t, если оно единственное, при котором числа $2; t; 2t+6$ являются тремя последовательными членами возрастающей геометрической прогрессии

Задание Б13.

Найдите количество интервалов возрастания функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$, если график ее производной $f'(x)$ на этом отрезке имеет вид



Задание Б14.

График функции $y = \log_2(x+c) - d$ получается из графика функции $y = \log_2(x-2) + 2$ параллельным переносом на 6 единиц влево и на 4 единицы вниз. Найдите $c + d$

Вариант № 3/2005

Задание А1.

Вычислите значение дроби $\dfrac{2xz+y^2-4z^2}{xy-2x^2+yz}$ при условии, что $\frac{x}{z}=-1$, $\frac{y}{x}=3$

1) $-6,5$ 2) $-5,2$ 3) $-1,5$ 4) $2,5$ 5) $3,6$

Задание А2.

Если $a<1$, то выражение $\dfrac{\sqrt{a^2-a\sqrt{12}+3}}{\sqrt{3}-a}$ можно привести к виду

1) 1 2) -1 3) $\sqrt{3}+a$ 4) $a-\sqrt{3}$ 5) $\sqrt{3}$

Задание А3.

Квадратное уравнение, корни которого на 2 единицы больше корней уравнения $x^2-6x+3=0$, имеет вид $x^2-bx+c=0$. Найдите значение $b+c$

1) 10 2) 15 3) 19 4) 26 5) 29

Задание А4.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y=\dfrac{5}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=2$

1) $8,0$ 2) $8,5$ 3) $9,0$ 4) $9,5$ 5) $10,0$

Задание А5.

Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{x^3+x^2-2x-5}=\sqrt{x^3+2}$ принадлежит промежутку

1) $[1;2)$ 2) $[2;3)$ 3) $[3;4)$ 4) $[4;5)$ 5) $[5;6)$

Задание А6.

Найдите $tg\alpha$, если выполняется равенство $5tg\alpha + tg\alpha \cdot cos\alpha - 2cos\alpha - 10 = 0$

1) -2 2) 2 3) -5 4) 4 5) 5

Задание А7.

Упростите выражение $\left(ctg\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + tg(\pi + \alpha) + sin\,(\alpha - \pi)\right) : cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$

1) 1 2) $tg\alpha$ 3) $-ctg\alpha$ 4) -1 5) $ctg\alpha$

Задание А8.

Вычислите $ctg\left(\frac{\pi}{4} - arcctg\frac{5}{4}\right)$

1) $\frac{4}{5}$ 2) 2 3) 3 4) 9 5) 5

Задание А9.

Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения $(x^2 - 1) \cdot (7^{\sqrt{2x+1}+1} - 49^x) = 0$

1) $1\frac{1}{4}$ 2) $\frac{5}{6}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{3}{8}$ 5) $1\frac{1}{2}$

Задание А10.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $\log_{x-3}(x^2 + 3) \cdot \log_4(x - 3) = \log_4(2x^2 - 9x + 23)$

1) 9 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание A11.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{3 - \log_2(x-2)}}$

1) $(2;10]$ 2) $(2;10)$ 3) $(-\infty;10)$ 4) $(-\infty;2)$ 5) $(10;\infty)$

Задание A12.

Найдите все значения a, при которых функция $y = -x^3 + 6(a-1)x^2 - 108x + 4$ убывает на всей числовой прямой

1) $(-\infty;-2) \cup (4;\infty)$ 2) $(-\infty;-2] \cup [4;\infty)$ 3) $(-2;\infty)$ 4) $(-2;4)$ 5) $[-2;4]$

Задание A13.

Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = -2x + 6$ и $y = -2x - 10$, имеет вид

1) $y + 2x + 2 = 0$ 2) $y + 2x - 2 = 0$ 3) $y + 2x - 4 = 0$ 4) $2y + x - 2 = 0$ 5) $y - 2x + 2 = 0$

Задание A14.

Две точки движутся по оси OX по законам движения $x_1(t) = \dfrac{t^3}{3} + 8$ и $x_2(t) = t^2 + 3t - 7$ (x – координата, t – время). Определите промежуток времени, в течение которого скорость первой точки меньше скорости второй

1) $(2;8)$ 2) $(3;\infty)$ 3) $(5;\infty)$ 4) $[0;3)$ 5) $(1;4)$

Задание A15.

В усеченном конусе площади оснований равны 25π см^2 и 64π см^2, образующая составляет с плоскостью основания угол 60^o. Найдите площадь (в кв.см) боковой поверхности этого конуса

1) 24π 2) 36π 3) 42π 4) 78π 5) 154π

Задание А16.

Даны точки $A(-1;2;1), B(3;-1;2), C(1;2;-1)$. Найдите сумму координат точки $M(x;y;z)$, если $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CM} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$

1) -1 2) 2 3) 0 4) -6 5) 5

Задание Б1.

Найдите наименьшее общее кратное трех чисел 66, 363, 36

Задание Б2.

Найдите произведение корней уравнения $x^3 - 3x^2 + 12 + \frac{7}{x-3} = 4x - \frac{7}{3-x}$

Задание Б3.

Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$, где x_0, y_0 – решение системы $\begin{cases} 5y - 8x = x^2 + 30 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases}$ и $y_0 - x_0 < 10$

Задание Б4.

Найдите наибольшее целое решение неравенства $\dfrac{(x^2-16)(x^2-6x+8)}{x^3-64} \leq 0$

Задание Б5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|x+5| = -4-2x$

Задание Б6.

Найдите сумму всех целых решений системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{14,5-x} < \sqrt{11} \\ \sqrt{(x-8)^2} > 3 \end{cases}$

Задание Б7.

Найдите в градусах среднее арифметическое всех различных корней уравнения $(cosx-1)(ctgx-\sqrt{3}) = 0$, принадлежащих промежутку $(-90^o; 360^o)$

Задание Б8.

Вычислите $\log_{\sqrt{7}} \dfrac{49}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \log_{1/7} \dfrac{1}{8+2\sqrt{15}}$

Задание Б9.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{1-2^{x+7}}{2-0,5^{x+3}} \geq 0$

Задание Б10.

В окружность радиуса 13 м вписан прямоугольный треугольник с острым углом, косинус которого равен $\frac{5}{13}$. Найдите (в кв.м) площадь этого треугольника

Задание Б11.

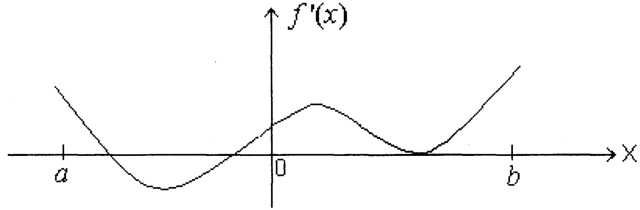
В окружности радиуса $R = \sqrt{\frac{18}{\pi}}$ см вписанный угол $\varphi = 50^o$ опирается на дугу AB. Найдите площадь сектора (в кв.см) с дугой AB

Задание Б12.

Найдите сумму значений x или значение x, если оно единственное, при котором отрицательные числа $x-1; 2x-1; x^2-5$ являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии

Задание Б13.

Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$, если график ее производной $f'(x)$ на этом отрезке имеет вид



Задание Б14.

График функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-p} + t$ получается из графика функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} + 3$ параллельным переносом на 6 единиц влево и на 4 единицы вниз. Найдите $p - t$

Вариант № 4/2005

Задание А1.

Вычислите значение дроби $\dfrac{4x^2+xy-2xz}{3y^2+2xz-z^2}$ при условии, что $\dfrac{y}{z}=2$, $\dfrac{x}{y}=3$

1) $3\frac{8}{27}$ 2) $4,5$ 3) $6\frac{6}{23}$ 4) $6\frac{2}{9}$ 5) $7,2$

Задание А2.

Выражение $\sqrt{\dfrac{8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3}{2a-3b}+24ab}$ можно привести к виду

1) $|2a-3b|$ 2) $-(2a+3b)$ 3) $2a-3b$ 4) $|2a+3b|$ 5) $2a+3b$

Задание А3.

Квадратное уравнение, корни которого в три раза больше корней уравнения $x^2-9x+1=0$, имеет вид $x^2-bx+c=0$. Найдите значение $b+c$

1) 28 2) 30 3) 36 4) 72 5) 90

Задание А4.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y=\dfrac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=5$

1) 6 2) 7 3) 8 4) 4 5) 5

Задание А5.

Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{x^3+2x^2-8x}=\sqrt{x^3-2}$ принадлежит промежутку

1) $[1;2)$ 2) $[2;3)$ 3) $[3;4)$ 4) $[4;5)$ 5) $[5;6)$

Задание А6.

Найдите $ctg\alpha$, если выполняется равенство $6ctg\alpha + 3ctg\alpha \cdot cos\alpha - 4cos\alpha - 8 = 0$

1) 1 2) -2 3) $1\frac{1}{3}$ 4) $\frac{2}{3}$ 5) $-\frac{2}{3}$

Задание А7.

Упростите выражение $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos(2\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(\alpha - 3\pi) - \sin^2\alpha$

1) 1 2) -1 3) $\cos^2\alpha$ 4) $\sin 2\alpha$ 5) $-2\sin^2\alpha$

Задание А8.

Вычислите $ctg\left(\frac{3\pi}{4} - arcctg\frac{4}{5}\right)$

1) $\frac{3}{5}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $\frac{4}{9}$ 4) $1\frac{1}{4}$ 5) $\frac{4}{5}$

Задание А9.

Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения $(x^2 - 16) \cdot (4^{\sqrt{2x+7}} - 2^{2x+4}) = 0$

1) $2\frac{3}{4}$ 2) $-\frac{1}{2}$ 3) $2\frac{1}{2}$ 4) $\frac{1}{3}$ 5) $\frac{2}{3}$

Задание А10.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $\log_{x+3}(2x^2 + 3x - 1) = 2$

1) -1 2) -2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание А11.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\log_{0,5} \dfrac{x-1}{3x+5}}$

1) $\left(-3; -1\frac{2}{3}\right)$ 2) $(-\infty; -3] \cup (1; \infty)$ 3) $\left(-1\frac{2}{3}; 1\right)$ 4) $(-\infty; -3) \cup \left(-1\frac{2}{3}; \infty\right)$ 5) $(-3; -1)$

Задание А12.

Найдите все значения a, при которых функция $y = \frac{x^3}{3} + (a-1)x^2 + 4x - 10$ не имеет точек экстремума

1) $(-1; 3)$ 2) $(-1; 5)$ 3) $[-1; 5]$ 4) $[-1; 3]$ 5) $(-\infty; \infty)$

Задание А13.

Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = -3x + 6$ и $y = -3x + 12$, имеет вид

1) $y - 3x + 9 = 0$ 2) $y + 3x + 9 = 0$ 3) $3y + x - 9 = 0$ 4) $y + 3x - 9 = 0$ 5) $y - 3x - 9 = 0$

Задание А14.

Материальная точка движется по оси OX по закону $x(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 5t$ (x – координата в метрах, t – время в секундах). Через сколько секунд после начала движения точка остановится ?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание А15.

В цилиндре высотой 5 см на расстоянии 8 см от оси параллельно ей проведено сечение площадью 60 см^2. Найдите объем цилиндра (в куб.см)

1) 100π 2) 200π 3) 300π 4) 400π 5) 500π

Задание А16.

Даны точки $A(3;-1;-2), B(5;-3;4), C(-1;3;-3)$. Найдите сумму координат точки $D(x;y;z)$, если $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{0}$

1) $5\frac{2}{3}$ 2) 2 3) $2\frac{2}{3}$ 4) $3\frac{1}{3}$ 5) 5

Задание Б1.

Найдите наибольший общий делитель трех чисел 525, 315, 210

Задание Б2.

Найдите произведение корней уравнения $\dfrac{x^3+4x^2-x-22}{x^2+3x-10}=1$

Задание Б3.

Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$, где x_0, y_0 – решение системы $\begin{cases} x^2-3y=-4x-21 \\ x+y=5 \end{cases}$ и $y_0 - x_0 < 15$

Задание Б4.

Найдите наибольшее целое решение неравенства $\dfrac{(7-x)(x^2-2x-35)}{x^3-49x} \geq 0$

Задание Б5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|x+2| = 3x + 10$

Задание Б6.

Найдите сумму всех целых решений системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{13,5 - x} < \sqrt{10} \\ \sqrt{(x-8)^2} \geq 3 \end{cases}$

Задание Б7.

Найдите число корней уравнения $\dfrac{2sin^2x + 3sinx}{1 - cosx} = 0$, принадлежащих промежутку $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}\right)$

Задание Б8.

Вычислите $\log_{\sqrt{2}} \dfrac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \log_{0,5} \dfrac{1}{12 + 2\sqrt{35}}$

Задание Б9.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{3^{x-4} - 3}{0,25^{x-2} - 4} \geq 0$

Задание Б10.

В прямоугольном треугольнике длина катета, лежащего против угла 45^o, равна $2\sqrt{2}$ см. Найдите (в см) радиус описанной около этого треугольника окружности

Задание Б11.

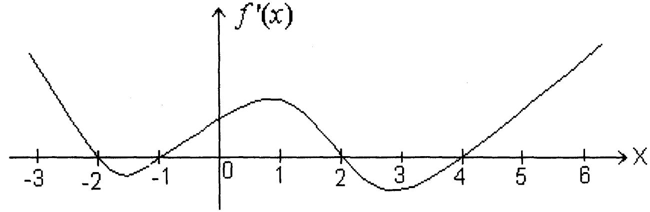
В окружности радиуса $R = \sqrt{\frac{40}{\pi}}$ см вписанный угол $\varphi = 27^o$ опирается на дугу AB. Найдите площадь сектора (в кв.см) с дугой AB

Задание Б12.

Найдите сумму значений t или значение t, если оно единственное, при котором числа $2; t+2; 3t+14$ являются тремя последовательными членами знакочередующейся геометрической прогрессии

Задание Б13.

Найдите суммарную длину интервалов убывания функции $f(x)$ на отрезке $[-3; 6]$, если график ее производной $f'(x)$ на этом отрезке имеет вид



Задание Б14.

График функции $y = \frac{3}{x-a} - b$ получается из графика функции $y = \frac{3}{x-1} + 2$ параллельным переносом на 3 единицы влево и на 5 единиц вниз. Найдите $a + b$

Вариант № 5/2005

Задание A1.

Вычислите значение дроби $\dfrac{3y^2+2xz-z^2}{4x^2-5xy-yz}$ при условии, что $\frac{z}{y}=-2,\ \frac{y}{x}=3$

1) $-2,5$ 2) $-3,0$ 3) $-2\frac{1}{3}$ 4) $2,7$ 5) $3\frac{1}{12}$

Задание A2.

Если $a\in(0;\sqrt{3})$, то выражение $(a^2-3):\sqrt{\left(\dfrac{a^2+3}{2a}\right)^2-3}$ можно привести к виду

1) 1 2) $\sqrt{a^2-3}$ 3) $-\sqrt{a^2-3}$ 4) $2a$ 5) $-2a$

Задание A3.

Квадратное уравнение, корни которого на 3 единицы меньше корней уравнения $x^2-3x-2=0$, имеет вид $x^2-bx+c=0$. Найдите значение $b+c$

1) 7 2) 9 3) -7 4) -5 5) -9

Задание A4.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y=\dfrac{7}{2x}$ в точке с абсциссой $x_0=-4$

1) $3,5$ 2) $7,0$ 3) $2,5$ 4) $8,0$ 5) $4,5$

Задание A5.

Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{x^3+3x^2+6x}=\sqrt{x^3+3}$ принадлежит промежутку

1) $[-2;-1)$ 2) $[-1;0)$ 3) $[0;1)$ 4) $[1;2)$ 5) $[2;3)$

Задание А6.

Найдите $tg\alpha$, если выполняется равенство $4tg\alpha - 2tg\alpha \cdot sin\alpha - 3sin\alpha + 6 = 0$

1) $-1,5$ 2) -2 3) $-0,5$ 4) $0,5$ 5) $1,5$

Задание А7.

Упростите выражение $sin\,(\alpha - 5\pi) \cdot cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + ctg\,(\pi + \alpha) \cdot cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

1) 1 2) $cos2\alpha$ 3) $sin2\alpha$ 4) $cos^2\alpha$ 5) $sin^2\alpha$

Задание А8.

Вычислите $ctg\left(arcsin\frac{4}{5}\right)$

1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{3}{4}$ 4) 4 5) $\frac{3}{5}$

Задание А9.

Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения $(5^{x-2} - 5^{\sqrt{12-2x}})(x^2 - 25) = 0$

1) $-\frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $1\frac{1}{3}$ 4) $2\frac{1}{3}$ 5) $4,5$

Задание А10.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $\log_{x+2}(2x^2+1) \cdot \log_3(x+2) = \log_3(3x^2 - 2x - 2)$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание А11.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\log_2(x+4) - \log_2(2x-3)}$

1) $(-4,0;1,0]$ 2) $(-4,0;1,5)$ 3) $(1,5;7,0]$ 4) $(1,0;1,5)$ 5) $(-\infty;1,0]$

Задание А12.

Найдите все значения a, при которых функция $y = x^3 + 3(a+1)x^2 + 48x - 12$ возрастает на всей числовой прямой

1) $(-\infty;-5] \cup [3;\infty)$ 2) $(-5;3)$ 3) $(-\infty;-5)$ 4) $(3;\infty)$ 5) $[-5;3]$

Задание А13.

Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = -4x + 12$ и $y = -4x + 20$, имеет вид

1) $4y - x + 16 = 0$ 2) $4y + x - 16 = 0$ 3) $y + 4x + 16 = 0$ 4) $y - 4x + 16 = 0$ 5) $y + 4x - 16 = 0$

Задание А14.

Материальная точка движется по оси OX по закону $x(t) = t^2 + 6t - 4$ (x– координата в метрах, t – время в секундах). Через сколько секунд после начала движения ее скорость будет равна 10 м/сек ?

1) 2,5 2) 2,0 3) 3,0 4) 4,0 5) 3,5

Задание А15.

В правильной треугольной усеченной пирамиде длина стороны меньшего основания равна 2 см, а боковое ребро длиной $\sqrt{2}$ см образует со стороной большего основания угол 45^o. Найдите площадь (в кв.см) боковой поверхности этой пирамиды

1) 6 2) 9 3) 3 4) 12 5) 15

Задание А16.

Даны точки $A(-3;1;2), B(1;-3;4), C(3;1;-2)$. Найдите сумму координат точки $M(x;y;z)$, если $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{0}$

1) 1 2) 8 3) -3 4) 4 5) -14

Задание Б1.

Найдите наименьшее общее кратное трех чисел 180, 75, 135

Задание Б2.

Найдите произведение корней уравнения $\dfrac{x^3+2x^2-4x-5}{x^2-1}=1$

Задание Б3.

Найдите сумму x_0+y_0, где x_0, y_0 – решение системы $\begin{cases} 2y+x^2=20-3x \\ y-x=7 \end{cases}$ и $x_0\cdot y_0<-1$

Задание Б4.

Найдите наименьшее целое решение неравенства $\dfrac{(x+2)(x^2-2x-8)}{x^4-16}\geq 0$

Задание Б5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|x-3| = 9-2x$

Задание Б6.

Найдите сумму всех целых решений системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{12,5-x} < \sqrt{10} \\ \sqrt{(x-7)^2} > 3 \end{cases}$

Задание Б7.

Найдите в градусах среднее арифметическое всех различных корней уравнения $\dfrac{sinx - sin3x}{1-cosx} = 0$, принадлежащих промежутку $(-90^o; 270^o)$

Задание Б8.

Вычислите $\lg 5 \cdot \lg 20 + (\lg 2)^2$

Задание Б9.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{4-2^{x-3}}{(1/3)^{x-4}-9} \leq 0$

Задание Б10.

В окружность радиуса $R = 5\sqrt{3}$ см вписан прямоугольный треугольник с острым углом 60^o. Найдите (в см) длину катета, противолежащего этому углу

Задание Б11.

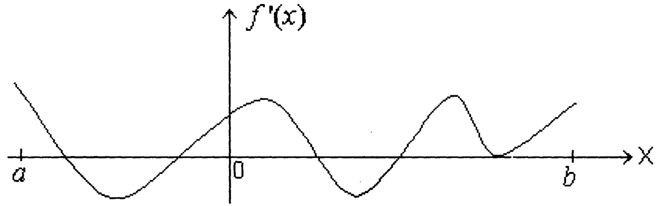
В окружности радиуса $R=\sqrt{\frac{20}{\pi}}$ см вписанный угол $\varphi = 63^o$ опирается на дугу AB. Найдите площадь сектора (в кв.см) с дугой AB

Задание Б12.

Найдите сумму значений x или значение x, если оно единственное, при котором неотрицательные числа $x; 3-x; x^2-4$ являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии

Задание Б13.

Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$, если график ее производной $f`(x)$ на этом отрезке имеет вид



Задание Б14.

График функции $y=\log_2(x+c)+d$ получается из графика функции $y=\log_2(x-3)+3$ параллельным переносом на 4 единицы влево и на 5 единиц вниз. Найдите $c+d$

Вариант № 6/2005

Задание A1.

Вычислите значение дроби $\dfrac{4yz-y^2+2xz}{3xy+4x^2-2z^2}$ при условии, что $\frac{z}{x}=4$, $\frac{x}{y}=-2$

1) $\frac{1}{128}$ 2) $\frac{2}{133}$ 3) $\frac{4}{85}$ 4) $-\frac{1}{128}$ 5) $\frac{1}{118}$

Задание A2.

Выражение $\sqrt{\dfrac{a\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}-\sqrt{a}}$ можно привести к виду

1) $|\sqrt{a}-1|$ 2) $\sqrt{a}+1$ 3) $1-\sqrt{a}$ 4) $|a-1|$ 5) $|a+1|$

Задание A3.

Квадратное уравнение, корни которого равны $(-2x_1)$ и $(-2x_2)$, где x_1, x_2 – корни уравнения $x^2-5x+2=0$, имеет вид $x^2-bx+c=0$. Найдите значение $b-c$

1) -2 2) 2 3) -27 4) -24 5) -18

Задание A4.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y=\frac{7}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=3$

1) 12 2) 8 3) 7 4) 14 5) 15

Задание A5.

Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{x^3+2x^2-8x+1}=\sqrt{x^3-3}$ принадлежит промежутку

1) $[1;2)$ 2) $[2;3)$ 3) $[3;4)$ 4) $[4;5)$ 5) $[5;6)$

Задание А6.

Найдите $ctg\alpha$, если выполняется равенство $3ctg\alpha + ctg\alpha \cdot sin\alpha + 3sin\alpha + 9 = 0$

1) 1 2) 2 3) 3 4) -3 5) -2

Задание А7.

Упростите выражение $\left(tg\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - ctg(\pi - \alpha) + cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)\right) : sin\,(\pi + \alpha)$

1) 1 2) $tg\alpha$ 3) $ctg\alpha$ 4) -1 5) $-tg\alpha$

Задание А8.

Вычислите $tg\left(\frac{\pi}{4} - arctg\frac{1}{2}\right)$

1) $1\frac{1}{2}$ 2) 2 3) 3 4) $\frac{1}{3}$ 5) $\frac{2}{3}$

Задание А9.

Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения $(x^2 - 4)(2^{\sqrt{4x+5}} - 2^{x+2}) = 0$

1) 1 2) $-\frac{1}{3}$ 3) 0 4) $\frac{1}{3}$ 5) $\frac{2}{3}$

Задание А10.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $\log_{x-2}(2x^2 - 11x + 16) = 2$

1) 7 2) 2 3) 3 4) 4 5) 6

Задание A11.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{2 - \log_3(4 - 2x)}}$

1) $(-2,5;\infty)$ 2) $(-\infty;2)$ 3) $(-2,5;2)$ 4) $(-2,5;2]$ 5) $(-\infty;2,5)$

Задание A12.

Найдите все значения a, при которых функция $y = \dfrac{x^3}{3} + 2(a-5)x^2 + 16x - 9$ имеет две точки экстремума

1) $[3;7]$ 2) $(3;7)$ 3) $(-\infty;3)\cup(7;\infty)$ 4) $(-\infty;3]\cup[7;\infty)$ 5) $(-\infty;-3)\cup(7;\infty)$

Задание A13.

Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = 2x + 8$ и $y = 2x + 12$, имеет вид

1) $y + 2x - 10 = 0$ 2) $y - 2x - 10 = 0$ 3) $y - 2x + 10 = 0$ 4) $2y - x - 10 = 0$ 5) $2y + x - 10 = 0$

Задание A14.

Материальная точка движется по оси OX по закону $x(t) = t^3 - 3t^2 + 8$ (x – координата, t – время). Найдите момент времени, когда ускорение равно нулю

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание A15.

В усеченном конусе с образующей длиной 5 см периметр осевого сечения равен 40 см. Найдите площадь (в кв.см) боковой поверхности этого конуса

1) 65π 2) 70π 3) 75π 4) 80π 5) 85π

Задание А16.

Даны точки $A(-1;3;1), B(4;-3;2), C(-1;-2;-4)$. Найдите сумму координат точки $D(x;y;z)$, если $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{0}$

1) -7 2) -3 3) 3 4) -2 5) 7

Задание Б1.

Найдите наибольший общий делитель трех чисел 504, 216, 360

Задание Б2.

Найдите произведение корней уравнения $\dfrac{x^3+6x^2+x-14}{x^2+5x+6}=1$

Задание Б3.

Найдите разность y_0-x_0, где x_0, y_0 – решение системы $\begin{cases} 3y+6x=x^2+23 \\ x+y=9 \end{cases}$ и $x_0 \cdot y_0>0$

Задание Б4.

Найдите наибольшее целое решение неравенства $\dfrac{(x-5)(x^2-2x-15)}{x^4-25x^2}\le 0$

Задание Б5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|x+6| = 2x+3$

Задание Б6.

Найдите сумму всех целых решений системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{11,5-x} < \sqrt{12} \\ \sqrt{(x-5)^2} \geq 2 \end{cases}$

Задание Б7.

Найдите число корней уравнения $(cosx-1)\left(ctgx+\frac{1}{2}\right)=0$, принадлежащих промежутку $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

Задание Б8.

Вычислите $\dfrac{1+2\log_3 2}{(1+\log_3 2)^2} + \log_6^2 2$

Задание Б9.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{0,2^{3-x}-5}{4-2^{x+3}} \geq 0$

Задание Б10.

В прямоугольном треугольнике синус одного из углов равен $\frac{2}{5}$, а противолежащий этому углу катет равен 20 см. Найдите (в см) радиус описанной около треугольника окружности

Задание Б11.

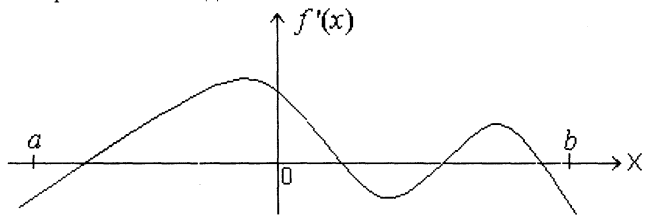
В окружности радиуса $R = \sqrt{\frac{40}{\pi}}$ см вписанный угол $\varphi = 36^o$ опирается на дугу AB. Найдите площадь сектора (в кв.см) с дугой AB

Задание Б12.

Найдите сумму значений t или значение t, если оно единственное, при котором числа $-3; t+1; 2t-7$ являются тремя последовательными членами убывающей геометрической прогрессии

Задание Б13.

Найдите количество интервалов убывания функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$, если график ее производной $f'(x)$ на этом отрезке имеет вид



Задание Б14.

График функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+p} - t$ получается из графика функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+3} - 1$ параллельным переносом на 6 единиц вправо и на 5 единиц вверх. Найдите $p + t$

Вариант № 7/2005

Задание A1.

Вычислите значение дроби $\dfrac{2z^2 - xy - 2yz}{3xz - x^2 - 4y^2}$ при условии, что $\dfrac{x}{y} = -2$, $\dfrac{y}{z} = 5$

1) $-\dfrac{21}{115}$ 2) $-\dfrac{1}{15}$ 3) $-1,2$ 4) $2\dfrac{1}{110}$ 5) $3,75$

Задание A2.

Если $a < -\pi$, то выражение $\dfrac{\sqrt{a(a+6)+9} - 4}{\sqrt{a^2 - 2a + 1}}$ после упрощения примет вид

1) 1 2) -1 3) $\dfrac{a+7}{a-1}$ 4) $\dfrac{a+7}{1-a}$ 5) $\dfrac{a-7}{a-1}$

Задание A3.

Квадратное уравнение, корни которого на 1 единицу меньше корней уравнения $x^2 - 6x + 3 = 0$, имеет вид $x^2 - bx + c = 0$. Найдите значение $b - c$

1) 6 2) 2 3) -4 4) 4 5) -6

Задание A4.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y = \dfrac{7}{5x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$

1) $1\frac{2}{5}$ 2) 2 3) 3 4) $2\frac{4}{5}$ 5) $3\frac{1}{5}$

Задание A5.

Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{x^3 - x^2 + 2x + 13} = \sqrt{x^3 + 4}$ принадлежит промежутку

1) $[1;2)$ 2) $[2;3)$ 3) $[3;4)$ 4) $[4;5)$ 5) $[5;6)$

Задание А6.

Найдите $tg\alpha$, если выполняется равенство $6tg\alpha - 2tg\alpha \cdot sin\alpha - 5sin\alpha + 15 = 0$

1) $-1,5$ 2) $-2,0$ 3) $-2,5$ 4) $2,5$ 5) $-5,0$

Задание А7.

Упростите выражение $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \cos(2\pi - \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

1) 1 2) $\sin 2\alpha$ 3) $\cos 2\alpha$ 4) -1 5) $\sin^2\alpha$

Задание А8.

Вычислите $cos\left(\pi - arcsin\frac{40}{41}\right)$

1) $\frac{9}{41}$ 2) $\frac{39}{41}$ 3) $\frac{7}{41}$ 4) $-\frac{39}{41}$ 5) $-\frac{9}{41}$

Задание А9.

Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения $(x^2 - 9)(9^{\sqrt{4x+1}} - 3^{2x-2}) = 0$

1) $5\frac{1}{4}$ 2) $1,5$ 3) $3,0$ 4) $4,5$ 5) 0

Задание А10.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения
$\log_{x-3}(x^2 + 2) \cdot \log_2(x - 3) = \log_2(2x^2 - 9x + 22)$

1) 9 2) 8 3) 3 4) 4 5) 5

Задание А11.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\log_{0,1} \dfrac{2x-1}{9-3x}}$

1) $(0,5;2]$ 2) $(0,5;2)$ 3) $[2;3)$ 4) $[2;3) \in \left\{\frac{1}{2}\right\}$ 5) $(3;\infty)$

Задание А12.

Найдите все значения a, при которых функция $y = -x^3 + 3(a+5)x^2 - 75x + 12$ убывает на всей числовой прямой

1) $(-\infty;0) \cup (10;\infty)$ 2) $(0;10)$ 3) $[0;10]$ 4) $(-10;0)$ 5) $[-10;0]$

Задание А13.

Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = 5x + 5$ и $y = 5x - 15$, имеет вид

1) $y + 5x - 5 = 0$ 2) $y - 5x - 10 = 0$ 3) $y - 5x + 10 = 0$ 4) $y - 5x + 5 = 0$ 5) $y + 5x + 5 = 0$

Задание А14.

Две точки движутся по оси OX по законам движения $x_1(t) = 9t^2 + 1$ и $x_2(t) = t^3$ (x - координата, t - время). Определите промежуток времени, в течение которого скорость первой точки меньше скорости второй

1) $(2;6)$ 2) $(5;\infty)$ 3) $(0;6)$ 4) $(1;3)$ 5) $(6;\infty)$

Задание А15.

В цилиндре сечение площадью $14\sqrt{3}$ см^2, параллельное оси, отсекает от окружности основания дугу в 120^o. Найдите площадь (в кв.см) боковой поверхности цилиндра

1) 14π 2) 28π 3) 36π 4) 42π 5) 56π

Задание А16.

Даны точки $A(-3;2;6), B(3;-2;4), C(-1;3;-3)$. Найдите сумму координат точки $M(x;y;z)$, если $\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{0}$

1) -13 2) 10 3) -9 4) 20 5) -12

Задание Б1.

Найдите наименьшее общее кратное трех чисел 117,156,208

Задание Б2.

Найдите произведение корней уравнения $x^3 - 5x^2 + 5 + \dfrac{1}{x-5} = x - \dfrac{1}{5-x}$

Задание Б3.

Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$, где x_0, y_0 – решение системы $\begin{cases} 7y - x^2 = 2x + 11 \\ y - x = 1 \end{cases}$ и $x_0 + y_0 < 5$

Задание Б4.

Найдите наибольшее целое решение неравенства $\dfrac{(4-x^2)(3x^2-7x+2)}{x^3-8} \geq 0$

Задание Б5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|x-2| = 7-2x$

Задание Б6.

Найдите сумму всех целых решений системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{10,5-x} < \sqrt{11} \\ \sqrt{(x-4)^2} > 2 \end{cases}$

Задание Б7.

Найдите в градусах среднее арифметическое всех различных корней уравнения $\dfrac{sin5x - sinx}{1-sinx} = 0$, принадлежащих промежутку $[0^o; 270^o)$

Задание Б8.

Вычислите $\log_{33} 11 \cdot \log_{33} 99 + \log_{33}^2 3$

Задание Б9.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{0,2^{4-x}-1}{2^{x+4}-4} \leq 0$

Задание Б10.

В прямоугольном треугольнике косинус одного из углов равен $\frac{1}{3}$, а прилежащий катет равен 12 см. Найдите (в см) радиус описанной около треугольника окружности

Задание Б11.

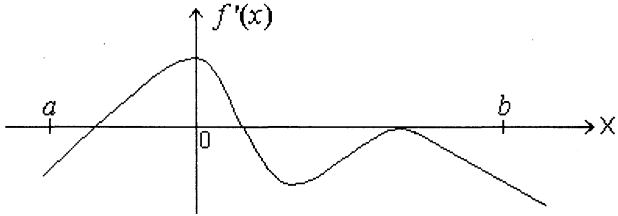
В окружности радиуса $R = \sqrt{\frac{30}{\pi}}$ см вписанный угол $\varphi = 54^o$ опирается на дугу AB. Найдите площадь сектора (в кв.см) с дугой AB

Задание Б12.

Найдите сумму значений x или значение x, если оно единственное, при котором отрицательные числа $x-2; x; x^2-10$ являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии

Задание Б13.

Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$, если график ее производной $f'(x)$ на этом отрезке имеет вид



Задание Б14.

График функции $y = \frac{5}{x-a} + b$ получается из графика функции $y = \frac{5}{x+1} - 5$ параллельным переносом на 5 единиц вправо и на 6 единиц вверх. Найдите $a - b$

Вариант № 8/2005

Задание А1.

Вычислите значение дроби $\dfrac{2y^2 - 3xz + z^2}{3xy + 5x^2 - yz}$ при условии, что $\dfrac{y}{x} = 2$, $\dfrac{z}{y} = -1$

1) $2,4$ 2) $1,2$ 3) $0,8$ 4) $-1,5$ 5) $-2,7$

Задание А2.

Выражение $\sqrt{\dfrac{0,125x^3 + 27y^3}{0,5x + 3y} - 1,5xy}$ можно привести к виду

1) $0,5x + 3y$ 2) $|0,5x + 3y|$ 3) $0,5x - 3y$ 4) $|0,5x - 3y|$ 5) $3y - 0,5x$

Задание А3.

Квадратное уравнение, корни которого равны $(-3x_1)$ и $(-3x_2)$, где x_1, x_2 – корни уравнения $x^2 - 4x - 6 = 0$, имеет вид $x^2 - bx + c = 0$. Найдите значение $b + c$

1) 42 2) -66 3) -42 4) -18 5) -54

Задание А4.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y = -\dfrac{4}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 5$

1) 8 2) 7 3) 6 4) 4 5) 5

Задание А5.

Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{x^3 + 2x^2 - 7x + 2} = \sqrt{x^3 - 4}$ принадлежит промежутку

1) $[1; 2)$ 2) $[2; 3)$ 3) $[3; 4)$ 4) $[4; 5)$ 5) $[5; 6)$

Задание А6.

Найдите $ctg\alpha$, если выполняется равенство $3ctg\alpha - 2ctg\alpha \cdot cos\alpha - 6cos\alpha + 9 = 0$

1) -1 2) 2 3) -3 4) $-2,5$ 5) $-1,5$

Задание А7.

Упростите выражение $3cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + tg\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot sin\left(\pi - \alpha\right) \cdot cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

1) 1 2) $cos2\alpha$ 3) $sin2\alpha$ 4) $-cos2\alpha$ 5) $-sin2\alpha$

Задание А8.

Вычислите $tg\left(\frac{\pi}{4} - arctg\frac{1}{4}\right)$

1) $1\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{3}{5}$ 4) $\frac{2}{5}$ 5) $\frac{3}{4}$

Задание А9.

Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения $(x^2 - 1)(6^{\sqrt{3x+1}} - 6^{2x-1}) = 0$

1) $1,5$ 2) $\frac{7}{16}$ 3) $\frac{7}{12}$ 4) $\frac{11}{12}$ 5) $1\frac{3}{8}$

Задание А10.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $\log_{2x-3}(5x^2 - 18x + 17) = 2$

1) -1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 6

Задание A11.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\log_{0,3}(4-2x) - \log_{0,3}(x+2)}$

1) $\left[\frac{2}{3}; 2\right)$ 2) $(-2; 2)$ 3) $\left(-2; \frac{2}{3}\right]$ 4) $\left(-2; \frac{2}{3}\right] \cup \{2\}$ 5) $(2; \infty)$

Задание A12.

Найдите все значения a, при которых функция $y = x^3 + 6(a-3)x^2 + 48x - 5$ не имеет точек экстремума

1) $(-\infty; 1] \cup [5; \infty)$ 2) $[1; 5]$ 3) $(1; 5)$ 4) $(-\infty; 1) \cup (5; \infty)$ 5) $(-\infty; \infty)$

Задание A13.

Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = 6x - 18$ и $y = 6x + 6$, имеет вид

1) $y - 6x + 6 = 0$ 2) $y - 6x - 12 = 0$ 3) $y + 6x + 6 = 0$ 4) $y + 6x - 12 = 0$ 5) $y - 6x + 12 = 0$

Задание A14.

Материальная точка движется по оси OX по закону $x(t) = 2t^3 - 3t^2 - 12t$ (x – координата в метрах, t – время в секундах). Через сколько секунд после начала движения точка остановится ?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание A15.

В усеченной пирамиде с объемом 475 см^3 и высотой 15 см площади оснований относятся как 4:9. Найдите площадь (в кв.см) большего основания пирамиды

1) 20 2) 25 3) 30 4) 40 5) 45

Задание А16.

Даны точки $A(2;-1;-3), B(-4;1;3), C(1;6;4)$. Найдите сумму координат точки $D(x;y;z)$, если $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{0}$

1) 10 2) 37 3) 26 4) -14 5) 39

Задание Б1.

Найдите наибольший общий делитель трех чисел 162, 270, 378

Задание Б2.

Найдите произведение корней уравнения $\dfrac{x^3+6x^2-3x-26}{x^2+x-6} = 1$

Задание Б3.

Найдите сумму $x_0 + 2y_0$, где x_0, y_0 – решение системы $\begin{cases} x^2 - 5x = 18 - 2y \\ x - y = -7 \end{cases}$ и $x_0 \cdot y_0 < 0$

Задание Б4.

Найдите наименьшее целое решение неравенства $\dfrac{(x+2)(x^2-3x-10)}{x^3-4x} \leq 0$

Задание Б5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|x+5| = -2x-1$

Задание Б6.

Найдите сумму всех целых решений системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{9,5-x} < \sqrt{11} \\ \sqrt{(x-3)^2} \geq 3 \end{cases}$

Задание Б7.

Найдите число корней уравнения $\dfrac{cos3x - cosx}{1 - cosx} = 0$, принадлежащих промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Задание Б8.

Вычислите $\dfrac{1 + 2\log_3 11}{(1 + \log_3 11)^2} + \log_{33}^2 11$

Задание Б9.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{0,2^{x+3} - 5}{4 - 2^{x+10}} \leq 0$

Задание Б10.

В окружность радиуса 8 см вписан прямоугольный треугольник, у которого косинус одного из углов равен $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите (в см) длину катета, противолежащего этому углу

Задание Б11.

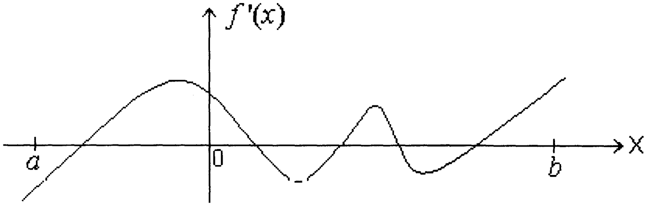
В окружности вписанный угол $\varphi = 15^o$ опирается на дугу AB. Площадь сектора с дугой AB равна $\frac{3}{4}\pi$ см^2. Найдите радиус окружности (в см)

Задание Б12.

Найдите сумму значений t или значение t, если оно единственное, при котором числа $-2; t-3; 2t-12$ являются тремя последовательными членами знакочередующейся геометрической прогрессии

Задание Б13.

Найдите количество интервалов возрастания функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$, если график ее производной $f'(x)$ на этом отрезке имеет вид



Задание Б14.

График функции $y = \log_2(x - c) - d$ получается из графика функции $y = \log_2(x - 3) + 4$ параллельным переносом на 4 единицы влево и на 6 единиц вниз. Найдите $c - d$

Вариант № 9/2005

Задание A1.

Вычислите значение дроби $\dfrac{4xy-2yz+y^2}{z^2+3xz+2x^2}$ при условии, что $\frac{y}{z}=3,\ \frac{z}{x}=2$

1) $-1,4$ 2) $2,0$ 3) $3,0$ 4) $0,75$ 5) $4,5$

Задание A2.

Если $a\in(2;3)$, то выражение $(\sqrt{3}+a)\sqrt{3-a\sqrt{12}+a^2}$ можно привести к виду

1) $3-a^2$ 2) a^2 3) $-a^2$ 4) a^2-3 5) $\sqrt{3}$

Задание A3.

Квадратное уравнение, корни которого на 2 единицы меньше корней уравнения $x^2-6x-1=0$, имеет вид $x^2-bx+c=0$. Найдите значение $b\cdot c$

1) 12 2) -12 3) -18 4) -24 5) -48

Задание A4.

Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y=-\dfrac{2}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=-3$

1) 6 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание A5.

Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{2x^3-2x^2+3x-2}=\sqrt{2x^3-1}$ принадлежит промежутку

1) $[0;0,6)$ 2) $[0,6;1,0)$ 3) $[1,0;1,4)$ 4) $[1,4;2,0)$ 5) $[2,0;2,5)$

Задание А6.

Найдите $tg\alpha$, если выполняется равенство $4tg\alpha - 2tg\alpha \cdot cos\alpha - 5cos\alpha + 10 = 0$

1) $-1,5$ 2) $-2,5$ 3) $2,5$ 4) $1,5$ 5) -5

Задание А7.

Упростите выражение $\left(cos\,(2\pi - \alpha) - sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) + ctg\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right) : tg\,(\alpha - \pi)$

1) 1 2) -1 3) $sin\alpha$ 4) $cos\alpha$ 5) $-ctg^2\alpha$

Задание А8.

Вычислите $sin\left(\frac{\pi}{2} - arcsin\frac{1}{3}\right)$

1) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 5) $\frac{1}{6}$

Задание А9.

Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения $(x^2 - 25)(5^{\sqrt{3x+4}-1} - 5^{x-3}) = 0$

1) 6 2) $1\frac{3}{4}$ 3) $2\frac{1}{3}$ 4) 4 5) 8

Задание А10.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения
$\log_{x+3}(2x^2 + 3) \cdot \log_5(x + 3) = \log_5(3x^2 - 2x - 5)$

1) -2 2) 2 3) -4 4) 4 5) 6

Задание A11.

Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{4 - \log_2(2x-6)}}$

1) $(-\infty; 11]$ 2) $(-\infty; 3)$ 3) $(3; 11)$ 4) $(3; \infty)$ 5) $(3; 11]$

Задание A12.

Найдите все значения a, при которых функция $y = x^3 + 3(a-2)x^2 + 75x - 10$ возрастает на всей числовой прямой

1) $(-3; 7)$ 2) $(-3; \infty)$ 3) $[-3; 7]$ 4) $(-\infty; 7)$ 5) $(-\infty; -3] \cup [7; \infty)$

Задание A13.

Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = -5x + 10$ и $y = -5x - 20$, имеет вид

1) $y - 5x - 5 = 0$ 2) $y + 5x - 5 = 0$ 3) $y + 5x + 5 = 0$ 4) $y + 5x + 10 = 0$ 5) $y + 5x - 10 = 0$

Задание A14.

Материальная точка движется по оси OX по закону $x(t) = t^3 - 5t^2 + 4$ (x – координата в метрах, t – время в секундах). Через сколько секунд после начала движения ее скорость будет равна 8 м/сек ?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Задание A15.

В усеченном конусе образующая длиной 4 см наклонена к плоскости основания под углом 30^o, радиусы его оснований относятся как 1:3. Найдите площадь боковой поверхности (в кв.см) этого конуса

1) $6\sqrt{3}\pi$ 2) $10\sqrt{3}\pi$ 3) $12\sqrt{3}\pi$ 4) $16\sqrt{3}\pi$ 5) $20\sqrt{3}\pi$

Задание А16.

Даны точки $A(4;-1;2), B(-2;1;3), C(3;4;-1)$. Найдите сумму координат точки $M(x;y;z)$, если $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} + 4\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{0}$

1) 14   2) -21 3) 3   4) 4   5) 17

Задание Б1.

Найдите наименьшее общее кратное трех чисел 252, 98, 147

Задание Б2.

Найдите произведение корней уравнения $x^3 - 3x^2 + 12 + \dfrac{5}{x-2} = 4x - \dfrac{5}{2-x}$

Задание Б3.

Найдите разность $x_0 - y_0$, где x_0, y_0 – решение системы $\begin{cases} 4y + 5x = x^2 + 30 \\ x + y = 9 \end{cases}$ и $x_0 \cdot y_0 > 0$

Задание Б4.

Найдите наибольшее целое решение неравенства $\dfrac{(x-2)(x^2+x-6)}{x^4-16} \leq 0$

Задание Б5.

Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|3x-2| = 18+5x$

Задание Б6.

Найдите сумму всех целых решений системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{8,5-x} < \sqrt{10} \\ \sqrt{(x-3)^2} \geq 3 \end{cases}$

Задание Б7.

Найдите в градусах среднее арифметическое всех различных корней уравнения $(cosx-1)\left(ctgx-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=0$, принадлежащих промежутку $[0^o; 360^o)$

Задание Б8.

Вычислите $\log_{\sqrt{11}}\frac{121}{\sqrt{3}+1}+\log_{1/11}\frac{1}{4+2\sqrt{3}}$

Задание Б9.

Найдите сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{0,5^{x-1}-4}{5^{x-4}-5} \geq 0$

Задание Б10.

В окружность радиуса 10 см вписан прямоугольный треугольник с острым углом, синус которого равен $\frac{4}{5}$. Найдите (в см) периметр этого треугольника

Задание Б11.

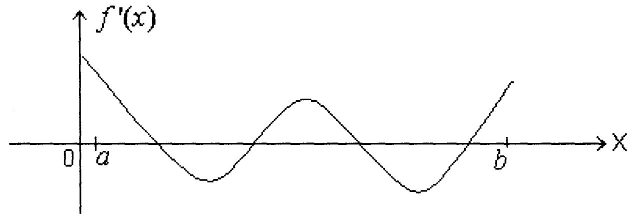
В окружности вписанный угол $\varphi = 80^o$ опирается на дугу AB. Площадь сектора с дугой AB равна 4π см^2. Найдите радиус окружности (в см)

Задание Б12.

Найдите сумму значений x или значение x, если оно единственное, при котором положительные числа $2x-2; 4x+5; x^2-4$ являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии

Задание Б13.

Найдите количество интервалов убывания функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$, если график ее производной $f'(x)$ на этом отрезке имеет вид



Задание Б14.

График функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+p} + t$ получается из графика функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 1$ параллельным переносом на 4 единицы влево и на 3 единицы вверх. Найдите $p+t$

Разбор заданий теста по математике № 10

Савинцева Н.В., методист Федерального центра тестирования

Часть А

A1. Вычислите значение дроби $\dfrac{2xy-5y^2+3xz}{3x^2-xy+4yz}$ при условии,

что $\dfrac{x}{y}=3$, $\dfrac{y}{z}=5$

1) $\dfrac{3}{47}$ 2) $\dfrac{4}{53}$ 3) $\dfrac{6}{65}$ 4) $\dfrac{7}{62}$ 5) $\dfrac{8}{31}$

Решение.

Преобразуем данное выражение, с учетом условий, сводя к одной переменной:

$$\frac{\frac{x}{y}\cdot 2y^2-5y^2+\frac{x}{y}\cdot 3zy}{\frac{x^2}{y^2}\cdot 3y^2-\frac{x}{y}\cdot y^2+\frac{z}{y}\cdot 4y^2}=\frac{y^2+9zy}{27y^2-3y^2+\frac{4}{5}y^2}=\frac{\frac{14}{5}y^2}{\frac{124}{5}y^2}=\frac{7}{62}.$$

Ответ: № 4.

A2. Если $a\in(3;4)$, то выражение $\dfrac{\left(a-3\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{a^2-a\sqrt{72}+18}}$ можно привести к виду

1) 1 2) $3\sqrt{2}-a$ 3) $a-18$ 4) $18-a$ 5) $a-3\sqrt{2}$

Решение.

Преобразуем выражение, с учетом условия:

$$\frac{\left(a-3\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{a^2-a\sqrt{72}+18}}=\frac{\left(a-3\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{\left(a-\frac{\sqrt{72}}{2}\right)^2}}=\frac{\left(a-3\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{\left(a-3\sqrt{2}\right)^2}}=\frac{\left(3\sqrt{2}-a\right)^2}{3\sqrt{2}-a}=3\sqrt{2}-a$$

Ответ: № 2.

А3. Квадратное уравнение, корни которого на 1 единицу больше корней уравнения $x^2-5x+2=0$, имеет вид $x^2-bx+c=0$. Найдите значение $b+c$

1) 15 2) 13 3) 11 4) 17 5) 9

Решение.

1) Найдем корни первого уравнения

$x^2-5x+2=0$: $x_{1;2}=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{2}$, $x_1=\dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$, $x_2=\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}$.

2) Корни второго уравнения, зная, что они на 1 больше корней второго уравнения:

$x_1'=\dfrac{5+\sqrt{17}}{2}+1=\dfrac{7+\sqrt{17}}{2}$, $x_2'=\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}+1=\dfrac{7-\sqrt{17}}{2}$.

3) По теореме Виета, если x_1' *и* x_2' *– корни уравнения* $x^2+px+q=0$, *то*

$x_1'+x_2'=-p$

$x_1'\cdot x_2'=q$, *тогда* $-p=\dfrac{7+\sqrt{17}}{2}+\dfrac{7-\sqrt{17}}{2}=7$

$$q=\frac{\left(7+\sqrt{17}\right)\left(7-\sqrt{17}\right)}{4}=8$$

и второе уравнение $x^2-bx+c=0$ *примет вид:*

$x^2-7x+8=0$, *тогда* $b=7$ *и* $c=8$, *а* $b+c=15$.

Ответ: № 1.

А4. Найдите площадь треугольника, ограниченного осями координат и касательной к графику функции $y=\dfrac{2}{x}$ в точке с абсциссой $x_0=4$

1) 4,5 2) 3,5 3) 3,0 4) 4,0 5) 5,0

Решение.

Составим уравнение касательной к графику функции $y=\dfrac{2}{x}$ *в точке* $x_0=4$.

$y=\dfrac{2}{4}+\left(-\dfrac{2}{4^2}\right)(x-4)$, $y=1-\dfrac{1}{8}x$.

Найдем координаты точек пересечения этой прямой с осями координат.

$x = 0, y = 1;\ y = 0, x = 8$.

Площадь искомого треугольника вычисляется по формуле:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8 = 4.$$

Ответ: № 4.

A5. Сумма корней или корень, если он единственный, уравнения $\sqrt{x^3 + x^2 + 4x + 2} = \sqrt{x^3 + 1}$ принадлежит промежутку

1) $[-4; -3)$ 2) $[-3; -2)$ 3) $[-2; -1)$ 4) $[-1; 0)$ 5) $[0; 1)$

Решение.

Возведем в квадрат обе части уравнения:

$x^3 + x^2 + 4x + 2 = x^3 + 1,\quad x^2 + 4x + 1 = 0$.

Корни этого уравнения: $x_1 = -2 - \sqrt{3}$; $x_2 = -2 + \sqrt{3}$.

Первый корень не подходит по области определения уравнения, тогда второй корень принадлежит промежутку $[-1; 0)$.

Ответ: № 4.

A6. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если выполняется равенство

$3\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha + 2\sin\alpha + 6 = 0$

1) -1 2) -2 3) -3 4) -4 5) -5

Решение.

Упростим данное выражение:

$$3\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin\alpha + 2\sin\alpha + 6 = 0,$$

$$\operatorname{tg}\alpha(3 + \sin\alpha) + 2(\sin\alpha + 3) = 0,$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{-2(\sin\alpha + 3)}{\sin\alpha + 3},$$

$$\operatorname{tg}\alpha = -2.$$

Ответ: № 2.

A7. Упростите выражение

$$2\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos(\pi+\alpha)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\sin(\pi-\alpha)-\cos^2\alpha$$

1) 1 2) $\sin 2\alpha$ 3) $\cos 2\alpha$ 4) -1 5) $\sin^2\alpha$

Решение.

Упростим выражения, используя формулы приведения для тригонометрических функций:

$$2\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos(\pi+\alpha)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\sin(\pi-\alpha)-\cos^2\alpha=$$

$$=-2\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot(-\cos\alpha)+\sin\alpha\cdot\sin\alpha-\cos^2\alpha=$$

$$=2\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1.$$

Ответ: № 1.

A8. Вычислите $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\operatorname{arctg}\frac{3}{5}\right)$

1) $1\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{2}{5}$ 5) $\frac{3}{4}$

Решение.

Применим формулу $\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=\dfrac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}$ *для вычисления значения выражения:*

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\operatorname{arctg}\frac{3}{5}\right)=\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{3}{5}\right)}{1-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\cdot\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{3}{5}\right)}=\frac{1-\frac{3}{5}}{1+\frac{3}{5}}=\frac{1}{4}.$$

Ответ: № 3.

А9. Найдите среднее арифметическое всех корней уравнения
$\left(x^2-4\right)\cdot\left(2^{\sqrt{2x+1}-1}-2^{x-2}\right)=0$

1) 1 2) 2 3) 3 4) $1\frac{1}{3}$ 5) 5

Решение.

Исходное уравнение равносильно совокупности уравнений:

1. $x^2-4=0$,

2. $2^{\sqrt{2x+1}-1}-2^{x-2}=0$.

Решая первое уравнение, получим $x_1=2$, $x_2=-2$.

Решая второе уравнение:
$2^{\sqrt{2x+1}-1}=2^{x-2}$, $\sqrt{2x+1}=x-1$, $2x+1=x^2-2x+1$, $x^2-4x=0$, *получим* $x_3=0$, $x_4=4$.

Выполним проверку найденных корней методом подстановки. Лишними корнями являются $x_2=-2$, $x_3=0$.

Проверку можно выполнить и по области определения иррационального уравнения:
$\begin{cases}2x+1\ge 0,\\ x-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 1$. *Корни* $x_2=-2$, $x_3=0$ *не принадлежат этому промежутку и не являются корнями данного уравнения.*

Среднее арифметическое корней уравнения равно: $\frac{2+4}{2}=3$.

Ответ: № 3.

А10. Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения
$\log_{x+5}\left(x^2+1\right)\cdot\log_3(x+5)=\log_3\left(2x^2+2x-7\right)$

1) 1 2) 2 3) 3 4) – 2 5) – 4

Решение.

Допустимые значения x *определяются условием:*

$$\begin{cases}x+5>0,\\ 2x^2+x-7>0,\\ x\ne -4.\end{cases}$$

Перейдем к логарифмам по основанию 3 *и запишем уравнение в виде:*

$$\frac{\log_3\left(x^2+1\right)}{\log_3(x+5)}\cdot\log_3(x+5)=\log_3\left(2x^2+2x-7\right),$$

$$\frac{\log_3\left(x^2+1\right)}{\log_3(x+5)}=\frac{\log_3\left(2x^2+2x-7\right)}{\log_3(x+5)},$$

$$\log_3\left(x^2+1\right)=\log_3\left(2x^2+2x-7\right),$$

из этого уравнения следует, что

$x^2+1=2x^2+2x-7$,

$x^2+8x-8=0$, *тогда* $x_1=-4$, $x_2=2$.

Первый корень не входит в область допустимых значений x.

Ответ: № 2.

A11. Найдите область определения функции $f(x)=\sqrt{\log_{0,4}\frac{2x-4}{x+5}}$

1) $(2;9]$ 2) $(2;9)$ 3) $(-5;9)$

4) $(2;9]\cup\{-5\}$ 5) $(-5;2)$

Решение.

Область определения функции задается условием:

$$\begin{cases}\log_{0,4}\dfrac{2x-4}{x+5}\geq 0,\\ \dfrac{2x-4}{x+5}>0.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2x-4}{x+5}\leq 1,\\ \dfrac{2x-4}{x+5}>0.\end{cases}$$

Преобразуем первое неравенство системы к виду: $\frac{x-9}{x+5}\leq 0$ *и с помощью знаков найдем решение этого неравенства:* $(-5;9]$.

Решением второго неравенства системы $\frac{2x-4}{x+5}>0$ *является:* $(-\infty;-5)\cup(2;+\infty)$.

Пересечением решений будет промежуток: $(2;9]$.

Ответ: № 1.

A12. Найдите все значения a, при которых функция $y = x^3 - 3ax^2 + 75x + 11$ возрастает на всей числовой прямой

1) $(-\infty; +\infty)$ 2) $[-5; 5]$ 3) $(-5; 5)$

4) $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$ 5) $(0; 5)$

Решение.

Функция $y = f(x)$ *возрастает на всей числовой прямой, если ее производная* $f'(x) \geq 0$.

Найдем производную функции: $f'(x) = 3x^2 - 6ax + 75$, *тогда* $3x^2 - 6ax + 75 \geq 0$.

Приравняем к нулю дискриминант квадратного трехчлена $3x^2 - 6ax + 75$, *найдем значение параметра* a:

$D = 36a^2 - 4 \cdot 3 \cdot 75 = 0$, $a_1 = 5$, $a_2 = -5$.

Если $-5 < a < 5$, *то отрицательный дискриминант и трехчлен положителен при любых* x. *Следовательно решением неравенства является* $[-5; 5]$.

Ответ: № 2.

A13. Уравнение геометрического места точек плоскости, равноудаленных от двух прямых $y = 3x - 6$ и $y = 3x + 12$, имеет вид

1) $3x + y - 3 = 0$ 2) $3x - y + 3 = 0$

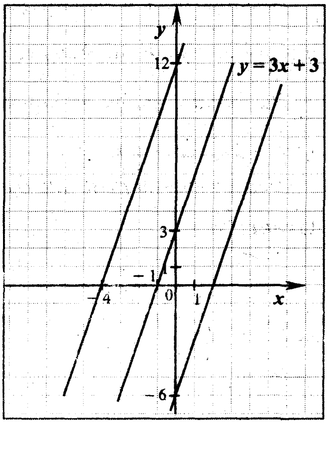
3) $3x + y + 3 = 0$ 4) $x + 3y - 3 = 0$

5) $3x - y - 3 = 0$

Решение.

Проиллюстрируем решение задания на чертеже.

Ответ: № 2.



A14. Материальная точка движется по оси OX по закону $x(t)=\frac{2}{3}t^3+t^2-4t$ (x – координата в метрах, t – время в секундах). Через сколько секунд после начала движения ее скорость будет равна 8 м/с?

1) 1,5 2) 2,0 3) 3,0 4) 2,5 5) 3,5

Решение.

Найдем скорость этого движения

$$v=x'(t)=\left(\frac{2}{3}t^3+t^2-4t\right)'=2t^2+2t-4.$$

Найдем время после начала движения, когда скорость будет равна 8 *м/с:*

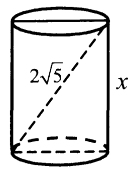
$2t^2+2t-4=8$, $t^2+t-6=0$, *тогда* $t_1=2$ *(сек),* $t_2=-3$ *(не подходит по условию задачи).*

Ответ: № 2.

A15. В цилиндре с длиной диагонали осевого сечения $2\sqrt{5}$ см площадь боковой поверхности равна половине площади полной поверхности. Найдите объем цилиндра (в куб. см)

1) 2π 2) 4π 3) 6π 4) 8π 5) 10π

Решение.



Обозначим неизвестную высоту цилиндра x *(см), тогда радиус основания выражается:*

$R=\frac{1}{2}\sqrt{20-x^2}$, *так как* $S_{б.}=\frac{1}{2}S_{полн.}$, *то составим уравнение:*

$2\pi RH=\frac{1}{2}\cdot 2\pi RH+\frac{1}{2}\cdot 2\pi R^2$, $H=R$, $x=\frac{1}{2}\sqrt{20-x^2}$, $5x^2=20$, $x=2$.

$R=2$, $V=\pi R^2H=8$ *(дм^3).*

Ответ: № 4.

А16. Даны точки $A(1;2;3)$, $B(0;2;4)$, $C(-1;1;4)$. Найдите сумму координат точки $M(x;y;z)$, если $\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{CM}-\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

1) -1 2) 6 3) $3\frac{1}{3}$ 4) $1\frac{1}{3}$ 5) -5

Решение.

Найдем координаты векторов:

$\overrightarrow{AB}(-1;0;1)$; $\overrightarrow{BC}(-1;-1;0)$; $\overrightarrow{CM}(3(x+1);3(y-1);3(z-4))$

Составим уравнение для нахождения координат точки М, при условии, что $\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{CM}-\overrightarrow{BC}=\vec{0}$.

$-1+3x+3+1=0$, *тогда* $x=-1$;

$3y-3+1=0$, *тогда* $y=\frac{2}{3}$;

$1+3z-12=0$, *тогда* $z=\frac{11}{3}$.

Искомая точка имеет координаты $M\left(-1;\frac{2}{3};\frac{11}{3}\right)$. *Сумма ее координат равна:* $-1+\frac{2}{3}+\frac{11}{3}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$.

Ответ: № 3.

Часть В

В1. Найдите наименьшее общее кратное трех чисел 84, 105, 90

Решение.

Разложим числа на простые множители:

$84=2^2\cdot3\cdot7$; $105=5\cdot3\cdot7$; $90=2\cdot3^2\cdot5$.

НОК $(84,105,90)=2^2\cdot3^2\cdot5\cdot7=1260$.

Ответ: 1260.

B2. Найдите произведение корней уравнения

$$x^3 - 2x^2 + 2 + \frac{3}{x-2} = x - \frac{3}{2-x}$$

Решение.

Преобразуем данное уравнение:

$$x^3 - 2x^2 + 2 + \frac{3}{x-2} = x - \frac{3}{2-x},$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

Корнем этого уравнения является число 1*, тогда*

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x-1)(x^2 - x - 2).$$

Это уравнение равносильно совокупности уравнений: $x - 1 = 0$*;* $x^2 - x - 2 = 0$*. Решение первого уже найдено, а решение второго:* $x_1 = -1$*;* $x_2 = 2$*. Второе значение не удовлетворяет условию* $2 - x \neq 0$*, поэтому не является корнем исходного уравнения.*

Произведение коней уравнения: $1 \cdot (-1) = -1$.

Ответ: -1.

B3. Найдите произведение $x_0 \cdot y_0$, где x_0, y_0 – решение системы

$$\begin{cases} 2y - x^2 = 13x + 48 \\ x - y + 10 = 0 \end{cases} \text{ и } x_0 + y_0 < 0$$

Решение.

Решим систему методом подстановки:

$$\begin{cases} 2y - x^2 = 13x + 48, \\ y = x + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 20 - x^2 = 13x + 18, \\ y = x + 10 \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы:

$2x + 20 - x^2 = 13x + 48,$

$x^2 + 11x + 28 = 0$, *тогда* $x_1 = -7$, $x_2 = -4$.

Из соотношения $y = x + 10$ *находим* $y_1 = 3$, $y_2 = 6$.

Условию $x_0 + y_0 < 0$ *удовлетворяют* $x_1 = -7$ *и* $y_1 = 3$.

Тогда $x_0 \cdot y_0 = -21$.

Ответ: -21.

B4. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\frac{(x-3)\left(2x^2-7x+3\right)}{x^4-81}\le 0$$

Решение.

Запишем неравенство в виде $\dfrac{2(x-3)(x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right)}{(x-3)(x+3)\left(x^2+9\right)}\le 0$.

Решением этого неравенства является: $(-\infty;-3)\cup\left[\frac{1}{2};3\right)$.

Тогда наибольшим целым решением неравенства является число 2.

Ответ: 2.

B5. Найдите сумму корней или корень, если он единственный, уравнения $|x-2|=10-2x$

Решение.

Данное уравнение равносильно совокупности систем:

1) $\begin{cases} x-2=10-2x, \\ 10-2x\ge 0 \end{cases}$ *2)* $\begin{cases} 2-x=10-2x, \\ 10-2x\ge 0. \end{cases}$

Решаем первую систему:

$3x=12$, $x=4$. *Этот корень удовлетворяет неравенству* $10-2x\ge 0$.

Решаем вторую систему:

$x=8$. *Этот корень не удовлетворяет неравенству* $10-2x\ge 0$.

Решением данного уравнения является 4.

Ответ: 4.

B6. Найдите сумму всех целых решений системы неравенств

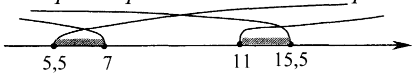
$$\begin{cases} \sqrt{15,5-x} < \sqrt{10} \\ \sqrt{(x-9)^2} > 2 \end{cases}$$

Решение.

Эта система неравенств равносильна следующей системе неравенств:

$$\begin{cases} 15,5-x \geq 0, \\ 15,5-x < 10, \\ |x-9| > 2; \end{cases} \qquad \begin{cases} 15,5 \geq x, \\ 5,5 < x, \\ \left[\begin{array}{l} x > 11, \\ x < 7. \end{array}\right. \end{cases}$$

Изобразим решение системы неравенств на числовой прямой:



Сумма всех целых решений данной системы неравенств равна: $6+12+13+14+15=60$.

Ответ: 60.

B7. Найдите в градусах среднее арифметическое всех различных корней уравнения $\dfrac{1+\cos 2x}{1-\sin x}=0$, принадлежащих промежутку $(-180°; 540°)$

Решение.

$$\begin{cases} 1+\cos 2x = 0, \\ 1-\sin x \neq 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x = \pi + 2\pi n, n \in Z, \\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n; \end{cases} \qquad \Rightarrow \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

Среди корней этого уравнения промежутку $(-180°; 540°)$ *принадлежат* $-90°$ *и* $270°$. *Среднее арифметическое этих корней –* $90°$.

Ответ: 90.

B8. Вычислите $\log_{\sqrt{11}}\dfrac{11}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\log_{1/11}\dfrac{1}{5+2\sqrt{6}}$

Решение.

Вычислим значение выражения, применяя свойства логарифмов:

$$\log_{\sqrt{11}}11-\log_{\sqrt{11}}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)+\log_{\frac{1}{11}}1-\log_{\frac{1}{11}}\left(5+2\sqrt{6}\right)=$$

$$=2-\frac{\log_{\frac{1}{11}}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\log_{\frac{1}{11}}\sqrt{11}}+0-\log_{\frac{1}{11}}\left(5+2\sqrt{6}\right)=$$

$$=2+2\log_{\frac{1}{11}}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-\log_{\frac{1}{11}}\left(5+2\sqrt{6}\right)=2+\log_{\frac{1}{11}}\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}{5+2\sqrt{6}}=2.$$

Ответ: 2.

B9. Найдите сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{2-2^{0,25x+0,75}}{0,5^{5-x}-2}\geq 0$

Решение.

Это неравенство равносильно совокупности систем:

1) $\begin{cases}2-2^{0,25x+0,75}\geq 0,\\ 0,5^{5-x}-2>0;\end{cases}$ *2)* $\begin{cases}2-2^{0,25x+0,75}\leq 0,\\ 0,5^{5-x}-2<0.\end{cases}$

Решаем первую систему:

$\begin{cases}2\geq 2^{0,25x+0,75},\\ 2^{x-5}>2;\end{cases}$ *или* $\begin{cases}1\geq 0,25x+0,75,\\ x-5>1.\end{cases}$

Решением этой системы является $\varnothing$.

Решаем вторую систему:

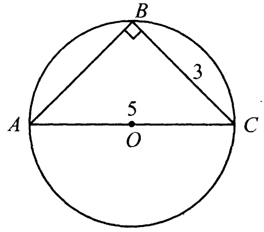
$\begin{cases}2\leq 2^{0,25x+0,75},\\ 2^{x-5}<2;\end{cases}$ *или* $\begin{cases}1\leq 0,25x+0,75,\\ x-5<1.\end{cases}$

Решением этой системы является промежуток $[1;6)$. *Сумма всех целых решений неравенства:* $1+2+3+4+5=15$.

Ответ: 15.

B10. В окружность радиуса 15 см вписан прямоугольный треугольник с острым углом, синус которого равен $\frac{3}{5}$. Найдите (в см) периметр этого треугольника

Решение.



Построим чертеж по условию задачи, тогда $AC = 30$, $\sin A = \frac{3}{5}$.

Найдем второй катет прямоугольного треугольника:

$\frac{3}{5} = \frac{BC}{30}$, $BC = 18$, *тогда по т. Пифагора:*

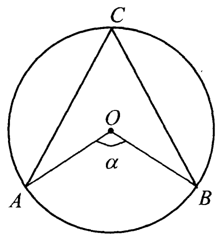
$AC = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24$, *периметр треугольника равен:*

$30 + 18 + 24 = 72$ *(см).*

Ответ: 72.

B11. В окружности радиуса $R = \sqrt{\frac{27}{\pi}}$ см вписанный угол $\varphi = 20°$ опирается на дугу AB. Найдите площадь сектора (в кв. см) с дугой AB

Решение.



Построим чертеж по условию задачи. $S_{сект.}$, *опирающегося на дугу AB вычисляется по формуле:* $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$, *где* α *– центральный угол, опирающийся на дугу AB.* $\alpha = 40°$, *тогда*

$S = \frac{\pi \cdot 27 \cdot 40}{\pi \cdot 360} = 3$ *(см^2).*

Ответ: 3.

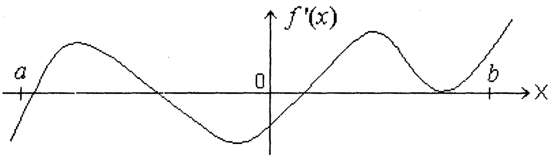
B12. Найдите сумму значений x или значение x, если оно единственное, при котором положительные числа x; $x+3$; x^2-6 являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии

Решение.

Так как данные числа являются членами арифметической прогрессии, то: $d=x+3-x=3$, *тогда* $x^2-6-x-3=3$, $x^2-x-12=0$, *корни этого уравнения* – $x_1=-3$, $x_2=4$. *Первый корень не подходит по условию задачи* ($x>0$), *тогда членами этой прогрессии являются числа:* $4; 7; 10$ *и число* x *равно* 4.

Ответ: 4.

B13. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$, если график ее производной $f'(x)$ на этом отрезке имеет вид



Решение.

Количество точек экстремума функции $f(x)$, *изображенных на графике производной равно* 3.

Ответ: 3.

B14. График функции $y=\dfrac{2}{x+a}+b$ получается из графика функции $y=\dfrac{2}{x-3}+2$ параллельным переносом на 6 единиц влево и на 4 единицы вниз. Найдите $a-b$

Решение.

Условия задания задают параллельный перенос графика функции $y=\dfrac{2}{x+a}+b$, *где* $a=3$ *и* $b=-2$. *Тогда* $a-b=3+2=5$.

Ответ: 5.

ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ К ТЕСТАМ ПО МАТЕМАТИКЕ

№	Номера заданий															
вар.	**А1**	**А2**	**А3**	**А4**	**А5**	**А6**	**А7**	**А8**	**А9**	**А10**	**А11**	**А12**	**А13**	**А14**	**А15**	**А16**
1	5	5	4	5	3	3	4	3	2	4	3	2	2	2	4	2
2	1	3	2	3	4	5	1	3	5	3	2	1	3	4	4	4
3	3	1	5	5	3	2	4	4	1	5	2	5	1	4	4	2
4	3	4	3	1	3	3	3	2	3	5	2	4	4	5	5	4
5	2	5	4	2	3	1	2	3	3	3	3	5	5	2	2	4
6	5	1	5	4	3	4	1	4	5	4	3	3	2	1	3	4
7	1	3	1	4	4	3	1	5	4	5	1	5	4	5	2	1
8	2	4	2	1	2	3	5	3	5	4	1	2	1	2	5	2
9	3	4	3	4	3	2	2	1	1	4	3	3	3	4	4	5

№	Номера заданий													
вар.	**В1**	**В2**	**В3**	**В4**	**В5**	**В6**	**В7**	**В8**	**В9**	**В10**	**В11**	**В12**	**В13**	**В14**
1	39	-4	7	-2	7	13	4	6	-15	4	2	9	6	-1
2	36	-1	-24	-1	2	-24	4	6	12	3	4	6	3	6
3	4356	-4	-15	3	-3	43	120	4	-18	120	5	-1	1	-2
4	105	6	-6	6	-3	45	1	2	14	2	6	-4	3	1
5	2700	-4	-5	-1	4	26	108	1	12	15	7	2	4	-1
6	72	-10	1	4	3	51	2	1	10	25	8	-10	3	-7
7	1872	-1	2	1	3	35	114	1	9	18	9	-3	1	3
8	54	10	11	-1	-2	29	2	1	-22	4	3	5	3	-3
9	1764	-6	-3	1	-2	20	150	4	9	48	3	8	2	4

Для самостоятельной оценки уровня своих знаний Вам необходимо каждое верно выполненное задание оценить в 1 балл, неверно выполненное – в 0 баллов, просуммировать набранные баллы и произвести оценку, воспользовавшись приведенными ниже критериями:

от 0 до 6 баллов – «2»;
от 7 до 14 баллов – «3»;
от 15 до 28 баллов – «4»;
более 28 баллов – «5».

СТАТИСТИКА ОТВЕТОВ УЧАЩИХСЯ К ТЕСТАМ ПО МАТЕМАТИКЕ

Тест № 1

Число участников – 4547

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	51%
A2	40%
A3	31%
A4	49%
A5	35%
A6	52%
A7	55%
A8	35%
A9	25%
A10	47%
A11	39%
A12	41%
A13	40%
A14	51%
A15	57%
A16	44%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	51%
B2	34%
B3	63%
B4	35%
B5	43%
B6	19%
B7	11%
B8	39%
B9	31%
B10	41%
B11	22%
B12	22%
B13	42%
B14	17%

Тест № 2

Число участников – 4199

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	51%
A2	56%
A3	52%
A4	53%
A5	38%
A6	45%
A7	52%
A8	56%
A9	27%
A10	44%
A11	47%
A12	38%
A13	43%
A14	52%
A15	43%
A16	32%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	53%
B2	29%
B3	54%
B4	33%
B5	50%
B6	17%
B7	13%
B8	35%
B9	32%
B10	41%
B11	27%
B12	16%
B13	35%
B14	18%

Тест № 3

Число участников – 4019

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	65%
A2	45%
A3	45%
A4	46%
A5	34%
A6	61%
A7	42%
A8	33%
A9	24%
A10	31%
A11	50%
A12	16%
A13	37%
A14	49%
A15	43%
A16	46%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	24%
B2	31%
B3	48%
B4	39%
B5	45%
B6	19%
B7	8%
B8	40%
B9	29%
B10	26%
B11	18%
B12	22%
B13	51%
B14	16%

Тест № 4

Число участников – 4080

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	57%
A2	45%
A3	50%
A4	38%
A5	40%
A6	52%
A7	62%
A8	38%
A9	27%
A10	42%
A11	47%
A12	24%
A13	45%
A14	58%
A15	44%
A16	38%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	55%
B2	34%
B3	58%
B4	39%
B5	43%
B6	20%
B7	30%
B8	41%
B9	34%
B10	52%
B11	17%
B12	22%
B13	44%
B14	21%

Тест № 5

Число участников – 3782

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	55%
A2	28%
A3	55%
A4	39%
A5	39%
A6	42%
A7	39%
A8	56%
A9	30%
A10	40%
A11	65%
A12	23%
A13	43%
A14	66%
A15	33%
A16	45%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	26%
B2	46%
B3	58%
B4	33%
B5	54%
B6	21%
B7	6%
B8	35%
B9	39%
B10	44%
B11	19%
B12	31%
B13	37%
B14	29%

Тест № 6

Число участников – 4110

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	46%
A2	48%
A3	39%
A4	40%
A5	38%
A6	53%
A7	41%
A8	44%
A9	35%
A10	44%
A11	48%
A12	42%
A13	50%
A14	43%
A15	45%
A16	40%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	53%
B2	35%
B3	66%
B4	42%
B5	55%
B6	19%
B7	26%
B8	27%
B9	34%
B10	37%
B11	17%
B12	18%
B13	37%
B14	12%

Тест № 7

Число участников – 4647

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	48%
A2	38%
A3	38%
A4	44%
A5	36%
A6	53%
A7	45%
A8	39%
A9	26%
A10	33%
A11	36%
A12	17%
A13	33%
A14	41%
A15	38%
A16	37%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	24%
B2	29%
B3	67%
B4	43%
B5	55%
B6	21%
B7	8%
B8	30%
B9	38%
B10	33%
B11	19%
B12	23%
B13	53%
B14	23%

Тест № 8

Число участников – 4498

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	57%
A2	47%
A3	34%
A4	42%
A5	51%
A6	56%
A7	47%
A8	40%
A9	27%
A10	45%
A11	42%
A12	24%
A13	35%
A14	61%
A15	41%
A16	45%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	52%
B2	36%
B3	59%
B4	42%
B5	50%
B6	21%
B7	36%
B8	29%
B9	31%
B10	37%
B11	25%
B12	25%
B13	71%
B14	17%

Тест № 9

Число участников – 4444

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	55%
A2	45%
A3	53%
A4	36%
A5	47%
A6	48%
A7	46%
A8	48%
A9	27%
A10	38%
A11	55%
A12	26%
A13	36%
A14	56%
A15	41%
A16	41%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	24%
B2	30%
B3	62%
B4	41%
B5	44%
B6	24%
B7	8%
B8	40%
B9	34%
B10	33%
B11	22%
B12	21%
B13	81%
B14	28%

Анализ типичных ошибок, допущенных при выполнении абитуриентских тестов по математике 2005 года

В абитуриентском тестировании по математике в 2005 году приняло участие около 120 000 учащихся. Тест состоял из 30 заданий, разделенных на две части: А и В, которые различались и уровнем сложности и формой. Часть А содержала 16 заданий с выбором одного верного ответа из пяти. В этот раздел были включены, в основном, комбинированные задания повышенного уровня сложности. Раздел В содержал 14 заданий открытой формы с ответом в виде целого числа. Задания этого раздела, в целом, сложнее по содержанию заданий раздела А. Многие из них требовали применение нестандартных приемов решения задач, однако, принципиально незнакомой ситуации применения изученного материала курса математики они не содержали.

В заданиях теста достаточно равномерно отражены все содержательные линии курса математики:

– вычисления и преобразования;

– уравнения и неравенства;

– функции;

– геометрические фигуры, измерение геометрических величин.

Анализ статистики контрольно-измерительных материалов по этому тесту позволяет выделить типичные ошибки, допущенные учащимися при выполнении работы.

В части А содержательную линию «Вычисления и преобразования» проверяли следующие задания: А1 – тождественные преобразования алгебраических дробей и вычисление их числового значения; А2 – тождественные преобразования алгебраических дробей с использованием формул сокращенного умножения; А6, А8 – нахождение значений тригонометрических выражений; А7 – преобразования тригонометрических выражений.

Наиболее успешно (более 50%) были выполнены задания А1 и А6, включавшие вполне доступный материал для учащихся, – преобразование и вычисление числовых значений алгебраических дробей и тригонометрических выражений выражений. Почти половина учащихся справилась с заданиями А2 и А7. Основные ошибки при решении этих заданий были связаны с преобразованиями иррациональных и тригонометрических выражений, с использованием формул приведения. Результаты задания А8 зависели от применения формул сложения или разности для тригонометрических функций, а также от знания значений тригонометрических функций основных углов. Ошибки по этим позициям привели к снижению уровня выполнения задания – только 40%. Хотя указанный материал достаточно прочно отрабатывается по школьной программе.

К содержательной линии «Уравнения и неравенства» в этой части работы относятся четыре задания: А3, А5, А9, А10. Среди них лучшие показатели выполнения у задания А3 – 45%. В нем необходимо было решить квадратное уравнение с параметром. Почти одинаковые показатели выполнения у заданий А5 и А10 – решение иррациональных и логарифмических уравнений. Основные трудности при выполнении этих заданий были вызваны необходимостью отбора корней в соответствии с видом уравнения, как показывает практика, учащиеся при решении и иррациональных и логарифмических уравнений этот этап часто пропускают.

Самые низкие результаты выполнения среди заданий этого раздела относятся к заданию А9. С ним справилось только 28% учащихся. Большое количество ошибок объясняется тем, что при решении предложенного смешанного уравнения необходимо было проверить все полученные корни, и как раз этот момент и не был учтен при выполнении задания.

К содержательной линии «Функции и их свойства» относятся задания: А4 – нахождение площади треугольника, ограниченного касательной к графику функции, А11 – нахождение области определения функции, А12 – нахождение условий возрастания функции, А14 – определение скорости движения материальной точки. Среди этих заданий лучшие показатели выполнения – 55% относятся к заданию А14. Такие задания хорошо знакомы учащимся. Результаты выполнения заданий А4 и А11 занимают почти одинаковые позиции – около 50% выполнения. Наибольшее количество ошибок вызвало задание А12. С ним справилась только четверть учащихся. Основная трудность состояла в решении квадратного неравенства с параметром.

Геометрический материал теста в этом разделе представляли задания: А13 – определение уравнения геометрического места точек, А16 – определение координат векторов; А15 – задачи по стереометрии, в которых задействованы многогранники и тела вращения. Среди этих задач лучшие результаты выполнения почти одинаковые – около 40%. Геометрический материал всегда вызывает трудности у учащихся и радует лишь то, что показатели выполнения заданий достаточно ровные.

Результаты решения задач раздела В распределились следующим образом: лучшие показатели (почти 60% выполнения) у задания В3 – решение смешанной системы уравнений. Почти половина учащихся справилась с заданием В5 – решение линейного уравнения с модулем и с заданием В13 – определение по графику производной количества точек экстремума.

Около 40% учащихся справилось с заданиями В1 – нахождение наименьшего кратного трех чисел, В4 – решение дробно-рационального неравенства, В10 – несложная задача по планиметрии.

Только третья часть учащихся выполнила задания В2 – решение кубического уравнения методом разложения на множители, В8 – вычисление значений логарифмических выражений с применением свойств логарифмов, В9 – решение дробно-показательных неравенств.

Лишь четвертая часть учащихся справилась с заданием В12, проверяющем знание свойств прогрессий.

Пятая часть учащихся справилась с заданиями В11 – нахождение площади сектора, В14 – преобразование графиков, В6 – решение системы иррациональных неравенств.

Наиболее низкие результаты выполнения (около 16%) относятся к заданию В7 – решение тригонометрических уравнений и определение корней, принадлежащих промежутку.

Таким образом на основе проведенного анализа ошибок данного теста можно сделать вывод, что у абитуриентов традиционно вызывает трудности решение уравнений, требующих отбора полученных корней, решение тригонометрических уравнений с определением корней, принадлежащих указанному промежутку, геометрический материал (как по планиметрии, так и по стереометрии) и материал, связанный с преобразованием графиков функций (и эта тенденция усиливается в последнее время).

Структура абитуриентского теста по математике-II (повышенной сложности)

Разработчик: *Сергеев И.Н.*

Рецензент: *Голубев В.И.*

Вычисления и преобразования

1. Натуральные числа.
2. Модуль числа.
3. Пропорциональные и обратно пропорциональные величины.
4. Истинные и ложные предложения.
5. Арифметическая прогрессия.
6. Степень. Корень натуральной степени. Логарифм.
7. Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства

1. Числовые неравенства.
2. Рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства.
3. Иррациональные и тригонометрические уравнения.
4. Системы уравнений.

Функции

1. Область определения и область значений функции.
2. Четность и нечетность функции.
3. Экстремумы, наибольшее и наименьшее значения функции.
4. График функции. Координатная плоскость.
5. Производная функции. Касательная к графику.

Геометрические фигуры и тела, измерение величин

1. Треугольник.
2. Параллелограмм.
3. Подобные треугольники.
4. Окружность. Центральный и вписанный углы.
5. Параллелепипед. Объем параллелепипеда.
6. Призма.
7. Пирамида.
8. Сфера.

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ

Тест по математике-II №1

Инструкция для тестируемого

Тест состоит из частей А и В. На его выполнение отводится 180 мин. Калькулятором, литературой, шпаргалками и т. п. пользоваться нельзя

Часть А

К каждому заданию части А даны пять ответов, из которых верен только один. *Решив очередное задание, сравните полученный Вами ответ с предложенными и поставьте* крестик $(\times)$ *в бланке ответов под номером задания в той клеточке, номер которой равен* номеру *выбранного Вами ответа.*

А 1. Если k, l, m и n — целые числа, бо́льшие 1, то выражение

$$l^{-\log_{(l-m)} k^{1/n}}$$

равно

1) $\sqrt[mn]{k}$ 2) $\frac{1}{\sqrt[mn]{k^{m+n}}}$ 3) $\frac{1}{\sqrt[n]{k^m}}$ 4) $\frac{\sqrt[n]{k}}{k^m}$ 5) $\frac{k^m}{\sqrt[n]{k}}$

А 2. *Чему равно* число

$$\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}\,?$$

1) $1+\sqrt{5}$ 2) $5-\sqrt{5}$ 3) $3\sqrt{5}-4$ 4) $7-2\sqrt{5}$
5) Ни одно из четырех приведенных значений не годится

А 3. Сумма

$$\cos 8^\circ + \cos 48^\circ + \cos 88^\circ + \ldots + \cos 368^\circ$$

равна

1) 0 2) $-\cos 8^\circ$ 3) $\cos 8^\circ$ 4) $\cos 20^\circ$ 5) $\cos 40^\circ$

А 4. Друзья Антон, Борис и Виктор собрались поесть: Антон выложил к столу 9 пирожков, Борис — 10, а Виктор — 13. К ним присоединился Григорий, заплатив друзьям за отведенную ему (равную со всеми) долю всех пирожков 32 рубля. *По скольку* рублей должны получить из этой суммы Антон, Борис и Виктор соответственно?

1) 4, 8 и 20 2) 6, 8 и 18 3) 8, 9 и 15 4) 9, 10 и 13
5) Ни один из четырех предложенных вариантов дележа не верен

А 5. Из одного крана вытекает 3 л горячей воды температурой 70° в минуту, а из другого — течет холодная вода температурой 20°. Если открыть оба крана сразу, то получится вода температурой 50°. *Сколько литров воды в минуту* вытекает из второго крана?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

А 6. Петя, Вася и Толя в течение часа бегали по круговой дорожке с постоянными скоростями в одном направлении, причем Петя с Васей стартовали из одной точки, а Толя — из другой. *Сколько раз* Толя мог обогнать Васю при условии, что после старта Петя обогнал Васю 8 раз, а Толю — 2 раза?

1) 6 2) 5 или 6 3) 6 или 7 4) 5, 6 или 7
5) Среди четырех приведенных ответов нет абсолютно правильного

А 7. Удвоенный седьмой член арифметической прогрессии, сложенный с суммой ее первых восьми членов, равен 9. *Какой из членов* прогрессии однозначно находится из этого условия?

1) Пятый 2) Шестой 3) Седьмой 4) Восьмой 5) Никакой

А 8. Пусть x_1, x_2 — различные корни квадратного уравнения

$$x^2 - px + q = 0.$$

Какое квадратное уравнение имеет корни $\frac{2}{x_1} - \frac{1}{x_2}$ и $\frac{2}{x_2} - \frac{1}{x_1}$?

1) $qx^2 - px + 1 - 2p^2/q = 0$ 2) $qx^2 + px + 9 - 2p^2/q = 0$
3) $qx^2 + px + 1 - 2p^2/q = 0$ 4) $qx^2 - px + 9 - 2p^2/q = 0$
5) Ни одно из четырех перечисленных уравнений не годится

А 9. Если множество всех решений неравенства

$$\sqrt{6-x^2+x} > 3x-4$$

представить в виде объединения непересекающихся промежутков, то их *суммарная длина* будет равна

1) 3/2 2) 5/3 3) 5/2 4) 4 5) ∞

А 10. *Какой наибольшей длины* промежуток содержится в множестве решений неравенства

$$\frac{81(x-3)^4-(x+1)^4}{2^{x^2-4}-2^{4-2x}} \leqslant 0$$

на отрезке $[-6;9]$?

1) 2 2) 3 3) 4 4) 6 5) 9

А 11. Чему равно *расстояние* между *ближайшими* друг к другу корнями уравнения

$$2+3\operatorname{ctg} x = 2\operatorname{tg}\left(x+\tfrac{3\pi}{4}\right)?$$

1) $\operatorname{arctg}\frac{3}{7}$ 2) $\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\frac{3}{7}$ 3) $\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\frac{3}{7}$ 4) π

5) Искомое расстояние не определено, так как корень всего один

А 12. *Сколько целочисленных* решений имеет неравенство

$$2\log_5(x+3)-\log_5(5-x)-3\log_5(4-x) \geqslant \log_5(9-x)+\log_5(6-x)?$$

1) Ни одного 2) 1 3) 2 4) 3 5) Бесконечно много

А 13. Уравнение

$$|x-1|+2|4-x|+3|x-a| = 2x+7-3a$$

имеет не более одного корня тогда и только тогда, когда

1) $a \geqslant 1$ 2) $a \leqslant 1$ 3) $a \geqslant 4$ 4) $a \leqslant 4$ 5) $1 \leqslant a \leqslant 4$

А 14. *Множество всех* значений a, при которых уравнение

$$\sin\left(4+\sqrt{4-|x|}\right)=a$$

имеет хотя бы один корень, *есть*

1) $[-1;\sin 6]$ 2) $[-1;\sin 4]$
3) $[\sin 4;\sin 6]$ 4) $[\sin 6;\sin 4]$ 5) $[-1;1]$

А 15. Каково *множество всех* значений a, при каждом из которых уравнение

$$|3+x|=a\,|3-x|\cdot\left|1-\log_3|x|\right|$$

имеет *четное* число корней?

1) $(0;\infty)$ 2) $(-\infty;0)$ 3) $\varnothing$ 4) $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$
5) Ни одно из четырех приведенных множеств не годится

А 16. Кривая, заданная уравнением

$$y^2=4x+13,$$

пересекается с параболой

$$y=x^2/2-4$$

в четырех точках. Лежат ли эти точки на *одной окружности*? Если да, то *каковы координаты* ее центра?

1) Да, $(3/2;1)$ 2) Да, $(2;1)$
3) Да, $(3/2;1/2)$ 4) Да, $(2;1/2)$ 5) Нет

А 17. В круге какого *наименьшего радиуса* можно разместить любой треугольник ABC, удовлетворяющий условиям $AB=3$, $BC=7$ и $AC\leqslant 8$?

1) $3/2$ 2) 4 3) $7/2$ 4) $7/\sqrt{3}$ 5) $14/\sqrt{3}$

А 18. На продолжении общей хорды двух пересекающихся окружностей взята точка A, через которую проведена прямая, пересекающая одну окружность в точках B и E, а другую — в точках C и D, причем точки A, B, C, D, E расположены на этой прямой последовательно и $AB = a$, $BC = 2a$, $CD = b$. *Какова длина* отрезка DE?

1) $2b - 2a$ 2) $2b - 3a$ 3) $6a + 2b$ 4) $7a + 2b$

5) Искомая длина не определяется однозначно из условия задачи

А 19. Центр сферы, касающейся всех боковых граней пирамиды $SABC$, удален от плоскости ее основания ABC на расстояние 1 и расположен вне пирамиды. Если высота пирамиды равна 8, а площадь основания пирамиды относится к площади ее полной поверхности, как $1 : 4$, то *радиус* сферы *равен*

1) $7/4$ 2) 2 3) $9/4$ 4) 3

5) Среди четырех приведенных ответов нет правильного

А 20. Прямоугольный параллелепипед вписывают в правильную четырехугольную пирамиду с периметром основания, равным 12, следующим образом: одно из оснований параллелепипеда располагают в основании пирамиды, а все четыре вершины другого его основания — на четырех ее боковых ребрах соответственно. *При каком* периметре основания параллелепипеда его объем *максимален*?

1) 8 2) $4\sqrt{2}$ 3) 4 4) 6 5) 3

А 21. Основание $ABCD$ четырехугольной призмы $ABCDA'B'C'D'$, расположенное на высоте 2 над его основанием $A'B'C'D'$ и имеющее периметр 7, заменили треугольной гранью ABM, лежащей в той же плоскости и имеющей тот же периметр, а боковые грани $BCC'B'$, $CDD'C'$ и $ADD'A'$ заменили гранями $BB'M$, $B'C'M$, $C'D'M$, $AA'M$ и $A'D'M$. *Периметр сечения* полученного многогранника плоскостью, проведенной параллельно грани $A'B'C'D'$ на высоте $h \in (0; 2)$ над ней:

1) строго *больше* 7 2) *равен* 7 3) строго *меньше* 7

4) *больше, равен* или *меньше* 7 в зависимости от выбора точки M

5) *больше, равен* или *меньше* 7 в зависимости от h

Часть B

К заданиям части B ответы не даны В каждом из них ответом может быть только натуральное число *или* ноль. *Решив очередное задание, запишите полученное Вами число в бланке ответов рядом с номером задания Каждую цифру числа пишите в отдельном окошке, начиная с первого*

B 1. Из стандартных деталей делают 4-местные, 5-местные и 8-местные клетки для животных. На одну 4-местную клетку уходит 3 детали, а на одну 5-местную или 8-местную клетку — 4 или 6 деталей соответственно. *Наибольшее суммарное количество мест*, которое можно создать из 86 деталей, *равно...*

B 2. *Список* следующих утверждений:

1) количество неверных утверждений в этом списке не менее 0,
2) количество неверных утверждений в этом списке не менее 1,
3) количество неверных утверждений в этом списке не менее 2,
4) количество неверных утверждений в этом списке не менее 3,
5) количество неверных утверждений в этом списке не менее 4,

— содержит не более 3 верных утверждений. Перечислите *номера всех верных* утверждений в порядке возрастания без запятых (если их нет, то запишите в ответе ноль).

B 3. Одна из двух параллельных прямых пересекает стороны AB и BC параллелограмма $ABCD$ в точках K и L, а другая — диагональ BD и сторону AD в точках M и N соответственно. *Каково отношение* $DM : MB$, если дано, что $AK : KB = 1 : 2$, $BL : LC = 2 : 3$ и $AN : ND = 4 : 1$? Ответ запишите в виде отношения двух взаимно простых натуральных чисел, но *без знака деления* (например, отношение $22 : 8$ следует записать, как 114).

B 4. *Сколько различных общих точек* с графиком функции

$$y = 3x^4 - 6x^2 - 134x - 3$$

имеет касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = 0,6$?

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ

Тест по математике-II №2

Инструкция для тестируемого

Тест состоит из частей A и B На его выполнение отводится 180 мин. Калькулятором, литературой, шпаргалками и т п. пользоваться нельзя.

Часть A

К каждому заданию части A даны пять ответов, из которых верен только один. *Решив очередное задание, сравните полученный Вами ответ с предложенными и поставьте* крестик $(\times)$ *в бланке ответов под номером задания в той клеточке, номер которой равен* номеру *выбранного Вами ответа.*

A 1. Если k, l, m и n – целые числа, бо́льшие 1, то выражение

$$l^{\log_{\left(l^{1/m}\right)} k^{1/n}}$$

равно

1) $\sqrt[mn]{k^{m+n}}$ 2) $\sqrt[n]{k^m}$ 3) $\frac{1}{\sqrt[n]{k^m}}$ 4) $\sqrt[mn]{k}$ 5) $\frac{1}{\sqrt{k^{mn}}}$

A 2. *Чему равно* число

$$\sqrt[3]{8-3\sqrt{7}}\,?$$

1) $1+\sqrt{7}$ 2) $2+\sqrt{7}$ 3) $3-\sqrt{7}$ 4) $\sqrt{7}-2$
5) Ни одно из четырех приведенных значений не годится

A 3. Сумма

$$\sin(-34^\circ)+\sin 6^\circ+\sin 46^\circ+\ldots+\sin 246^\circ$$

равна

1) 0 2) $\sin 20^\circ$ 3) $\sin 34^\circ$ 4) $-\sin 40^\circ$ 5) $\sin 74^\circ$

А 4. Друзья Антон, Борис и Виктор собрались поесть: Антон выложил к столу 12 пирожков, Борис — 13, а Виктор — 15. К ним присоединился Григорий, заплатив друзьям за отведенную ему (равную со всеми) долю всех пирожков 40 рублей. *По скольку* рублей должны получить из этой суммы Антон, Борис и Виктор соответственно?

1) 4, 11 и 24 2) 6, 12 и 21 3) 8, 12 и 20 4) 12, 13 и 15
5) Ни один из четырех предложенных вариантов дележа не верен

А 5. Из одного крана в минуту вытекает 3 л горячей воды температурой 90°, а из другого — 4 л холодной воды. Если открыть оба крана сразу, то получится вода температурой 50°. *Какой температуры* вода течет из второго крана?

1) 25 2) 20 3) 15 4) 10 5) 5

А 6. Петя, Вася и Толя в течение часа бегали по круговой дорожке с постоянными скоростями в одном направлении, причем Петя с Васей стартовали из одной точки, а Толя — из другой. *Сколько раз* после старта Петя мог обогнать Васю при условии, что Петя обогнал Толю 8 раз, а Вася — 5 раз?

1) 3 2) 2 или 3 3) 3 или 4 4) 2, 3 или 4
5) Среди четырех приведенных ответов нет абсолютно правильного

А 7. Седьмой член арифметической прогрессии на 5 меньше, чем треть суммы ее первых девяти членов. *Какой из членов* прогрессии однозначно находится из этого условия?

1) Третий 2) Четвертый 3) Седьмой 4) Девятый 5) Никакой

А 8. Пусть x_1, x_2 — различные корни квадратного уравнения

$$x^2 - px + q = 0.$$

Какое квадратное уравнение имеет корни $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ и $3x_1x_2$?

1) $x^2 + p^2x + 3q(p^2 - 3q) = 0$ 2) $x^2 - p^2x + 3q(p^2 + 3q) = 0$
3) $x^2 - p^2x + 3q(p^2 - 3q) = 0$ 4) $x^2 + p^2x + 3q(p^2 + 3q) = 0$
5) Ни одно из четырех перечисленных уравнений не годится

А 9. Если множество всех решений неравенства

$$\sqrt{8x^2 - 3 + 10x} \leqslant -1 - 2x$$

представить в виде объединения непересекающихся промежутков, то их *суммарная длина* будет равна

1) 5/2 2) 3/2 3) 1/2 4) 3/4 5) ∞

А 10. *Какой наибольшей длины* промежуток содержится в множестве решений неравенства

$$\left(81(x-6)^4 - (x-2)^4\right)\left(2^{x^2-1} - 2^{4x+4}\right) \leqslant 0$$

на отрезке $[-6; 9]$?

1) 1 2) 3 3) 5 4) 6 5) 9

А 11. Чему равно *расстояние* между *ближайшими* друг к другу корнями уравнения

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = 7\operatorname{ctg} x + 1\,?$$

1) $\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{7}{5}$ 2) $\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{7}{5}$ 3) $\operatorname{arctg}\frac{7}{5}$ 4) π

5) Искомое расстояние не определено, так как корень всего один

А 12. *Сколько целочисленных* решений имеет неравенство

$$\log_2(9-x) + \log_2(7-x) > \log_2(x+1) - 4\log_2(5-x) + \log_2(x-1)\,?$$

1) Ни одного 2) 1 3) 2 4) 3 5) Не менее 4

А 13. Уравнение

$$|x - a| + 2|4 - x| + 3|x - 1| = 2x + 5 - a$$

имеет более одного корня тогда и только тогда, когда

1) $1 < a < 4$ 2) $a > 1$ 3) $a < 1$ 4) $a > 4$ 5) $a < 4$

А 14. *Множество всех* значений a, при которых уравнение

$$\cos\left(2^{2-x^2}+1\right)=a$$

имеет хотя бы один корень, *есть*

1) $[\cos 5; \cos 1)$ 2) $(\cos 1; \cos 5]$
3) $[-1; \cos 1)$ 4) $[-1; \cos 5]$ 5) $[-1; 1]$

А 15. Каково *множество всех* значений a, при каждом из которых уравнение

$$|3x+1|\cdot\big|1+\log_3|x|\big|=a\,|3x-1|$$

имеет *нечетное* число корней?

1) $\{0\}$ 2) $(0; \infty)$ 3) $[0; \infty)$ 4) $(-\infty; 0)\cup(0; \infty)$
5) Ни одно из четырех приведенных множеств не годится

А 16. Кривая, заданная уравнением

$$y^2=2x+3,$$

пересекается с окружностью

$$(x-3)^2+(y-1)^2=17$$

в четырех точках. Лежат ли эти точки на *одной параболе*? Если да, то *каковы координаты* ее вершины?

1) Да, $(1; -4)$ 2) Да, $(1; -3)$
3) Да, $(2; -4)$ 4) Да, $(2; -3)$ 5) Нет

А 17. В круге какого *наименьшего радиуса* можно разместить любой треугольник ABC, удовлетворяющий условиям $AB=4\sqrt{2}$, $AC=9$ и $\angle A\leqslant 45^\circ$?

1) $9/2$ 2) $2\sqrt{2}$ 3) $\sqrt{41}/2$ 4) $\sqrt{41}/\sqrt{2}$ 5) $\sqrt{82}$

А 18. На продолжении общей хорды двух пересекающихся окружностей взята точка A, через которую проведена прямая, пересекающая одну окружность в точках B и E, а другую — в точках C и D, причем точки A, B, C, D, E расположены на этой прямой последовательно и $AB = BC = a$, $CD = b$. *Какова длина* отрезка DE?

1) $2a + b$ 2) $3a + b$ 3) $b - a$ 4) $b - 2a$

5) Искомая длина не определяется однозначно из условия задачи

А 19. Центр сферы радиуса 3, касающейся всех боковых граней пирамиды $SABC$, удален от плоскости ее основания ABC на расстояние 1 и расположен внутри пирамиды. Если площадь основания пирамиды относится к площади ее полной поверхности, как $1 : 3$, то *высота* пирамиды *равна*

1) 7 2) 8 3) 9 4) 12

5) Среди четырех приведенных ответов нет правильного

А 20. Прямоугольный параллелепипед с диагональю основания 6 вписывают в правильную четырехугольную пирамиду следующим образом: одно из оснований параллелепипеда располагают в основании пирамиды, а все четыре вершины другого его основания — на четырех ее боковых ребрах соответственно. *При какой* диагонали основания пирамиды ее объем *минимален*?

1) $6\sqrt{2}$ 2) 8 3) 9 4) 12 5) 16

А 21. Основание ABC треугольной призмы $ABCA'B'C'$, расположенное на высоте 4 над его основанием $A'B'C'$ и имеющее периметр 9, заменили треугольной гранью $ABMN$, лежащей в той же плоскости и имеющей тот же периметр, а боковые грани $BCC'B'$ и $ACC'A'$ заменили гранями $BB'M$, $B'C'M$, $C'MN$, $AA'N$ и $A'C'N$. *Периметр сечения* полученного многогранника плоскостью, проведенной параллельно грани $A'B'C'$ на высоте $h \in (0; 4)$ над ней:

1) строго *больше* 9 2) *равен* 9 3) строго *меньше* 9

4) *больше, равен* или *меньше* 9 в зависимости от h

5) *больше, равен* или *меньше* 9 в зависимости от выбора точек M, N

Часть B

К заданиям части B ответы не даны. В каждом из них ответом может быть только **натуральное число** *или* **ноль**. *Решив очередное задание, запишите полученное Вами число в бланке ответов рядом с номером задания Каждую цифру числа пишите в отдельном окошке, начиная с первого.*

B 1. Из деталей двух видов делают 7-местные и 12-местные клетки для животных. На одну 7-местную клетку уходит 7 деталей первого вида и 3 второго, а на одну 12-местную — 12 и 5 деталей соответственно. *Наибольшее суммарное количество мест*, которое можно создать из 155 деталей первого вида и 62 деталей второго, *равно*...

B 2. *Список* следующих утверждений:

1) количество верных утверждений в этом списке не более 1,
2) количество верных утверждений в этом списке не более 2,
3) количество верных утверждений в этом списке не более 3,
4) количество верных утверждений в этом списке не более 4,
5) количество верных утверждений в этом списке не более 5,

— содержит не менее 2 неверных утверждений. Перечислите *номера всех неверных* утверждений в порядке возрастания без запятых (если их нет, то запишите в ответе ноль).

B 3. Одна из двух параллельных прямых пересекает сторону AB и диагональ BD параллелограмма $ABCD$ в точках K и L, а другая — стороны CD и AD в точках M и N соответственно. *Каково отношение* $AB : MD$, если $AK : KB = 2 : 3$, $BL : LD = 1 : 2$ и $AN : ND = 3 : 1$? Ответ запишите в виде отношения двух взаимно простых натуральных чисел, но *без знака деления* (например, отношение 22 : 8 следует записать, как 114).

B 4. *Сколько различных общих точек* с графиком функции

$$y = 8x^4 - 9x^2 + 139x + 4$$

имеет касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = 0,6$?

ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ К ТЕСТАМ ПО МАТЕМАТИКЕ-II

№ вар.	Номера заданий										
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11
1	1	5	3	1	2	3	1	4	4	4	2
2	2	5	5	3	2	2	2	3	3	5	1

№ вар.	Номера заданий									
	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21
1	2	3	1	3	2	2	3	4	1	2
2	3	5	3	4	3	1	1	1	3	2

№ вар.	Номера заданий			
	B1	B2	B3	B4
1	114	123	17	3
2	148	12	51	3

Для самостоятельной оценки уровня своих знаний Вам необходимо каждое верно выполненное задание оценить в 1 балл, неверно выполненное – в 0 баллов, просуммировать набранные баллы и произвести оценку, воспользовавшись приведенными ниже критериями:

от 0 до 5 баллов – «2»
от 6 до 10 баллов – «3»
от 11 до 20 баллов – «4»
более 20 баллов – «5»

СТАТИСТИКА ОТВЕТОВ УЧАЩИХСЯ К ТЕСТАМ ПО МАТЕМАТИКЕ-II

Тест № 1

Число участников – 1130

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	63%
A2	61%
A3	35%
A4	70%
A5	58%
A6	22%
A7	38%
A8	35%
A9	28%
A10	38%
A11	36%
A12	33%
A13	27%
A14	18%
A15	23%
A16	29%
A17	35%
A18	35%
A19	21%
A20	27%
A21	34%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	32%
B2	35%
B3	9%
B4	34%

Тест № 2

Число участников – 1387

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
A1	77%
A2	66%
A3	28%
A4	76%
A5	65%
A6	37%
A7	45%
A8	56%
A9	39%
A10	26%
A11	38%
A12	39%
A13	16%
A14	23%
A15	37%
A16	40%
A17	37%
A18	37%
A19	29%
A20	20%
A21	38%

Номер задания	Процент тестируемых, давших верный ответ
B1	24%
B2	16%
B3	12%
B4	35%

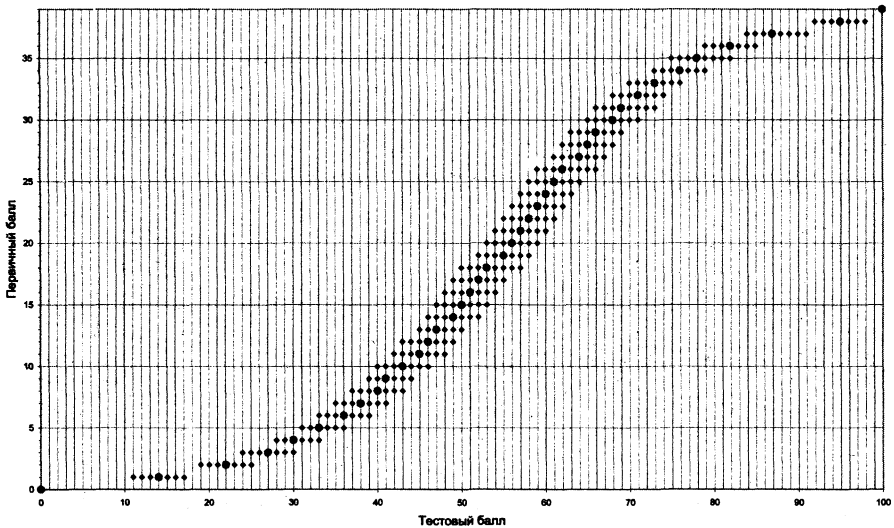
Централизованное **абитуриентское** тестирование в 2005 г.

Математика

108682 участников из 56 регион(-а, -ов)

Максимальный первичный балл по предмету - 39

Соответствие первичных и тестовых баллов.



(величина конкретного тестового балла определяется с учетом трудности верно выполненных тестовых заданий).

По данным ИВЦ ФЦТ. 2005 г.

Соответствие тестовых баллов, полученных учащимися, принимавшими одновременное участие в тестировании по предметам обычной и повышенной трудности (2005 год).

ПРЕДМЕТ										ПАРАМЕТРЫ		Коэфф-ициент корре-ляции R	Диапазон тестовых баллов на шкале основного предмета и соответствующий ему диапазон тестовых баллов на шкале предмета повышенной трудности принятые для расчета регрессионной зависимости
										A	B		
Русский язык	обычный		**46-50**	**51-55**	**56-60**	**61-65**	**66-70**	**71-75**	**76-80**	**1,20**	**9,10**	0,9	**46-80**
	повышенной сложности		**45-49**	**50-53**	**54-57**	**58-61**	**62-66**	**67-70**	**71-74**				**45-74**
Математика	обычный		**46-50**	**51-55**	**56-60**	**61-65**	**66-70**	**71-75**	**76-80**	**2,56**	**69,97**	0,9	**46-80**
	повышенной сложности		**45-46**	**47-48**	**49-50**	**51-52**	**53-54**	**55-56**	**57-59**				**45-59**
Физика	обычный		**46-50**	**51-55**	**56-60**	**61-65**	**66-70**	**71-75**	**76-80**	**1,89**	**38,15**	0,9	**46-80**
	повышенной сложности		**45-46**	**47-49**	**50-52**	**53-54**	**55-57**	**58-60**	**61-63**				**45-63**
Химия	обычный		**46-50**	**51-55**	**56-60**	**61-65**	**66-70**	**71-75**	**76-80**	**1,45**	**18,23**	0,9	**46-80**
	повышенной сложности		**44-47**	**48-50**	**51-54**	**55-57**	**58-61**	**62-64**	**65-68**				**44-68**
Биология	обычный	**41-45**	**46-50**	**51-55**	**56-60**	**61-65**	**66-70**	**71-75**	**76-80**	**1,22**	**7,94**	0,9	**41-80**
	повышенной сложности	**40-43**	**44-47**	**48-51**	**52-56**	**57-60**	**61-64**	**65-68**	**69-72**				**40-72**

Для размещения результатов тестирования по предметам повышенной сложности на шкале результатов тестирования по предметам обычной сложности возможно использовать следующую регрессионную зависимость **R1 = R2*A - B**, где **R2** - тестовый балл по предмету повышенной сложности **R1** - тестовый балл по соответствующему предмету обычной сложности **A** и **B** - параметры, указанные в таблице.

Полученные по указанной формуле результаты имеют статистический характер (см. коэффициент корреляции)

Директор
Центра тестирования
Минобразования России

В. А. Хлебников

15 05 2005

Федеральный центр тестирования предлагает
программное средство для текущей оценки учащихся общеобразовательных учреждений

Краткие характеристики программного средства для текущей оценки учебных достижений учащихся общеобразовательных учреждений.

1. Оцениваемые учебные достижения фиксируют степень освоения учащимся материала по конкретным темам изучаемого предмета.

2. Оцениваемые учебные достижения максимально объективны и допускают прямое сравнение результатов по темам и предметам для различных обучающихся и образовательных учреждений.

3. Процедура измерения учебных достижений осуществляется в тестовой форме с использованием современных средств информатизации, которыми располагают школьные дисплейные классы.

4. Учебные достижения оцениваются по шести наиболее крупным темам изучаемого предмета в течение учебного года.

Количество оригинальных тестов по каждой теме – 3. Длительность тестирования не более 40 минут. При компьютерном тестировании для каждого учащегося формируется оригинальный набор заданий, который не повторяется для других учащихся.

Каждый тест содержит 25-30 заданий с выбором ответа (часть **А**), а также задания, требующие ответа в форме слова или числа (часть **В**). Всего предлагается более 777 вариантов тестов по 14 общеобразовательным предметам.

5. Процедура оценивания и измерительные материалы (тесты) унифицированы при использовании в различных регионах и условиях обучения (проживания).

6. Процедура оценивания **минимально трудоемка** и не требует специальных знаний и умений как для обслуживающего персонала, так и для учащихся.

7. По результатам тестирования автоматизировано оформляется протокол на группу (класс) с ответами каждого учащегося на задания теста.

8. По результатам текущего тестирования формируется база данных, содержащая информацию об учебных достижениях учащихся за весь период обучения с момента начала наблюдения.

Получаемые по технологии Центра тестирования результаты позволяют оценить учебные достижения не только отдельных учащихся, но также давать оценку состояния образования в школах, муниципалитетах, регионах, выполняя функции **мониторинга качества образования**.

9. Анализ результатов тестирования может сопровождаться дополнительной информацией о динамике учебных достижений в различные годы обучения, с учетом используемых учебных материалов, состава преподавателей, физиологических и демографических показателей обучаемых.

10. Программное средство допускает **агрегацию** оценок текущей успеваемости для различных уровней управления образованием (класс – школа – муниципальный ОУО – региональный ОУО).

По вопросам приобретения программного средства для оценки текущей успеваемости учащихся просьба обращаться по адресу:

Москва, Ленинский проспект, д. 6 , стр. 7. Тел. (095) 363-60-55;
факс (095) 237-60-02; E – mail: test@rustest.ru

Количество тем в предлагаемых тестах для текущей оценки учебных достижений учащихся по различным предметам

Предмет	Количество тем по предметам в разных классах						
	5	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Русский язык	6	6	5	5	4	-	-
Математика	5	5	-	-	-	-	-
Алгебра	-	-	5	6	5	4	6
Алгебра угл.	-	-	-	6	6	6	6
Геометрия	-	-	6	6	6	5	4
Геометрии угл.	-	-	-	6	6	6	6
Физика	-	-	5	6	5	9	5
Химия	-	-	-	4	4	4	4
Биология	-	5	6	5	6	5	4
Природоведение	5	-	-	-	-	-	-
Информатика	-	-	-	4	4	3	4
История	3	5	5	5	7	-	-
ИТОГО:	**18**	**21**	**32**	**53**	**53**	**42**	**39**
							Всего 259 темы

По каждой теме разработано 3 варианта тестов.

Всего к договору прилагается 259 x 3 = 777 варианта тестов.

Требования к аппаратно-программному обеспечению проведения тематического тестирования.

Версии ОС	Windows 98, NT, 2000, XP.
Тип процессора	от 486 и выше
Количество ОЗУ	От 32 МБ
Наличие локальной сети	Да (обязательно)
Тип протоколов локальной сети	TCP/IP, NetBIOS, …
Разрешение экрана	600x800 точек и выше
Количество цветов	от 256 и выше
Объем дискового пространства клиента	5 МБ
Объем дискового пространства сервера	50 МБ
Наличие порта USB на сервере	1 шт.

НЕЗАВИСИМАЯ!
НАДЕЖНАЯ!
ОБЪЕКТИВНАЯ
оценка текущих учебных достижений учащихся
5-х – 11-х классов!

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ

предлагает

круглогодичное тестирование учащихся для оценки своих знаний, способностей, задатков

на сайте **um.rustest.ru**

размещены тесты (в компьютерной форме)

- централизованного тестирования
  - абитуриентские
  - итоговые 9-ые и 11-ые классы
- единого государственного экзамена
- общих способностей
- профессиональной ориентации учащихся
- текущей успеваемости учащихся 5-ых – 11-ых классов по всем основным предметам.

Учащиеся выпускных классов могут ознакомиться с тестами централизованного тестирования и единого государственного экзамена и попробовать ответить на их вопросы. При желании можно приостановить тестирование и продолжить его с того же места в следующий раз.

Учащимся 5-х – 11-ых классов предлагаются тесты по основным разделам изучаемых предметов. По каждому предмету предлагаются тесты по шести основным разделам, изучаемым в течении учебного года в соответствующем классе.

Учащиеся (их родители, учителя) могут получить независимую и объективную информацию о своих учебных достижениях по **любой** теме **любого** предмета в **любом** классе (с 5-ого по 11-ый).

По итогам тестирования учащийся может распечатать справку о полученных результатах.

Психологическое тестирование позволит оценить общие способности ученика и поможет выявить его склонности и задатки для успешной профессиональной ориентации.

Карту доступа к тестированию в компьютерной форме можно приобрести в Федеральном центре тестирования и его региональных представительствах.

Адрес Федерального центра тестирования:
119991 Москва, Ленинский проспект, дом 6, стр. 7.
Телефон (8-095) 363-60-55 E-mail: test@rustest.ru

Подписано в печать 03.08.05. Формат 60 × 90 $^{1}/_{16}$.
Тираж 55000. Печать офсетная.

Отпечатано в типографии Полиграфический Дом «Коммерсант»
109193, г. Москва, ул. Южнопортовая, д. 13