



**Ю.Н. Макарычев  
Н.Г. Миндюк  
Л.М. Короткова**

# Дидактические материалы

# АЛГЕБРА

КЛАСС  
9

$$\alpha(\alpha+\beta) = \frac{\tan(\alpha+\beta)}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

A collage of mathematical formulas and symbols on a grid background. The formulas include:

- $y = 2x^2$
- $\sin \theta + \cos \theta$
- $\frac{1}{2} \theta^2 - \frac{1}{3} \theta^3$
- $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$
- $\log_{10} 800$

The background features a blue grid pattern with a yellow swoosh and a red starburst.

## •Просвещение•

**Ю.Н. Макарычев  
Н.Г. Миндюк  
Л.М. Короткова**

по

**Дидактические  
материалы  
АЛГЕБРЕ**

---

для

**9** класса

**5-е издание**



**Москва  
«Просвещение»  
2000**

---

УДК 372.8:512  
ББК 74.262.21  
М15



Рецензент: ведущий научный сотрудник ИОО МО Российской Федерации *Н. Е. Федорова*

**Макарычев Ю. Н. и др.**

М15 Дидактические материалы по алгебре для 9 класса/  
Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, Л. М. Короткова.—  
5-е изд.— М.: Просвещение, 2000.— 160 с.: ил.— ISBN  
5-09-009614-7.

Пособие содержит упражнения для самостоятельных работ, которые носят обучающий характер, а также тексты контрольных работ и задания для проведения школьных математических олимпиад.

УДК 372.8:512  
ББК 74.262.21

© Издательство «Просвещение», 1992  
© Художественное оформление.  
Издательство «Просвещение», 1999  
Все права защищены

ISBN 5-09-009614-7

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

Дидактические материалы предназначены для организации самостоятельной работы учащихся и для осуществления контроля над их знаниями, умениями и навыками. Они могут использоваться как в том случае, когда преподавание ведется по учебнику «Алгебра, 9» авторов Ю. Н. Макарычева и др. под редакцией С. А. Теляковского (1), так и тогда, когда преподавание ведется по учебнику «Алгебра, 9» авторов Ш. А. Алимова и др. под научным руководством А. Н. Тихонова (2).

Включенные в данную книгу работы делятся на пять групп: 1) самостоятельные работы; 2) контрольные работы; 3) итоговое повторение по темам; 4) повторение по курсу алгебры VII—IX классов; 5) внутришкольные олимпиады.

Самостоятельные работы отмечены индексами С—1, С—2 и т. д. Некоторые из этих работ соответствуют обоим учебникам, другие соответствуют только одному из них. Для удобства учителя в книге приведена таблица, в которой указаны номера самостоятельных работ и соответствующие им номера пунктов из учебника (1) или номера параграфов из учебника (2).

Самостоятельные работы носят обучающий характер. Они представлены в двух вариантах. В каждой работе выделяются два блока заданий. Первый блок, расположенный над чертой, состоит из стандартных тренировочных упражнений. Второй блок, расположенный под чертой, состоит из заданий, усложненных по сравнению с заданиями первого блока в алгоритмическом или логическом плане и способствующих развитию учащихся. Каждое упражнение состоит из нескольких заданий, расположенных по возрастанию сложности. Близкие по тематике задания обозначены, как правило, номерами со скобками: 1), 2) и т. д.

Самостоятельные работы достаточно объемны. Они рассчитаны на неоднократное использование. Хорошо успевающим учащимся можно порекомендовать выполнять упражнения второго блока, минуя упражнения первого блока или часть из них.

Контрольные работы представлены двумя комплектами. Первый комплект относится к учебнику (1). Он состоит из десяти работ, обозначенных индексами К—1, К—2 и т. д. Первые девять работ привязаны к конкретным темам и рассчитаны на один урок. Последняя работа К—10 является повторительной по всему курсу и рассчитана на два урока. Второй комплект относится к учебнику (2). Он состоит из девяти работ, обозначенных индексами К—1А, К—2А и т. д. Первые семь работ из них тематические

и рассчитаны на один урок. Последние две работы К—8А и К—9А повторительные, рассчитанные на два урока.

Контрольные работы даются в четырех вариантах. В каждую из них включены задания, соответствующие уровню обязательной подготовки, и более продвинутые по уровню сложности задания. Задания обязательного уровня отмечены кружком, например, так: ● 1, ● 2 и т. д. С учетом конкретных условий учитель может вносить в тексты контрольных работ соответствующие корректизы.

Раздел «Итоговое повторение по темам» состоит из двух частей, одна из которых относится к учебнику (1), а другая — к учебнику (2). В нем содержатся теоретические вопросы по каждой теме и упражнения основных видов. Работа с этим материалом может быть организована по-разному, например можно использовать сочетание фронтальной работы с классом и самостоятельной деятельности учащихся.

Раздел «Повторение по курсу алгебры VII—IX классов» предназначен для организации заключительного повторения в IX классе перед экзаменом по алгебре. Включенные в него работы помечены индексами П—1, П—2 и т. д. Они представлены в двух вариантах. Каждая из этих работ может быть использована на нескольких уроках. По своему усмотрению учитель может разбить содержащиеся в работе упражнения на отдельные порции, которые предлагаются ученикам после повторения соответствующих вопросов.

Задания олимпиадного характера предназначены для того, чтобы облегчить учителю организацию и проведение осенней и весенней внутришкольных олимпиад, представляющих собой одну из форм работы с одаренными детьми.

**Таблица  
использования самостоятельных работ  
при обучении по двум учебникам**

Номер работы	Название работы	№ пунктов в учебнике Ю. Н. Макарычева и др.	№ параграфов в учебнике Ш. А. Алимова и др.
C — 1	Функция. Область определения и область значений функции	1	12
C — 2	График функции	1	12
C — 3	Свойства функций	2	13
C — 4	Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график	2	15
C — 5	Квадратный трехчлен и его корни	3	—
C — 6	Разложение квадратного трехчлена на множители	4	—

Номер работы	Название работы	№ пунктов в учебнике Ю. Н. Макарычева и др.	№ параграфов в учебнике Ш. А. Алимова и др.
C — 7	Функция $y = ax^2$ , ее график и свойства	5	—
C — 8	График квадратичной функции	6,7	—
C — 9	Решение неравенств второй степени	8	—
C — 10	Решение неравенств методом интервалов	9	—
C — 11	Целое уравнение и его корни	10	—
C — 12	Уравнения с параметрами	10	—
C — 13	Решение уравнений с помощью разложения на множители и введение вспомогательной переменной	11	—
C — 14	Графический способ решения систем уравнений	12	—
C — 15	Решение систем уравнений второй степени	13	—
C — 16	Решение задач с помощью систем уравнений второй степени	14	—
C — 17	Последовательности	15	27
C — 18	Арифметическая прогрессия. Формула $n$ -го члена	16	28
C — 19	Формула суммы $n$ первых членов арифметической прогрессии	17	29
C — 20	Геометрическая прогрессия. Формула $n$ -го члена	18	30
C — 21	Формула суммы $n$ первых членов геометрической прогрессии	19	31
C — 22	Бесконечная геометрическая прогрессия со знаменателем $q$ , где $ q  < 1$	20	32
C — 23	Иррациональные уравнения	—	16
C — 24	Четные и нечетные функции	21	14
C — 25	Функция $y = x^n$	22	13
C — 26	Определение корня $n$ -й степени	23	8
C — 27	Свойства арифметического корня	24	9
C — 28	Свойства арифметического корня (продолжение)	24	9
C — 29	Степень с целым показателем	—	7
C — 30	Степень с целым показателем (продолжение)	—	7
C — 31	Определение степени с рациональным показателем	25	10

*Продолжение*

Номер работы	Название работы	№ пунктов в учебнике Ю. Н. Макарычева и др.	№ параграфов в учебнике Ш. А. Алимова и др.
C —32	Свойства степени с рациональным показателем	26	10
C —33	Преобразование выражений, содержащих степени с дробными показателями	27	10
C —34	Радианная мера угла	30	17
C —35	Поворот точки вокруг начала координат	—	18
C —36	Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса	28	19
C —37	Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса	29	20, 23
C —38	Вычисление значений тригонометрических выражений	30	20
C —39	Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла	31	21
C —40	Преобразование тригонометрических выражений	32	22
C —41	Преобразование тригонометрических выражений (продолжение)	32	22
C —42	Формулы сложения	34	24
C —43	Формулы сложения (продолжение)	34	24
C —44	Синус и косинус двойного угла	35	25
C —45	Синус и косинус двойного угла (продолжение)	35	25
C —46	Формулы приведения	33	26
C —47	Формулы суммы и разности тригонометрических функций	36	—
C —48	Решение тригонометрических уравнений	—	26

## САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

### ВАРИАНТ 1

**I**

#### С—1. ФУНКЦИЯ. ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

1. Найдите:

- 1)  $f(2)$ ,  $f(0)$ ,  $f(-1)$ , если  $f(x) = 12x - 5$ ;
- 2)  $f(10)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(0)$ , если  $f(x) = x^2 - 8x$ ;
- 3)  $g(-2)$ ,  $g(2)$ ,  $g(0)$ , если  $g(x) = \frac{x-5}{x+3}$ .

2. Найдите значение  $x$ , при котором функция, заданная формулой

- 1)  $g(x) = 8 - 3x$ , принимает значение, равное: а) 5; б) 11; в) 0;
- 2)  $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ , принимает значение, равное: а) 1; б) 4; в) 0.

3. Найдите область определения функции, заданной формулой:

- 1) а)  $f(x) = 19 - 2x$ ; б)  $g(x) = \frac{40}{x}$ ; в)  $\varphi(x) = x^2 - 4$ ; г)  $y = \sqrt{x}$ ;
- 2) а)  $g(x) = 8 - x^2$ ; б)  $f(x) = -\frac{5}{x}$ ; в)  $\varphi(x) = x - 2$ ; г)  $y = \frac{8}{x+2}$ .

4. Укажите область значений функции:

- а)  $y = 37x + 1$ ; б)  $y = -23$ ; в)  $y = \frac{19}{x}$ ; г)  $y = \sqrt{x}$ ; д)  $y = |x|$ .

---

5. Зная, что

- а)  $f(x) = \frac{5x^2}{x^2 + 1}$ , найдите  $f(2) + f(-2)$ ;
- б)  $g(x) = \frac{2x^3 - 5x}{10}$ , найдите  $g(3) + g(-3)$ .

6. Известно, что  $f(x) = kx + b$ , причем  $f(2) = 7$  и  $f(3) = 12$ . Найдите коэффициенты  $k$  и  $b$ .

7. Задайте формулой какую-либо функцию, областью определения которой является:

- а) множество всех чисел, кроме 2 и 3;
- б) множество всех чисел, больших или равных 8.

**I****С—2. ГРАФИК ФУНКЦИИ**

1. На рисунке 1 изображен график функции  $y=f(x)$ , областью определения которой служит промежуток  $[-3; 4]$ . Найдите:

1) а)  $f(-3)$ ; б)  $f(-2)$ ; в)  $f(0)$ ; г)  $f(3)$ ;

2) значения аргумента  $x$ , при которых:

а)  $f(x)=2$ ; б)  $f(x)=0$ ; в)  $f(x)=-2$ ;

3) наибольшее и наименьшее значения функции;

4) область значений функции.

2. Постройте график функции:

1) а)  $y=0,5x-3$ ; б)  $y=-0,5x+2$ ; в)  $y=\frac{1}{3}x$ ;

2) а)  $y=\frac{8}{x}$ ; б)  $y=-\frac{6}{x}$ ; в)  $y=\frac{x}{3}$ ;

3) а)  $y=x^2$ ; б)  $y=\sqrt{x}$ ; в)  $y=|x|$ .

3. Постройте график функции, предварительно заполнив таблицу:

а)  $y=\frac{10}{x^2+1}$ , где  $0 \leqslant x \leqslant 6$ ;

$x$	0	1	2	3	4	5	6
$y$							

б)  $y=\frac{x-6}{x}$ , где  $1 \leqslant x \leqslant 6$ .

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$						

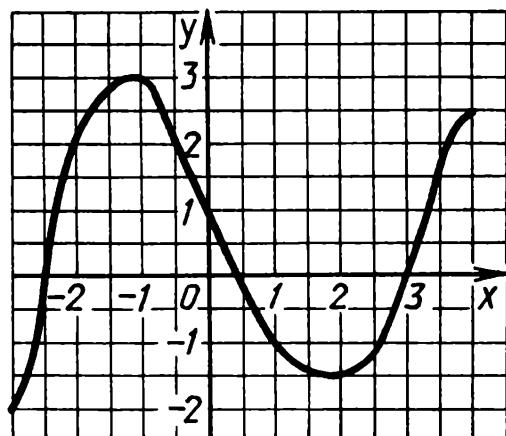


Рис. 1

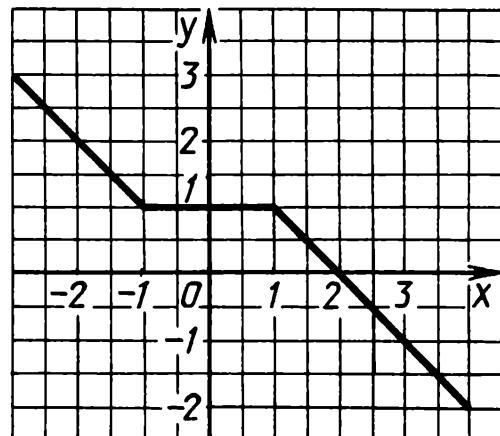


Рис. 2

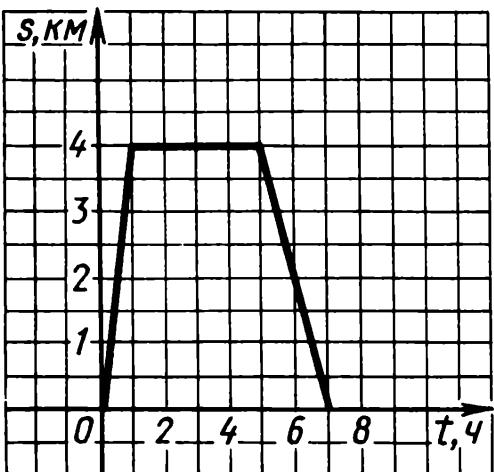


Рис. 3

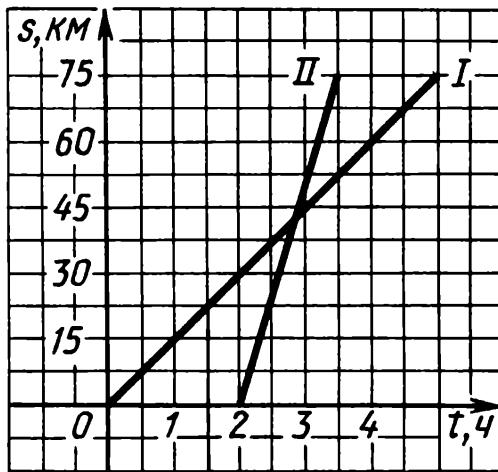


Рис. 4

4. Постройте график функции:

$$a) y = \begin{cases} -x - 1, & \text{если } x < -2, \\ 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ x - 1, & \text{если } x > 2; \end{cases}$$

5. Задайте с помощью нескольких формул функцию, график которой изображен на рисунке 2.

6. Постройте график функции  $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{2x^2 - 8}$ .

7. Рыболов отправился на озеро, а затем вернулся домой. График движения рыболова изображен на рисунке 3. Ответьте на вопросы:

- 1) Сколько времени шел рыболов от дома до озера и с какой скоростью?
- 2) Сколько времени провел он на озере?
- 3) Сколько времени затратил рыболов на путь от озера до дома и с какой скоростью он шел?
- 4) На каком расстоянии от дома находился рыболов через 2 ч; через 5 ч; через 6 ч после выхода из дома?
- 5) Сколько времени шел рыболов от озера до шоссе на обратном пути, если известно, что первый раз он пересек шоссе спустя полчаса после выхода из дома?

8. На рисунке 4 изображены графики движения велосипедиста (I) и мотоциклиста (II), отправившихся из города в деревню, находящуюся на расстоянии 75 км от города. Пользуясь графиками, ответьте на вопросы:

- 1) Кто выехал из города позже и на сколько?
- 2) Сколько времени был в пути велосипедист; мотоциклист?
- 3) Какова скорость движения велосипедиста; мотоциклиста?
- 4) Кто прибыл в деревню раньше и на сколько?
- 5) Через сколько часов после своего выезда мотоциклист догнал велосипедиста?
- 6) На каком расстоянии от деревни находился велосипедист в тот момент, когда мотоциклист в нее прибыл?

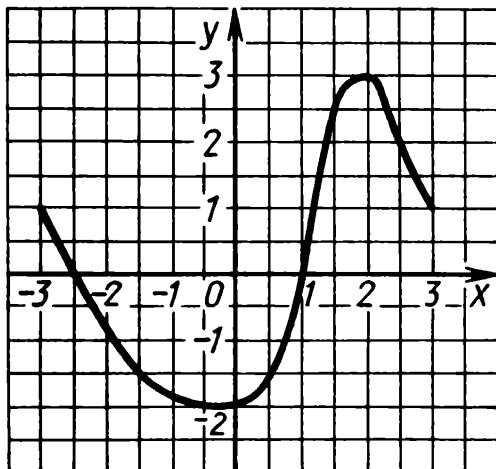


Рис. 5

## I С—3. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

1. Область определения функции, заданной графиком на рисунке 5,— промежуток  $[-3; 3]$ . Используя график, перечислите свойства функции. Найдите:

- 1) а) нули функции; б) промежутки, в которых функция принимает положительные значения, и промежутки, в которых она принимает отрицательные значения;
- 2) промежутки, в которых функция возрастает и в которых она убывает;

3) значение аргумента  $x$ , при котором функция принимает наибольшее значение и при котором она принимает наименьшее значение;

4) область значений функции.

2. Выясните свойства функций:

1) а)  $y = 28x + 35$ ; б)  $y = -0,38x - 19$ ; в)  $y = 38$ ;

2) а)  $y = \frac{25}{x}$ ; б)  $y = -\frac{56}{x}$ .

3. Найдите нули функции (если они существуют):

1) а)  $y = \frac{1}{3}x - 15$ ; б)  $y = -0,2x + 46$ ; в)  $y = -24$ ;

2) а)  $y = 7x(x+4)$ ; б)  $y = 9(x^2 + 5)$ ; в)  $y = x(x+1)(x-2)$ ;

3) а)  $y = \sqrt{x+2}$ ; б)  $y = \sqrt{x^2 - 1}$ ; в)  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ .

4. Постройте график функции  $f(x) = x + |x|$  и опишите ее свойства.

5. Выясните свойства функции:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{8}{x}, & \text{если } x < -2, \\ 2x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ \frac{8}{x}, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

## I С—4. ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$ И ЕЕ ГРАФИК

1. Постройте график функции  $y = \frac{3}{x}$ . Укажите область определения функции. Найдите:
  - а) значение функции, соответствующее значению аргумента, равному  $-4; -2; 2; 4$ ;
  - б) значение аргумента, которому соответствует значение функции, равное  $-3; -2; 2; 3$ ;

в) при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения; отрицательные значения.

2. Принадлежит ли графику функции  $y = \frac{126}{x}$  точка:

а)  $A(6; 21)$ ; б)  $B(-3; -42)$ ; в)  $C(0; -126)$ ; г)  $D(-9; 14)$ ?

3. Решите графически уравнение:

$$-\frac{4}{x} = -x + 1.$$

4. Постройте график функции:

а)  $y = \frac{2}{x+1} - 2$ ; б)  $y = -\frac{2}{|x|}$ .

5. Задайте формулой обратно пропорциональную зависимость между  $x$  и  $y$ , зная, что ее график проходит через точку  $A(-16; -0,5)$ .

## I

### С—5. КВАДРАТНЫЙ ТРЕХЧЛЕН И ЕГО КОРНИ

1. Найдите корни квадратного трехчлена:

1) а)  $x^2 - 5x + 6$ ; б)  $-y^2 - 3y + 4$ ; в)  $7a^2 - 21a + 14$ ;  
г)  $3b^2 - 12$ ;

2) а)  $2y^2 - y - 6$ ; б)  $6a^2 + 5a + 1$ ; в)  $0,3x^2 + 0,1x$ ;  
г)  $c^2 - 3$ ;

3) а)  $0,5x^2 - x - 0,5$ ; б)  $-50a^2 + 5a + 1$ ; в)  $-36b^2 - 12b + 1$ .

2. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

1) а)  $x^2 - 6x + 11$ ; б)  $2y^2 - 4y - 1$ ; в)  $a^2 - 2a$ ;

2) а)  $-y^2 + 4y + 1$ ; б)  $\frac{1}{3}x^2 - 2x + 5$ .

3. Докажите, что при любом  $y$  квадратный трехчлен:

а)  $y^2 - 4y + 7$  принимает положительные значения;

б)  $-y^2 + 6y - 12$  принимает отрицательные значения.

4. При каком значении  $a$  квадратный трехчлен:

а)  $a^2 - 10a + 27$  принимает наименьшее значение;

б)  $-a^2 - 6a - 15$  принимает наибольшее значение?

5. Имеется прямоугольник со сторонами 3 и 5 см. Большую его сторону уменьшили на  $a$  см, а меньшую увеличили на такое же число сантиметров. При каком значении  $a$  площадь полученного прямоугольника окажется наибольшей?

## I

### С—6. РАЗЛОЖЕНИЕ КВАДРАТНОГО ТРЕХЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

1) а)  $x^2 - 7x + 12$ ; б)  $5x^2 - 5x - 10$ ; в)  $4x^2 - 144$ ;  
г)  $10x^2 + 29x - 30$ ;

- 2) а)  $x^2 - 2x - 63$ ;    б)  $6x^2 + 5x - 4$ ;    в)  $17x^2 - 425$ ;  
г)  $5x^2 - 30x + 35$ .

2. Почему нельзя представить квадратный трехчлен в виде произведения многочленов первой степени:

- 1) а)  $x^2 - 3x + 4$ ;    б)  $-2x^2 + 4x - 7$ ;  
2) а)  $x^2 - 10x + 27$ ;    б)  $-7x^2 + 6x - 2$ ;    в)  $x^2 + 1$ ?

3. Сократите дробь:

- 1) а)  $\frac{a^2 - 4}{7a + 14}$ ;    б)  $\frac{b^2 - b - 6}{9b + 18}$ ;    в)  $\frac{7 + 6c - c^2}{21 - 3c}$ ;  
2) а)  $\frac{y^2 - 49}{y^2 + 5y - 14}$ ;    б)  $\frac{x^3 + x^2 - 72x}{9x - 72}$ ;    в)  $\frac{5a - a^2}{5 + 34a - 7a^2}$ .

4. Найдите значение дроби:

- 1)  $\frac{y^2 - 11y - 26}{9y + 18}$  при  $y = -5; 31; 112$ ;  
2)  $\frac{x^2 - 18x + 80}{5x - 50}$  при  $x = -12; 8,5; 48$ .

5. Упростите выражение:

$$\frac{8a - 3}{a + 5} - \frac{40 - 27a}{a^2 + 2a - 15}.$$

6. Постройте график функции:

$$y = \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{2x^2 - 8}.$$

## I С-7. ФУНКЦИЯ $y=ax^2$ , ЕЕ ГРАФИК И СВОЙСТВА

1. Зная, что  $f(x) = \frac{1}{5}x^2$ , заполните таблицу:

$x$	0	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 3$	$\pm 4$	$\pm 5$
$f(x)$						

Постройте график функции. Найдите:  $f(-2,5)$ ;  $f(2,5)$ ;  
 $f(-3,5)$ ;  $f(3,5)$ .

В той же системе координат постройте график функции  $g(x) = -\frac{1}{5}x^2$ . Найдите:  $g(-2,5)$ ;  $g(2,5)$ ;  $g(-3,5)$ ;  $g(3,5)$ .

2. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y=2x^2$  и прямой:

- а)  $y=200$ ; б)  $y=800$ ; в)  $y=50x$ ; г)  $y=-3200x$ .

3. Принадлежит ли графику функции  $y=-25x^2$  точка:

- а)  $A(-2; -100)$ ; б)  $B(2; 100)$ ; в)  $C\left(\frac{1}{5}; -1\right)$ ?

4. Постройте график функции:

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x > 2; \\ x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2; \\ -x^2, & \text{если } x < -2. \end{cases}$$

5. Какова область значений функции (укажите ее наибольшее и наименьшее значения):

а)  $y = \frac{1}{3}x^2$ , где  $x \in [-3; 6]$ ; б)  $y = -\frac{1}{4}x^2$ , где  $x \in [-2; 8]$ ?

6. Камень, падающий на землю, пролетает за  $t$  секунд расстояние, равное  $h$  метрам, где  $h = \frac{gt^2}{2}$ ,  $g \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . Через какое время камень упадет на дно вертикального ствола шахты длиной 120 м?

7. Постройте график функции:

а)  $y = 2\sqrt{x}$ ; б)  $y = -\sqrt{x}$ ; в)  $y = \sqrt{-x}$ .

## I

### С—8. ГРАФИК КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

1. Используя шаблон параболы  $y = x^2$ , постройте график функции:

а)  $y = x^2 - 3$ ; б)  $y = -x^2 + 4$ ; в)  $y = (x - 2)^2$ ; г)  $y = (x + 2)^2 - 4$ .

2. Найдите координаты вершины параболы:

а)  $f(x) = x^2 - 6x + 4$ ; б)  $f(x) = -x^2 - 4x + 1$ ; в)  $f(x) = 3x^2 - 12x + 2$ .

При вычислении воспользуйтесь формулами  $m = -\frac{b}{2a}$  и  $n = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ , где  $m$  и  $n$  — координаты вершины параболы  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

3. Используя результаты вычислений в задании 2 (а), постройте график функции  $f(x) = x^2 - 6x + 4$ . Найдите по графику:

- а) нули функции; промежутки, в которых  $f(x) < 0$  и  $f(x) > 0$ ;  
б) промежутки убывания и возрастания функции; наименьшее ее значение.

4. Используя результаты вычислений в задании 2 (б), постройте график функции  $f(x) = -x^2 - 4x + 1$ . Найдите по графику:

- а) нули функции; промежутки, в которых  $f(x) < 0$  и  $f(x) > 0$ ;  
б) промежутки возрастания и убывания функции; наибольшее ее значение.

---

5. Найдите область значений функции  $y = x^2 + 6x + 5$ , где  $x \in [-6; 2]$ .

6. Постройте график функции:

а)  $y = |x| - 3$ ; б)  $y = |x + 3|$ ; в)  $y = \sqrt{x} + 2$ ; г)  $y = \sqrt{x - 2}$ .

7. При каких значениях  $b$  и  $c$  точка  $M(5; 7)$  является вершиной параболы  $y = x^2 + bx + c$ ?

8. Мяч брошен вертикально вверх с начальной скоростью 24 м/с. Зависимость расстояния  $h$  (в метрах) от мяча до земли от времени полета  $t$  (в секундах) выражается формулой  $h=24t-5t^2$ . Постройте график этой зависимости. Найдите по графику:

- 1) Какой наибольшей высоты достиг мяч?
- 2) В какой промежуток времени он поднимался вверх и в какой опускался вниз?
- 3) Через сколько секунд после броска мяч упал на землю?

## I

### С—9. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

1. Для каждой из парабол  $y=2x^2-x-15$  и  $y=-3x^2+5x+28$ :

- а) определите направление ее ветвей;
- б) найдите координаты точек пересечения параболы с осью  $x$ ;
- в) изобразите схематически график;
- г) найдите по графику множество значений аргумента, при которых  $y<0$  и при которых  $y>0$ .

2. Решите неравенство:

- а)  $x^2-8x+15>0$ ; б)  $3x^2+11x-4<0$ ; в)  $x^2-9>0$ ;
- г)  $2x-x^2>0$ .

3. Найдите множество решений неравенства:

- а)  $x^2\leqslant 4$ ; б)  $x^2>5$ ; в)  $2x^2\geqslant x$ ; г)  $-3x<6x^2$ .

4. Докажите, что при любом значении  $a$  верно неравенство:

- а)  $5a^2-2a+1>0$ ; б)  $6a<a^2+10$ .

5. Найдите область определения функции:

$$\text{а) } y=\sqrt{x^2-14x+40}; \text{ б) } y=\frac{9}{\sqrt{8x-2x^2}}.$$

6. При каких значениях  $c$  множество решений неравенства  $x^2-6x+c<0$  является промежуток:

- а)  $(1; 5)$ ; б)  $(-\infty; +\infty)$ ?

7. Решите неравенство:

$$\frac{x^2-12x+35}{(x-6)^2}<0.$$

## I

### С—10. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

1. Решите неравенство:

- 1) а)  $(x-1)(x-3)>0$ ; в)  $(x+9)(x+1)(x-11)>0$ ;
- б)  $(x+2)(x-5)<0$ ; г)  $x(x+8)(x-17)\leqslant 0$ ;
- 2) а)  $(x+3)(x-8)(x-20)>0$ ; в)  $(x^2-1)(x+5)\geqslant 0$ ;
- б)  $x(x+10)(x-3)\leqslant 0$ ; г)  $(x^2+1)(x+6)(x-5)\leqslant 0$ .

2. Найдите множество решений неравенства:

- 1) а)  $(2x-1)(x+9)<0$ ; б)  $(8-x)(4x+9)\leqslant 0$ ;
- в)  $-(x-1)(5-x)(x+20)>0$ ;

- 2) а)  $(4x+9)(10-x) > 0$ ; б)  $(4-x^2)(10x+35) < 0$ ;  
 в)  $(4x^2-9)(25-x^2)(3x^2+2) > 0$ .

3. Решите неравенство:

- 1) а)  $\frac{x-3}{x+7} < 0$ ; б)  $\frac{x+9}{x-6} \geq 0$ ; в)  $\frac{7x}{4x-10} \leq 0$ ;  
 2) а)  $\frac{2x-10}{x+8} < 0$ ; б)  $\frac{x^2-16}{x+9} \geq 0$ ; в)  $\frac{(x-1)(x^2-49)}{x^2+8} \leq 0$ .

4. Найдите область определения функции:

а)  $y = \sqrt{(10-x)(x+21)}$ ; б)  $y = \sqrt{(x-2)(x-15)(x+3)}$ .

5. Решите неравенство:

- а)  $(x+9)(x-5)^2(x-18) > 0$ ; в)  $x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0$ ;  
 б)  $\frac{x^2 - 13x + 30}{x^2 + 7x + 10} < 0$ ; г)  $\frac{x^4 - 10x^2 + 9}{4x + 12} \leq 0$ .

## I

### С – 11. ЦЕЛОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО КОРНИ

1. Определите степень уравнения:

- а)  $x^5 + 3x^6 - x^3 + 1 = 0$ ; в)  $x^2(x+4) - (x-2)(x^2+1) = 3$ ;  
 б)  $(x+4)(x-7)(x+8) = 0$ ; г)  $(x^3-2)(3x^2+1) - 3(x^5-2) = 4$ .

2. Какие из чисел  $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$  являются корнями уравнения:

- а)  $x^3 - 4x = 0$ ; в)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ ?  
 б)  $x^2(x+1) + (x+4) = 4$ ;

3. Решите уравнение:

- 1) а)  $(12x+1)(3x-1) - (6x+2)^2 = 10$ ; в)  $\frac{6x-1}{4} - \frac{3x+1}{3} = \frac{1}{4}$ ;  
 б)  $(3x+7)(3x-7) - 3x(3x+1) = 5$ ; г)  $\frac{x(2-x)}{2} + \frac{x(3+2x)}{4} = 1$ ;  
 2) а)  $(6x-1)(x+1) = 20$ ;  
 б)  $(x-7)(x+7) - 11x - 30 = (x+5)^2 + (x-2)^2$ ;  
 в)  $\frac{x^2}{16} - \frac{x}{8} = \frac{x+1}{3}$ ;  
 г)  $17 - 2x + \frac{x(3x+4)}{2} = 54 \frac{1}{2}$ .

4. Составьте какое-либо уравнение:

- а) первой степени, корнем которого является число 13;  
 б) второй степени, имеющее корни 4 и  $-11$ ;  
 в) третьей степени, имеющее корни  $-2; 2$  и 5.

5. Решите уравнение:

- а)  $\frac{x(x-1)}{4} + \frac{(x-3)^2}{2} = \frac{(4-x)^2}{3} - \frac{1}{3}$ ;  
 б)  $x+1 = \frac{(x-3)^2}{2} + \frac{x(x+2)}{4} + \frac{x-1}{2}$ .

6. Верно ли утверждение:

- а) уравнение  $x^6 + 6x^4 + 7x^2 + 8 = 0$  не имеет корней;

- б) уравнение  $12x^5 + 11x^3 + 10x - 4 = 140$  не имеет отрицательных корней;  
 в) уравнение  $9x(x-1) - (3x+4)(3x-4) = 51 - 9x$  не имеет корней;  
 г) уравнение  $7x^5 + 14x^4 - 21x^2 - 49x = 13$  не имеет целых корней?

## I

### С – 12. УРАВНЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ

1. Найдите:

- а) значение  $c$ , при котором корнем уравнения

$$3(x-4) - 5(x+2) = cx - 6$$

является число 6;

- б) значение  $b$ , при котором одним из корней уравнения  $16x^2 + 2(b-4)x + (2-3b) = 0$  является число 4. Вычислите другой корень.

2. При каких целых значениях  $b$  корень уравнения  $bx - 1 = 0$  является целым числом?

3. При каких значениях  $a$  уравнение  $5x - 3a = 2$  имеет:

- а) положительный корень;

- б) отрицательный корень;

- в) корень, больший 10;

- г) корень, принадлежащий промежутку (1; 2)?

4. При каких значениях  $b$  имеет два корня уравнение:

- а)  $4x^2 + 8x + b = 0$ ; б)  $5x^2 + bx + 5 = 0$ ?

5. При каких значениях  $t$  имеет один корень уравнение:

- а)  $2x^2 - 6x + t = 0$ ; б)  $x^2 + tx + 4 = 0$ ?

6. При каких значениях  $c$  не имеет корней уравнение:

- а)  $4x^2 + cx + 6 = 0$ ; б)  $x^2 + 6x + c = 0$ ?

7. Найдите целые значения  $a$ , при которых корень уравнения  $a(x+1) = 5$  является положительным числом.

8. Из данных уравнений выделите те, которые при любом значении  $b$  имеют два корня:

$$x^2 + bx = 0, \quad x^2 - bx - 5 = 0, \quad x^2 + bx + 5 = 0, \quad x^2 - 2b = 0, \\ bx^2 - 2 = 0, \quad x^2 - 4x + b = 0.$$

9. Найдите, при каких значениях  $n$  корнями уравнения  $x^2 + n^2(x-1) - x = 0$  являются два противоположных числа.

10. При каких значениях  $a$  уравнение

$$x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$$

имеет два различных корня, принадлежащих промежутку (1; 5)?

**I**
**С—13. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ И ВВЕДЕНИЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

1. Решите уравнение:

- 1) а)  $9x^3 - 27x^2 = 0$ ;      б)  $x^3 - 64x = 0$ ;  
 в)  $x^3 + 0,8x = 0$ ;
- 2) а)  $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$ ;      б)  $x^6 + 3x^4 - x^2 - 3 = 0$ ;  
 в)  $y^3 - 2y^2 = y - 2$ .

2. Решите уравнение, используя введение новой переменной:

- а)  $(x^2 - 7)^2 - 4(x^2 - 7) - 45 = 0$ ;  
 б)  $(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0$ ;  
 в)  $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 7) = 65$ .

3. Решите биквадратное уравнение:

- а)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ ;      г)  $x^4 + 7x^2 - 44 = 0$ ;  
 б)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ ;      д)  $x^4 + 9x^2 + 8 = 0$ ;  
 в)  $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$ ;      е)  $x^4 + 16x^2 = 0$ .

4. Найдите координаты точек пересечения с осью абсцисс графика функции  $y = x^4 - 8x^2 - 9$ .

5. Решите уравнение:

$$x^5 + x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0.$$

6. Решите уравнение, обозначив одну из взаимно обратных дробей через  $t$ , а другую — через  $\frac{1}{t}$ :

$$\frac{x^2 - 4}{x} + \frac{x}{x^2 - 4} = 3 \frac{1}{3}.$$

7. Решите уравнение:

- а)  $x^3 - 7x + 6 = 0$ ;      б)  $x^3 - 43x + 42 = 0$ .

**Указание:** а) представьте средний член трехчлена в виде суммы слагаемых  $-x$  и  $-6x$ .

8. Решите уравнение:

- а)  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 360$ ;  
 б)  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) = 105$ .

**Указание:** а) замените трехчленами произведение крайних множителей и произведение средних множителей.

9. При каких значениях  $a$  не имеет корней уравнение:

- а)  $x^4 - 6x^2 + a = 0$ ;      б)  $x^4 + ax^2 + 9 = 0$ ?

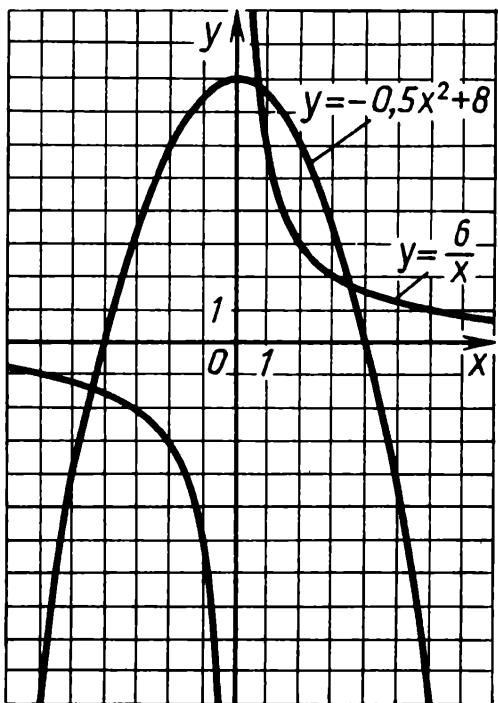


Рис. 6

## I С — 14. ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

1. С помощью графиков, изображенных на рисунке 6, решите систему уравнений:

$$\begin{cases} y = -0,5x^2 + 8, \\ xy = 6. \end{cases}$$

2. Постройте график функции  $y = x^2 - 4$ . С помощью этого графика решите систему уравнений:

- а)  $\begin{cases} y = x^2 - 4, \\ y = x + 2; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} y = x^2 - 4, \\ y = 0,5x; \end{cases}$   
в)  $\begin{cases} y = x^2 - 4, \\ y = x - 8. \end{cases}$

3. Решите графически систему уравнений:

- а)  $\begin{cases} xy = 8, \\ y - x = 2; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y - 2x = 0; \end{cases}$   
б)  $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y - 1 = 2x; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = x^2 - 4. \end{cases}$

4. Изобразив схематически графики, выясните, имеет ли решения система уравнений и если имеет, то сколько:

- а)  $\begin{cases} y = x^2 + 2, \\ y = -x^2 + 7; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y - x^2 = 2. \end{cases}$

5. Решите графически систему уравнений:

- а)  $\begin{cases} y = x^2 - 3, \\ y = |x|; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25, \\ y = 2x. \end{cases}$

6. При каких значениях  $k$  система уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x - y = k \end{cases}$

а) имеет одно решение; б) имеет два решения; в) не имеет решений?

## I С — 15. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

1. Является ли пара чисел  $x=6, y=-8$  решением системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ 3x + 2y - 2 = 0? \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 3y + 12 = 0, \\ y = x + 4 \end{cases}$$

и выполните проверку.

3. Решите систему уравнений:

1) а)  $\begin{cases} x^2 + 2y = 6, \\ y = x - 1; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x = y - 2, \\ xy - y = 10; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} xy + x^2 = 4, \\ y = x + 2; \end{cases}$

2) а)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 24, \\ x - 2y = 7; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x + 3y = 11, \\ 2x + y^2 = 14; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} y^2 - xy = 12, \\ 3y - x = 10; \end{cases}$

3) а)  $\begin{cases} (x - 2)(y - 1) = 30, \\ 2x - y = 10; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 14, \\ x - 3y = 10. \end{cases}$

4. Имеет ли решение система уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11, \\ 5x - 3y = 12, \\ x^2 + y^2 - xy - y = 6? \end{cases}$$

5. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9, \\ xy = 20; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 22, \\ x^2 + 3y^2 = 28; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2 + 2x + 3y = 3, \\ x^2 + x + 2y = 4. \end{cases}$

6. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности  $x^2 + (y - 2)^2 = 5$  и параболы  $y = x^2 - 1$ .

7. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}, \\ 2y - x = 1; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{16}{3}, \\ x - y = 6. \end{cases}$

## I

### С – 16. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

1. Разность двух чисел равна 5, а их произведение равно 84. Найдите эти числа.

2. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 13 см. Найдите его катеты, если известно, что один из них на 7 см больше другого.

3. Прямоугольный участок земли площадью 2080 м<sup>2</sup> обнесен изгородью, длина которой равна 184 м. Найдите длину и ширину участка.

4. Периметр прямоугольника равен 20 см, а сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, равна 104 см<sup>2</sup>. Найдите стороны прямоугольника.

5. Произведение двух чисел на 29 больше их суммы. Если к первому числу прибавить удвоенное второе число, то получится 19. Найдите эти числа.

6. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 18 км, вышли одновременно навстречу друг другу две группы туристов и встретились через 2 ч. Определите, с какой скоростью шла

каждая группа, если известно, что на прохождение всего пути одной из них потребовалось на 54 мин больше, чем другой.

7. Одна машинистка может напечатать рукопись на 3 ч быстрее другой. При совместной работе им потребовалось бы затратить на перепечатку рукописи 6 ч 40 мин. Сколько времени потребуется каждой машинистке, чтобы перепечатать рукопись?

## I

### С — 17. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

1. Выпишите пять первых членов последовательности:

- а) двузначных чисел, взятых в порядке возрастания;
- б) квадратов натуральных чисел, взятых в порядке возрастания;
- в) натуральных чисел, дающих при делении на 3 остаток 1, взятых в порядке возрастания.

2. Последовательность  $(a_n)$  задана формулой  $a_n = 5n - 2$ .

Найдите:

- а)  $a_1$ ; б)  $a_6$ ; в)  $a_{10}$ ; г)  $a_{100}$ ; д)  $a_k$ ; е)  $a_{k+1}$ .

3. Найдите второй, пятый и десятый члены последовательности  $(x_n)$ , заданной формулой:

- а)  $x_n = n + 6$ ; в)  $x_n = n^2$ ; д)  $x_n = n^3 - n$ ;
- б)  $x_n = \frac{2n-1}{3}$ ; г)  $x_n = n(n-1)$ ; е)  $x_n = (-1)^n \cdot n$ .

4. Последовательность задана формулой  $a_n = 55 - 4n$ . Найдите номер члена последовательности, равного 15.

5. Выпишите пять первых членов последовательности  $(c_n)$ , если:

- а)  $c_1 = 3$ ,  $c_{n+1} = c_n + 4$ ; б)  $c_1 = 4$ ,  $c_{n+1} = 2c_n$ .

---

6. Выпишите пять первых членов последовательности десятичных приближений с недостатком числа  $\frac{3}{7}$ , взятых с точностью до 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.

7. Последовательность  $(a_n)$  задана формулой  $a_n = n^2 - 2n + 3$ . Является ли членом последовательности число:

- а) 3; б) 66; в) 103?

8. Задайте формулой  $n$ -го члена последовательность  $(b_n)$ , если известно, что:

- а)  $b_1 = 4$ ,  $b_{n+1} = b_n + 4$ ; б)  $b_1 = 1$ ,  $b_{n+1} = 5b_n$ .

## I

### С — 18. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ. ФОРМУЛА $n$ -ГО ЧЛЕНА

1. Зная первые два члена арифметической прогрессии

$$3,4; -0,2; \dots,$$

найдите следующие за ними четыре ее члена.

2. В арифметической прогрессии  $(b_n)$  известны  $b_1 = -0,8$ ,  $d = 4$ . Найдите:

- а)  $b_3$ ; б)  $b_7$ ; в)  $b_{24}$ ; г)  $b_{k+1}$ .

3. Найдите разность арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если:

- а)  $a_1=16$ ,  $a_8=37$ ; б)  $a_1=4$ ,  $a_{18}=-11$ ; в)  $a_1=0,5$ ,  $a_{23}=-2,3$ .

4. Мастерская изготовила в январе 106 изделий, а в каждый следующий месяц изготавливало на 12 изделий больше, чем в предыдущий. Сколько изделий изготавлила мастерская в июне? в декабре?

5. В арифметической прогрессии ( $x_n$ ) известны  $x_1=14$  и  $d=-0,5$ . Найдите номер члена прогрессии, равного:

- а) 17,5; б) 19; в) 34.

6. Выписали двадцать членов арифметической прогрессии:

$$18; 4; \dots .$$

Встретится ли среди них (и если да, то на каком месте) число:

- а) -38; б) -64; в) -80?

---

7. Между числами 2 и 22 вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами они составили арифметическую прогрессию.

8. Докажите, что если последовательность ( $a_n$ ) является арифметической прогрессией, то  $a_2+a_{n-2}=a_5+a_{n-5}$ .

9. Первый член арифметической прогрессии равен 7. Найдите второй и третий ее члены, если известно, что они являются квадратами двух последовательных натуральных чисел.

10. Докажите, что если числа  $a^2$ ,  $b^2$  и  $c^2$  составляют арифметическую прогрессию, то числа  $\frac{1}{b+c}$ ,  $\frac{1}{a+c}$  и  $\frac{1}{a+b}$  также составляют арифметическую прогрессию.

## I

### С — 19. ФОРМУЛА СУММЫ $n$ ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. Последовательность -16, -13, ... является арифметической прогрессией. Найдите сумму  $n$  первых ее членов, если  $n$  равно:

- а) 6; б) 16; в) 25; г)  $k+1$ .

2. Найдите сумму первых двенадцати членов арифметической прогрессии, в которой:

- а)  $a_1=4$ ,  $d=2$ ; в)  $a_1=16,5$ ,  $d=-1,5$ ;  
б)  $a_1=-5$ ,  $d=3$ ; г)  $a_1=1+\sqrt{3}$ ,  $d=-\sqrt{3}$ .

3. Найдите сумму первых пяти, сорока,  $k$  членов последовательности ( $a_n$ ), заданной формулой  $a_n=3n+2$ .

4. Найдите сумму:

- а) всех натуральных чисел, не превышающих 80;  
б) всех двузначных чисел;  
в) всех четных чисел, не превышающих 100.

5. Найдите сумму десяти первых членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

а)  $a_1=8$ ,  $a_7=24$ ; б)  $a_4=16$ ,  $a_{12}=88$ .

6. Тело в первую секунду прошло 15 м, а в каждую следующую проходило на 2 м больше, чем в предыдущую. Какой путь прошло тело за 26 с?

---

7. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, в которой  $S_3=48$ ,  $S_6=141$ .

8. Из пункта  $A$  выехал грузовой автомобиль и двигался со скоростью 40 км/ч. Одновременно в этом же направлении из пункта  $B$  отправился легковой автомобиль, который в первый час прошел 50 км, а в каждый следующий проходил на 5 км больше, чем в предыдущий. Через сколько часов легковой автомобиль догонит грузовой, если известно, что расстояние от пункта  $B$  до пункта  $A$  равно 135 км?

9. Решите уравнение, в котором слагаемые в сумме, записанной в левой части, составляют арифметическую прогрессию:

а)  $3+7+11+\dots+x=289$ ; б)  $8+5+2+\dots+x=270$ .

Указание. Найдите сначала номер последнего члена прогрессии.

10. Является ли арифметической прогрессией последовательность, сумма членов которой может быть найдена по формуле:

а)  $S_n=5n^2+3n$ ; б)  $S_n=3n^2$ ; в)  $S_n=(4n-1)n$ ?

## I

### С—20. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ. ФОРМУЛА $n$ -ГО ЧЛЕНА

1. Зная первые два члена геометрической прогрессии

$$0,3; 1,8; \dots,$$

найдите следующие за ними четыре члена.

2. В геометрической прогрессии  $(b_n)$  известны  $b_1=1,6$  и  $q=2$ . Найдите:

а)  $b_3$ ; б)  $b_5$ ; в)  $b_7$ ; г)  $b_k$ .

3. Последовательность  $(a_n)$  — геометрическая прогрессия. Найдите:

а)  $a_6$ , если  $a_1=3$ ,  $q=2$ ; б)  $a_5$ , если  $a_1=125$ ,  $q=\frac{1}{5}$ ;  
в)  $a_7$ , если  $a_1=64$ ,  $q=-\frac{1}{4}$ ; г)  $a_8$ , если  $a_1=2\sqrt{2}$ ,  $q=\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

4. Найдите первый член геометрической прогрессии  $(b_n)$ , в которой:

а)  $b_6=\frac{1}{27}$ ,  $q=\frac{1}{3}$ ; б)  $b_7=256$ ,  $q=-2$ .

5. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что:

а)  $b_3=12$ ,  $b_5=48$ ; б)  $b_4=25$ ,  $b_6=16$ .

6. Между числами  $\frac{1}{9}$  и 27 вставьте четыре числа так, чтобы они вместе с данными числами составили геометрическую прогрессию.

7. Последовательность  $(a_n)$  — геометрическая прогрессия. Является ли геометрической прогрессией последовательность:

- а)  $2a_1; 2a_2; 2a_3; \dots;$
- б)  $a_1+3; a_2+3; a_3+3; \dots;$
- в)  $\sqrt{a_1}; \sqrt{a_2}; \sqrt{a_3}; \dots?$

8. Определите первый член и знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что разность между ее четвертым и вторым членами равна 18, а разность между пятым и третьим членами равна 36.

9. Даны четыре первых члена геометрической прогрессии. Сумма двух крайних членов равна 52, а двух средних равна 16. Найдите эти члены.

10. Докажите, что если числа  $a, b, c$  составляют геометрическую прогрессию, то равенство

$$(a+b+c)(a-b+c)=a^2+b^2+c^2$$

является тождеством.

## I

### С—21. ФОРМУЛА СУММЫ $n$ ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии  $(b_n)$ , в которой:

- а)  $b_1=32, q=\frac{1}{4};$     в)  $b_1=27, q=-\frac{1}{3};$
- б)  $b_1=-4, q=2;$     г)  $b_1=2\sqrt{3}, q=\sqrt{3}.$

2. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии:

- а) 3; 6; ...;    в) 4;  $4^2$ ; ...;
- б) 5;  $-2,5$ ; ...;    г)  $\sqrt{3}$ ; 3; ... .

3. Последовательность  $(a_n)$  — геометрическая прогрессия. Найдите:

- а)  $S_5$ , если  $a_1=64, q=\frac{1}{4};$     в)  $S_4$ , если  $a_1=3, q=-2;$
- б)  $S_8$ , если  $a_1=10, q=\frac{1}{2};$     г)  $S_6$ , если  $a_1=3\sqrt{2}, q=\sqrt{2}.$

4. Найдите сумму четырех первых членов геометрической прогрессии  $(b_n)$ , в которой:

- а)  $b_3=\frac{1}{25}, b_4=\frac{1}{125};$  б)  $b_2=6, b_4=24, q>0.$

5. Найдите первый член геометрической прогрессии, в которой: а)  $q=2, S_5=93;$  б)  $q=\frac{2}{3}, S_4=65.$

6. Является ли геометрической прогрессией последовательность  $(x_n)$ , если:

а)  $x_n = 2 \cdot 3^n$ ; б)  $x_n = 2^n$ ; в)  $x_n = 3^n - 3$ ?

При положительном ответе найдите сумму ее первых пяти членов.

7. Разность между шестым и четвертым членами геометрической прогрессии равна 72, а между третьим и пятым равна 9. Найдите сумму восьми первых членов этой прогрессии.

8. Сумма трех первых членов геометрической прогрессии равна 13, а сумма их квадратов равна 91. Найдите первый член прогрессии, ее знаменатель и сумму пяти первых членов.

## I

### С — 22. БЕСКОНЕЧНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ СО ЗНАМЕНАТЕЛЕМ $q$ , ГДЕ $|q| < 1$

1. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии, проверив предварительно, что ее знаменатель  $q$  удовлетворяет условию  $|q| < 1$ :

- а) 36; 12; 4; ...;      г)  $\sqrt{2}$ ; 1;  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ; ...;  
б)  $\frac{1}{8}$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{1}{2}$ ; ...;      д)  $3\sqrt{3}$ ; 3;  $\sqrt{3}$ ; ...;  
в) 0,6; -0,06; 0,006; ...;      е)  $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ ;  $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$ ;  $\frac{1}{2}$ ; ....

2. Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии по известной ее сумме  $S$  и знаменателю  $q$ :

- а)  $S = 8$ ,  $q = \frac{1}{2}$ ;      в)  $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,  $q = \frac{1}{3}$ ;  
б)  $S = 54$ ,  $q = -\frac{1}{3}$ ;      г)  $S = 2(\sqrt{2} + 1)$ ,  $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

3. Представьте в виде обыкновенной дроби число:

- а) 0,8; б) 0,(17); в) 2,(4); г) 3,(16); д) 0,4(5); е) 0,6(12).

4. Знаменатель бесконечной геометрической прогрессии равен

$\frac{1}{6}\sqrt{3}$ , а ее сумма равна  $\frac{6(\sqrt{30}+5)}{5}$ . Найдите третий член этой прогрессии.

5. В квадрат, сторона которого равна 8 см, вписан второй квадрат так, что его вершинами являются середины сторон первого квадрата. Во второй квадрат таким же способом вписан третий и т. д. (рис. 7). Найдите сумму периметров всех таких квадратов.

6. Второй член бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем  $q$ ,

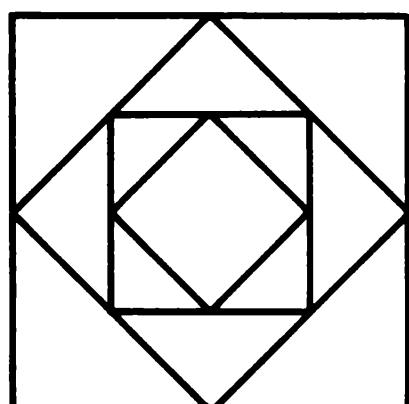


Рис. 7

где  $|q| < 1$ , равен 24, а сумма прогрессии равна 108. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

## I

### C—23. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Решите уравнение:

- 1) а)  $\sqrt{x} = 9$ ;      б)  $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ ;      в)  $\sqrt{x} = 0$ ;
- 2) а)  $\sqrt{x-1} = 2$ ;      б)  $\sqrt{2x+1} = 0,5$ ;      в)  $\sqrt{2-x} = 0$ ;
- 3) а)  $\sqrt{x+6} = x$ ;      б)  $\sqrt{3-2x} = x$ ;      в)  $\sqrt{40-x^2} = 3x$ .

2. Какие из данных уравнений не имеют корней:

- а)  $\sqrt{x} = -1$ ;      г)  $\sqrt{-5-x^2} = 10$ ;
- б)  $\sqrt{2x} = 0$ ;      д)  $\sqrt{x^2+4x} + \sqrt{7x} = -0,5$ ;
- в)  $\sqrt{x-1} = -\sqrt{2}$ ;      е)  $\sqrt{x-4} - 3 = 0$ ?

3. Решите уравнение:

- 1) а)  $\sqrt{3x^2+2x-8} = \sqrt{x^2+x-2}$ ;      б)  $\sqrt{5-4x} = 2-x$ ;
  - 2) а)  $\sqrt{4x^2+7x} = x-2$ ;      б)  $\sqrt{11x^2+24x-2} = 2x+1$ .
- 

4. Докажите, что данное уравнение не имеет корней:

- а)  $\sqrt{2-x} + 0,01 = 0$ ;
- б)  $\sqrt{-x^2-5} = 25$ ;
- 6)  $\sqrt{x} + \sqrt{2x-3} = -2$ ;
- г)  $\sqrt{2x-x^2-3} = 7$ .

5. Решите уравнение:

- 1) а)  $\sqrt{x+13} - \sqrt{x+1} = 2$ ;
- б)  $\sqrt{3x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}$ ;
- 2) а)  $\sqrt{4+x} \cdot \sqrt{5-x} = 2\sqrt{2}$ ;
- б)  $\sqrt{8+x} \cdot \sqrt{8-x} = x$ ;
- 3) а)  $\sqrt{7-\sqrt{x+1}} = 2$ ;
- б)  $\sqrt{17+\sqrt{x}} = \sqrt{20-2\sqrt{x}}$ .

## I

### C—24. ЧЕТНЫЕ И НЕЧЕТНЫЕ ФУНКЦИИ

1. Докажите, что четной является функция:

- 1) а)  $f(x) = x^6$ ;
- б)  $f(x) = x^8 - 3x^4$ ;
- в)  $f(x) = |x|$ ;
- 2) а)  $g(x) = -4x^4 + x^2$ ;
- б)  $g(x) = (x+2)(x-3) + x$ ;
- в)  $g(x) = \frac{1}{x^4 - x^2 - 1}$ .

2. Докажите, что нечетной является функция:

- 1) а)  $f(x) = x^7$ ;
- б)  $f(x) = \frac{12}{x}$ ;
- в)  $f(x) = x^3 - x$ ;
- 2) а)  $g(x) = x^9 + \frac{1}{x^5}$ ;
- б)  $g(x) = (x+2)^2 - (x-2)^2$ ;
- в)  $g(x) = \frac{1}{x^9 + x}$ .

3. Известно, что  $f(-8)=13$ . Найдите  $f(8)$ , зная, что:

а)  $f$  — четная функция; б)  $f$  — нечетная функция.

4. Является ли четной или нечетной функция, заданная формулой:

1) а)  $y = \frac{8}{x^4}$ ;      б)  $y = -\frac{7}{x^9}$ ;      в)  $y = \frac{1}{x^3-1}$ ;      г)  $y = \frac{1}{x^4+1}$ ;

2) а)  $y = \frac{x^4}{5x}$ ;      б)  $y = \frac{7x}{x^5}$ ;      в)  $y = \frac{x^3-2x^2}{3x-6}$ ;      г)  $y = \frac{5x+15}{x^2+3x}$ ?

5. Ломаная  $ABC$ , где  $A(5; 1)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(0; 0)$ , — часть графика некоторой функции  $f$ . Область определения этой функции — числовой промежуток  $[-5; 5]$ . Постройте ее график, зная, что:  
а)  $f$  — четная функция; б)  $f$  — нечетная функция.

---

6. О функции  $g$  известно, что  $g(x)=0,5x^2$  при  $0 \leq x \leq 2$  и  $g(x)=\frac{4}{x}$  при  $x > 2$ . Постройте график этой функции, зная также, что:

а)  $g$  — четная функция; б)  $g$  — нечетная функция.

7. Является ли четной или нечетной функция:

а)  $f(x)=|x+5|+|x-5|$ ;      г)  $f(x)=\frac{6x^3}{x^2-9}$ ;

б)  $f(x)=|x+5|-|x-5|$ ;      д)  $f(x)=\frac{2x^4}{(x-2)^2}$ ;

в)  $f(x)=\frac{5x^2}{x^2-4}$ ;      е)  $f(x)=\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{x^2-4x+3}$ ?

## I

### С-25. ФУНКЦИЯ $y = x^n$

1. Зная, что  $f(x)=x^{100}$ , сравните:

1) а)  $f(0,125)$  и  $f(0,13)$ ;      в)  $f(-5,7)$  и  $f(5,7)$ ;

б)  $f(-245)$  и  $f(-239)$ ;      г)  $f(-12,4)$  и  $f(10,7)$ ;

2) а)  $f\left(\frac{2}{3}\right)$  и  $f\left(\frac{3}{5}\right)$ ;      в)  $f(-0,325)$  и  $f\left(\frac{13}{40}\right)$ ;

б)  $f\left(-\frac{3}{7}\right)$  и  $f\left(-\frac{2}{5}\right)$ ;      г)  $f\left(-\frac{4}{7}\right)$  и  $f(0,57)$ .

2. Зная, что  $g(x)=x^{105}$ , сравните:

1) а)  $g(1,023)$  и  $g(1,13)$ ;      в)  $g(-4,1)$  и  $g(4,1)$ ;

б)  $g(-2,7)$  и  $g(-2,2)$ ;      г)  $g(20,8)$  и  $g(-21,3)$ ;

2) а)  $g\left(\frac{4}{7}\right)$  и  $g\left(\frac{3}{5}\right)$ ;      в)  $g\left(-\frac{5}{7}\right)$  и  $g\left(\frac{9}{13}\right)$ ;

б)  $g\left(-\frac{8}{11}\right)$  и  $g(-0,7)$ ;      г)  $g\left(-\frac{19}{25}\right)$  и  $-g(0,76)$ .

3. Сколько корней имеет уравнение  $x^n=2500$ :

а) при четном  $n$ ; б) при нечетном  $n$ ?

4. Решите уравнение:

а)  $x^3=-27$ ; б)  $x^3=\frac{8}{125}$ ; в)  $x^4=-81$ ; г)  $x^4=625$ .

---

5. Постройте график функции:

а)  $y = -x^3$ ; б)  $y = x^4 - 2$ ; в)  $y = (x-1)^3$ ; г)  $y = (x+1)^4$ .

6. Сколько корней имеет уравнение:

а)  $x^4 = 32x + 5$ ; в)  $x^3 = 32x + 5$ ;

б)  $x^4 = 0,5x - 8$ ; г)  $x^3 = 0,5x - 8$ ?

7. Приналежит ли графику функции:

а)  $y = x^9$  точка  $A(-2,1; 548,471)$ ;  $B(-0,973; -10,8973)$ ;

б)  $y = x^8$  точка  $C(1,2; 0,98746)$ ;  $D(-2,01; 250,4781)$ ?

## I

### С—26. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОРНЯ $n$ -Й СТЕПЕНИ

1. Найдите значение выражения:

1) а)  $\sqrt[4]{0,16}$ ; б)  $\sqrt[3]{216}$ ; в)  $\sqrt[4]{0,0001}$ ; г)  $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$ ;

2) а)  $6\sqrt[3]{0,125}$ ; б)  $0,7\sqrt[4]{81}$ ; в)  $4\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$ ; г)  $6\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$ .

2. Вычислите:

1) а)  $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$ ; б)  $\sqrt[5]{0,00032} + \sqrt[3]{-0,008}$ ;

в)  $1,5\sqrt[6]{\frac{1}{64}} - \sqrt[4]{\frac{81}{625}}$ ;

2) а)  $\sqrt[7]{\frac{128}{2187}} - \sqrt[4]{\frac{81}{625}}$ ; б)  $\sqrt[3]{0,216} - \sqrt[5]{-0,01024}$ ;

в)  $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}} + \sqrt{12,25}$ .

3. Укажите два последовательных целых числа, между которыми заключено число:

а)  $\sqrt{5}$ ; б)  $\sqrt[3]{23}$ ; в)  $\sqrt[4]{0,8}$ ; г)  $\sqrt[5]{30}$ .

4. Вычислите:

1) а)  $(\sqrt{13})^2$ ; б)  $(\sqrt[3]{7})^3$ ; в)  $(-\sqrt[4]{21})^4$ ; г)  $-\sqrt[4]{21^4}$ ; д)  $(-\sqrt[5]{2})^5$ ;

2) а)  $(2\sqrt[3]{3})^3$ ; б)  $(-3\sqrt[4]{5})^4$ ; в)  $(-\sqrt[5]{14})^5$ ; г)  $-2\sqrt[5]{7^5}$ ; д)  $(-\sqrt[6]{5})^6$ .

5. Решите уравнение:

а)  $x^3 = 5$ ; б)  $x^6 = 17$ ; в)  $\frac{1}{8}x^4 - 2 = 0$ ; г)  $\frac{1}{2}x^5 + 16 = 0$ .

---

6. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

а)  $\sqrt[10]{y-3}$ ; б)  $\sqrt[9]{x+5}$ ; в)  $\sqrt[6]{a(a-8)}$ ; г)  $\sqrt[8]{b^2+b-12}$ ?

7. Решите уравнение:

а)  $x^{10} - 31x^5 - 32 = 0$ ; б)  $x^8 - 82x^4 + 81 = 0$ ; в)  $x^4 + 2x^2 - 15 = 0$ .

8. Постройте график функции:

а)  $y = \sqrt[3]{x}$ ; б)  $y = \sqrt[3]{-x}$ ; в)  $y = \sqrt[4]{x}$ ; г)  $y = -\sqrt[4]{x}$ .

**I****С—27. СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КОРНЯ**

1. Найдите значение выражения:

а)  $\sqrt[4]{16 \cdot 81}$ ; в)  $\sqrt[5]{0,00032 \cdot 5^{10}}$ ; д)  $\sqrt[4]{\frac{7^8}{0,0625}}$ ;

б)  $\sqrt[3]{2^6 \cdot 5^3}$ ; г)  $\sqrt[6]{\frac{3^6}{5^{12}}}$ ; е)  $\sqrt[7]{\frac{2^7 \cdot 3^{21}}{5^{14}}}$ .

2. Вычислите:

а)  $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8}$ ; в)  $\sqrt[3]{50} \cdot \sqrt[3]{20}$ ; д)  $\sqrt[5]{9^5 \cdot 2^3} \cdot \sqrt[5]{2^7}$ ;

б)  $\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{3}$ ; г)  $\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{625}}$ ; е)  $\sqrt[8]{3^{13}} \cdot \sqrt[8]{5^8 \cdot 3^3}$ .

3. Зная, что  $x \geqslant 0$  и  $y \geqslant 0$ , представьте выражение в виде одночлена:

а)  $\sqrt{36x^2}$ ; б)  $\sqrt[3]{27y^6}$ ; в)  $\sqrt[5]{32x^5y^{15}}$ ; г)  $\sqrt[4]{\frac{16x^8y^5}{625}}$ .

4. Вынесите множитель из-под знака корня:

а)  $\sqrt{16a}$ ; б)  $\sqrt{50b^3}$ ; в)  $\sqrt[3]{40c^5}$ ; г)  $\sqrt[4]{243x^7}$ .

5. Внесите множитель под знак корня:

а)  $4\sqrt{3x}$ ; б)  $2\sqrt[3]{2y}$ ; в)  $a\sqrt[4]{3}$ , где  $a \geqslant 0$ ; г)  $b\sqrt[5]{4b^2}$ , где  $b \leqslant 0$ .

---

6. Вычислите:

а)  $\sqrt[4]{4 - \sqrt{7}} \cdot \sqrt[4]{4 + \sqrt{7}}$ ; б)  $\sqrt[3]{7 - \sqrt{22}} \cdot \sqrt[3]{7 + \sqrt{22}}$ ;

в)  $\sqrt[4]{\sqrt{629} - 2} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{629} + 2}$ .

7. При каких значениях  $a$  и  $b$  верно равенство:

а)  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ ; б)  $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$ ; в)  $\sqrt{a^3b^3} = ab\sqrt{ab}$ ?

8. Вынесите множитель из-под знака корня:

а)  $\sqrt{8xy^2}$ , где  $y \leqslant 0$ ;

б)  $\sqrt[4]{-81a^5}$ , где  $a \leqslant 0$ ;

в)  $\sqrt[6]{a^7b^7}$ , где  $a < 0$  и  $b < 0$ .

9. Внесите множитель под знак корня:

а)  $x\sqrt[3]{\frac{2}{x^2}}$ , где  $x < 0$ ;

б)  $ax\sqrt[4]{\frac{7}{ax}}$ , где  $a < 0$ ,  $x < 0$ ;

в)  $by\sqrt[4]{\frac{3}{b^2y^3}}$ , где  $b < 0$ .

10. Упростите выражение:

$$8b\sqrt[5]{3b^{-4}} - 3\sqrt[5]{96b} - b^2\sqrt[5]{3b^{-9}}.$$

**I****С—28. СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КОРНЯ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)**

1. Представьте выражение в виде дроби:

а)  $\sqrt{\frac{3}{16}}$ ; б)  $\sqrt[3]{\frac{4}{125}}$ ; в)  $\sqrt[4]{\frac{1}{a^4}}$ , где  $a > 0$ ; г)  $\sqrt[5]{\frac{8}{b^{15}}}$ .

2. Приведите выражение к виду  $a \sqrt[n]{b}$ , где  $a$  — рациональное число,  $b$  — натуральное число:

а)  $\frac{5}{\sqrt{10}}$ ; б)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ; в)  $\frac{7}{\sqrt[3]{4}}$ ; г)  $\frac{4}{\sqrt[4]{125}}$ ; д)  $\frac{6}{\sqrt[5]{16}}$ .

3. Упростите выражение:

а)  $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$ ; в)  $\sqrt[10]{6^5}$ ; д)  $\sqrt[6]{c^3}$ ; ж)  $\sqrt[3]{b \sqrt[4]{b}}$ ;  
б)  $\sqrt[4]{\sqrt{2}}$ ; г)  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{81}}$ ; е)  $\sqrt{a} \sqrt{\sqrt{a}}$ ; з)  $\sqrt[9]{x^2 \sqrt[4]{x}}$ .

4. Сравните числа:

а)  $\sqrt[3]{4}$  и  $\sqrt[6]{15}$ ; б)  $\sqrt[5]{3}$  и  $\sqrt[15]{26}$ ; в)  $\sqrt[6]{4}$  и  $\sqrt[9]{8}$ ; г)  $\sqrt[4]{3}$  и  $\sqrt[6]{2 \sqrt{7}}$ .

5. Расположите в порядке возрастания числа:  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[6]{4}$ .

---

6. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab} + \sqrt{b}}$ ; б)  $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{xy} + \sqrt[3]{y}}$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{xy}} + \frac{1}{\sqrt[4]{xy} + \sqrt{y}}$ .

7. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{x} - 5 \sqrt[4]{x} = 0$ ; в)  $\sqrt{x} - 5 \sqrt[4]{x} + 6 = 0$ ;

б)  $\sqrt[3]{x} + 2 \sqrt[6]{x} = 0$ ; г)  $\sqrt[5]{x} + 3 \sqrt[10]{x} - 10 = 0$ .

8. Решите неравенство:

а)  $x - 2 \sqrt{x} > 0$ ; в)  $\sqrt{x} - 3 \sqrt[4]{x} + 2 \geqslant 0$ ;

б)  $x + 3 \sqrt{x} < 0$ ; г)  $\sqrt{x} (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3) < 0$ .

**I****С—29. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ**

1. Замените дробью:

а)  $7^{-3}$ ; б)  $3^{-1}$ ; в)  $a^{-2}$ ; г)  $2b^{-1}c$ ; д)  $10^{-4}$ .

2. Запишите в виде степени с отрицательным показателем:

1) а)  $\frac{1}{3^7}$ ; б)  $\frac{1}{x^2}$ ; в)  $\frac{1}{2}$ ; г)  $\frac{1}{100}$ ; д) 0,000001;

2) а)  $(\frac{1}{12})^3$ ; б)  $\frac{1}{a^5 b^5}$ ; в)  $\frac{1}{(x-y)(x+y)}$ ; г)  $\frac{1}{(x+y)(x-y)}$ .

3. Сравните с единицей:

а)  $(\frac{4}{7})^{-5}$ ; б)  $0,127^0$ ; в)  $10^{-10}$ ; г)  $(2 \frac{3}{4})^{-2}$ .

4. Вычислите:

1) а)  $5^{-2}$ ; б)  $(-2)^{-4}$ ; в)  $1^{-7}$ ; г)  $(-5,3)^0$ ; д)  $-13,1^0$ ;

2) а)  $(-0,2)^{-3}$ ; б)  $(-\frac{1}{2})^{-4}$ ; в)  $(\frac{4}{7})^{-1}$ ; г)  $(3 \frac{1}{3})^{-2}$ ;

- 3) а)  $3^4 \cdot 3^{-13} \cdot 3^{-5} \cdot 3^{11}$ ; б)  $8^{-6} : 8^{-7}$ ; в)  $(0,1)^2 : (0,1)^{-2}$ ;  
 г)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-7} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$ ;
- 4) а)  $2^{-1} + (-3)^{-3}$ ; в)  $(-0,1)^{-4} + (-0,2)^{-4}$ ;  
 б)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} - 4^{-2}$ ; г)  $(0,2)^{-2} + (0,5)^{-2}$ ;
- 5) а)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - 4^{-3} : 4^{-5}$ ; б)  $2^{-2} : 2^{-4} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ ; в)  $2,7 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^4$ .
- 

5. Выполните действия:

- а)  $(a^{-1} + a^{-2})^2 - \frac{2}{a^3}$ ; в)  $(a^{-2} - b^{-2}) : (a^{-2} + b^{-2})$ .  
 б)  $(x^{-2} - x^{-1})^3$ ;

## I С—30. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. Представьте в виде дроби выражение:

- а)  $(x-y)^{-3}$ ; в)  $a-a^{-1}$ ; д)  $a^{-3}-b^{-3}$ .  
 б)  $2(bc)^{-}$ , г)  $a^{-2}-a^{-1}$ ;

2. Выполните действия:

- а)  $(a^2)^{-2}$ ; б)  $(cb^{-2})^{-2}$ ; в)  $(2c^{-3})^3$ ; г)  $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^{-1}$ ; д)  $\left(\frac{2x^{-4}}{y^3}\right)^{-2}$ .

3. Вычислите:

- а)  $16^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-6}$ ; в)  $15^{-3} : 5^{-4}$ ; д)  $\frac{3^{-2} \cdot 9^3}{27}$ .  
 б)  $9^{-2} \cdot 27^2$ ; г)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-7} : \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ ;

4. Упростите выражение:

- а)  $(a^{-2} - b^{-2}) a^2 b^2$ ; в)  $a^8 (a^{-2} - a^{-4}) (a^4 + a^5)^{-1}$ .  
 б)  $(x+y)^2 (y+x)^{-1}$ ;

5. Найдите значение выражения

$$(9x^{-3} - x^{-3}y^2) \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{-3} \text{ при } x = -6,07, y = 5.$$

6. Запишите в стандартном виде число:

- 1) а)  $10000^3$ ; б)  $0,002^2$ ; в)  $2000^{-2}$ ; г)  $0,001^{-3}$ .  
 2) а)  $0,000021$ ; б)  $0,0000002081$ ; в)  $\frac{1}{64}$ ; г)  $\frac{1}{256}$ .
- 

7. Упростите выражение:

- а)  $(3x^{-2} - 2)(2 + 3x^{-2})$ ;  
 б)  $(a^{-1} - 3) \left(a^{-2} + \left(\frac{1}{3}a\right)^{-1} + 9\right)$ ;  
 в)  $(a^{-1} + b^{-1})(a^{-2} - (ab)^{-1} + b^{-2})$ .

**I****С—31. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ**

1. Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

1) а)  $5^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $3^{\frac{2}{3}}$ ; в)  $10^{-\frac{1}{4}}$ ; г)  $17^{-\frac{1}{5}}$ ;

2) а)  $5x^{\frac{1}{4}}$ ; б)  $-3y^{\frac{2}{3}}$ ; в)  $(2a)^{0,5}$ ; г)  $(3b)^{-1,5}$ ;

б)  $(a-b)^{\frac{3}{5}}$ ; в)  $a^{\frac{3}{4}} - b^{\frac{3}{4}}$ ; г)  $ax^{1,5} + b^{1,5}$ .

2. Замените арифметический корень степенью с дробным показателем:

1) а)  $\sqrt{3}$ ; б)  $\sqrt[3]{5}$ ; в)  $\sqrt[4]{2}$ ; г)  $\sqrt[5]{9^2}$ ;

б)  $\sqrt[3]{a^2}$ ; в)  $\sqrt[10]{b^3}$ ; г)  $\sqrt[8]{2x}$ ; д)  $\sqrt[6]{8x^3}$ ;

2) а)  $\sqrt[4]{3^{-1}}$ ; б)  $\sqrt[7]{27}$ ; в)  $\sqrt[15]{8^2}$ ; г)  $\sqrt[20]{25^3}$ ;

д)  $\sqrt[4]{x^{-3}}$ ; в)  $\sqrt[5]{(a+b)^2}$ ; г)  $\sqrt[5]{a^2+b^2}$ .

3. Вычислите:

1) а)  $9^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $36^{-\frac{1}{2}}$ ; в)  $2 \cdot 125^{-\frac{1}{3}}$ ; г)  $-4 \cdot 0,01^{-\frac{3}{2}}$ ;

2) а)  $0,125^{-\frac{1}{3}}$ ; б)  $0,00032^{0,4}$ ; в)  $\left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$ ; г)  $\left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{1}{6}}$ .

4. Оцените значение выражения  $x^{0,4}$ :

а)  $0 \leq x \leq 0,00032$ ; в)  $0,00001 \leq x \leq 1$ ;

б)  $1 \leq x \leq 243$ ; г)  $243 \leq x \leq 1024$ .

5. Найдите область определения функции:

а)  $y = x^{\frac{2}{3}}$ ; б)  $y = x^{-0,6}$ ; в)  $y = (x-8)^{-0,9}$ ; г)  $y = (x^2 - 8x)^{\frac{1}{4}}$ .

6. Решите уравнение:

а)  $x^{\frac{1}{2}} = 3$ ; в)  $(x-3)^{\frac{1}{2}} = 5$ ; д)  $(x^2 - 9)^{0,5} = \sqrt{7}$ ;

б)  $x^{\frac{1}{5}} = 2$ ; г)  $(x+2)^{\frac{1}{3}} = 0$ ; е)  $(x^2 - 6x)^{\frac{1}{3}} = 3$ .

**I****С—32. СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ**

1. Представьте выражение в виде степени:

1) а)  $x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ ; в)  $x^{\frac{1}{2}} : x^{\frac{1}{3}}$ ; г)  $y : y^{\frac{2}{3}}$ ; д)  $x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{6}}x^{-\frac{1}{3}}$ ;

2) а)  $(y^{0,7})^{0,5}y^{0,15}$ ; в)  $\frac{y^{\frac{5}{6}}y^{\frac{2}{3}}}{y^{-0,5}}$ ;

б)  $\left(y^{\frac{5}{7}}\right)^{1,4} \left(y^{-\frac{3}{8}}\right)^{2,4}$ ; г)  $\frac{y^{3,5}y^{-2,7}}{y^{2,9}y^{-3,1}}$ .

2. Вычислите:

1) а)  $(2^{0,5})^{-0,5} \cdot (0,5)^{-1,25}$ ; б)  $\left(3^{-\frac{1}{9}}\right)^{1,8} \cdot 9^{0,1}$ ;

2) а)  $16^{0,125} \cdot 8^{-\frac{5}{6}} \cdot 4^{2,5}$ ;

б)  $\frac{81^{0,4} \cdot 3^{0,5}}{9^{0,3} \cdot 27^{\frac{1}{6}}}.$

3. Зная, что  $a > 0$ , представьте выражение в виде квадрата:

$a^4; a^{-2}; a^3; a; a^{\frac{1}{2}}; a^{\frac{3}{2}}; a^{\frac{1}{7}}$ .

4. Зная, что  $b > 0$ , представьте выражение в виде куба:

$b^6; b^{-9}; b^{\frac{1}{2}}; b^{\frac{1}{3}}; b^{\frac{2}{5}}.$

5. Упростите выражение:

а)  $(x^{\frac{1}{2}} - 3) \cdot 2x^{\frac{1}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}}$ ;

в)  $(1 - x^{0,5})^2 + 2x^{0,5}$ ;

б)  $(x^{0,5} - y^{0,5})(x^{0,5} + y^{0,5})$ ;

г)  $(y^{\frac{1}{3}} - 1)(y^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{1}{3}} + 1)$ .

6. Выразите зависимость между  $x$  и  $y$  формулой:

а)  $x = a^{0,25}, y = a^{-0,25}$ ;      в)  $x = a^{\frac{1}{4}}, y = \sqrt{1 - a^{0,5}}$ ;

б)  $x = a^{\frac{1}{3}}, y = a^{\frac{1}{6}}$ ;      г)  $x = \sqrt{a}, y = \sqrt{a - 3}$ .

7. Постройте график функции:

а)  $y = (x - 2)^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $y = (x - 2)^{\frac{1}{2}} - 3$ .

## I

### С—33. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ СТЕПЕНИ С ДРОБНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

1. Разложите на множители:

1) а)  $x + 3x^{\frac{1}{2}}$ ;      в)  $(a^{\frac{1}{2}})^2 - 4$ ;      д)  $x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}}$ ;

б)  $y^{\frac{1}{2}} - 2y^{\frac{1}{4}}$ ;      г)  $(b^{\frac{1}{2}})^3 + 8$ ;      е)  $a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}$ ;

2) а)  $a^{\frac{1}{2}} - 2a^{\frac{1}{4}}$ ;      в)  $ax^{\frac{1}{6}} - ax^{\frac{1}{3}}$ ;      д)  $a - 4$ , где  $a > 0$ ;

б)  $b^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{1}{2}}$ ;      г)  $y^{\frac{2}{7}} + y^{\frac{1}{7}}$ ;      е)  $b + 27$ , где  $b > 0$ .

2. Сократите дробь:

1) а)  $\frac{x + 7x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + 7}$ ;      в)  $\frac{a - b}{a^{0,5} + b^{0,5}}$ ;      д)  $\frac{x^{\frac{3}{2}} - c^{\frac{3}{2}}}{x + x^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{2}} + c}$ ;

б)  $\frac{3y^{\frac{1}{4}}}{y^{\frac{1}{2}} - 5y^{\frac{1}{4}}}$ ;      г)  $\frac{a^{1,5}b - ab^{1,5}}{ab^{0,5} - a^{0,5}b}$ ;      е)  $\frac{m + n}{m^{\frac{1}{3}} + n^{\frac{1}{3}}}$ ;

$$2) \text{ а)} \frac{\frac{1}{a} - 2a^{\frac{1}{2}}}{\frac{3}{a^2} - 2a}; \quad \text{ в)} \frac{4x - y}{2x + x^{0.5}y^{0.5}}; \quad \text{ д)} \frac{\frac{3}{x^2} - \frac{3}{y^2}}{\frac{3}{x^2}\frac{1}{y^2} + xy + \frac{1}{x^2}\frac{3}{y^2}};$$

$$\text{ б)} \frac{\frac{5}{b^6} - \frac{1}{b^3}}{\frac{5}{b^6} + b^{\frac{1}{3}}}; \quad \text{ г)} \frac{\frac{2}{m^3} - \frac{2}{n^3}}{m - m^{\frac{2}{3}}n^{\frac{1}{3}}}; \quad \text{ е)} \frac{a^{0.3} + b^{0.3}}{a^{0.1} + b^{0.1}}.$$

3. Найдите значение выражения

$$\frac{\frac{1}{x} - 9x^{\frac{1}{2}}}{\frac{3}{x^4} + 3x^{\frac{1}{2}}} \text{ при } x = 20,25.$$

4. Упростите выражение:

$$\text{а)} \frac{x^{0.5}}{x^{0.5} - 5} - \frac{5}{x^{0.5} + 5} + \frac{x}{25 - x};$$

$$\text{б)} \left( \frac{5a^{0.5} + b^{0.5}}{a^{0.5} - 5b^{0.5}} + \frac{5a^{0.5} - b^{0.5}}{a^{0.5} + 5b^{0.5}} \right) \cdot \frac{a - 25b}{a + b}.$$

## I

### С—34. РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

1. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна:

а)  $\frac{\pi}{4}$ ; б)  $\frac{\pi}{10}$ ; в)  $\frac{3}{4}\pi$ ; г)  $\frac{2}{5}\pi$ ; д)  $3\pi$ .

2. Найдите радианную меру угла, равного:

а)  $25^\circ$ ; б)  $40^\circ$ ; в)  $150^\circ$ ; г)  $90^\circ$ ; д)  $18^\circ$ .

3. Заполните таблицу углов в градусной или радианной мере:

Градусы		45	105		135			70		
Радианы	$\frac{\pi}{3}$			$\frac{2}{3}\pi$		$\frac{\pi}{5}$	$\frac{4}{5}\pi$		$\frac{7}{9}\pi$	$3\pi$

4. Запишите с точностью до 0,1 число:

а)  $\pi$ ; б)  $\frac{\pi}{2}$ ; в)  $\frac{3}{4}\pi$ ; г)  $\frac{3}{2}\pi$ ; д)  $2\pi$ .

5. Сравните числа:

а)  $\frac{\pi}{2}$  и  $1,5$ ; б)  $\pi$  и  $3\frac{1}{3}$ ; в)  $-\frac{\pi}{2}$  и  $-2$ .

6. Конец минутной стрелки часов движется по окружности радиуса  $R \approx 2,6$  см. Какой путь (с точностью до 0,01) проходит конец этой стрелки за 20 мин?

7. Углы треугольника пропорциональны числам 2, 3 и 4. Найдите углы треугольника в радианах.

8. Площадь кругового сектора равна  $7,29 \text{ см}^2$ , а угол, который стягивается дугой кругового сектора, равен  $2 \text{ рад}$ . Найдите радиус этого кругового сектора.

9. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен  $36^\circ$ . Выразите в радианах все углы треугольника.

10. Внутренний угол правильного многоугольника равен  $\frac{4\pi}{5}$ . Сколько сторон имеет этот многоугольник?

## I

### С—35. ПОВОРОТ ТОЧКИ ВОКРУГ НАЧАЛА КООРДИНАТ

1. Найдите координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки  $(1; 0)$  на угол:

- 1) а)  $\frac{\pi}{2}$ ; б)  $-\pi$ ; в)  $\frac{3}{2}\pi$ ; г)  $2\pi$ ; д)  $-3\pi$ ;  
2) а)  $-90^\circ$ ; б)  $180^\circ$ ; в)  $-270^\circ$ ; г)  $-360^\circ$ ; д)  $450^\circ$ .

2. Определите четверть, в которой расположена точка, полученная поворотом точки  $P(1; 0)$  на угол:

- а)  $-\frac{4}{3}\pi$ ; б)  $\frac{7}{3}\pi$ ; в)  $-490^\circ$ ; г)  $396^\circ$ ; д) 4.

3. Запишите все углы, на которые нужно повернуть точку  $(1; 0)$ , чтобы получить точку:

- а)  $(-1; 0)$ ; б)  $(0; -1)$ ; в)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .

4. Найдите координаты точки, полученной поворотом точки  $(1; 0)$  на угол ( $k$  — целое число):

- а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ; б)  $-\frac{3}{2}\pi + 2\pi k$ ; в)  $2\pi k$ .

---

5. Запишите все углы, на которые нужно повернуть точку  $(1; 0)$ , чтобы получить точку с координатами:

- а)  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ ; б)  $\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

## I

### С—36. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА, КОСИНУСА, ТАНГЕНСА И КОТАНГЕНСА

1. Начертите окружность с центром в начале координат и изобразите угол поворота, равный:

- 1) а)  $45^\circ$ ; б)  $-30^\circ$ ; в)  $225^\circ$ ; г)  $-315^\circ$ ;  
2) а)  $210^\circ$ ; б)  $590^\circ$ ; в)  $-50^\circ$ ; г)  $-410^\circ$ .

2. Углом какой четверти является угол  $a$ , если:

- 1) а)  $a = 98^\circ$ ; б)  $a = -98^\circ$ ; в)  $a = 200^\circ$ ; г)  $a = -200^\circ$ ;  
2) а)  $a = 282^\circ$ ; б)  $a = -282^\circ$ ; в)  $a = 369^\circ$ ; г)  $a = -369^\circ$ ?

3. Заполните таблицу:

$\alpha$	$0^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\operatorname{tg} \alpha$					
$\operatorname{ctg} \alpha$					

4. Укажите угол  $\beta$  (в градусах), принадлежащий промежутку  $[360^\circ; 720^\circ]$ , для которого:

- 1) а)  $\sin \beta = 0$ ; б)  $\sin \beta = 1$ ; в)  $\sin \beta = -1$ ;  
 2) а)  $\cos \beta = 0$ ; б)  $\cos \beta = 1$ ; в)  $\cos \beta = -1$ .

5. Укажите наибольшее и наименьшее значения выражения:  
 а)  $3 + \sin \alpha$ ; б)  $3 - \sin \alpha$ ; в)  $5 + \cos \alpha$ ; г)  $5 - \cos \alpha$ .

6. Может ли принимать значение, равное  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ :

- а)  $\sin \alpha$ ; б)  $\cos \alpha$ ; в)  $\operatorname{tg} \alpha$ ; г)  $\operatorname{ctg} \alpha$ ?

7. Вычислите:

- 1) а)  $\cos 0^\circ + 3 \sin 90^\circ$ ; в)  $6 \operatorname{tg} 180^\circ + 3 \operatorname{ctg} 90^\circ$ ;  
 б)  $\sin 270^\circ - 2 \cos 180^\circ$ ; г)  $1 + \operatorname{ctg} 270^\circ - 5 \operatorname{tg} 360^\circ$ ;  
 2) а)  $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ ; в)  $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$ ;  
 б)  $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ$ ; г)  $\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ$ .

8. Укажите три значения  $x$ , при которых:

- а)  $\sin x = 0$ ; в)  $\sin x = 1$ ; д)  $\cos x = -1$ ;  
 б)  $\sin x = -1$ ; г)  $\cos x = 0$ ; е)  $\cos x = 1$ .

9. Вычислите:

- а)  $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ$ ; в)  $\sin 45^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \operatorname{ctg} 90^\circ$ .  
 б)  $\operatorname{tg}^2 45^\circ + \operatorname{ctg}^2 45^\circ$ ;

10. Известно, что  $0^\circ < \beta < 90^\circ$ . Сравните  $2 \cos \beta$  и  $\cos^2 \beta$ .

11. Зная, что  $\alpha = 30^\circ$ , найдите:

- а)  $\sin 3\alpha$ ; б)  $3 \sin \alpha$ ; в)  $\cos 2\alpha$  и  $2 \cos \alpha$ .

## I С—37. СВОЙСТВА СИНУСА, КОСИНУСА, ТАНГЕНСА И КОТАНГЕНСА

1. Какой знак имеет:

- а)  $\sin \alpha$ , если  $\alpha = 36^\circ, 117^\circ, 197^\circ, 311^\circ$ ;  
 б)  $\cos \alpha$ , если  $\alpha = 16^\circ, 108^\circ, 288^\circ, 304^\circ$ ;  
 в)  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\alpha = 5^\circ, 91^\circ, 183^\circ, 303^\circ$ ;  
 г)  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\alpha = 77^\circ, 97^\circ, 209^\circ, 281^\circ$ ?

2. Какой знак имеет:

- 1) а)  $\sin 185^\circ$ ; б)  $\tg 116^\circ$ ; в)  $\cos 210^\circ$ ; г)  $\ctg 310^\circ$ ;
- 2) а)  $\sin 510^\circ$ ; б)  $\cos 388^\circ$ ; в)  $\tg 456^\circ$ ; г)  $\ctg 373^\circ$ ;
- 3) а)  $\sin (-16^\circ)$ ; б)  $\cos (-88^\circ)$ ; в)  $\tg (-110^\circ)$ ; г)  $\ctg (-93^\circ)$ ?

3. Укажите в таблице соответствующий знак синуса, косинуса, тангенса и котангенса:

$\alpha$	$135^\circ$	$216^\circ$	$400^\circ$	$460^\circ$	$-16^\circ$	$-127^\circ$
$\sin \alpha$						
$\cos \alpha$						
$\tg \alpha$						
$\ctg \alpha$						

4. Определите знак выражения:

- а)  $\sin 92^\circ \cos 200^\circ$ ; г)  $\frac{\cos 131^\circ}{\sin 88^\circ}$ ;
- б)  $\sin 143^\circ \cos 311^\circ$ ; д)  $\sin 116^\circ \cos 116^\circ \tg 197^\circ$ ;
- в)  $\frac{\sin 167^\circ}{\cos 267^\circ}$ ; е)  $\cos 255^\circ \sin 83^\circ \tg 100^\circ$ .

5. Углом какой четверти является угол  $\alpha$ , если известно, что:

- а)  $\sin \alpha < 0$  и  $\tg \alpha > 0$ ; б)  $\cos \alpha > 0$  и  $\tg \alpha > 0$ ?

6. Найдите значение выражения:

- 1) а)  $\sin (-60^\circ)$ ; б)  $\cos (-90^\circ)$ ; в)  $\tg (-45^\circ)$ ; г)  $\ctg (-30^\circ)$ ;
- 2) а)  $\sin (-30^\circ) + \tg 45^\circ$ ; в)  $\cos (-180^\circ) \sin (-30^\circ)$ ;
- б)  $\sin (-90^\circ) - \cos 0^\circ$ ; г)  $\sin (-60^\circ) \tg (-30^\circ)$ .

7. Вычислите:

- а)  $\sin 390^\circ$ ; в)  $\tg 420^\circ$ ; д)  $\sin 780^\circ$ ;
  - б)  $\cos 405^\circ$ ; г)  $\ctg 750^\circ$ ; е)  $\cos 390^\circ$ .
- 

8. Известно, что  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Сравните с нулем значение выражения:

- а)  $\sin \alpha \cos \alpha$ ; б)  $\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$ ; в)  $\frac{\tg^3 \alpha}{\sin \alpha}$ ; г)  $\sin \alpha - \cos \alpha$ .

9. Зная, что  $\sin \alpha = a$ , найдите:

- а)  $1 - \sin \alpha$ ; в)  $\sin(\alpha + 360^\circ)$ ; д)  $\sin(720^\circ + \alpha)$ ;
- б)  $1 - \sin(-\alpha)$ ; г)  $\sin(\alpha - 360^\circ)$ ; е)  $\sin(720^\circ - \alpha)$ .

10. Какой координатной четверти принадлежит угол  $\alpha$ , если  $\sin \alpha + \cos \alpha = -1,01$ ?

11. Зная, что  $\beta$  — угол второй четверти, упростите выражение:

- а)  $|\cos \beta| + \cos \beta$ ;    в)  $|\operatorname{tg} \beta| + \operatorname{tg} \beta$ ;  
 б)  $|\sin \beta| - \sin \beta$ ;    г)  $|\sin \beta| - |\cos \beta|$ .

## I

### С—38. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

1. Вычислите:

- 1) а)  $2 \sin 30^\circ + 6 \cos 60^\circ - 3 \operatorname{ctg} 30^\circ + 9 \operatorname{tg} 30^\circ$ ;  
 б)  $\sin(-45^\circ) + \cos(-45^\circ) + 2 \sin(-30^\circ) - 4 \cos(-60^\circ)$ ;  
 в)  $4 \sin(-30^\circ) + \operatorname{tg}(-45^\circ) \operatorname{ctg}(-45^\circ) - 3 \cos 90^\circ$ ;
- 2) а)  $3 \sin \frac{\pi}{6} - 2 \cos \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 4 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$ ;  
 б)  $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - 3 \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 3 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 4 \sin \pi$ ;  
 в)  $2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 3 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 5 \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .

2. Найдите значение выражения:

- а)  $\sin a + \cos a$  при  $a = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ ;
- б)  $\sin 2a + 2 \cos a$  при  $a = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \pi$ ;
- в)  $2 \sin a - \cos 3a$  при  $a = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \pi$ ;
- г)  $3 \sin a - 2 \cos 3a$  при  $a = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ .

3. Вычислите:

- 1) а)  $\sin^2 \frac{\pi}{4} - \cos^2 \frac{\pi}{4}$ ;  
 в)  $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{3}$ ;  
 б)  $2 \sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{3}$ ;  
 г)  $\sin \frac{\pi}{6} \sin^2 \frac{\pi}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3}$ ;
- 2) а)  $\sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ ;  
 в)  $\operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ ;  
 б)  $2 \cos^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) \operatorname{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ ;  
 г)  $\operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right) \operatorname{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .

4. Вычислите:

$$\text{а)} \frac{0,3 + \sin^2 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{\pi}{3}}{2 \sin \frac{\pi}{6}}; \quad \text{б)} \frac{1,5 - \sin^2\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \cos^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{2 \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)}.$$

5. Найдите значение выражения:

- а)  $\frac{\sin 2a + \cos 2a}{\sin(15^\circ + a) - 2 \sin a}$  при  $a = 30^\circ$ ;
- б)  $\frac{\sin(a + \beta)}{\sin(a - \beta) + \cos(a + \beta)}$  при  $a = 30^\circ, \beta = 60^\circ$ ;

в)  $\frac{\sin 2\alpha - \cos 2\alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha}$  при  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ;

г)  $\frac{3 \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin 3\alpha}$  при  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ,  $\beta = \frac{\pi}{6}$ .

6. Верно ли неравенство:

а)  $\sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} > 1$ ;      в)  $\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{4} > 1$ ;

б)  $\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{2} > 1$ ;      г)  $2 \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{4} > 2$ ?

7. Докажите, что

$$\cos \frac{\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - 1 = \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{3} \left(1 + \cos^2 \frac{\pi}{4}\right).$$

## I

### С—39. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ СИНУСОМ, КОСИНУСОМ, ТАНГЕНСОМ И КОТАНГЕНСОМ ОДНОГО И ТОГО ЖЕ УГЛА

1. Вычислите:

а)  $\cos \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,6$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;

б)  $\sin \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,8$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ;

в)  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$  и  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ ;

г)  $\sin \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{7}{25}$  и  $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$ ;

д)  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{7}{24}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;

е)  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$ , если  $\operatorname{ctg} \alpha = 3\frac{3}{7}$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

2. Докажите, что не могут одновременно выполняться равенства:

а)  $\sin \alpha = -1$  и  $\cos \alpha = -1$ ; б)  $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$  и  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .

3. Могут ли одновременно выполняться равенства:

а)  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  и  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$ ; б)  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$  и  $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{2,5}$ ?

4. Вычислите значения тригонометрических функций угла  $\beta$ , зная, что:

а)  $\cos \beta = \frac{40}{41}$  и  $0 < \beta < \pi$ ;

б)  $\sin \beta = -\frac{4}{5}$  и  $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3}{2}\pi$ ;

в)  $\operatorname{tg} \beta = 2$  и  $0 < \beta < \pi$ ;

г)  $\operatorname{ctg} \beta = -1$  и  $\pi < \beta < 2\pi$ .

5. Выразите тригонометрические функции угла  $\alpha$  через  $\cos \alpha$ .

6. Дано:  $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$ ,  $\sin \alpha = 1 + b$ . Найдите  $\cos \alpha$ . Каким может быть число  $b$ ?

7. Могут ли синус и косинус некоторого угла равняться соответственно  $\frac{a}{a+2}$  и  $\frac{2\sqrt{1+a}}{a+2}$ , где  $a$  — число, не равное  $-2$ ?

## I

### С—40. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

1. Упростите выражение:

- |                                                                      |                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 1) а) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$ ; | в) $1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ;                                         |
| б) $\cos^2 \alpha (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)$ ;               | г) $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha + 1$ ;              |
| 2) а) $\sin^2 \beta - \sin^2 \beta \cos^2 \beta$ ;                   | в) $\operatorname{tg}^2 \beta \operatorname{ctg}^2 \beta - \cos^2 \beta$ ; |
| б) $\cos^4 \beta + \cos^2 \beta \sin^2 \beta$ ;                      | г) $\frac{1 - \sin^2 \beta}{\cos^2 \beta - 1}$ .                           |

2. Докажите тождество:

- |                                                                                                                 |                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) а) $\cos \alpha = \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha$ ;                                                   | б) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ;      |
| 2) а) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \sin^2 \alpha$ ; | б) $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ . |

3. Упростите:

- |                                                                               |                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 1) а) $(1 - \sin(-\alpha))(1 - \sin \alpha)$ ;                                | в) $\cos(-\alpha) + \cos \alpha \operatorname{tg}^2(-\alpha)$ ;             |
| б) $\operatorname{tg}(-\alpha) \operatorname{ctg} \alpha + \sin^2(-\alpha)$ ; |                                                                             |
| 2) а) $\frac{1 + \sin(-\beta)}{\cos(-\beta)} - \operatorname{tg}(-\beta)$ ;   | в) $\frac{\cos(-\alpha)}{1 + \sin(-\alpha)} + \operatorname{tg}(-\alpha)$ . |
| б) $\frac{\cos^2(-\beta) - \cos^4(-\beta)}{\sin^2(-\beta)}$ ;                 |                                                                             |

4. Докажите, что при любых допустимых значениях  $\varphi$  значение выражения  $\frac{1 + \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{ctg}^2 \varphi} - \operatorname{tg}^2 \varphi$  не зависит от  $\varphi$ .

5. Найдите наибольшее значение выражения:

а)  $\frac{1 - \sin^4 \alpha}{3 \sin \alpha + 3 \sin^3 \alpha}$ ; б)  $\sin^3 \alpha \operatorname{ctg}^3 \alpha + 7 \cos^3 \alpha$ .

6. Найдите значение выражения  $\frac{\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{ctg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{ctg} \varphi}$ , зная, что  $\sin \varphi = \frac{2}{3}$ .

## I

### С—41. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. Упростите выражение:

- |                                                                           |                                                                                  |
|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| 1) а) $\frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \cos \alpha}$ ;  | в) $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha}$ ; |
| б) $(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha)$ ;               | г) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$ ; |
| 2) а) $\frac{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ ; | б) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha$ ;                             |

$$в) \frac{1 + \operatorname{tg}^4 a}{\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{ctg}^2 a};$$

$$\Gamma) \frac{\sin^2 a}{1 + \operatorname{tg}^2 a} + \frac{\cos^2 a}{1 + \operatorname{ctg}^2 a}.$$

2. Докажите тождество:

$$а) \operatorname{tg}^2 a - \sin^2 a = \operatorname{tg}^2 a \sin^2 a;$$

$$б) \frac{\sin^3 a + \cos^3 a}{1 - \sin a \cos a} = \sin a + \cos a.$$

3. Зная, что  $\sin a = \frac{3}{5}$ , найдите значение выражения  $\operatorname{ctg}^2 a - \cos^2 a$ .

4. Докажите тождество:

$$а) \frac{\sin^2 a}{\operatorname{ctg}^2 a - \cos^2 a} = \operatorname{tg}^4 a; \quad б) \frac{3 \cos^2 a + \sin^4 a}{1 + \cos^2 a + \cos^4 a} = 1.$$

5. Найдите значение выражения  $\frac{\sin^2 a + \sin a \cos a}{\cos^2 a + \sin a \cos a}$ , если известно, что  $\operatorname{ctg} a = 0,125$ .

6. Докажите, что при всех допустимых значениях  $\varphi$  выражение  $\frac{\sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}{1 - \sin^6 \varphi - \cos^6 \varphi}$  принимает одно и то же значение.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 3 \sin^2 x - 2 \cos^2 x$ .

8. Найдите два значения  $x$ , при которых верно равенство  $2 \sin x = \sqrt{3}$ .

## I С—42. ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

1. Вычислите с помощью формул сложения:

$$1) а) \cos 225^\circ; б) \cos \frac{3}{4}\pi;$$

$$2) а) \cos 63^\circ \cos 18^\circ + \sin 63^\circ \sin 18^\circ;$$

$$б) \cos \frac{5\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} \sin \frac{13\pi}{9};$$

$$в) \cos 32^\circ 30' \cos 27^\circ 30' - \sin 32^\circ 30' \sin 27^\circ 30';$$

$$3) а) \cos \left( \frac{\pi}{4} + a \right), \text{ если } \sin a = -0,8 \text{ и } \frac{3}{2}\pi < a < 2\pi;$$

$$б) \cos \left( a - \frac{\pi}{6} \right), \text{ если } \cos a = 0,6 \text{ и } 0 < a < \frac{\pi}{2};$$

$$в) \cos(a + \beta) \text{ и } \cos(a - \beta), \text{ если } \sin a = 0,28, \frac{\pi}{2} < a < \pi \text{ и } \cos \beta = -0,8, \pi < \beta < \frac{3}{2}\pi.$$

2. Упростите выражение:

$$а) \cos a \cos 2a + \sin(-a) \sin 2a;$$

$$б) \cos 2a \cos 3a + \sin 2a \sin 3a;$$

$$в) \cos \left( \frac{\pi}{5} + a \right) \cos \left( \frac{3\pi}{10} - a \right) - \sin \left( \frac{\pi}{5} + a \right) \cos \left( \frac{3\pi}{10} - a \right);$$

$$г) \sin \left( \frac{9}{7}\pi + a \right) \sin \left( \frac{2}{7}\pi + a \right) + \cos \left( \frac{9}{7}\pi + a \right) \cos \left( \frac{2}{7}\pi + a \right);$$

---

$$\text{д)} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos(\alpha - \beta).$$

3. Докажите тождество:

$$\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

4. Докажите формулы:

$$\text{а)} \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \alpha\right) = -\sin \alpha; \text{ б)} \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha.$$

5. Упростите выражение:

$$\text{а)} \cos\left(\frac{2}{3}\pi + \alpha\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right); \text{ б)} \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos \beta}{\cos(\alpha + \beta) + \sin \alpha \sin \beta}.$$

## I

### С—43. ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. Вычислите с помощью формул сложения:

$$1) \text{ а)} \sin 75^\circ; \text{ б)} \sin \frac{\pi}{12};$$

$$2) \text{ а)} \sin 80^\circ \cos 20^\circ - \cos 80^\circ \sin 20^\circ;$$

$$\text{б)} \sin \frac{3\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} \sin \frac{4\pi}{7};$$

$$\text{в)} \sin 43^\circ 30' \cos 88^\circ 30' - \cos 43^\circ 30' \sin 88^\circ 30';$$

$$3) \text{ а)} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right), \text{ если } \cos \alpha = -\frac{5}{13} \text{ и } \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi;$$

$$\text{б)} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right), \text{ если } \sin \alpha = 0,6 \text{ и } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi;$$

$$\text{в)} \sin(\alpha - \beta) \text{ и } \sin(\alpha + \beta), \text{ если } \cos \alpha = \frac{3}{4}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \text{ и } \cos \beta = -\frac{4}{5}, \quad \frac{\pi}{2} < \beta < \pi.$$

2. Упростите выражение:

$$\text{а)} \sin 2\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha \sin \alpha;$$

$$\text{б)} \sin \alpha \cos 2\alpha - \cos(-\alpha) \sin(-2\alpha);$$

$$\text{в)} \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right);$$

$$\text{г)} \sin(\alpha + \beta) - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \sin(-\beta).$$

---

3. Докажите тождество:

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta.$$

4. Докажите тождество:

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$

5. Зная, что  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$  и  $\operatorname{tg} \beta = \frac{2}{3}$ , найдите  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ .

6. Упростите выражение:

а)  $\frac{\operatorname{tg} 43^\circ + \operatorname{tg} 17^\circ}{1 - \operatorname{tg} 43^\circ \operatorname{tg} 17^\circ}$ ;      б)  $\frac{\operatorname{tg} \frac{9\pi}{16} - \operatorname{tg} \frac{5\pi}{16}}{1 + \operatorname{tg} \frac{9\pi}{16} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{16}}$ .

7. Вычислите:

а)  $\operatorname{tg} 135^\circ$ ; б)  $\operatorname{ctg} 120^\circ$ ; в)  $\operatorname{tg} (-240^\circ)$ .

## I

### С—44. СИНУС И КОСИНУС ДВОЙНОГО УГЛА

1. Вычислите:

1) а)  $2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ$ ;      д)  $\left( \sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12} \right)^2$ ;

б)  $2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$ ;      е)  $\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$ ;

в)  $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ ;      ж)  $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$ ;

г)  $\left( \cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^2$ ;      з)  $1 - 2 \cos^2 \frac{\pi}{12}$ ;

2)  $\sin 2a$ , если:

а)  $\sin a = -0,6$  и  $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$ ;

б)  $\cos a = -\frac{15}{17}$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ ;

в)  $\operatorname{tg} a = 2,4$  и  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ;

3)  $\cos 2a$ , если:

а)  $\sin a = \frac{5}{13}$  и  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ;      б)  $\cos a = \frac{1}{3}$  и  $\frac{3}{2}\pi < a < 2\pi$ ;

в)  $\operatorname{tg} a = -1,5$  и  $\frac{3\pi}{2} < a < 2\pi$ .

---

2. Найдите:

1)  $\operatorname{tg} 2a$ , если:

а)  $\operatorname{tg} a = 1,5$ ; б)  $\operatorname{ctg} a = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ;

2)  $\sin 2a$  и  $\operatorname{tg} 2a$ , если  $\sin a = \frac{2}{5}$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

3. Вычислите:

а)  $\frac{2 \operatorname{tg} 75^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 75^\circ}$ ;      б)  $\frac{2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}{\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}}$ .

4. Найдите:

а)  $\sin 2a$ , если  $\cos a - \sin a = -\frac{1}{2}$ ;

б)  $\sin a$ , если  $\cos \frac{a}{2} + \sin \frac{a}{2} = \frac{1}{2}$ .

**I****С—45. СИНУС И КОСИНУС ДВОЙНОГО УГЛА (ПРОДОЛЖЕНИЕ)**

1. Упростите:

а)  $1 - \cos 2\alpha$ ;

е)  $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ ;

б)  $\frac{1 + \cos \alpha}{\cos \alpha} - \cos \alpha$ ;

ж)  $\cos^2 \alpha - \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ ;

в)  $1 - 2 \sin^2 \alpha + \cos 2\alpha$ ;

з)  $\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$ ;

г)  $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha}$ ;

и)  $\operatorname{tg}^2 \alpha (1 + \cos 2\alpha)^2$ ;

д)  $(1 - \cos 2\alpha) \operatorname{ctg} \alpha$ ;

к)  $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha + 2 \sin^2 \alpha}$ .

2. Докажите тождество:

а)  $\frac{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \sin \alpha + \cos \alpha$ ; б)  $\frac{1 - \cos 4\alpha}{1 + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg}^2 2\alpha$ .

3. Выразите:

а)  $\cos 2\alpha$  только через  $\cos \alpha$ ; б)  $\cos \alpha$  только через  $\cos \frac{\alpha}{2}$ .

4. Упростите выражение:

а)  $\frac{\cos(90^\circ - \alpha)}{\sin \frac{\alpha}{2}}$ ;

г)  $\frac{\sin 160^\circ}{\cos^4 10^\circ - \sin^4 10^\circ}$ ;

б)  $\sin 20^\circ \sin 70^\circ$ ;

д)  $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}{2 \operatorname{tg} 15^\circ}$ .

в)  $\sin \alpha \sin(90^\circ - \alpha)$ ;

5. Докажите тождество:

а)  $\frac{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ ; б)  $\frac{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \alpha) - 1}{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \alpha) + 1} = \sin 2\alpha$ .

6. Докажите, что:

а)  $\sin 18^\circ \cos 36^\circ = \frac{1}{4}$ ; б)  $8 \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} = -1$ .

**I****С—46. ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ**

1. Вычислите:

а)  $\sin 945^\circ$ ; д)  $\sin \frac{15\pi}{4}$ ; и)  $\sin(-960^\circ)$ ;

б)  $\cos 135^\circ$ ; е)  $\cos \frac{7\pi}{6}$ ; к)  $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ ;

в)  $\operatorname{tg} 225^\circ$ ; ж)  $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{3}$ ; л)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$ ;

г)  $\operatorname{ctg} 210^\circ$ ; з)  $\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3}$ ; м)  $\operatorname{ctg}(-420^\circ)$ .

2. Найдите числовое значение выражения:

а)  $\sin(-570^\circ) + \sqrt{3} \cos 150^\circ + \operatorname{tg} 315^\circ$ ;

б)  $\sin 210^\circ + \cos(-480^\circ) - \sqrt{3} \operatorname{ctg} 480^\circ$ ;

в)  $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} + \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) - 2 \cos\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ .

3. Упростите выражение:

- а)  $1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \sin(\pi - a);$   
б)  $\cos(\pi - a) \cos(2\pi - a) + \cos^2 a;$   
в)  $\cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right);$   
г)  $\sin(a - \pi);$   
д)  $\operatorname{tg}\left(a - \frac{\pi}{2}\right);$   
е)  $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \sin(-2a)}{2 \operatorname{tg}(\pi + a)};$   
ж)  $\cos(2\pi - a) \cos(2\pi + a) - \sin^2 a;$   
з)  $\cos^2(\pi - a) + \sin(2\pi - a) \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right).$

4. Докажите тождество:

- а)  $\frac{\sin(x - \pi) \sin(0,5\pi + x)}{\operatorname{ctg}(0,5\pi - x) \cos(1,5\pi - x) \cos(0,5\pi + x)} = -\operatorname{ctg}^2 x;$   
б)  $\sin\left(\frac{\pi}{4} - a\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + a\right) = 0.$

5. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin(a - \pi) \sin(a + \pi)}{\sin\left(a - \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(a + \frac{3\pi}{2}\right)};$  б)  $\frac{\operatorname{tg}^2\left(a - \frac{\pi}{2}\right) \operatorname{ctg}^2\left(a + \frac{3\pi}{2}\right)}{\cos^2(a - \pi) + \sin^2(a - 3\pi)}.$

6. Определите, чему равен косинус угла, смежного с углом  $a$ , если  $\cos a = -0,6$ .

7. Определите, чему равно произведение тангенсов острых углов прямоугольного треугольника.

## I

### С—47. ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

1. Представьте в виде произведения:

- 1) а)  $\sin 36^\circ + \sin 24^\circ;$  в)  $\sin 6^\circ + \sin 14^\circ;$   
б)  $\sin 18^\circ + \sin 11^\circ;$  г)  $\sin \frac{5\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6};$   
2) а)  $\sin 72^\circ - \sin 52^\circ;$  в)  $\sin 13^\circ - \sin 23^\circ;$   
б)  $\sin 16^\circ - \sin 7^\circ;$  г)  $\sin \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{12};$   
3) а)  $\cos 18^\circ + \cos 8^\circ;$  в)  $\cos 16^\circ + \cos 66^\circ;$   
б)  $\cos 7^\circ + \cos 4^\circ;$  г)  $\cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8};$   
4) а)  $\cos 36^\circ - \cos 26^\circ;$  в)  $\cos 5^\circ - \cos 15^\circ;$   
б)  $\cos 17^\circ - \cos 10^\circ;$  г)  $\cos \frac{2\pi}{5} - \cos \frac{\pi}{5}.$

2. Преобразуйте в произведение:

- 1) а)  $\sin 5\alpha + \sin 3\alpha$ ;      в)  $\cos 27\alpha + \cos 17\alpha$ ;  
б)  $\sin 8\alpha - \sin 4\alpha$ ;      г)  $\cos 4\alpha - \cos \alpha$ ;
- 2) а)  $\sin(15^\circ + \alpha) + \sin(15^\circ - \alpha)$ ;  
б)  $\sin(60^\circ - \beta) - \sin(60^\circ + \beta)$ ;  
в)  $\cos(17^\circ + x) + \cos(17^\circ - x)$ ;  
г)  $\cos(40^\circ - \alpha) - \cos(40^\circ + \alpha)$ ;  
д)  $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ ;  
е)  $\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$ .

3. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin 7\alpha + \sin \alpha}{\cos 7\alpha + \cos \alpha}$ ;      в)  $\frac{\sin 11\alpha - \sin \alpha}{\cos 11\alpha - \cos \alpha}$ ;  
б)  $\frac{\cos 4\alpha + \cos 6\alpha}{\cos \alpha + \cos 9\alpha}$ ;      г)  $\frac{\cos 7\alpha - \cos 3\alpha}{\sin 7\alpha + \sin 3\alpha}$ .

---

4. Преобразуйте в произведение:

а)  $\sin^2 43^\circ - \sin^2 13^\circ$ ;      б)  $\cos^2 37^\circ - \cos^2 17^\circ$ .

5. Верно ли равенство:

а)  $\frac{\sin 56^\circ + \sin 14^\circ}{\cos 56^\circ + \cos 14^\circ} = \operatorname{ctg} 55^\circ$ ;      б)  $\frac{\sin 72^\circ - \sin 62^\circ}{\cos 72^\circ + \cos 62^\circ} = \operatorname{ctg} 85^\circ$ ?

6. Докажите тождество:

а)  $\frac{\sin 3\alpha + \sin 7\alpha}{\cos 3\alpha + \cos 7\alpha} = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - 5\alpha\right)$ ;  
б)  $\frac{\sin \beta + \sin 3\beta + \sin 5\beta + \sin 7\beta}{\cos \beta + \cos 3\beta + \cos 5\beta + \cos 7\beta} = \operatorname{tg} 4\beta$ ;  
в)  $\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha)$ ;  
г)  $\frac{\operatorname{ctg} \alpha + 1}{\operatorname{ctg} \alpha - 1} = \operatorname{ctg}(45^\circ - \alpha)$ ;  
д)  $\cos^2(\alpha - \beta) - \cos^2(\alpha + \beta) = \sin 2\alpha \sin 2\beta$ .

## I

### С—48. РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

1. Найдите острый угол  $\alpha$ , если:

а)  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  
б)  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 1$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}$ .

2. Известно, что одним из корней уравнения  $\sin x = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$  является число  $\frac{\pi}{12}$ . Пользуясь формулами приведения, найдите второй положительный корень этого уравнения, не превосходящий  $2\pi$ .

3. Покажите, что любое число, являющееся членом арифметической прогрессии

$$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots \text{ или } -\frac{\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{2}, \dots,$$

является корнем уравнения  $\cos x = 0$ .

4. Решите уравнение:

- 1) а)  $\sin x = 0$ ; б)  $\cos x = 1$ ; в)  $\operatorname{tg} x = -1$ ;  
 2) а)  $\sin x - 1 = 0$ ; б)  $\cos x = 0$ ; в)  $2 \operatorname{tg} x = 0$ .

5. Зная, что  $\beta$  — угол треугольника, найдите все значения  $\beta$  из уравнения:

а)  $\sin \beta = \frac{1}{2}$ ; б)  $\cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

6. Решите уравнение:

- 1) а)  $\sin 2x = 1$ ; б)  $\cos 3x = 0$ ;  
 2) а)  $\sin^2 x - \sin x = 0$ ; б)  $\cos^2 x + \cos x = 0$ ;  
 3) а)  $\sin 2x \cos x - \cos 2x \sin x = 0$ ;  
     б)  $\cos x \cos 2x + \sin x \sin 2x = 0$ ;  
 4) а)  $\cos^2 x = \cos 2x$ ; б)  $2 \sin x = \sin 2x$ .

7. Докажите, что уравнение не имеет корней:

а)  $\cos x \cos \left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$ ; б)  $\frac{\cos 2x}{2 \cos^2 x - 1} = 0$ .

## ВАРИАНТ II

**II**

### С—1. ФУНКЦИЯ. ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

1. Найдите:

- 1)  $f(3)$ ,  $f(0)$ ,  $f(-2)$ , если  $f(x)=21x-7$ ;
- 2)  $g(8)$ ,  $g(-3)$ ,  $g(0)$ , если  $g(x)=x^2-10x$ ;
- 3)  $\varphi(-3)$ ,  $\varphi(6)$ ,  $\varphi(0)$ , если  $\varphi(x)=\frac{x-6}{x+4}$ .

2. Найдите значение  $x$ , при котором функция, заданная формулой:

- 1)  $f(x)=12-5x$ , принимает значение, равное: а) 2; б) 24; в) 0;
- 2)  $g(x)=\frac{1}{4}x+9$ , принимает значение, равное: а) 10; б) 1; в) 0.

3. Найдите область определения функции, заданной формулой:

- 1) а)  $f(x)=37-3x$ ; б)  $g(x)=\frac{53}{x}$ ; в)  $\varphi(x)=x^2-7$ ; г)  $y=\sqrt{x}$ ;
- 2) а)  $g(x)=10-x^2$ ; б)  $f(x)=-\frac{42}{x}$ ; в)  $\varphi(x)=\sqrt{x-3}$ ; г)  $y=\frac{12}{x+4}$ .

4. Укажите область значений функции:

- а)  $y=-24x+5$ ; б)  $y=41$ ; в)  $y=-\frac{22}{x}$ ; г)  $y=\sqrt{x}$ ; д)  $y=|x|$ .

---

5. Зная, что:

- а)  $f(x)=\frac{x^2+5}{6x^2}$ , найдите  $f(5)+f(-5)$ ;
- б)  $g(x)=\frac{4x^3-x}{9}$ , найдите  $g(-2)+g(2)$ .

6. Известно, что  $g(x)=kx+b$ , причем  $g(1)=5$  и  $g(3)=-1$ . Найдите коэффициенты  $k$  и  $b$ .

7. Задайте формулой какую-либо функцию, областью определения которой является:

- а) множество всех чисел, кроме 1 и 4;
- б) множество всех чисел, больших или равных 6.

**II**

**С—2. ГРАФИК ФУНКЦИИ**

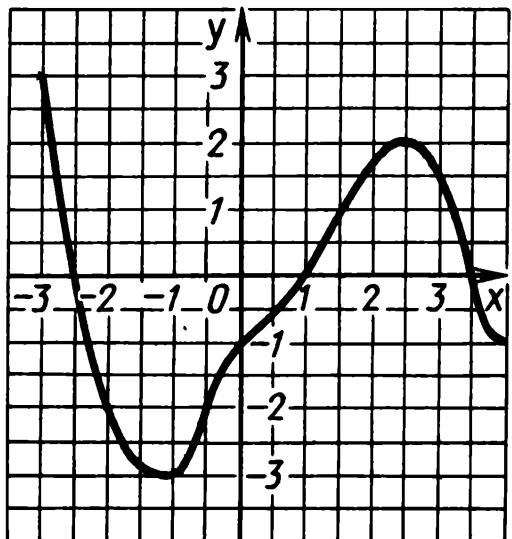


Рис. 8

1. На рисунке 8 изображен график функции  $y=g(x)$ , областью определения которой служит промежуток  $[-3; 4]$ . Найдите:

- 1) а)  $g(-1)$ ; б)  $g(0)$ ; в)  $g(1)$ ; г)  $g(3)$ ;
- 2) значения аргумента  $x$ , при которых:

а)  $g(x)=3$ ; б)  $g(x)=0$ ;  
в)  $g(x)=-2$ ;

- 3) наибольшее и наименьшее значения функции;

4) область значений функции.

2. Постройте график функции:

1) а)  $y=0,5x+3$ ; б)  $y=-0,5x-2$ ; в)  $y=-\frac{1}{3}x$ ;

2) а)  $y=\frac{6}{x}$ ; б)  $y=-\frac{8}{x}$ ; в)  $y=\frac{x}{4}$ ;

3) а)  $y=x^2$ ; б)  $y=\sqrt{x}$ ; в)  $y=|x|$ .

3. Постройте график функции, предварительно заполнив таблицу:

а)  $y=\frac{10}{x^2-1}$ , где  $-6 \leq x \leq 0$ ;

$x$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$y$							

б)  $y=\frac{x+6}{x}$ , где  $1 \leq x \leq 6$ .

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$						

4. Постройте график функции:

а)  $y=\begin{cases} x+3, & \text{если } x < -2, \\ 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ -x+3, & \text{если } x > 2; \end{cases}$  б)  $y=\sqrt{|x|}$ .

5. Задайте с помощью нескольких формул функцию, график которой изображен на рисунке 9.

6. Постройте график функции  $g(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{2x^2 - 2}$ .

7. На рисунке 10 изображен график движения туристов от станции до озера. Пользуясь графиком, ответьте на вопросы:

1) Сколько привалов делали туристы в пути и какова продолжительность каждого привала?

2) Сколько километров прошли туристы до первого привала; между первым и вторым привалами; после второго привала?

3) С какой скоростью шли туристы на каждом участке пути?

4) Через сколько часов туристы прибыли на озеро?

5) На каком расстоянии от озера находились туристы через 2 ч; через 3 ч; через 4 ч?

8. На рисунке 11 изображены графики движения пешехода (I) и велосипедиста (II), отправившихся из деревни на станцию, находящуюся от нее на расстоянии 35 км. Пользуясь графиком, ответьте на вопросы:

1) Кто выехал из деревни позже и на сколько?

2) Сколько времени находился в пути пешеход; велосипедист?

3) Какова скорость движения пешехода; велосипедиста?

4) Кто прибыл на станцию раньше и на сколько?

5) Через сколько часов после своего выезда велосипедист догнал пешехода?

6) Сколько километров оставалось идти пешеходу до станции в тот момент, когда велосипедист доехал до нее?

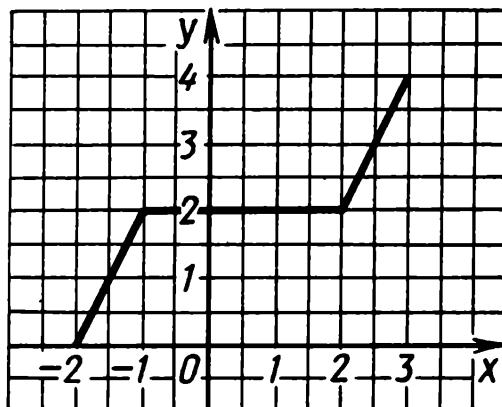


Рис. 9

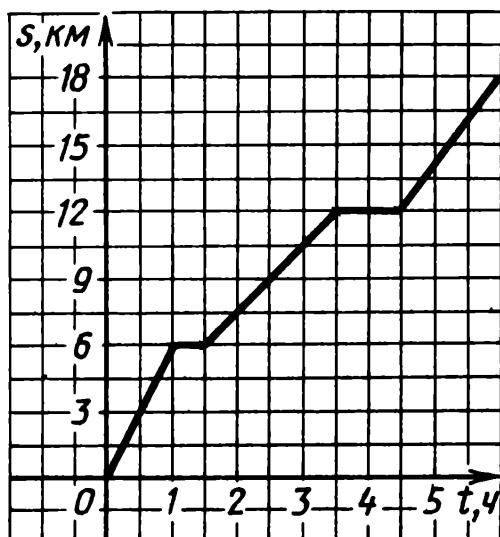


Рис. 10

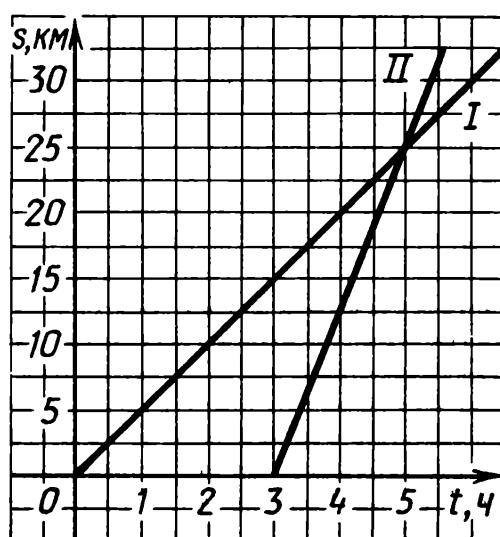


Рис. 11

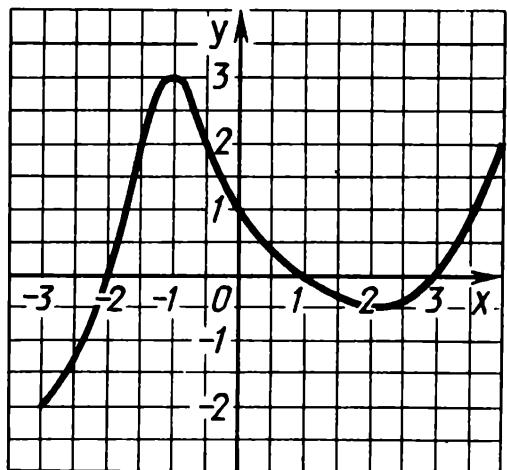


Рис. 12

## II

### С—3. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

1. Область определения функции, заданной графиком на рисунке 12,— промежуток  $[-3; 4]$ . Используя график, перечислите свойства функции. Найдите:

1) а) нули функции; б) промежутки, в которых функция принимает положительные значения, и промежутки, в которых функция принимает отрицательные значения;

2) промежутки, в которых функция возрастает и в которых она убывает;

3) значение аргумента  $x$ , при котором функция принимает наибольшее значение и при котором она принимает наименьшее значение;

4) область значений функции.

2. Выясните свойства функций:

1) а)  $y = 25x - 18$ ;    б)  $y = -0,83x + 16,2$ ;    в)  $y = -27$ ;

2) а)  $y = \frac{36}{x}$ .    б)  $y = -\frac{63}{x}$ .

3. Найдите нули функции (если они существуют):

1) а)  $y = \frac{1}{5}x - 8$ ;    б)  $y = -0,4x + 32$ ;    в)  $y = 47$ ;

2) а)  $y = 9x(x - 5)$ ;    б)  $y = 16(x^2 + 2)$ ;    в)  $y = x(x - 1)(x + 2)$ ;

3) а)  $y = \sqrt{x - 3}$ ;    б)  $y = \sqrt{x^2 - 4}$ ;    в)  $y = \sqrt{x^2 + 4}$ .

4. Постройте график функции  $g(x) = x - |x|$  и опишите ее свойства.

5. Выясните свойства функции

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{8}{x}, & \text{если } x < -2, \\ -2x, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ -\frac{8}{x}, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

## III

### С—4. ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$ И ЕЕ ГРАФИК

1. Постройте график функции  $y = -\frac{3}{x}$ . Укажите область определения функции. Найдите:

а) значение функции, которому соответствует значение аргумента, равное  $-2; -1,5; 1,5; 2$ ;

б) значение аргумента, которому соответствует значение функции, равное  $-4; -3; 3; 4$ ;

в) при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения; отрицательные значения.

2. Приналежит ли графику функции  $y = \frac{144}{x}$  точка:

а)  $A(-7; 20\frac{4}{7})$ ; б)  $B(6; 24)$ ; в)  $C(0; 144)$ ; г)  $D(12; -12)$ ?

3. Решите графически уравнение:

$$\frac{2}{x} = x + 1.$$

---

4. Постройте график функции:

а)  $y = \frac{4}{1-x}$ ; б)  $y = \frac{2}{|x|}$ .

5. Задайте формулой обратно пропорциональную зависимость между  $x$  и  $y$ , зная, что ее график проходит через точку  $B(4; 0,25)$ .

## II

### С—5. КВАДРАТНЫЙ ТРЕХЧЛЕН И ЕГО КОРНИ

1. Найдите корни квадратного трехчлена:

1) а)  $x^2 - 8x + 15$ ; б)  $-y^2 + 3y - 10$ ; в)  $4b^2 - 16b + 12$ ;  
г)  $2a^2 - a$ ;

2) а)  $5y^2 + 14y - 3$ ; б)  $10b^2 - 7b + 1$ ; в)  $-0,4c^2 + 0,8$ ;  
г)  $7x^2 - 28$ ;

3) а)  $0,5x^2 - x - 1$ ; б)  $-100c^3 + 20c + 3$ ; в)  $-25a^2 + 10a - 1$ .

2. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

1) а)  $x^2 + 4x + 1$ ; б)  $3b^2 - 12b + 11$ ; в)  $y^2 + 2y$ ;

2) а)  $-b^2 + 6b - 8$ ; б)  $\frac{1}{4}y^2 - y + 2$ .

3. Докажите, что при любом  $x$  квадратный трехчлен;

а)  $x^2 - 10x + 28$  принимает положительные значения;

б)  $-x^2 + 4x - 6$  принимает отрицательные значения.

---

4. При каком значении  $b$  квадратный трехчлен:

а)  $b^2 - 4b + 9$  принимает наименьшее значение;

б)  $-b^2 + 6b - 14$  принимает наибольшее значение?

5. Имеется прямоугольник со сторонами 8 и 12 см. Большую его сторону уменьшили на  $b$  см, а меньшую увеличили на такое же число сантиметров. При каком значении  $b$  площадь полученного прямоугольника окажется наибольшей?

## II

### С—6. РАЗЛОЖЕНИЕ КВАДРАТНОГО ТРЕХЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

1) а)  $x^2 - 7x + 10$ ; б)  $3x^2 + 3x - 6$ ; в)  $7x^2 - 63$ ; г)  $5x^2 + 19x - 4$ ;

2) а)  $x^2 + x - 72$ ; б)  $7x^2 + 20x - 3$ ; в)  $12x^2 - 588$ ; г)  $3x^2 - 12x + 3$ .

2. Почему нельзя представить квадратный трехчлен в виде произведения многочленов первой степени:

- 1) а)  $x^2 - 5x + 7$ ; б)  $-3x^2 + 2x - 1$ ;  
 2) а)  $x^2 - 12x + 39$ ; б)  $-4x^2 + 4x - 3$ ; в)  $x^3 + 3$ ?

3. Сократите дробь:

- 1) а)  $\frac{4b+12}{b^2-9}$ ; б)  $\frac{c^2+c-6}{7c+21}$ ; в)  $\frac{16-2x}{8+7x-x^2}$ ;  
 2) а)  $\frac{a^2-16a+63}{a^2-81}$ ; б)  $\frac{y^3+7y^2-60y}{10y-50}$ ; в)  $\frac{3+14b-5b^2}{3b-b^2}$ .

4. Найдите значение дроби:

- 1)  $\frac{x^2-8x-33}{10x+30}$  при  $x = -9; 12; 111$ ;  
 2)  $\frac{8y-56}{y^2-27y+140}$  при  $y = -4; 22,5; 24$ .

5. Упростите выражение:

$$\frac{9b-4}{b+7} - \frac{44-16b}{b^2+5b-14}.$$

6. Постройте график функции:

$$y = \frac{x^3 - 2x^2 - 9x + 18}{18 - 2x^2}.$$

## III

### С-7. ФУНКЦИЯ $y=ax^2$ , ЕЕ ГРАФИК И СВОЙСТВА

1. Зная, что  $g(x) = \frac{1}{10}x^2$ , заполните таблицу:

$x$	0	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 4$	$\pm 6$	$\pm 8$
$g(x)$						

Постройте график функции  $g$ . Найдите:  $g(-3); g(3); g(-5); g(5)$ .

В той же системе координат постройте график функции  $f(x) = -\frac{1}{10}x^2$ . Найдите:  $f(-3); f(3); f(-5); f(5)$ .

2. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = -2x^2$  и прямой:

- а)  $y = -200$ ; б)  $y = -3200$ ; в)  $y = 40x$ ; г)  $y = -1400x$ .

3. Принадлежит ли графику функции  $y = 40x^2$  точка:

- а)  $A(-2; -160)$ ; б)  $B(2; 160)$ ; в)  $C(0,1; 0,4)$ ?

4. Постройте график функции:

$$g(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } x > 1, \\ -x, & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ x^2, & \text{если } x < -1. \end{cases}$$

5. Какова область значений функции (укажите ее наибольшее и наименьшее значения):

а)  $y = \frac{1}{4}x^2$ , где  $x \in [-4; 8]$ ; б)  $y = -\frac{1}{3}x^2$ , где  $x \in [-6; 3]$ ?

6. Тело, падающее на землю, пролетает за  $t$  секунд расстояние, равное  $s$  метрам, где  $s = \frac{gt^2}{2}$ ,  $g \approx 10$  м/с<sup>2</sup>. Через какое время тело достигнет земли, если в данный момент оно находится на высоте 560 м?

7. Постройте график функции:

а)  $y = -\sqrt{x}$ ; б)  $y = 3\sqrt{x}$ ; в)  $y = \sqrt{-x}$ .

## II

### С—8. ГРАФИК КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

1. Используя шаблон параболы  $y = x^2$ , постройте график функции:

а)  $y = x^2 - 5$ ; б)  $y = -x^2 + 3$ ; в)  $y = (x+2)^2$ ; г)  $y = (x-2)^2 + 3$ .

2. Найдите координаты вершины параболы:

а)  $g(x) = x^2 + 4x + 2$ ; б)  $g(x) = -x^2 - 6x + 3$ ;  
в)  $g(x) = 4x^2 - 8x - 1$ .

При вычислении воспользуйтесь формулами  $m = -\frac{b}{2a}$  и  $n = g\left(-\frac{b}{2a}\right)$ , где  $m$  и  $n$  — координаты вершины параболы  $g(x) = ax^2 + bx + c$ .

3. Используя результаты вычислений в задании 2 (а), постройте график функции  $g(x) = x^2 + 4x + 2$ . Найдите по графику:

- а) нули функции; промежутки, в которых  $g(x) < 0$  и  $g(x) > 0$ ;  
б) промежутки убывания и возрастания функции; наименьшее ее значение.

4. Используя результаты вычислений в задании 2 (б), постройте график функции  $g(x) = -x^2 - 6x + 3$ . Найдите по графику:

- а) нули функции; промежутки, в которых  $g(x) > 0$  и  $g(x) < 0$ ;  
б) промежутки возрастания и убывания функции; наибольшее ее значение.

---

5. Найдите область значений функции  $y = -x^2 + 4x + 3$ , где  $x \in [0; 5]$ .

6. Постройте график функции:

а)  $y = |x| + 1$ ; б)  $y = |x-2|$ ; в)  $y = \sqrt{x} - 3$ ; г)  $y = \sqrt{x+3}$ .

7. При каких значениях  $b$  и  $c$  точка  $K(7; 2)$  является вершиной параболы  $y = x^2 + bx + c$ ?

8. Из лука выпущена стрела вертикально вверх с начальной скоростью 50 м/с. Зависимость расстояния  $s$  (в метрах) стрелы до земли от времени полета  $t$  (в секундах) выражается формулой  $s = 50t - 5t^2$ . Постройте график этой зависимости. Найдите по графику:

1) Какой наибольшей высоты достигла стрела?

2) В какой промежуток времени она поднималась вверх и в какой опускалась вниз?

3) Через сколько секунд после пуска стрела упала на землю?

## II

### С—9. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

1. Для каждой из парабол  $y = 3x^2 + x - 17$  и  $y = -2x^2 - 5x + 12$ :

а) определите направление ее ветвей;

б) найдите координаты точек пересечения параболы с осью  $x$ ;

в) изобразите схематически график;

г) найдите по графику множество значений аргумента, при которых  $y > 0$  и при которых  $y < 0$ .

2. Решите неравенство:

а)  $x^2 - 10x + 21 > 0$ ;    в)  $x^2 - 16 > 0$ ;

б)  $4x^2 + 11x - 3 < 0$ ;    г)  $5x - x^2 > 0$ .

3. Найдите множество решений неравенства:

а)  $x^2 \leqslant 9$ ; б)  $x^2 > 7$ ; в)  $3x^2 \geqslant x$ ; г)  $-4x < 8x^2$ .

4. Докажите, что при любом значении  $b$  верно неравенство:

а)  $7b^2 - 4b + 1 > 0$ ; б)  $8b < b^2 + 17$ .

---

5. Найдите область определения функции:

а)  $y = \sqrt{x^2 - 18x + 72}$ ; б)  $y = \frac{7}{\sqrt{6x - 3x^2}}$ .

6. При каких значениях  $c$  множество решений неравенства  $x^2 - 8x + c < 0$  является промежуток:

а)  $(3; 5)$ ; б)  $(-\infty; +\infty)$ ?

7. Решите неравенство:

$$\frac{x^2 - 14x + 48}{(x - 7)^2} < 0.$$

## II

### С—10. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

1. Решите неравенство:

1) а)  $(x - 2)(x - 5) > 0$ ;    в)  $(x + 5)(x + 2)(x - 8) > 0$ ;

б)  $(x + 3)(x - 7) < 0$ ;    г)  $x(x + 11)(x - 15) \leqslant 0$ ;

2) а)  $(x + 5)(x - 6)(x - 17) > 0$ ;    в)  $(x^2 - 4)(x + 7) \leqslant 0$ ;

б)  $x(x + 7)(x - 4) \leqslant 0$ ;    г)  $(x^2 + 4)(x + 4)(x - 8) \leqslant 0$ .

2. Найдите множество решений неравенства:

1) а)  $(2x-3)(x+5) < 0$ ; б)  $(6-x)(3x+12) \leq 0$ ;

в)  $-(x-2)(9-x)(x+10) > 0$ ;

2) а)  $(5x+7)(8-x) > 0$ ; б)  $(9-x^2)(6x+30) < 0$ ;

в)  $(9x^2-4)(16-x^2)(2x^2+3) > 0$ .

3. Решите неравенство:

1) а)  $\frac{x-4}{x+8} < 0$ ; б)  $\frac{x+10}{x-3} \geq 0$ ; в)  $\frac{9x}{5x-12} \leq 0$ ;

2) а)  $\frac{3x-12}{x+7} < 0$ ; б)  $\frac{x^2-25}{x+10} \geq 0$ ; в)  $\frac{(x+2)(x^2-64)}{x^2+15} \leq 0$ .

4. Найдите область определения функции:

а)  $y = \sqrt{(x+34)(20-x)}$ ; б)  $y = \sqrt{(x-7)(x+17)(x-19)}$ .

5. Решите неравенство:

а)  $(x+13)(x-7)^2(x-15) > 0$ ; в)  $x^3 - 10x^2 + 21x \geq 0$ ;

б)  $\frac{x^2+15x+56}{x^2-12x+20} < 0$ ; г)  $\frac{x^4-17x^2+16}{5x+20} \leq 0$ .

## II

### С – 11. ЦЕЛОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО КОРНИ

1. Определите степень уравнения:

а)  $x^4 - x^3 + 2x^5 - 2 = 0$ ;

б)  $(2x-1)(x+4)(x-8) = 0$ ;

в)  $(x^2+6)(x-5) - x(x+1)(x-1) = 0$ ;

г)  $(5x^4-1)(5x^2-2)-(5x^3+1)^2 = 0$ .

2. Какие из чисел  $-3$ ;  $-2$ ;  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $2$ ;  $3$  — являются корнями уравнения:

а)  $x^3 - 9x = 0$ ; в)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ ?

б)  $x^2(x-7) + 7(x^2-x) = -6$ ;

3. Решите уравнение:

1) а)  $(8x+1)(2x-3) - (4x-2)^2 = 1$ ; в)  $\frac{2x-1}{5} - \frac{x+1}{2} = 1$ ;

б)  $5x(5x-1) - (5x+3)(5x-3) = x-3$ ; г)  $\frac{x(2x-5)}{6} - \frac{x(x-2)}{3} = 1$ ;

2) а)  $(2x-3)(x+1) = x^2 + 17$ ;

б)  $(x-7)(x+7) + (x-2)^2 = 11x + 30 - (x+5)^2$ ;

в)  $\frac{x^2}{27} + \frac{x}{3} = \frac{x+9}{3}$ ;

г)  $\frac{x^2-6x-4}{3} = \frac{11x}{10} + 1$ .

4. Составьте какое-либо уравнение:

а) первой степени, корнем которого является число  $-11$ ;

б) второй степени, имеющее корни  $2$  и  $-9$ ;

в) третьей степени, имеющее корни  $4$ ;  $7$  и  $-7$ .

5. Решите уравнение:

а)  $\frac{x(2-x)}{2} + \frac{3(x-3)^2}{2} = 2 \frac{1}{2} - \frac{2(4-x)^2}{3}$ ;

$$6) \quad x = \frac{(3-x)^2}{9} - \frac{x(x-12)}{18} + \frac{(3-x)(x-2)}{36}.$$

6. Верно ли утверждение:

- a) уравнение  $x^6 + 3x^4 + x^2 = -16$  не имеет корней;
- б) уравнение  $25x(x+2) - (5x-1)(5x+1) = 25(2x-1) + 26$  не имеет корней;
- в) уравнение  $6x^5 + 8x^3 + 12x - 41 = 0$  не имеет отрицательных корней;
- г) уравнение  $5x^5 + 25x^4 - 20x^3 + 10x^2 - 5x = 17$  не имеет целых корней?

## II

### С – 12. УРАВНЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ

1. Найдите:

- а) значение  $a$ , при котором корнем уравнения

$$5(x-2) - 4(3+x) = 2 + ax$$

является число 6;

- б) значение  $c$ , при котором одним из корней уравнения

$$9x^2 + 3(c+2) - (3-2c) = 0$$

является число 5. Вычислите другой корень.

2. При каких целых значениях  $k$  корень уравнения  $kx+1=7$  является целым числом?

3. При каких значениях  $b$  уравнение  $4x-2b=5$  имеет:

- а) положительный корень;
- б) отрицательный корень;
- в) корень, больший 8;

- г) корень, принадлежащий промежутку  $(1; 3)$ ?

4. При каких значениях  $t$  имеет два корня уравнение:

- а)  $2x^2 + 4x + t = 0$ ; б)  $6x^2 + tx + 6 = 0$ ?

5. При каких значениях  $c$  имеет один корень уравнение:

- а)  $4x^2 - 8x + c = 0$ ; б)  $x^2 + cx + 16 = 0$ ?

6. При каких значениях  $b$  не имеет корней уравнение:

- а)  $6x^2 + bx + 4 = 0$ ; б)  $x^2 + 8x + b = 0$ ?

---

7. Найдите целые значения  $b$ , при которых корень уравнения  $b(2-x)=6$  является отрицательным числом.

8. Из данных уравнений выделите те, которые при любом значении  $a$  имеют два корня:  $x^2 + ax = 0$ ,  $x^2 + ax - 1 = 0$ ,  $x^2 + ax + 1 = 0$ ,  $x^2 - a = 0$ .

9. Найдите, при каких значениях  $n$  корнями уравнения  $2x^2 + nx - (18 - x) = 0$  являются два противоположных числа.

10. При каких значениях  $b$  уравнение

$$x^2 - 4bx + 4b^2 - 1 = 0$$

имеет два различных корня, принадлежащих промежутку  $(1; 6)$ ?

**II**
**С—13. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ И ВВЕДЕНИЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

1. Решите уравнение:

- 1) а)  $18y^3 - 36y^2 = 0$ ;      б)  $x^3 - 144x = 0$ ;  
 в)  $x^2 + 0,9x = 0$ ;  
 2) а)  $16x^3 - 32x^2 - x + 2 = 0$ ;      б)  $x^6 - x^4 + 5x^2 - 5 = 0$ ;  
 в)  $y^6 + 4y^4 = y^2 + 4$ .

2. Решите уравнение, используя введение новой переменной:

- а)  $(x^2 - 10)^2 - 3(x^2 - 10) + 4 = 0$ ;  
 б)  $(x^2 + x)^2 - 5(x^2 + x) + 6 = 0$ ;  
 в)  $(x^2 + x + 6)(x^2 + x - 4) = 144$ .

3. Решите биквадратное уравнение:

- а)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ ;      г)  $x^4 + 6x^2 - 27 = 0$ ;  
 б)  $x^4 - 18x^2 + 32 = 0$ ;      д)  $x^4 + 15x^2 + 54 = 0$ ;  
 в)  $x^4 - x^2 - 12 = 0$ ;      е)  $x^4 + 25x^2 = 0$ .

4. Найдите координаты точек пересечения с осью абсцисс графика функции  $y = x^4 - 3x^2 - 4$ .

5. Решите уравнение:

$$x^5 - x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4 = 0.$$

6. Решите уравнение, обозначив одну из взаимно обратных дробей через  $t$ , а другую — через  $\frac{1}{t}$ :

$$\frac{x^2 - 3}{x} + \frac{x}{x^2 - 3} = 2 \frac{1}{2}.$$

7. Решите уравнение:

- а)  $x^3 - 13x + 12 = 0$ ;      б)  $x^3 - 31x + 30 = 0$ .

Указание: а) представьте средний член трехчлена в виде суммы слагаемых  $-x - 12x$ .

8. Решите уравнение:

- а)  $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) = 840$ ;  
 б)  $(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) = 945$ .

Указание: а) замените трехчленами произведение крайних множителей и произведение средних множителей.

9. При каких значениях  $a$  не имеет корней уравнение:

- а)  $x^4 - 8x^2 + a = 0$ ;      б)  $x^4 + ax^2 + 25 = 0$ ?

**II**
**С—14. ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ**

1. С помощью графиков, изображенных на рисунке 13, решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = 6, \\ y = 0,5x^2 - 8. \end{cases}$$

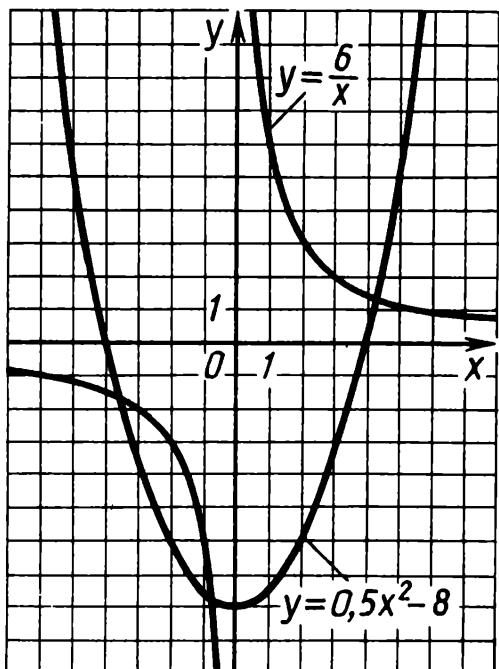


Рис. 13

2. Постройте график функции  $y = -x^2 + 1$ . С помощью этого графика решите систему уравнений:

a)  $\begin{cases} y = -x^2 + 1, \\ y - x = 1; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} y = -x^2 + 1, \\ y = 0,5x; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} y = -x^2 + 1, \\ y = 3. \end{cases}$

3. Решите графически систему уравнений:

а)  $\begin{cases} xy = 4, \\ y = x + 1; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y + x = 0; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} y = 0,5x^2, \\ y - x = 1; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = x^2 - 6. \end{cases}$

4. Изобразив схематически графики, выясните, имеет ли решения система уравнений, и если имеет, то сколько:

а)  $\begin{cases} y = -x^2 + 8, \\ y = x^2 + 4; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = -x^2. \end{cases}$

5. Решите графически систему уравнений:

а)  $\begin{cases} y = |x|, \\ y = x^2 - 2; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16, \\ y = x. \end{cases}$

6. При каких значениях  $m$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x - y = m \end{cases}$$

а) имеет одно решение; б) имеет два решения; в) не имеет решений?

## II С – 15. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

1. Является ли пара чисел  $x = 7$ ,  $y = -6$  решением системы уравнений:

$$\begin{cases} xy + 42 = 0, \\ x^2 - 2y - 61 = 0? \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 5y - 24 = 0, \\ y = x - 2 \end{cases}$$

и выполните проверку.

3. Решите систему уравнений:

1) а)  $\begin{cases} x^2 - 2y = 54, \\ y = x - 3; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x = y + 3, \\ xy - y = 7; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} xy + x^2 = 4, \\ y = x + 2; \end{cases}$

2) а)  $\begin{cases} 4y + x = 0, \\ x^2 + y^2 = 17; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ 2x + y^2 = -1; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} xy + y^2 = 24, \\ x - 2y = 7; \end{cases}$

3) а)  $\begin{cases} (x-2)(y+1) = 36, \\ x - 2y = 6; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 4, \\ 3x + y = 10. \end{cases}$

---

4. Имеет ли решение система уравнений:

$$\begin{cases} 5x + 3y = 14, \\ 2x - 5y = 18, \\ x^2 + y^2 + 2xy - x = 0? \end{cases}$$

5. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 18, \\ xy = 8; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 41, \\ 2x^2 + y^2 = 59; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2 - 3x - 2y = 4, \\ x^2 + x - 3y = 18. \end{cases}$

6. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности  $x^2 + (y-1)^2 = 13$  и параболы  $y = x^2 - 10$ .

7. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{12}, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}, \\ x - y = 6. \end{cases}$

## **III С – 16. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ**

1. Сумма двух чисел равна 25, а их произведение равно 144. Найдите эти числа.

2. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 20 см. Найдите его катеты, если известно, что один из них на 4 см больше другого.

3. Прямоугольный участок земли площадью 3250 м<sup>2</sup> обнесен изгородью, длина которой равна 230 м. Найдите длину и ширину участка.

4. Периметр прямоугольника равен 24 см, а сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, равна 148 см<sup>2</sup>. Найдите стороны прямоугольника.

5. Произведение двух чисел на 13 больше их суммы. Если из первого числа вычесть утроенное второе число, то получится 9. Найдите эти числа.

6. Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 360 км, выехали одновременно два автомобиля. Через 3 ч оказалось, что первый из них прошел расстояние на 30 км больше, чем второй. Найдите скорость каждого автомобиля, если известно, что на весь путь первый автомобиль затратил на полчаса меньше, чем второй.

7. Два тракториста, работая совместно, могут вспахать поле за 2 ч 40 мин. Сколько времени потребуется каждому трактористу в отдельности для выполнения этой работы, если известно, что первый из них может выполнить ее на 4 ч быстрее второго?

## II

### С — 17. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

1. Выпишите пять первых членов последовательности:

- а) двузначных чисел, взятых в порядке убывания;
- б) кубов натуральных чисел, взятых в порядке возрастания;
- в) натуральных чисел, дающих при делении на 5 остаток 2, взятых в порядке возрастания.

2. Последовательность  $(x_n)$  задана формулой  $x_n = 6n - 1$ .

Найдите:

- а)  $x_1$ ; б)  $x_4$ ; в)  $x_{20}$ ; г)  $x_{100}$ ; д)  $x_k$ ; е)  $x_{k+2}$ .

3. Найдите третий, шестой и двадцатый члены последовательности  $(a_n)$ , заданной формулой:

- а)  $a_n = n - 2$ ; в)  $a_n = n^2$ ; д)  $a_n = -n^2 + 6$ ;
- б)  $a_n = \frac{3n-1}{2}$ ; г)  $a_n = n(n+1)$ ; е)  $a_n = (-1)^n$ .

4. Последовательность задана формулой  $x_n = 46 - 3n$ . Найдите номер члена последовательности, равного 25.

5. Выпишите пять первых членов последовательности  $(c_n)$ , если:

- а)  $c_1 = 8$ ,  $c_{n+1} = c_n - 1$ ; б)  $c_1 = 32$ ;  $c_{n+1} = 0,5c_n$ .
- 

6. Выпишите пять первых членов последовательности десятичных приближений с недостатком числа  $\frac{2}{9}$ , взятых с точностью до 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.

7. Последовательность  $(b_n)$  задана формулой  $b_n = n^2 - 4n + 9$ . Является ли членом последовательности число:

- а) 9; б) 59; в) 409?

При положительном ответе укажите номер члена.

8. Задайте формулой  $n$ -го члена последовательность  $(x_n)$ , если известно, что:

- а)  $x_1 = 6$ ,  $x_{n+1} = x_n + 6$ ; б)  $x_1 = 1$ ;  $x_{n+1} = 3x_n$ .

## II

### С — 18. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ. ФОРМУЛА $n$ -ГО ЧЛЕНА

1. Зная первые два члена арифметической прогрессии 2,8;  $-0,4$ ; ..., найдите следующие за ними четыре ее члена.

2. В арифметической прогрессии  $(a_n)$  известны  $a_1 = -1,2$  и  $d = 3$ . Найдите:

- а)  $a_4$ ; б)  $a_8$ ; в)  $a_{21}$ ; г)  $a_{k+2}$ .

3. Найдите разность арифметической прогрессии  $(c_n)$ , если:

- а)  $a_1 = 5$ ,  $a_8 = 19$ ; б)  $a_1 = 2$ ,  $a_{11} = -5$ ; в)  $a_1 = -0,3$ ,  $a_7 = 1,9$

4. Бригада стеклодувов изготовила в январе 80 изделий, а в

каждый следующий месяц изготавляла на 17 изделий больше, чем в предыдущий. Сколько изделий изготавливало бригада в августе? в декабре?

5. В арифметической прогрессии ( $b_n$ ) известны  $b_1 = 12$  и  $d = -3$ . Найдите номер члена прогрессии, равного:

а)  $-6$ ; б)  $0$ ; в)  $9$ .

6. Выписали двадцать членов арифметической прогрессии:  $6,5; 8; \dots$ .

Встретится ли среди них (и если да, то на каком месте) число: а)  $13$ ; б)  $22,5$ ; в)  $36$ ?

---

7. Между числами  $64$  и  $46$  вставьте пять чисел так, чтобы они вместе с данными числами составили арифметическую прогрессию.

8. Докажите, что если последовательность  $(x_n)$  является арифметической прогрессией, то  $x_4 + x_{n-4} = x_6 + x_{n-6}$ .

9. Первый член арифметической прогрессии равен  $47$ . Найдите второй и третий ее члены, если известно, что они являются квадратами двух последовательных натуральных чисел.

10. Докажите, что если числа  $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{a+c}$  и  $\frac{1}{a+b}$  составляют арифметическую прогрессию, то числа  $a^2, b^2$  и  $c^2$  также составляют арифметическую прогрессию.

## II

### С — 19. ФОРМУЛА СУММЫ $n$ ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. Последовательность  $4, -6, \dots$  является арифметической прогрессией. Найдите сумму  $n$  первых ее членов, если  $n$  равно:  
а)  $8$ ; б)  $18$ ; в)  $35$ ; г)  $k$ .

2. Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии, в которой:

- а)  $a_1 = 5, d = 3$ ;    в)  $a_1 = 18,5, d = -2,5$ ;  
б)  $a_1 = -8, d = 4$ ;    г)  $a_1 = 2 - \sqrt{2}, d = \sqrt{2}$ .

3. Найдите сумму первых шести, двадцати,  $k$  членов последовательности  $(x_n)$ , заданной формулой  $x_n = 4n + 5$ .

4. Найдите сумму:

- а) всех натуральных чисел, не превышающих  $50$ ;  
б) всех натуральных чисел, кратных  $4$ , не превосходящих  $100$ ;  
в) всех нечетных чисел, не превосходящих  $100$ .

5. Найдите сумму двенадцати первых членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

- а)  $a_1 = 6, a_{11} = 46$ ; б)  $a_6 = 12, a_{16} = 100$ .

6. Тело в первую секунду прошло  $12$  м, а в каждую следующую проходило на  $3$  м больше, чем в предыдущую. Какой путь прошло тело за полчаса?

---

7. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, в которой  $S_3 = 60, S_7 = 56$ .

8. Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми равно 450 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Один автомобиль двигался равномерно со скоростью 60 км/ч, а другой в первый час прошел 45 км, а в каждый следующий проходил на 5 км больше, чем в предыдущий. Через сколько часов автомобили встретились?

9. Решите уравнение, в котором слагаемые в сумме, записанной в левой части, составляют арифметическую прогрессию:  
а)  $2+6+10+\dots+x=450$ ; б)  $30+27+24+\dots+x=162$ .

Указание. Найдите сначала номер последнего члена прогрессии.

10. Является ли арифметической прогрессией последовательность, сумма членов которой может быть найдена по формуле:  
а)  $S_n=n^2+n$ ; б)  $S_n=n(n+4)$ ; в)  $S_n=4n^2$ ?

## III С —20. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ. ФОРМУЛА $n$ -ГО ЧЛЕНА

1. Зная первые два члена геометрической прогрессии 1,6; 0,8; ..., найдите следующие за ними четыре члена.

2. В геометрической прогрессии  $(a_n)$  известны  $a_1=3,2$  и  $q=\frac{1}{2}$ . Найдите:

а)  $a_2$ ; б)  $a_4$ ; в)  $a_7$ ; г)  $a_{k+1}$ .

3. Последовательность  $(b_n)$  — геометрическая прогрессия. Найдите:

а)  $b_6$ , если  $b_1=2$ ,  $q=3$ ; б)  $b_9$ , если  $b_1=16$ ,  $q=-\frac{1}{2}$ ;  
в)  $b_4$ , если  $b_1=128$ ,  $q=\frac{1}{4}$ ; г)  $b_7$ , если  $b_1=4$ ,  $q=\sqrt{3}$ .

4. Найдите первый член геометрической прогрессии  $(a_n)$ , в которой:

а)  $a_5=\frac{1}{64}$ ,  $q=\frac{1}{2}$ ; б)  $a_6=243$ ,  $q=-3$ .

5. Найдите знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , в которой:

а)  $b_5=11$ ,  $b_7=99$ ; б)  $b_6=100$ ,  $b_8=9$ .

6. Между числами  $\frac{1}{16}$  и 16 вставьте три числа так, чтобы они вместе с данными числами составили геометрическую прогрессию.

7. Последовательность  $(a_n)$  — геометрическая прогрессия. Является ли геометрической прогрессией последовательность:

а)  $a_1-1$ ;  $a_2-1$ ;  $a_3-1$ ; ...; в)  $\frac{1}{a_1}$ ;  $\frac{1}{a_2}$ ;  $\frac{1}{a_3}$ ; ...?

8. Определите первый член и знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что разность между ее пятым и третьим членами равна 72, а разность между четвертым и вторым членами равна 36.

9. Даны четыре первых члена геометрической прогрессии. Сумма двух крайних членов равна 13, а двух средних равна 4. Найдите эти члены.

10. Докажите, что если числа  $a, b, c$  и  $d$  составляют геометрическую прогрессию, то равенство

$$(a-d)^2 = (a-c)^2 + (b-c)^2 + (b-d)^2$$

является тождеством.

## II

### С — 21. ФОРМУЛА СУММЫ $n$ ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии ( $b_n$ ), в которой:

а)  $b_1 = 27, q = \frac{1}{3}$ ;      в)  $b_1 = 16, q = -\frac{1}{2}$ ;

б)  $b_1 = -9, q = 2$ ;      г)  $b_1 = 3\sqrt{2}, q = \sqrt{2}$ .

2. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии:

а) 8; 4; ...;      в) 3;  $3^2$ ; ...;

б) 1,5; -3; ...;      г)  $\sqrt{2}$ ; 2; ... .

3. Последовательность ( $b_n$ ) — геометрическая прогрессия. Найдите:

а)  $S_6$ , если  $a_1 = 81, q = \frac{1}{3}$ ;      в)  $S_4$ , если  $a_1 = 4, q = -3$ ;

б)  $S_5$ , если  $a_1 = 18, q = -\frac{1}{2}$ ;      г)  $S_8$ , если  $a_1 = \sqrt{3}, q = \sqrt{3}$ .

4. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии ( $b_n$ ), в которой:

а)  $b_4 = \frac{1}{16}, b_5 = \frac{1}{64}$ ; б)  $b_2 = 4, b_4 = 36, q > 0$ .

5. Найдите первый член геометрической прогрессии, в которой:

а)  $q = \frac{2}{3}, S_4 = 65$ ; б)  $q = 2, S_8 = 765$ .

---

6. Является ли геометрической прогрессией последовательность ( $b_n$ ), если:

а)  $b_n = 4^n$ ; б)  $b_n = 2 \cdot 5^n$ ; в)  $x_n = 2^n - 1$ ?

При положительном ответе найдите сумму ее первых четырех членов.

7. Разность между пятым и третьим членами геометрической прогрессии равна 144, а между четвертым и вторым равна 48. Найдите сумму шести первых членов этой прогрессии.

8. Сумма трех первых членов геометрической прогрессии равна 14, а сумма их квадратов равна 84. Найдите первый член прогрессии, ее знаменатель и сумму шести первых членов.

**II****С—22. БЕСКОНЕЧНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ СО ЗНАМЕНАТЕЛЕМ  $q$ , ГДЕ  $|q| < 1$** 

1. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии, проверив предварительно, что ее знаменатель  $q$  удовлетворяет условию  $|q| < 1$ :

- |                                            |                                                                             |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| а) 49; 7; 1; ...;                          | г) $\sqrt{5}$ ; 1; $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ; ...;                              |
| б) 1; $\frac{1}{3}$ ; $\frac{1}{9}$ ; ...; | д) $4\sqrt{2}$ ; 4; $2\sqrt{2}$ ; ...;                                      |
| в) 0,4; -0,04; 0,004; ...;                 | е) $\frac{1}{2+\sqrt{2}}$ ; $\frac{1}{2}$ ; $\frac{1}{4-2\sqrt{2}}$ ; ... . |

2. Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии по известной ее сумме  $S$  и знаменателю  $q$ :

- |                                    |                                                       |
|------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| а) $S = 16$ , $q = \frac{1}{4}$ ;  | в) $S = 4\sqrt{2} + 4$ , $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;   |
| б) $S = 81$ , $q = -\frac{1}{9}$ ; | г) $S = 3(\sqrt{3} - 1)$ , $q = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . |

3. Представьте в виде обыкновенной дроби число:

- а) 0,(7); б) 0,(28); в) 3,(1); г) 2,(13); д) 0,6(3); е) 0,5(14).
- 

4. Знаменатель бесконечной геометрической прогрессии равен  $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ , а ее сумма равна  $\frac{16(4+\sqrt{2})}{7}$ . Найдите третий член этой прогрессии.

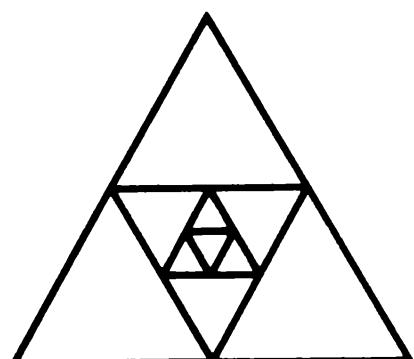


Рис. 14

5. В правильный треугольник вписан второй треугольник, вершинами которого являются середины сторон первого. Во второй треугольник таким же способом вписан третий и т. д. (рис. 14). Найдите сумму периметров всех треугольников, если сторона первого равна 16 см.

6. Второй член бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем  $q$ , где  $|q| < 1$ , равен 36, а сумма прогрессии равна 144. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

**II****С—23. ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

1. Решите уравнение:

- |                          |                               |                           |
|--------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| 1) а) $\sqrt{x} = 4$ ;   | б) $\sqrt{x} = \frac{1}{3}$ ; | в) $6\sqrt{x} = 0$ ;      |
| 2) а) $\sqrt{x+1} = 3$ ; | б) $\sqrt{3x-1} = 1,2$ ;      | в) $\sqrt{2+x} = 0$ ;     |
| 3) а) $\sqrt{6-x} = x$ ; | б) $\sqrt{2x+3} = x$ ;        | в) $\sqrt{x^2+27} = 2x$ . |

2. Какие из данных уравнений не имеют корней:

а)  $\sqrt{x} + 1 = 0$ ;

г)  $\sqrt{-4x^2 - 16} = 2$ ;

б)  $\sqrt{-3x} = 0$ ;

д)  $\sqrt{2x^2 + 4} + \sqrt{5x} = -\frac{1}{2}$ ;

в)  $\sqrt{2x+3} = -\sqrt{3}$ ;

е)  $\sqrt{x+1} - 5 = 0$ ?

3. Решите уравнение:

1) а)  $\sqrt{6x^2 + 3x - 2} = \sqrt{3x^2 - 8x + 2}$ ;

б)  $x+1 = \sqrt{8-4x}$ ;

2) а)  $\sqrt{4x^2 - 9x + 2} = x - 2$ ;

б)  $\sqrt{7x^2 + 3x} = 2x - 2$ .

4. Докажите, что данное уравнение не имеет корней:

а)  $2,4 + \sqrt{x-3} = 0$ ;

в)  $\sqrt{-3-x^2} = 9$ ;

б)  $\sqrt{2x} + \sqrt{x-3} = -1$ ;

г)  $\sqrt{-x^2 + 3x - 4} = 6$ .

5. Решите уравнение:

1) а)  $\sqrt{x+17} - \sqrt{x+1} = 2$ ;

б)  $\sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x} = \sqrt{x+4}$ ;

2) а)  $\sqrt{3-x} \cdot \sqrt{x+4} = \sqrt{6}$ ;

б)  $\sqrt{4-x} \cdot \sqrt{4+x} = x$ ;

3) а)  $\sqrt{5+\sqrt{x-1}} = 3$ ;

б)  $\sqrt{\sqrt{x+13}} = \sqrt{17-3\sqrt{x}}$ .

## III

### С—24. ЧЕТНЫЕ И НЕЧЕТНЫЕ ФУНКЦИИ

1. Докажите, что четной является функция:

1) а)  $g(x) = x^8$ ;

б)  $g(x) = x^4 - 5x^2$ ;

в)  $f(x) = 2|x|$ ;

2) а)  $f(x) = x^6 - 3x^4$ ;

б)  $f(x) = (x-5)(x+7) - 2x$ ;

в)  $f(x) = \frac{1}{x^4 - x^2 + 3}$ .

2. Докажите, что нечетной является функция:

1) а)  $g(x) = x^9$ ;

б)  $g(x) = -\frac{23}{x}$ ;

в)  $g(x) = x^5 - x$ ;

2) а)  $f(x) = x^7 - \frac{1}{x^3}$ ;

б)  $f(x) = (x-3)^2 - (x+3)^2$ ;

в)  $f(x) = \frac{1}{x+x^5}$ .

3. Известно, что  $g(-5) = 27$ . Найдите  $g(5)$ , зная, что:

а)  $g$  — четная функция; б)  $g$  — нечетная функция.

4. Является ли четной или нечетной функция, заданная формулой:

1) а)  $y = \frac{6}{x^6}$ ;

б)  $y = -\frac{8}{x^7}$ ;

в)  $y = \frac{1}{x^3 + 1}$ ;

г)  $y = \frac{1}{x^8 + 1}$ ;

2) а)  $y = \frac{x^5}{2x}$ ;

б)  $y = \frac{3x}{x^4}$ ;

в)  $y = \frac{3x^2 - x^3}{6 - 2x}$ ;

г)  $y = \frac{2x + 8}{x^2 + 4x}$ ?

5. Ломаная  $KLM$ , где  $K(-5; -2)$ ,  $L(-2; 4)$ ,  $M(0; 0)$ , — часть графика некоторой функции  $g$ . Область определения этой функции — числовой промежуток  $[-5; 5]$ . Постройте ее график, зная, что:

а)  $g$  — четная функция; б)  $g$  — нечетная функция.

6. О функции  $f$  известно, что  $f(x) = -0,5x^2$  при  $0 \leq x \leq 2$  и

$f(x) = -\frac{4}{x}$  при  $x > 2$ . Постройте график этой функции, зная также, что:

а)  $f$  — четная функция; б)  $f$  — нечетная функция.

7. Является ли четной или нечетной функцией:

а)  $g(x) = |x+8| - |x-8|$ ; г)  $g(x) = \frac{9x^3}{x^2 - 25}$ ;

б)  $g(x) = |x+8| + |x-8|$ ; д)  $g(x) = \frac{5x^3}{(x-3)^2}$ ;

в)  $g(x) = \frac{7x^2}{x^2 - 16}$ ; е)  $g(x) = \frac{x(x-2)(x-4)}{x^2 - 6x + 8}$ ?

### III С-25. ФУНКЦИЯ $y = x^n$

1. Зная, что  $g(x) = x^{80}$ , сравните:

- |                                                                   |                                                 |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1) а) $g(1,423)$ и $g(1,327)$ ;                                   | в) $g(-23,1)$ и $g(18,7)$ ;                     |
| б) $g(-80,3)$ и $g(-78,2)$ ;                                      | г) $g(-42,8)$ и $g(42,8)$ ;                     |
| 2) а) $g\left(\frac{5}{8}\right)$ и $g\left(\frac{2}{3}\right)$ ; | в) $g\left(-\frac{17}{20}\right)$ и $g(0,85)$ ; |
| б) $g\left(-\frac{4}{9}\right)$ и $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ ;  | г) $g(-0,72)$ и $g\left(-\frac{5}{7}\right)$ .  |

2. Зная, что  $f(x) = x^{95}$ , сравните:

- |                                                                   |                                                 |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1) а) $f(23,4)$ и $f(21,8)$ ;                                     | в) $f(-52,3)$ и $f(52,3)$ ;                     |
| б) $f(-3,9)$ и $f(-3,7)$ ;                                        | г) $f(-47,2)$ и $f(45,8)$ ;                     |
| 2) а) $f\left(\frac{3}{7}\right)$ и $f\left(\frac{4}{9}\right)$ ; | в) $f\left(-\frac{3}{8}\right)$ и $-f(0,375)$ ; |
| б) $f(-0,4)$ и $f\left(\frac{6}{13}\right)$ ;                     | г) $f(-27,4)$ и $f(27,4)$ .                     |

3. Сколько корней имеет уравнение  $x^n = 450$ :

- а) при четном  $n$ ; б) при нечетном  $n$ ?

4. Решите уравнение:

а)  $x^4 = 441$ ; б)  $x^4 = -36$ ; в)  $x^3 = -64$ ; г)  $x^3 = \frac{27}{125}$ .

5. Постройте график функции:

а)  $y = -x^4$ ; б)  $y = x^3 - 5$ ; в)  $y = (x-3)^4$ ; г)  $y = (x+3)^3$ .

6. Сколько корней имеет уравнение:

а)  $x^3 = 23x + 7$ ; в)  $x^4 = 23x + 7$ ;

б)  $x^3 = 0,25x - 4$ ; г)  $x^4 = 0,25x - 4$ ?

7. Принадлежит ли графику функции:

а)  $y = x^7$  точка  $M(-3,7; 549,827)$ ;  $K(-0,89; -12,749)$ ;

б)  $y = x^6$  точка  $P(1,3; 1,0487)$ ;  $Q(-0,8; 1,8724)$ ?

## II С—26. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОРНЯ $n$ -Й СТЕПЕНИ

1. Найдите значение выражения:

- 1) а)  $\sqrt{0,25}$ ; б)  $\sqrt[3]{343}$ ; в)  $\sqrt[4]{0,0016}$ ; г)  $\sqrt[5]{-\frac{1}{243}}$ ;  
 2) а)  $5\sqrt[3]{0,216}$ ; б)  $0,3\sqrt[3]{64}$ ; в)  $6\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$ ; г)  $12\sqrt[4]{7\frac{58}{81}}$ .

2. Вычислите:

- 1) а)  $\sqrt[4]{\frac{81}{625}} + \sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$ ; б)  $\sqrt[5]{0,00001} - \sqrt[3]{-0,064}$ ;  
 в)  $2,5\sqrt[5]{\frac{1}{32}} - \sqrt{15\frac{5}{8}}$ ;  
 2) а)  $\sqrt[6]{\frac{64}{729}} - \sqrt[4]{\frac{16}{625}}$ ; б)  $\sqrt[3]{0,343} - \sqrt[5]{-0,00243}$ ;  
 в)  $\sqrt[4]{7\frac{58}{81}} - \sqrt[3]{0,128}$ .

3. Укажите два последовательных целых числа, между которыми заключено число: а)  $\sqrt{13}$ ; б)  $\sqrt[3]{57}$ ; в)  $\sqrt[4]{0,6}$ ; г)  $\sqrt[5]{48}$ .

4. Вычислите:

- 1) а)  $(\sqrt{15})^2$ ; б)  $(\sqrt[3]{9})^3$ ; в)  $(-\sqrt[4]{17})^4$ ; г)  $-\sqrt[4]{17^4}$ ; д)  $(-\sqrt[7]{3})^7$ ;  
 2) а)  $(3\sqrt[3]{2})^3$ ; б)  $(-2\sqrt[4]{7})^4$ ; в)  $(-\sqrt[5]{26})^5$ ; г)  $-3\sqrt[5]{6^5}$ ; д)  $(-\sqrt[8]{3})^6$ .

5. Решите уравнение:

а)  $x^4 = 7$ ; б)  $x^5 = 30$ ; в)  $\frac{1}{32}x^6 - 2 = 0$ ; г)  $\frac{1}{4}x^5 + 7 = 0$ .

---

6. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

а)  $\sqrt[8]{x+8}$ ; б)  $\sqrt[7]{y-2}$ ; в)  $\sqrt[4]{b(b-3)}$ ; г)  $\sqrt[6]{a^2-a-30}$ ?

7. Решите уравнение:

а)  $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$ ; б)  $x^4 - 10x^2 + 27 = 0$ ; в)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$ .

8. Постройте график функции:

а)  $y = \sqrt[3]{x}$ ; б)  $y = -\sqrt[3]{x}$ ; в)  $y = \sqrt[4]{x}$ ; г)  $y = -\sqrt[4]{x}$ .

## III С—27. СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КОРНЯ

1. Найдите значение выражения:

- а)  $\sqrt[3]{27 \cdot 64}$ ; в)  $\sqrt[4]{0,0081 \cdot 6^8}$ ; д)  $\sqrt[3]{\frac{3^9}{0,125}}$ ;  
 б)  $\sqrt[4]{3^8 \cdot 2^4}$ ; г)  $\sqrt[7]{\frac{5^7}{2^{14}}}$ ; е)  $\sqrt[8]{\frac{2^8 \cdot 3^{24}}{5^{16}}}$ .

2. Вычислите:

- а)  $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{2}$ ; в)  $\sqrt[4]{135} \cdot \sqrt[4]{375}$ ; д)  $\sqrt[7]{3^7 \cdot 5^4} \cdot \sqrt[7]{5^3}$ ;  
 б)  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$ ; г)  $\frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[5]{243}}$ ; е)  $\sqrt[6]{2^{11}} \cdot \sqrt[6]{3^{12} \cdot 2^7}$ .

3. Зная, что  $a \geq 0$  и  $b \geq 0$ , представьте выражение в виде одночлена:

а)  $\sqrt[3]{49a^2}$ ; б)  $\sqrt[3]{8b^6}$ ; в)  $\sqrt[4]{625a^8b^4}$ ; г)  $\sqrt[5]{\frac{243a^{10}b^{15}}{32}}$ .

4. Вынесите множитель из-под знака корня:

а)  $\sqrt{25x}$ ; б)  $\sqrt{72y^3}$ ; в)  $\sqrt[3]{54x^8}$ ; г)  $\sqrt[4]{162y^9}$ .

5. Внесите множитель под знак корня:

а)  $5\sqrt{2a}$ ; б)  $3\sqrt[3]{2b}$ ; в)  $x\sqrt[4]{5}$ , где  $x \geq 0$ ; г)  $y\sqrt[5]{8y^4}$ , где  $y \leq 0$ .

6. Вычислите:

а)  $\sqrt[4]{6 - \sqrt{11}} \cdot \sqrt[4]{6 + \sqrt{11}}$ ; б)  $\sqrt[3]{5 + \sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{5 - \sqrt{17}}$ ;

в)  $\sqrt[4]{10 + \sqrt{19}} \cdot \sqrt[4]{10 - \sqrt{19}}$ .

7. При каких значениях  $x$  и  $y$  верно равенство:

а)  $\sqrt[4]{x^4y} = x\sqrt[4]{y}$ ; б)  $\sqrt[4]{x^4y} = -x\sqrt[4]{y}$ ; в)  $\sqrt[4]{x^5y^5} = xy\sqrt[4]{xy}$ ?

8. Вынесите множитель из-под знака корня:

а)  $\sqrt[4]{625a^4b}$ , где  $a \leq 0$ ;

б)  $\sqrt[4]{-98c^7}$ , где  $c \leq 0$ ;

в)  $\sqrt[4]{x^5y^5}$ , где  $x < 0$  и  $y < 0$ .

9. Внесите множитель под знак корня:

а)  $x\sqrt[5]{\frac{3}{y^4}}$ , где  $y < 0$ ; в)  $ax\sqrt[6]{\frac{5}{a^4x^5}}$ , где  $a < 0$ ;

б)  $bc\sqrt[4]{\frac{3}{b^3c^3}}$ , где  $b < 0$  и  $c < 0$ .

10. Упростите выражение:

$$5a\sqrt[4]{2a^{-5}} - \sqrt[4]{162a} - a^2\sqrt[4]{2a^{-7}}.$$

## **II С —28. СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КОРНЯ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)**

1. Представьте выражение в виде дроби:

а)  $\sqrt{\frac{2}{9}}$ ; б)  $\sqrt[3]{\frac{7}{8}}$ ; в)  $\sqrt[4]{\frac{1}{b^4}}$ , где  $b > 0$ ; г)  $\sqrt[5]{\frac{10}{a^{15}}}$ .

2. Приведите выражение к виду  $a\sqrt[n]{b}$ , где  $a$  — рациональное число,  $b$  — натуральное:

а)  $\frac{7}{\sqrt{14}}$ ; б)  $\frac{4}{\sqrt{5}}$ ; в)  $\frac{5}{\sqrt[3]{9}}$ ; г)  $\frac{9}{\sqrt[4]{8}}$ ; д)  $\frac{12}{\sqrt[5]{81}}$ .

3. Упростите выражение:

а)  $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}$ ; в)  $\sqrt[8]{3^4}$ ; д)  $\sqrt[10]{x^5}$ ; ж)  $\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a}}$ ;

б)  $\sqrt[4]{\sqrt{5}}$ ; г)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{27}}$ ; е)  $\sqrt{b\sqrt{b}}$ ; з)  $\sqrt[8]{y^2\sqrt[3]{y^2}}$ .

4. Сравните числа:

а)  $\sqrt[3]{5}$  и  $\sqrt[6]{24}$ ; б)  $\sqrt[6]{2}$  и  $\sqrt[18]{10}$ ; в)  $\sqrt[4]{4}$  и  $\sqrt[6]{8}$ ; г)  $\sqrt[10]{6}$  и  $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2}}$ .

5. Расположите в порядке возрастания числа:  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt[3]{4}$ ,  $\sqrt[4]{5}$ .

6. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sqrt{x} - \sqrt[4]{xy}}{\sqrt[4]{xy} - \sqrt{y}}$ ; б)  $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[6]{ab} + \sqrt[3]{b}}$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{xy}} + \frac{1}{\sqrt[6]{xy} + \sqrt[3]{y}}$ .

7. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{x} - 8\sqrt[4]{x} = 0$ ; в)  $\sqrt[5]{x} - 3\sqrt[10]{x} + 2 = 0$ ;

б)  $\sqrt[4]{x} + 3\sqrt[8]{x} = 0$ ; г)  $\sqrt{x} + 3\sqrt[4]{x} - 4 = 0$ .

8. Решите неравенство:

а)  $x - 5\sqrt{x} < 0$ ; в)  $\sqrt[4]{x} - 5\sqrt[8]{x} + 6 \geq 0$ ;

б)  $x + 4\sqrt{x} > 0$ ; г)  $\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 4) > 0$ .

### III С-29. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

1. Замените дробью:

а)  $2^{-6}$ ; б)  $12^{-1}$ ; в)  $c^{-7}$ ; г)  $2ab^{-3}$ ; д)  $10^{-3}$ .

2. Запишите в виде степени с отрицательным показателем:

1) а)  $\frac{1}{6^5}$ ; б)  $\frac{1}{a^3}$ ; в)  $\frac{1}{7}$ ; г)  $\frac{1}{1000}$ ; д) 0,00001;

2) а)  $\left(\frac{1}{18}\right)^3$ ; б)  $\frac{1}{x^2y^2}$ ; в)  $\frac{1}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$ ; г)  $\frac{1}{(x-y)(x-y)}$ .

3. Сравните с единицей:

а)  $\left(\frac{7}{3}\right)^{-2}$ ; б)  $12,3^0$ ; в)  $10^{-5}$ ; г)  $\left(-3\frac{2}{3}\right)^{-2}$ .

4. Вычислите:

1) а)  $(1,1)^{-2}$ ; б)  $(-3)^{-2}$ ; в)  $(-12,7)^0$ ; г)  $1^{-13}$ ;  
д)  $-12,7^0$ ;

2) а)  $(-2)^{-3}$ ; б)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ ; в)  $\left(\frac{7}{3}\right)^{-1}$ ; г)  $\left(2\frac{2}{3}\right)^{-2}$ ;

3) а)  $7^{-5} \cdot 7^{13} \cdot 7^{-5}$ ; б)  $2^{-5} : 2^{-9}$ ; в)  $(0,2)^3 : (0,2)^{-3}$ ;  
г)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-6} : \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$ ;

4) а)  $(-2)^{-2} + 3^{-1}$ ; в)  $(-0,1)^{-3} + (-0,2)^{-3}$ ;  
б)  $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} - 2^{-4}$ ; г)  $(0,2)^{-3} + (0,5)^{-3}$ ;

5) а)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} - 7^{-2} : 7^{-4}$ ; б)  $5^{-3} : 5^{-5} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-4}$ ; в)  $10^{-5} \cdot 3,1 \cdot 10^5 \cdot 3$ .

5. Выполните действия:

а)  $(b^{-3} - b^{-2})^2 + \frac{2}{b^5}$ ; в)  $(a^{-2} - b^{-2}) : (a^{-1} + b^{-1})$ .

б)  $(a + a^{-1})^3$ ;

## **III С-30. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)**

1. Представьте в виде дроби выражение:  
 а)  $(a-1)^{-2}$ ; в)  $a^{-1}+1$ ; д)  $a^{-2}-b^{-2}$ .  
 б)  $(3bc)^{-3}$ ; г)  $x^{-3}-x^{-1}$ ;

2. Выполните действия:

а)  $(a^3)^{-2}$ ; б)  $(xy^{-1})^{-3}$ ; в)  $(-5c^{-4})^2$ ; г)  $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^{-1}$ ; д)  $\left(\frac{x^{-3}}{3y^2}\right)^{-2}$ .

3) Вычислите:

а)  $8^{-3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ; в)  $6^{-4} : 3^{-6}$ ; д)  $\frac{2^{-5} \cdot 16^2}{8^4}$ .

б)  $25^{-3} \cdot 15^4$ ; г)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} : \left(-\frac{4}{3}\right)^8$ ;

4. Упростите выражение:

а)  $a^3b^3(a^{-3}+b^{-3})$ ; в)  $(a^{-3}-a^{-5})(a^4+a^5)^{-1} \cdot a^9$ .

б)  $(x-y)^{-2} \cdot \frac{1}{(y-x)^{-1}}$ ;

5) Найдите значение выражения

$$((ab^{-1})^2 - a^0b^2) : \frac{a^2 - b^4}{b} \text{ при } a = -7,03, b = 17.$$

6. Запишите в стандартном виде число:

1) а)  $100^3$ ; б)  $0,0003^2$ ; в)  $1000^{-2}$ ; г)  $0,0001^{-4}$ ;

2) а)  $0,0000016$ ; б)  $0,00007142$ ; в)  $\frac{1}{16}$ ; г)  $\frac{1}{32}$ .

7. Упростите выражение:

а)  $(2x^{-2}-y)(y+2x^{-2})$ ; в)  $(a^{-1}+4)(a^{-2}-(0,25a)^{-1}+16)$ .

б)  $(a^{-2}-b^{-2})(a^{-4}+(ab)^{-2}+b^{-4})$ ;

## **III С-31. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ**

1. Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

1) а)  $6^{\frac{1}{2}}$ ; 5 $^{\frac{3}{4}}$ ; 12 $^{-\frac{1}{3}}$ ; 23 $^{-\frac{4}{5}}$ ; б)  $a^{0,5}$ ;  $b^{2,5}$ ;  $x^{-0,5}$ ;  $y^{-1,5}$ ;

2) а)  $3a^{\frac{1}{3}}$ ;  $-5b^{\frac{3}{4}}$ ;  $(3x)^{0,5}$ ;  $(4y)^{-1,5}$ ;

б)  $(x-a)^{\frac{2}{3}}$ ;  $y^{\frac{3}{5}} - b^{\frac{3}{5}}$ ;  $ab^{0,5} + xy^{0,5}$ .

2. Замените арифметический корень степенью с дробным показателем:

1) а)  $\sqrt[3]{5}$ ;  $\sqrt[3]{7}$ ;  $\sqrt[9]{3}$ ;  $\sqrt[7]{4^2}$ ; б)  $\sqrt[5]{x^3}$ ;  $\sqrt[7]{y^4}$ ;  $\sqrt[10]{4a}$ ;  $\sqrt[8]{16b^4}$ ;

2) а)  $\sqrt[3]{5^{-1}}$ ;  $\sqrt[4]{8}$ ;  $\sqrt[10]{25^3}$ ; б)  $\sqrt[6]{a^{-2}}$ ;  $\sqrt[7]{(x+y)^3}$ ;  $\sqrt[3]{x^2+y^2}$ .

3. Вычислите:

1) а)  $16^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $25^{-\frac{1}{2}}$ ; в)  $7 \cdot 81^{\frac{1}{4}}$ ; г)  $-5 \cdot 0,001^{-\frac{2}{3}}$ ;

2) а)  $0,0625^{-\frac{1}{4}}$ ; б)  $0,0049^{0.5}$ ; в)  $\left(3 \frac{3}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$ ; г)  $\left(4 \frac{17}{27}\right)^{-\frac{1}{6}}$ .

4. Оцените значение выражения  $y^{0.6}$ :

а)  $0 \leq y \leq 0,00032$ ; в)  $0,00001 \leq y \leq 1$ ;

б)  $1 \leq y \leq 243$ ; г)  $32 \leq y \leq 1024$ .

---

5. Найдите область определения функции:

а)  $y = x^{\frac{4}{9}}$ ; б)  $y = x^{-0.7}$ ; в)  $y = (x+5)^{-0.1}$ ; г)  $y = (x^2 - 6x)^{\frac{3}{4}}$ .

6. Решите уравнение:

а)  $x^{\frac{1}{2}} = 5$ ; в)  $(x-2)^{0.5} = 7$ ; д)  $(x^2 - 16)^{0.5} = 3$ ;

б)  $x^{\frac{1}{3}} = 3$ ; г)  $(x+3)^{\frac{1}{4}} = 0$ ; е)  $(x^2 + 7x)^{\frac{1}{3}} = 2$ .

## III С-32. СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

1. Представьте выражение в виде степени:

1) а)  $a^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{5}}$ ; б)  $\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}$ ; в)  $a^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{1}{5}}$ ; г)  $a : a^{\frac{3}{5}}$ ; д)  $a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{6}}a^{-\frac{1}{2}}$ ;

2) а)  $(b^{0.6})^{0.3}b^{0.32}$ ; в)  $\frac{b^{\frac{5}{8}}b^{\frac{1}{4}}}{b^{-0.125}}$ ;

б)  $\left(b^{\frac{3}{8}}\right)^{1.6}\left(b^{-\frac{2}{7}}\right)^{1.4}$ ; г)  $\frac{b^{4.7}b^{-3.9}}{b^{-2.1}b^{1.9}}$ .

2. Вычислите:

1) а)  $(5^{0.6})^{-0.6} \cdot (0.2)^{-2.36}$ ; б)  $\left(2^{-\frac{1}{7}}\right)^{1.4} \cdot 4^{0.1}$ ;

2) а)  $81^{0.25} \cdot 27^{-\frac{1}{6}} \cdot 9^{0.75}$ ; б)  $\frac{32^{0.42} \cdot 4^{0.6}}{16^{0.3} \cdot 2^{0.1}}$ .

3. Зная, что  $x > 0$ , представьте выражение в виде квадрата:

$x^8$ ;  $x^{-4}$ ;  $x^5$ ;  $x$ ;  $x^{\frac{1}{4}}$ ;  $x^{\frac{1}{5}}$ ;  $x^{\frac{4}{9}}$ .

4. Зная, что  $y > 0$ , представьте выражение в виде куба:

$y^9$ ;  $y^{-6}$ ;  $y^2$ ;  $y$ ;  $y^{\frac{1}{3}}$ ;  $y^{\frac{3}{5}}$ .

5. Упростите выражение:

а)  $\left(a^{\frac{1}{2}} - 2\right) \cdot 3a^{\frac{1}{2}} + 6a^{\frac{1}{2}}$ ;

в)  $(1 + a^{0.5})^2 + 2a^{0.5}$ ;

б)  $(a^{0.5} + b^{0.5})(a^{0.5} - b^{0.5})$ ;

г)  $\left(b^{\frac{1}{3}} + 1\right)\left(b^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{1}{3}} + 1\right)$ .

---

6. Выразите зависимость между  $x$  и  $y$  формулой:

а)  $x = a^{0,49}$ ,  $y = a^{-0,49}$ ;      в)  $x = a^{\frac{1}{6}}$ ,  $y = \sqrt[1]{1 - a^{\frac{1}{3}}}$ ;  
 б)  $x = a^{\frac{1}{2}}$ ,  $y = a^{\frac{1}{4}}$ ;      г)  $x = \sqrt[4]{a}$ ,  $y = \sqrt[4]{a-5}$ .

7. Постройте график функции:

а)  $y = (x+4)^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $y = (x+4)^{\frac{1}{2}} - 5$ .

## II

### С—33. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ СТЕПЕНИ С ДРОБНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

1. Разложите на множители:

1) а)  $a - 4a^{\frac{1}{2}}$ ;      в)  $\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 9$ ;      д)  $a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}$ ;  
 б)  $b^{\frac{1}{2}} + 3b^{\frac{1}{4}}$ ;      г)  $\left(y^{\frac{1}{3}}\right)^3 - 27$ ;      е)  $x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}}$ ;  
 2) а)  $x^{\frac{1}{2}} + 10x^{\frac{1}{4}}$ ;      в)  $cd^{\frac{1}{10}} + cd^{\frac{1}{5}}$ ;      д)  $b - 25$ , где  $b \geq 0$ ;  
 б)  $y^{\frac{3}{4}} - 2y^{\frac{1}{2}}$ ;      г)  $p^{\frac{2}{9}} - p^{\frac{1}{9}}$ ;      е)  $a - 125$ , где  $a > 0$ .

2. Сократите дробь:

1) а)  $\frac{a + 6a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + 5}$ ;      в)  $\frac{x - y}{x^{0,5} + y^{0,5}}$ ;      д)  $\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b}$ ;  
 б)  $\frac{5b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} + 3b^{\frac{1}{4}}}$ ;      г)  $\frac{x^{1,5}y + xy^{1,5}}{xy^{0,5} + x^{0,5}y}$ ;      е)  $\frac{p - q}{p^{\frac{1}{3}} - q^{\frac{1}{3}}}$ ;  
 2) а)  $\frac{x - 3x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{2}} - 3x}$ ;      в)  $\frac{9a - b}{3a - a^{0,5}b^{0,5}}$ ;      д)  $\frac{a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} - ab + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}}}{a + b}$ ;  
 б)  $\frac{y^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{5}{6}}}{y^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{5}{6}}}$ ;      г)  $\frac{p^{\frac{2}{5}} - q^{\frac{2}{5}}}{p + p^{\frac{5}{4}}q^{\frac{1}{5}}}$ ;      е)  $\frac{x^{0,3} - y^{0,3}}{x^{0,1} - y^{0,1}}$ .

3. Найдите значение выражения:  $\frac{y - 49y^{0,5}}{y^{0,75} - 7y^{0,5}}$  при  $y = 2,25$ .

4. Упростите выражение:

а)  $\frac{b}{81 - b} - \frac{9}{b^{0,5} + 9} + \frac{b^{0,5}}{b^{0,5} - 9}$ ;      б)  $\left(\frac{6x^{0,5} + 1}{x^{0,5} - 3} + \frac{6x^{0,5} - 1}{x^{0,5} + 3}\right) \cdot \frac{x - 9}{2x + 1}$ .

**III****С—34. РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА**

1. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна:

а)  $\frac{\pi}{2}$ ; б)  $\frac{3}{2}\pi$ ; в)  $\frac{2}{3}\pi$ ; г)  $\frac{4}{5}\pi$ ; д)  $2\pi$ .

2. Найдите радианную меру угла, равного:

а)  $75^\circ$ ; б)  $50^\circ$ ; в)  $720^\circ$ ; г)  $15^\circ$ ; д)  $10^\circ$ .

3. Заполните таблицу углов в градусной или радианной мере:

Градусы	60		120	150		72			20	
Радианы		$\frac{\pi}{6}$			$\frac{5}{9}\pi$		$\frac{3}{5}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$		2,5π

4. Запишите с точностью до 0,01 число:

а)  $\frac{\pi}{4}$ ; б)  $\frac{\pi}{6}$ ; в)  $\frac{\pi}{3}$ ; г)  $\pi$ ; д)  $\frac{3}{2}\pi$ .

5. Сравните числа:

а)  $\frac{\pi}{4}$  и  $0,(7)$ ; б)  $-\frac{\pi}{6}$  и  $-\frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{3}{2}\pi$  и  $4,8$ .

6. Конец минутной стрелки настольных часов движется по окружности радиуса  $R \approx 3,4$  см. Какой путь (с точностью до 0,01) проходит конец этой стрелки за 10 мин?

7. Углы треугольника пропорциональны числам 2, 3 и 5. Найдите углы треугольника в радианах.

8. Радиус круга равен 4,5 см, а площадь кругового сектора равна  $20,25 \text{ см}^2$ . Найдите угол, который стягивается дугой этого кругового сектора.

9. В равнобедренном треугольнике угол при вершине равен  $45^\circ$ . Выразите в радианах углы этого треугольника.

10. Сколько сторон имеет правильный многоугольник, внешний угол которого равен  $\frac{\pi}{6}$ ?

**III****С—35. ПОВОРОТ ТОЧКИ ВОКРУГ НАЧАЛА КООРДИНАТ**

1. Найдите координаты точки единичной окружности, полученной поворотом точки  $(1; 0)$  на угол:

1) а)  $\pi$ ; б)  $-\frac{3}{2}\pi$ ; в)  $-\frac{\pi}{2}$ ; г)  $-5\pi$ ; д)  $4\pi$ ;

2) а)  $360^\circ$ ; б)  $270^\circ$ ; в)  $-180^\circ$ ; г)  $720^\circ$ ; д)  $-450^\circ$ .

2. Определите четверть, в которой расположена точка, полученная поворотом точки  $P(1; 0)$  на угол:

- а)  $\frac{5}{4}\pi$ ; б)  $-\frac{14}{3}\pi$ ; в)  $380^\circ$ ; г)  $-380^\circ$ ; д) 4,5.

3. Запишите все углы, на которые нужно повернуть точку  $(1; 0)$ , чтобы получить точку:

- а)  $(0; 1)$ ; б)  $(1; 0)$ ; в)  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .

4. Найдите координаты точки, полученной поворотом точки  $(1; 0)$  на угол ( $k$  — целое число):

- а)  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ; б)  $\frac{3}{2}\pi + 2\pi k$ ; в)  $3\pi + 2\pi k$ .
- 

5. Запишите все углы, на которые нужно повернуть точку  $(1; 0)$ , чтобы получить точку с координатами:

- а)  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ; б)  $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

## II С—36. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА, КОСИНУСА, ТАНГЕНСА И КОТАНГЕНСА

1. Начертите окружность с центром в начале координат и изобразите угол поворота, равный:

- 1) а)  $30^\circ$ ; б)  $-60^\circ$ ; в)  $210^\circ$ ; г)  $-320^\circ$ ;  
2) а)  $225^\circ$ ; б)  $585^\circ$ ; в)  $-75^\circ$ ; г)  $-435^\circ$ .

2. Углом какой четверти является угол  $\alpha$ , если:

- 1) а)  $\alpha = 185^\circ$ ; б)  $\alpha = -185^\circ$ ; в)  $\alpha = 102^\circ$ ; г)  $\alpha = -102^\circ$ ;  
2) а)  $\alpha = 250^\circ$ ; б)  $\alpha = -250^\circ$ ; в)  $\alpha = 375^\circ$ ; г)  $\alpha = -375^\circ$ ?

3. Заполните таблицу:

$\alpha$	$0^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\operatorname{tg} \alpha$					
$\operatorname{ctg} \alpha$					

4. Укажите угол  $\varphi$  (в градусах), принадлежащий промежутку  $[180^\circ; 540^\circ]$ , для которого:

- 1) а)  $\sin \varphi = 0$ ; б)  $\sin \varphi = 1$ ; в)  $\sin \varphi = -1$ ;  
2) а)  $\cos \varphi = 0$ ; б)  $\cos \varphi = 1$ ; в)  $\cos \varphi = -1$ .

5. Укажите наибольшее и наименьшее значения выражения:  
в)  $4 + \sin \alpha$ ; б)  $4 - \sin \alpha$ ; в)  $6 + \cos \alpha$ ; г)  $6 - \cos \alpha$ .

6. Может ли принимать значение, равное  $\frac{\sqrt{10}}{3}$ :

- а)  $\sin \alpha$ ; б)  $\cos \alpha$ ; в)  $\operatorname{tg} \alpha$ ; г)  $\operatorname{ctg} \alpha$ ?

7. Вычислите:

- 1) а)  $\cos 180^\circ + 5 \sin 90^\circ$ ; в)  $5 \operatorname{ctg} 90^\circ - 7 \operatorname{tg} 180^\circ$ ;  
б)  $\sin 180^\circ - 3 \cos 0^\circ$ ; г)  $\operatorname{tg} 360^\circ - 2 \operatorname{ctg} 270^\circ + 3$ ;  
2) а)  $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ$ ; в)  $\sin 45^\circ - \cos 45^\circ$ ;  
б)  $\sin 30^\circ - \cos 60^\circ$ ; г)  $\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{ctg} 30^\circ$ .

---

8. Укажите три значения  $x$ , при которых:

- а)  $\sin x = 0$ ; в)  $\sin x = 1$ ; д)  $\cos x = -1$ ;  
б)  $\sin x = -1$ ; г)  $\cos x = 0$ ; е)  $\cos x = 1$ .

9. Вычислите:

- а)  $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$ ; в)  $\sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 180^\circ$ .  
б)  $\operatorname{tg}^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$ ;

10. Известно, что  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ . Сравните  $2 \sin \alpha$  и  $\sin^2 \alpha$ .

11. Зная, что  $\alpha = 30^\circ$ , найдите:

- а)  $\sin 2\alpha$ ; б)  $2 \sin \alpha$ ; в)  $\cos 3\alpha$  и  $3 \cos \alpha$ .

## II

### С—37. СВОЙСТВА СИНУСА, КОСИНУСА, ТАНГЕНСА И КОТАНГЕНСА

1. Какой знак имеет:

- а)  $\sin \alpha$ , если  $\alpha = 13^\circ, 103^\circ, 218^\circ, 302^\circ$ ;  
б)  $\cos \alpha$ , если  $\alpha = 41^\circ, 179^\circ, 273^\circ, 354^\circ$ ;  
в)  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\alpha = 14^\circ, 86^\circ, 191^\circ, 311^\circ$ ;  
г)  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\alpha = 67^\circ, 98^\circ, 195^\circ, 279^\circ$ ?

2. Какой знак имеет:

- 1) а)  $\sin 169^\circ$ ; б)  $\cos 110^\circ$ ; в)  $\operatorname{tg} 203^\circ$ ; г)  $\operatorname{ctg} 288^\circ$ ;  
2) а)  $\sin 409^\circ$ ; б)  $\cos 372^\circ$ ; в)  $\operatorname{tg} 540^\circ$ ; г)  $\operatorname{ctg} 364^\circ$ ;  
3) а)  $\sin (-88^\circ)$ ; б)  $\cos (-12^\circ)$ ; в)  $\operatorname{tg} (-72^\circ)$ ; г)  $\operatorname{ctg} (-110^\circ)$ ?

3. Укажите в таблице соответствующий знак синуса, косинуса, тангенса и котангенса:

$\alpha$	$116^\circ$	$208^\circ$	$367^\circ$	$-43^\circ$	$-105^\circ$
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\operatorname{tg} \alpha$					
$\operatorname{ctg} \alpha$					

4. Определите знак выражения:

- а)  $\sin 16^\circ \cos 206^\circ$ ;      г)  $\frac{\cos 140^\circ}{\cos 14^\circ}$ ;  
б)  $\sin 108^\circ \cos 300^\circ$ ;      д)  $\sin 160^\circ \cos 205^\circ \operatorname{tg} 97^\circ$ ;  
в)  $\frac{\sin 267^\circ}{\sin 167^\circ}$ ;      е)  $\cos 155^\circ \sin 88^\circ \operatorname{tg} 105^\circ$ .

5. Углом какой четверти является угол  $\alpha$ , если известно:

- а)  $\sin \alpha > 0$  и  $\operatorname{tg} \alpha < 0$ ; б)  $\cos \alpha < 0$  и  $\operatorname{tg} \alpha > 0$ ?

6. Найдите значение выражения:

- 1) а)  $\sin(-45^\circ)$ ; б)  $\cos(-60^\circ)$ ; в)  $\operatorname{tg}(-30^\circ)$ ; г)  $\operatorname{ctg}(-45^\circ)$ ;  
2) а)  $\sin(-60^\circ) + \sin 0^\circ$ ;      в)  $\sin(-90^\circ) + \cos(-90^\circ)$ ;  
б)  $\sin(-30^\circ) + \cos(-60^\circ)$ ;      г)  $\cos(-60^\circ) \operatorname{tg}(-45^\circ)$ .

7. Вычислите:

- а)  $\sin 420^\circ$ ;      в)  $\operatorname{tg} 405^\circ$ ;      д)  $\sin 750^\circ$ ;  
б)  $\cos 390^\circ$ ;      г)  $\operatorname{ctg} 390^\circ$ ;      е)  $\cos 720^\circ$ .

---

8. Известно, что  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Сравните с нулем значение выражения:

- а)  $\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha$ ; б)  $\frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha}$ ; в)  $\frac{\sin^3 \alpha}{\cos \alpha}$ ; г)  $\sin \alpha + \cos \alpha$ .

9. Зная, что  $\cos \alpha = a$ , найдите:

- а)  $1 + \cos \alpha$ ;      в)  $\cos(\alpha + 720^\circ)$ ;      д)  $\sin(360^\circ + \alpha)$ ;  
б)  $1 - \cos(-\alpha)$ ;      г)  $\cos(\alpha - 720^\circ)$ ;      е)  $\sin(360^\circ - \alpha)$ .

10. Какой координатной четверти принадлежит угол  $\alpha$ , если  $\sin \alpha + \cos \alpha = -1,03$ ?

11. Зная, что  $\varphi$  — угол третьей четверти, упростите выражение:

- а)  $|\sin \varphi| + \sin \varphi$ ;      в)  $\operatorname{tg} \varphi + |\operatorname{tg} \varphi|$ ;  
б)  $\cos \varphi - |\cos \varphi|$ ;      г)  $|\sin \varphi| - |\operatorname{tg} \varphi|$ .

## II

### С—38. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

1. Вычислите:

- 1) а)  $3 \cos 60^\circ - 2 \sin 30^\circ + 6 \operatorname{ctg} 60^\circ - 2 \operatorname{ctg} 30^\circ$ ;  
б)  $\sin(-30^\circ) + \cos(-60^\circ) - 2 \operatorname{tg}(-30^\circ) \operatorname{ctg}(-60^\circ)$ ;  
в)  $5 \sin(-45^\circ) + 5 \cos(-45^\circ) - \sqrt{3} \operatorname{tg}(-30^\circ) + \sin(-30^\circ)$ ;  
2) а)  $3 \cos \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$ ;  
б)  $\sin(-\pi) + 2 \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - 3 \sin \frac{\pi}{4} + 3 \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ ;  
в)  $6 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - 5 \cos(-\pi)$ .

2. Найдите значение выражения:

- а)  $\sin \alpha - \cos \alpha$  при  $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, 2\pi$ ;

б)  $2 \sin a + \cos 2a$  при  $a = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \pi$ ;

в)  $3 \sin a - \cos 3a$  при  $a = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ ;

г)  $\sin 3a + \cos a$  при  $a = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \pi$ .

3. Вычислите:

1) а)  $\sin^2 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{\pi}{3}$ ;      в)  $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6}$ ;

б)  $2 \sin^2 \frac{\pi}{4} + 3 \cos^2 \frac{\pi}{4}$ ;      г)  $\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}$ ;

2) а)  $\sin^2 \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos^2 \left(-\frac{\pi}{4}\right)$ ;      в)  $\operatorname{tg}^2 \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{ctg}^2 \left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ;

б)  $3 \cos^2 \left(-\frac{\pi}{6}\right) \operatorname{ctg}^2 \left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ;      г)  $\operatorname{tg}^2 \left(-\frac{\pi}{4}\right) \operatorname{ctg}^2 \left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

---

4. Вычислите:

а)  $\frac{2 \sin^2 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{\pi}{6} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6}}{\cos \frac{\pi}{3}}$ ;      б)  $\frac{3,5 - \sin^2 \left(-\frac{\pi}{4}\right) - \cos^2 \left(-\frac{\pi}{4}\right)}{2 \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ .

5. Найдите значение выражения:

а)  $\frac{\sin 2a - \cos 2a}{\sin(a - 15^\circ) + 2 \operatorname{tg} a}$  при  $a = 45^\circ$ ;

б)  $\frac{\sin(a + \beta) + \sin(a - \beta)}{2 \sin(a + \beta)}$  при  $a = 60^\circ, \beta = 30^\circ$ ;

в)  $\frac{\sin 2a - \cos a \operatorname{tg} a}{\cos a + \sin(-a) + \operatorname{ctg} a}$  при  $a = \frac{\pi}{4}$ ;

г)  $\frac{3 \sin(a + \beta)}{\sin(a - \beta) - 3 \cos a}$  при  $a = \frac{\pi}{3}, \beta = \frac{\pi}{6}$ .

6. Верно ли неравенство:

а)  $\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} > 1$ ;      в)  $\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{4} > 2$ ;

б)  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} > 1$ ;      г)  $2 \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{2} > 2$ ?

7. Докажите, что

$$\sin \frac{\pi}{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6} \left(1 - \sin^2 \frac{\pi}{4}\right).$$

## II

### С—39. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ СИНУСОМ, КОСИНУСОМ, ТАНГЕНСОМ И КОТАНГЕНСОМ ОДНОГО И ТОГО ЖЕ УГЛА

1. Вычислите:

а)  $\cos a$  и  $\operatorname{tg} a$ , если  $\sin a = -0,8, \frac{3\pi}{2} < a < 2\pi$ ;

б)  $\sin a$  и  $\operatorname{tg} a$ , если  $\cos a = -\frac{24}{25}, \pi < a < \frac{3\pi}{2}$ ;

в)  $\cos a, \operatorname{tg} a, \operatorname{ctg} a$ , если  $\sin a = \frac{24}{25}, \frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

г)  $\sin \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ;

д)  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 2,4$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ;

е)  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$ , если  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{5}{12}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

2. Докажите, что не могут одновременно выполняться равенства:

а)  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$  и  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ; б)  $\cos \alpha = 1$  и  $\sin \alpha = -1$ .

3. Могут ли одновременно выполняться равенства:

а)  $\cos \alpha = \frac{1}{4}$  и  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ ; б)  $\sin \alpha = 0,7$  и  $\operatorname{ctg} \alpha = 2\sqrt{2}$ ?

4. Вычислите значения тригонометрических функций угла  $\beta$ , зная, что:

а)  $\sin \beta = -\frac{40}{41}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{3}{2}\pi$ ;

б)  $\cos \beta = \frac{4}{5}$ ,  $0 < \beta < \pi$ ;

в)  $\operatorname{tg} \beta = -1$ ,  $\pi < \beta < 2\pi$ ;

г)  $\operatorname{ctg} \beta = 2$ ,  $0 < \beta < \pi$ .

---

5. Выразите тригонометрические функции угла  $\alpha$  через  $\sin \alpha$ .

6. Дано:  $0^\circ \leqslant \alpha \leqslant 90^\circ$ ,  $\cos \alpha = 1 + a$ . Найдите  $\sin \alpha$ . Каким может быть число  $a$ ?

7. Могут ли синус и косинус некоторого угла равняться соответственно  $\frac{a}{1-a}$  и  $\frac{\sqrt{1-2a}}{1-a}$ , где  $a$  — число, не равное 1?

## II

### С—40. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

1. Упростите выражение:

1) а)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ ; в)  $1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ;

б)  $\sin^2 \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$ ; г)  $4 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$ ;

2) а)  $\cos^2 \beta - \cos^2 \beta \sin^2 \beta$ ; в)  $\operatorname{tg}^2 \beta \operatorname{ctg}^2 \beta - \sin^2 \beta$ ;

б)  $\sin^4 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \beta$ ; г)  $\frac{1 - \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta - 1}$ .

2. Докажите тождество:

1) а)  $\sin \alpha = \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha$ ; б)  $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ;

2) а)  $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} = \cos^2 \alpha$ ; б)  $\frac{1 + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$ .

3. Упростите:

1) а)  $(1 - \cos(-\alpha))(1 + \cos(-\alpha))$ ; в)  $\sin(-\alpha) - \sin \alpha \operatorname{ctg}^2(-\alpha)$ ;

б)  $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg}(-\alpha) + \cos^2(-\alpha)$ ;

2) а)  $\frac{1+\cos(-\beta)}{\sin(-\beta)} - \operatorname{ctg}(-\beta)$ ; в)  $\frac{\sin(-\alpha)}{1-\cos(-\alpha)} - \operatorname{ctg}(-\alpha)$ .  
 б)  $\frac{\sin^2(-\beta)-\sin^4(-\beta)}{\cos^2(-\beta)}$ ;

4. Докажите, что при любых допустимых значениях  $\varphi$  значение выражения  $\frac{1+\operatorname{ctg}\varphi+\operatorname{ctg}^2\varphi}{1+\operatorname{tg}\varphi+\operatorname{tg}^2\varphi} - \operatorname{ctg}^2\varphi$  не зависит от  $\varphi$ .

5. Найдите наименьшее значение выражения:

а)  $\frac{1-\cos^4\beta}{4\cos\beta+4\cos^3\beta}$ ; б)  $\cos^3\beta\operatorname{tg}^3\beta+9\sin^3\beta$ .

6. Найдите значение выражения  $\frac{\operatorname{tg}\varphi-\operatorname{ctg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi+\operatorname{ctg}\varphi}$ , зная, что  $\cos\varphi=\frac{3}{5}$ .

## II С—41. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. Упростите выражение:

1) а) $\frac{\cos\alpha+\operatorname{ctg}\alpha}{1+\sin\alpha}$ ;	в) $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} + \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$ ;
б) $(1-\cos^2\alpha)(1+\operatorname{tg}^2\alpha)$ ;	г) $\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha} - \frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha}$ ;
2) а) $\frac{1-2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$ ;	в) $\frac{1+\operatorname{ctg}^4\alpha}{\operatorname{ctg}^2\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha}$ ;
б) $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha+\cos^2\alpha$ ;	г) $\frac{\cos^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} - \frac{\sin^2\alpha}{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}$ .

2. Докажите тождество:

а)  $\operatorname{ctg}^2\alpha-\cos^2\alpha=\operatorname{ctg}^2\alpha\cos^2\alpha$ ; б)  $\frac{\sin^3\alpha-\cos^3\alpha}{1+\sin\alpha\cos\alpha}=\sin\alpha-\cos\alpha$ .

3. Зная, что  $\cos\alpha=\frac{2}{3}$ , найдите значение выражения  $\operatorname{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha$ .

4. Докажите тождество:

а)  $\frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha}=\operatorname{ctg}^4\alpha$ ; б)  $\frac{3\sin^2\alpha+\cos^4\alpha}{1+\sin^2\alpha+\sin^4\alpha}=1$ .

5. Найдите значение дроби  $\frac{\cos^2\beta-\sin\beta\cos\beta}{\sin^2\beta-\sin\beta\cos\beta}$ , если известно, что  $\operatorname{tg}\beta=-0,25$ .

6. Докажите, что при всех допустимых значениях  $\varphi$  выражение  $\frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{1-\sin^4\varphi-\cos^4\varphi}$  принимает одно и то же значение.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y=4\cos^2x-3\sin^2x$ .

8. Найдите два значения  $x$ , при которых верно равенство  $2\cos x=\sqrt{3}$ .

## **III** С—42. ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

1. Вычислите с помощью формул сложения:

- 1) а)  $\cos 75^\circ$ ; б)  $\cos \frac{5}{4}\pi$ ;
- 2) а)  $\cos 72^\circ \cos 18^\circ - \sin 72^\circ \sin 18^\circ$ ;  
б)  $\cos \frac{8\pi}{3} \cos \frac{7\pi}{3} + \sin \frac{8\pi}{3} \sin \frac{7\pi}{3}$ ;  
в)  $\cos 15^\circ 30' \cos 29^\circ 30' - \sin 15^\circ 30' \sin 29^\circ 30'$ ;
- 3) а)  $\cos \left(a - \frac{\pi}{4}\right)$ , если  $\sin a = 0,8$ ,  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ ;  
б)  $\cos \left(a + \frac{\pi}{3}\right)$ , если  $\cos a = -\frac{15}{17}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < a < 2\pi$ ;  
в)  $\cos(a + \beta)$  и  $\cos(a - \beta)$ , если  $\cos a = -\frac{15}{17}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < a < 2\pi$  и  
 $\sin \beta = \frac{12}{13}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ .

2. Упростите выражение:

- а)  $\cos 2a \cos 3a - \sin 2a \sin 3a$ ;  
б)  $\cos a \cos 2a - \sin(-a) \sin 2a$ ;  
в)  $\cos \left(\frac{3\pi}{4} + a\right) \cos \left(\frac{\pi}{4} - a\right) - \sin \left(\frac{3\pi}{4} + a\right) \sin \left(\frac{\pi}{4} - a\right)$ ;  
г)  $\sin \left(\frac{3\pi}{7} - a\right) \sin \left(\frac{4\pi}{7} + a\right) - \cos \left(\frac{3\pi}{7} - a\right) \cos \left(\frac{4\pi}{7} + a\right)$ ;  
д)  $\cos(a + \beta) - \sin \left(\frac{\pi}{2} - a\right) \sin \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ .
- 

3. Докажите тождество:

$$\frac{\cos(a + \beta)}{\sin a \sin \beta} = \operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} \beta - 1.$$

4. Докажите формулы:

- а)  $\cos \left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = \sin a$ ; б)  $\cos(\pi - a) = -\cos a$ .

5. Упростите выражение:

- а)  $\cos \left(\frac{2\pi}{3} - a\right) - \cos \left(a + \frac{\pi}{3}\right)$ ; б)  $\frac{\cos(a + \beta) - \cos a \cos \beta}{\cos(a - \beta) - \sin a \sin \beta}$ .

## **III** С—43. ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. Вычислите с помощью формул сложения:

- 1) а)  $\sin 150^\circ$ ; б)  $\sin \frac{4}{3}\pi$ ;
- 2) а)  $\sin 33^\circ \cos 63^\circ - \cos 33^\circ \sin 63^\circ$ ;  
б)  $\sin \frac{5\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} \sin \frac{2\pi}{7}$ ;  
в)  $\sin 27^\circ 20' \cos 32^\circ 40' + \cos 27^\circ 20' \sin 32^\circ 40'$ ;

- 3) а)  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$ , если  $\cos \alpha = \frac{2}{5}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ ;  
 б)  $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ , если  $\sin \alpha = 0,6$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;  
 в)  $\sin(\alpha - \beta)$  и  $\sin(\alpha + \beta)$ , если  $\sin \alpha = -0,75$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  и  
 $\sin \beta = 0,8$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ .

2. Упростите выражение:

- а)  $\sin \alpha \cos 2\alpha - \cos \alpha \sin 2\alpha$ ;  
 б)  $\sin 2\alpha \cos 3\alpha + \cos 2\alpha \sin 3\alpha$ ;  
 в)  $\sin\left(\frac{3\pi}{5} - \alpha\right) \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{5} - \alpha\right) \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right)$ ;  
 г)  $\sin(\alpha - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \beta$ .
- 

3. Докажите тождество:

$$\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha.$$

4. Докажите равенство:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$

5. Зная, что  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \beta = \frac{4}{3}$ , найдите  $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$ .

6. Упростите выражение:

а)  $\frac{\operatorname{tg} 73^\circ - \operatorname{tg} 13^\circ}{1 + \operatorname{tg} 73^\circ \operatorname{tg} 13^\circ}$ ;    б)  $\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{18} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{9}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{18} \operatorname{tg} \frac{\pi}{9}}$ .

7. Вычислите:

а)  $\operatorname{ctg} 150^\circ$ ; б)  $\operatorname{tg} 120^\circ$ ; в)  $\operatorname{ctg}(-240^\circ)$ .

## III

### С—44. СИНУС И КОСИНУС ДВОЙНОГО УГЛА

1. Вычислите:

- 1) а)  $2 \sin 22^\circ 30' \cos 22^\circ 30'$ ;    д)  $(\cos 75^\circ + \sin 75^\circ)^2$ ;  
 б)  $2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$ ;    е)  $\cos^2 22^\circ 30' - \sin^2 22^\circ 30'$ ;  
 в)  $\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$ ;    ж)  $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$ ;  
 г)  $(\sin 15^\circ - \cos 15^\circ)^2$ ;    з)  $1,5 - (\cos 15^\circ - \sin 15^\circ)^2$ ;

2)  $\sin 2\alpha$ , если:

a)  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ;

b)  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ ;

3)  $\cos 2\alpha$ , если:

a)  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ ,  $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$ ;

b)  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;

4)  $\cos 2\alpha$  и  $\sin 2\alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = -2,4$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

---

2. Найдите:

1)  $\operatorname{tg} 2\alpha$ , если:

a)  $\operatorname{tg} \alpha = 1,1$ ; б)  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{\sqrt{5}}$ ;

2)  $\cos 2\alpha$  и  $\operatorname{tg} 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

3. Вычислите:

a)  $\frac{4 \operatorname{tg} \frac{\pi}{12}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{12}}$ ; б)  $\frac{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{\cos^2 67,5^\circ - \sin^2 67,5^\circ}$ .

4. Найдите:

a)  $\sin 2\alpha$ , если  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ ;

б)  $\sin \alpha$ , если  $\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{3}$ .

## III С—45. СИНУС И КОСИНУС ДВОЙНОГО УГЛА (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. Упростите:

а)  $2 \sin \alpha \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$ ; е)  $\frac{\sin 2\alpha}{2 \cos^2 \alpha}$ ;

б)  $1 + \cos 2\alpha$ ; ж)  $\frac{1 - \sin 2\alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2}$ ;

в)  $\frac{\cos 2\alpha + 1}{\sin 2\alpha}$ ; з)  $\cos 2\alpha + 2 \sin^2(-\alpha)$ ;

г)  $\frac{\cos \alpha \sin 2\alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$ ; и)  $\operatorname{ctg}^2 \alpha (1 - \cos 2\alpha)^2$ ;

д)  $2 \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$ ; к)  $\frac{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha - 2 \cos^2 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ .

2. Докажите тождество:

а)  $\frac{\sin 2\alpha - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ ; б)  $\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha$ .

---

3. Выразите:

а)  $\cos 2\alpha$  только через  $\sin \alpha$ ;

б)  $\cos \alpha$  только через  $\sin \frac{\alpha}{2}$ .

4. Упростите выражение:

а)  $\frac{\cos(90^\circ - \alpha)}{\cos \frac{\alpha}{2}}$ ; г)  $\frac{\cos 160^\circ}{\cos^4 10^\circ - \sin^4 10^\circ}$ ;

б)  $\cos 20^\circ \cos 70^\circ$ ; д)  $\frac{1 - \operatorname{ctg}^2 15^\circ}{2 \operatorname{ctg} 15^\circ}$ .

в)  $\cos \alpha \cos (90^\circ - \alpha)$ ;

5. Докажите тождество:

а)  $\frac{1 - \cos \alpha + \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$ ; б)  $\frac{\operatorname{ctg}^2(45^\circ + \alpha) - 1}{\operatorname{ctg}^2(45^\circ + \alpha) + 1} = -\sin 2\alpha$ .

6. Докажите, что:

а)  $\sin 36^\circ \cos 72^\circ = \frac{1}{4}$ ; б)  $8 \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{2\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9} = 1$ .

## III С—46. ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1. Вычислите:

а)  $\sin 570^\circ$ ; д)  $\sin \frac{13\pi}{6}$ ; и)  $\sin(-630^\circ)$ ;

б)  $\cos 210^\circ$ ; е)  $\cos \frac{5\pi}{4}$ ; к)  $\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$ ;

в)  $\operatorname{tg} 135^\circ$ ; ж)  $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}$ ; л)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ ;

г)  $\operatorname{ctg} 315^\circ$ ; з)  $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3}$ ; м)  $\operatorname{ctg}(-945^\circ)$ .

2. Найдите числовое значение выражения:

а)  $\cos(-225^\circ) + \sin 945^\circ - \operatorname{tg} 1125^\circ$ ;

б)  $\operatorname{ctg} 570^\circ + \sqrt{3}(\sin 300^\circ - \cos 3630^\circ)$ ;

в)  $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - 0,5 \sin \frac{11\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{21\pi}{4}$ .

3. Упростите выражение:

а)  $1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cos(\pi - \alpha)$ ;

б)  $\sin(2\pi + \alpha) \sin(\pi - \alpha) + \sin^2 \alpha$ ;

в)  $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ ;

г)  $\cos(\alpha - \pi)$ ;

д)  $\operatorname{tg}(\alpha - \pi)$ ;

е)  $\frac{2 \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\cos(\pi - \alpha) \sin(-2\alpha)}$ ;

ж)  $\cos(\pi - a) \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) - \sin^2(-a);$

з)  $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - a\right) - \sin^2(\pi - a).$

---

4. Докажите тождество:

а)  $\frac{\cos(2\pi - x) \cos^2(1,5\pi + x)}{\tg(x - \pi) \sin(0,5\pi + x)} = 0,5 \sin 2x;$

б)  $\sin\left(\frac{\pi}{6} - a\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + a\right) = 0;$

в)  $\frac{\tg(2\pi - a) \cos(\pi - a)}{\tg\left(\frac{3}{2}\pi + a\right) \cos\left(\frac{3}{2}\pi + a\right)} = -\tg a.$

5. Упростите выражение:

а)  $\frac{\tg(a - \pi) \tg(a + \pi)}{\tg\left(a - \frac{\pi}{2}\right) \tg\left(a + \frac{3\pi}{2}\right)}; \quad$  б)  $\frac{\sin^2\left(a - \frac{3\pi}{2}\right) + \cos^2\left(a - \frac{3\pi}{2}\right)}{\ctg^2(a - \pi) \tg^2(a - 3\pi)}.$

6. Докажите, что  $\sin(A + B) = \sin C$ , где  $A, B, C$  — углы треугольника.

7. Определите, чему равны синус и косинус угла, смежного с углом  $a$ , если  $\sin a = 0,6$ .

### **III С—47. ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ**

1. Представьте в виде произведения:

1) а)  $\sin 48^\circ + \sin 36^\circ;$     в)  $\sin 10^\circ + \sin 88^\circ;$

б)  $\sin 12^\circ + \sin 7^\circ;$     г)  $\sin \frac{3\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4};$

2) а)  $\sin 66^\circ - \sin 56^\circ;$     в)  $\sin 14^\circ - \sin 36^\circ;$

б)  $\sin 18^\circ - \sin 9^\circ;$     г)  $\sin \frac{2\pi}{5} - \sin \frac{\pi}{5};$

3) а)  $\cos 38^\circ + \cos 18^\circ;$     в)  $\cos 34^\circ + \cos 74^\circ;$

б)  $\cos 16^\circ + \cos 9^\circ;$     г)  $\cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{8};$

4) а)  $\cos 44^\circ - \cos 38^\circ;$     в)  $\cos 15^\circ - \cos 8^\circ;$

б)  $\cos 4^\circ - \cos 16^\circ;$     г)  $\cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3}.$

2. Преобразуйте в произведение:

1) а)  $\sin 9a + \sin a;$     в)  $\cos 5a + \cos 9a;$

б)  $\sin 6a - \sin 2a;$     г)  $\cos 6a - \cos a;$

2) а)  $\sin(a + 12^\circ) + \sin(a - 12^\circ);$     г)  $\cos(23^\circ + \beta) - \cos(23^\circ - \beta);$

б)  $\sin(20^\circ - a) - \sin(20^\circ + a);$     д)  $\sin(a + \beta) - \sin(a - \beta);$

в)  $\cos(23^\circ + \beta) + \cos(23^\circ - \beta);$     е)  $\cos(a + \beta) + \cos(a - \beta).$

3. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin 8\alpha + \sin 2\alpha}{\cos 8\alpha + \cos 2\alpha}$ ; в)  $\frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{\cos 5\alpha - \cos \alpha}$ ;  
б)  $\frac{\cos \alpha + \cos 7\alpha}{\cos 6\alpha + \cos 2\alpha}$ ; г)  $\frac{\cos 9\alpha - \cos 5\alpha}{\sin 9\alpha + \sin 5\alpha}$ .

---

4. Преобразуйте в произведение:

а)  $\sin^2 42^\circ - \sin^2 12^\circ$ ; б)  $\cos^2 53^\circ - \cos^2 33^\circ$ .

5. Верно ли равенство:

а)  $\frac{\sin 44^\circ + \sin 26^\circ}{\cos 44^\circ + \cos 26^\circ} = \operatorname{ctg} 55^\circ$ ; б)  $\frac{\sin 84^\circ - \sin 54^\circ}{\cos 84^\circ + \cos 54^\circ} = \operatorname{ctg} 75^\circ$ ?

6. Докажите тождество:

а)  $\frac{\cos 5\alpha + \cos 9\alpha}{\sin 5\alpha + \sin 9\alpha} = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - 7\alpha \right)$ ;

б)  $\frac{\cos \alpha + \cos 5\alpha + \cos 9\alpha + \cos 13\alpha}{\sin \alpha + \sin 5\alpha + \sin 9\alpha + \sin 13\alpha} = \operatorname{ctg} 7\alpha$ ;

в)  $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \operatorname{ctg} (45^\circ + \alpha)$ ;

г)  $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} (45^\circ + \alpha)$ ;

д)  $\sin^2(\alpha + \beta) - \sin^2(\alpha - \beta) = \sin 2\alpha \sin 2\beta$ .

## II

### С—48. РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

1. Найдите острый угол  $\alpha$ , если:

а)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;

б)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = 1$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ .

2. Известно, что одним из корней уравнения  $\cos x = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

является число  $\frac{\pi}{12}$ . Пользуясь формулой приведения, найдите второй положительный корень этого уравнения, не превосходящий  $2\pi$ .

3. Покажите, что любое число, являющееся членом арифметической прогрессии

$$0; \pi; 2\pi; \dots \text{ или } -\pi; -2\pi; -3\pi; \dots,$$

является корнем уравнения  $\sin x = 0$ .

4. Решите уравнение:

1) а)  $\cos x = 0$ ; б)  $\sin x = 1$ ; в)  $\operatorname{tg} x = 1$ ;  
2) а)  $\cos x - 1 = 0$ ; б)  $\sin x + 1 = 0$ ; в)  $3 \operatorname{tg} x = 0$ .

---

5. Зная, что  $\varphi$  — угол четырехугольника, найдите все значения  $\varphi$  из уравнения:

а)  $\cos \varphi = \frac{1}{2}$ ; б)  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

6. Решите уравнение:

- 1) а)  $\sin 2x = 0$ ; б)  $\cos 3x = 1$ ;
- 2) а)  $\cos^2 x - \cos x = 0$ ; б)  $\sin^2 x + \sin x = 0$ ;
- 3) а)  $\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = 0$ ;  
б)  $\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = 0$ ;
- 4) а)  $\sin^2 x = -\cos 2x$ ; б)  $\sin 2x = 2 \cos x$ .

7. Докажите, что уравнение не имеет корней:

а)  $\sin x \sin \left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$ ; б)  $\frac{\cos 2x}{1 - 2 \sin^2 x} = 0$ .

# КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

## Вариант 1

К—1 (§ 2, 3)

● 1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а)  $x^2 - 14x + 45$ ; б)  $3y^2 + 7y - 6$ .

● 2. Постройте график функции  $y = x^2 - 2x - 8$ . Найдите с помощью графика:

а) значение  $y$  при  $x = -1,5$ ;

б) значения  $x$ , при которых  $y = 3$ ;

в) нули функции; промежутки, в которых  $y > 0$  и в которых  $y < 0$ ;

г) промежуток, в котором функция возрастает.

3. Сократите дробь  $\frac{3p^2 + p - 2}{4 - 9p^2}$ .

4. Найдите наименьшее значение квадратного трехчлена  $x^2 - 6x + 11$ .

5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола  $y = \frac{1}{3}x^2$  и прямая  $y = 6x - 15$ . Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

---

## Вариант 2

К—1 (§ 2, 3)

● 1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а)  $x^2 - 10x + 21$ ; б)  $5y^2 + 9y - 2$ .

● 2. Постройте график функции  $y = x^2 - 4x - 5$ . Найдите с помощью графика:

а) значение  $y$  при  $x = 0,5$ ;

б) значения  $x$ , при которых  $y = 3$ ;

в) нули функции; промежутки, в которых  $y > 0$  и в которых  $y < 0$ ;

г) промежуток, в котором функция убывает.

3. Сократите дробь  $\frac{4c^2 + 7c - 2}{1 - 16c^2}$ .

4. Найдите наибольшее значение квадратного трехчлена  $-x^2 + 4x + 3$ .

5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола  $y = \frac{1}{2}x^2$  и прямая  $y = 12 - x$ . Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

**Вариант 1**

К—1А (§ 7—9)

● 1. Вычислите:

a)  $2 \cdot 2^{-3}$ ; б)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 4$ ; в)  $\frac{(3^{-2})^3 \cdot 27^2}{3}$ .

● 2. Найдите значение выражения:

a)  $5\sqrt[4]{16} - 0,2\sqrt[3]{-0,027} + \sqrt[5]{1}$ ; б)  $\sqrt[5]{32 \cdot 0,00001}$ ;

в)  $\frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}$ ; г)  $(\sqrt[3]{5})^{-12}$ .

● 3. Решите уравнение:

а)  $x^4 = 80$ ; б)  $x^6 = -18$ ;  
в)  $2x^3 - 128 = 0$ ; г)  $x^5 + 32 = 0$ .

4. Упростите  $2\sqrt[3]{\sqrt{a}} - \sqrt[6]{ab} : \sqrt[6]{b}$ .

5. Найдите значение произведения:

$$\sqrt[4]{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{3-\sqrt{5}}.$$


---

**Вариант 2**

К—1А (§ 7—9)

● 1. Вычислите:

а)  $5 \cdot 5^{-2}$ ; б)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot 4$ ; в)  $\frac{(2^{-2})^4 \cdot 16^2}{2^3}$ .

● 2. Найдите значение выражения:

а)  $3\sqrt[3]{-27} + 0,1\sqrt[4]{81} - \sqrt[4]{1}$ ; б)  $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0001}$ ;

в)  $\frac{\sqrt[4]{324}}{\sqrt[4]{4}}$ ; г)  $(\sqrt{5})^{-8}$ .

● 3. Решите уравнение:

а)  $x^4 = 20$ ; б)  $x^8 = -36$ ;  
в)  $64x^3 = 1$ ; г)  $x^3 + 8 = 0$ .

4. Упростите  $\sqrt[4]{ab} : \sqrt[4]{b} + 2\sqrt[4]{\sqrt{a}}$ .

5. Найдите значение произведения:

$$\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}.$$

**Вариант 3****K—1 (§ 2, 3)**

● 1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

a)  $x^2 - 12x + 35$ ; б)  $7y^2 + 19y - 6$ .

● 2. Постройте график функции  $y = x^2 - 6x + 5$ . Найдите с помощью графика:

а) значение  $y$  при  $x = 0,5$ ;

б) значения  $x$ , при которых  $y = -1$ ;

в) нули функции; промежутки, в которых  $y > 0$  и в которых  $y < 0$ ;

г) промежуток, в котором функция возрастает.

3. Сократите дробь  $\frac{5a^2 + 19a - 4}{1 - 25a^2}$ .

4. Найдите наименьшее значение квадратного трехчлена  $x^2 - 8x + 7$ .

5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола  $y = \frac{1}{4}x^2$  и прямая  $y = 5x - 16$ . Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

---

**Вариант 4****K—1 (§ 2, 3)**

● 1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

a)  $x^2 - 18x + 45$ ; б)  $9x^2 + 25x - 6$ .

● 2. Постройте график функции  $y = x^2 - 8x + 13$ . Найдите с помощью графика:

а) значение  $y$  при  $x = 1,5$ ;

б) значения  $x$ , при которых  $y = 2$ ;

в) нули функции; промежутки, в которых  $y > 0$  и в которых  $y < 0$ ;

г) промежуток, в котором функция возрастает.

3. Сократите дробь  $\frac{7b^2 + 11b - 6}{9 - 49b^2}$ .

4. Найдите наибольшее значение квадратного трехчлена  $-x^2 + 6x - 4$ .

5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола  $y = \frac{1}{5}x^2$  и прямая  $y = 20 - 3x$ . Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

**Вариант 3**

К—1А (§ 7—9)

● 1. Вычислите:

а)  $5 \cdot 5^{-5}$ ; б)  $3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ ; в)  $\frac{4^{-3} \cdot 2^6}{8}$ .

● 2. Найдите значение выражения:

а)  $0,2 \sqrt[5]{-32} + \sqrt[4]{81} - \sqrt[6]{1}$ ; б)  $\sqrt[3]{0,001 \cdot 64}$ ;

в)  $\frac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}}$ ; г)  $(\sqrt[4]{3})^{-12}$ .

● 3. Решите уравнение:

а)  $x^6 = 64$ ; б)  $x^4 = -20$ ;  
в)  $8x^3 = 1$ ; г)  $27 + x^3 = 0$ .

4. Упростите  $3 \sqrt[4]{\sqrt{a}} + \sqrt[8]{ab} : \sqrt[8]{b}$ .

5. Найдите значение произведения:

$$\sqrt[5]{2 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt[5]{2 + \sqrt{5}}.$$


---

**Вариант 4**

К—1А (§ 7—9)

● 1. Вычислите:

а)  $3^{-5} \cdot 3$ ; б)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \cdot 5$ ; в)  $\frac{(7^{-3})^2 \cdot 49^3}{7}$ .

● 2. Найдите значение выражения:

а)  $\frac{1}{8} \sqrt[6]{64} - 2 \sqrt[3]{-125} + \sqrt{1}$ ; б)  $\sqrt{121 \cdot 0,01}$ ;

в)  $\frac{\sqrt{343}}{\sqrt{7}}$ ; г)  $(\sqrt[5]{3})^{-10}$ .

● 3. Решите уравнение:

а)  $x^2 = 13$ ; б)  $32x^5 = 1$ ;  
в)  $x^6 = -16$ ; г)  $-8 - x^3 = 0$ .

4. Упростите  $\sqrt[10]{bc} : \sqrt[10]{c} + \sqrt[5]{\sqrt{b}}$ .

5. Найдите значение произведения:

$$\sqrt[3]{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{9 + \sqrt{17}}.$$

**Вариант 1****K—2 (§ 4, 5)**

● 1. Решите неравенство:

a)  $2x^2 - 13x + 6 < 0$ ; б)  $x^2 - 9 > 0$ ; в)  $3x^2 - 6x + 32 > 0$ .

2. Решите неравенство, используя метод интервалов:

a)  $(x+8)(x-4) > 0$ ; б)  $\frac{x-5}{x+7} < 0$ .

● 3. Решите уравнение:

a)  $x^3 - 81x = 0$ ; б)  $\frac{x^2 - 1}{2} - \frac{3x - 1}{4} = 2$ .

● 4. Решите биквадратное уравнение  $x^4 - 19x^2 + 48 = 0$ .

5. При каких значениях  $t$  уравнение  $3x^2 + tx + 3 = 0$  имеет два корня?

6. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{x - x^2}$ .

---

**Вариант 2****K—2 (§ 4, 5)**

● 1. Решите неравенство:

a)  $2x^2 - x - 15 > 0$ ; б)  $x^2 - 16 < 0$ ; в)  $x^2 + 12x + 80 < 0$ .

2. Решите неравенство, используя метод интервалов:

a)  $(x+11)(x-9) < 0$ ; б)  $\frac{x+3}{x-8} > 0$ .

● 3. Решите уравнение:

a)  $x^3 - 25x = 0$ ; б)  $\frac{x^2 + 6}{5} - \frac{8-x}{10} = 1$ .

● 4. Решите биквадратное уравнение  $x^4 - 4x^2 - 45 = 0$ .

5. При каких значениях  $t$  уравнение  $2x^2 + tx + 8 = 0$  не имеет корней?

6. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{3x - 2x^2}$ .

**Вариант 1****K—2A (§ 10)**

● 1. Вычислите:

a)  $5 \cdot 8^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $16^{-\frac{1}{2}}$ .

● 2. Упростите выражение:

a)  $b^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{6}}$ ; б)  $\frac{x^{\frac{3}{4}}x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}}$ ; в)  $(y^{-\frac{3}{4}})^4 y^{\frac{5}{2}}$ .

● 3. Представьте выражение  $a^{\frac{7}{2}} \sqrt{a}$  в виде степени с основанием  $a$ .

4. Сократите дробь:

a)  $\frac{3a^{\frac{1}{2}} - a}{a^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $\frac{b^{\frac{1}{2}} - 5}{b - 25}$ .

5. Упростите:

$$\left( \frac{a^{0.5} - b^{0.5}}{a^{0.5} + b^{0.5}} + \frac{2a^{0.5}b^{0.5}}{a - b} \right) \cdot \frac{a - 2a^{0.5}b^{0.5} + b}{a + b}.$$


---

**Вариант 2****K—2A (§ 10)**

● 1. Вычислите:

a)  $2 \cdot 36^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $27^{-\frac{1}{3}}$ .

● 2. Упростите выражение:

a)  $a^{-\frac{1}{2}}a^{\frac{3}{4}}$ ; б)  $\frac{c^{\frac{2}{3}}c^{\frac{1}{2}}}{c^{\frac{1}{6}}}$ ; в)  $(x^{\frac{1}{3}})^{-3}x^{\frac{2}{3}}$ .

● 3. Представьте выражение  $y^{\frac{5}{3}} \sqrt[3]{y}$  в виде степени с основанием  $y$ .

4. Сократите дробь:

a)  $\frac{b + 7b^{\frac{1}{2}}}{7 + b^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $\frac{3 + a^{\frac{1}{2}}}{a - 9}$ .

5. Упростите:

$$\left( \frac{\frac{1}{a^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{b^{\frac{1}{2}}}}{a - b} - \frac{1}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \frac{a + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b}{4b^{\frac{1}{2}}}.$$

**Вариант 3****K—2 (§ 4, 5)**

● 1. Решите неравенство:

а)  $2x^2 + 5x - 7 < 0$ ; б)  $x^2 - 25 > 0$ ; в)  $5x^2 - 4x + 21 > 0$ .

2. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а)  $(x+9)(x-5) > 0$ ; б)  $\frac{x-3}{x+6} < 0$ .

● 3. Решите уравнение:

а)  $x^3 - 36x = 0$ ; б)  $\frac{x^2 - 4}{3} - \frac{5x - 2}{6} = 1$ .

● 4. Решите биквадратное уравнение  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ .

5. При каких значениях  $t$  уравнение  $2x^2 + tx + 2 = 0$  имеет два корня?

6. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{2x - x^2}$ .

---

**Вариант 4****K—2 (§ 4, 5)**

● 1. Решите неравенство:

а)  $5x^2 + 3x - 8 > 0$ ; б)  $x^2 - 49 < 0$ ; в)  $4x^2 - 2x + 13 < 0$ .

2. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а)  $(x+12)(x-7) < 0$ ; б)  $\frac{x+5}{x-10} > 0$ .

● 3. Решите уравнение:

а)  $x^3 - 49x = 0$ ; б)  $\frac{x^2 + 3}{4} - \frac{17 - 3x}{8} = 2$ .

● 4. Решите биквадратное уравнение  $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$ .

5. При каких значениях  $t$  уравнение  $25x^2 + tx + 1 = 0$  не имеет корней?

6. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{5x - 2x^2}$ .

**Вариант 3****K—2A (§ 10)**

● 1. Вычислите:

а)  $2 \cdot 27^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $36^{-\frac{1}{2}}$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $b^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $\frac{a^2a^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}}$ ; в)  $(y^2)^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}$ .

● 3. Представьте выражение  $c^{\frac{7}{4}}\sqrt[4]{c}$  в виде степени с основанием  $c$ .

4. Сократите дробь:

а)  $\frac{5x^{\frac{1}{2}}+x}{5+x^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $\frac{a-4}{2+a^{\frac{1}{2}}}$ .

5. Упростите:

$$\frac{a+b}{a+2a^{0.5}b^{0.5}+b} : \left( \frac{a^{0.5}+b^{0.5}}{a^{0.5}-b^{0.5}} - \frac{2a^{0.5}b^{0.5}}{a-b} \right).$$


---

**Вариант 4****K—2A (§ 10)**

● 1. Вычислите:

а)  $3 \cdot 8^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $64^{-\frac{1}{2}}$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $a^{\frac{2}{3}}a^{-\frac{1}{2}}$ ; б)  $\frac{b^{\frac{1}{2}}b^{-1}}{b^{\frac{3}{2}}}$ ; в)  $(c^{\frac{3}{2}})^2 c^{-\frac{8}{3}}$ .

● 3. Представьте выражение  $x^{\frac{5}{2}}\sqrt{x}$  в виде степени с основанием  $x$ .

4. Сократите дробь:

а)  $\frac{a^{\frac{1}{2}}-2}{a-2a^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $\frac{1-a}{1+a^{\frac{1}{2}}}$ .

5. Упростите:

$$\left( \frac{1}{a^{0.5}+b^{0.5}} - \frac{a^{0.5}+b^{0.5}}{a-b} \right) \cdot \frac{a-2a^{0.5}b^{0.5}+b}{2b^{0.5}}.$$

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ x^2 - y = 1. \end{cases}$$

● 2. Периметр прямоугольника равен 28 м, а его площадь равна 40 м<sup>2</sup>. Найдите стороны прямоугольника.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы  $y = x^2 + 4$  и прямой  $x + y = 6$ .

- 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2y - x = 7, \\ x^2 - xy - y^2 = 29. \end{cases}$$

---

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 3y = 2, \\ xy + y = 6. \end{cases}$$

● 2. Одна из сторон прямоугольника на 2 см больше другой стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 120 см<sup>2</sup>.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности  $x^2 + y^2 = 10$  и прямой  $x + 2y = 5$ .

- 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} y - 3x = 1, \\ x^2 - 2xy + y^2 = 9. \end{cases}$$

**Вариант 1****К—3А (§ 12—15)**

- 1. Постройте график функции  $y = \frac{3}{x}$ .
- а) Найдите область определения функции.  
 б) Какие значения принимает функция?  
 в) Является ли функция четной или нечетной?  
 г) Укажите промежутки возрастания (убывания) функции; промежутки, в которых функция принимает положительные (отрицательные) значения.
2. Найдите область определения функции:
- а)  $y = \frac{3x-1}{2x^2-9x+10}$ ; б)  $y = \sqrt{x^2 - 4x}$ .
3. Не выполняя построения графиков функции  $y = \frac{8}{x}$  и  $y = 2x$ , найдите координаты точек их пересечения.
4. Решите иррациональное уравнение:
- а)  $\sqrt{5-4x} = 3,2$ ; б)  $\sqrt{4x^2 - 3x - 1} = x + 1$ .
- 

**Вариант 2****К—3А (§ 12—15)**

- 1. Постройте график функции  $y = -\frac{3}{x}$ .
- а) Найдите область определения функции.  
 б) Какие значения принимает функция?  
 в) Является ли функция четной или нечетной?  
 г) Укажите промежутки возрастания (убывания) функции; промежутки, в которых функция принимает положительные (отрицательные) значения.
2. Найдите область определения функции:
- а)  $y = \frac{6x+2}{3x^2+5x-2}$ ; б)  $y = \sqrt{4x+12x^2}$ .
3. Не выполняя построения графиков функций  $y = \frac{12}{x}$  и  $y = \frac{x}{3}$ , найдите координаты точек их пересечения.
4. Решите иррациональное уравнение:
- а)  $\sqrt{2x-3} = 1,6$ ; б)  $\sqrt{3x^2+5x+8} = 3+x$ .

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 5y = 2, \\ x^2 - y = 10. \end{cases}$$

- 2. Периметр прямоугольника равен 26 см, а его площадь равна 42 см<sup>2</sup>. Найдите стороны прямоугольника.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы  $y = x^2 - 8$  и прямой  $x + y = 4$ .

- 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - 5y = 9, \\ x^2 + 3xy - y^2 = 3. \end{cases}$$

---

- 1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + y = -1, \\ x - xy = 8. \end{cases}$$

- 2. Одна из сторон прямоугольника на 4 м больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 45 м<sup>2</sup>.

3. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения окружности  $x^2 + y^2 = 17$  и прямой  $5x - 3y = 17$ .

- 4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y = 1, \\ x^2 - xy - 2y^2 = 1. \end{cases}$$

**Вариант 3****К—3А (§ 12—15)**

- 1. Постройте график функции  $y = \frac{2}{x}$ .

- а) Найдите область определения функции.
- б) Какие значения принимает функция?
- в) Является ли функция четной или нечетной?
- г) Укажите промежутки возрастания (убывания) функции; промежутки, в которых функция принимает положительные (отрицательные) значения.

2. Найдите область определения функции:

а)  $y = \frac{4x-1}{5x^2-13x-6}$ ; б)  $y = \sqrt{18x^2-3x}$ .

3. Не выполняя построения графиков функций  $y = \frac{8}{x}$  и  $y = \frac{x}{2}$ , найдите координаты точек их пересечения.

4. Решите иррациональное уравнение:

а)  $\sqrt{5-2x} = 8,4$ ; б)  $\sqrt{2x^2-7x+7} = x-1$ .

---

**Вариант 4****К—3А (§ 12—15)**

- 1. Постройте график функции  $y = -\frac{2}{x}$ .

- а) Найдите область определения функции.
- б) Какие значения принимает функция?
- в) Является ли функция четной или нечетной?
- г) Укажите промежутки возрастания (убывания) функции; промежутки, в которых функция принимает положительные (отрицательные) значения.

2. Найдите область определения функции:

а)  $\frac{2x+4}{6x^2+11x-2}$ ; б)  $y = \sqrt{3x-x^2}$ .

3. Не выполняя построения графиков функций  $y = 6x$  и  $y = \frac{54}{x}$ , найдите координаты точек их пересечения.

4. Решите иррациональное уравнение:

а)  $\sqrt{3x+7} = 2,5$ ; б)  $\sqrt{x^2-6x-8} = 1+2x$ .

**Вариант 1****K—4 (§ 7)**

- 1. Найдите двадцать третий член арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если  $a_1 = -15$  и  $d = 3$ .
  - 2. Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии: 8; 4; 0; ... .
  - 3. Найдите сумму шестидесяти первых членов последовательности ( $b_n$ ), заданной формулой  $b_n = 3n - 1$ .
  - 4. Является ли число 54,5 членом арифметической прогрессии ( $a_n$ ), в которой  $a_1 = 25,5$  и  $a_9 = 5,5$ ?
  - 5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 100.
- 

**Вариант 2****K—4 (§ 7)**

- 1. Найдите восемнадцатый член арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если  $a_1 = 70$  и  $d = -3$ .
- 2. Найдите сумму двадцати первых членов арифметической прогрессии:  $-21; -18; -15; \dots$ .
- 3. Найдите сумму сорока первых членов последовательности ( $b_n$ ), заданной формулой  $b_n = 4n - 2$ .
- 4. Является ли число 30,4 членом арифметической прогрессии ( $a_n$ ), в которой  $a_1 = 11,6$  и  $a_{15} = 17,2$ ?
- 5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 7 и не превосходящих 150.

**Вариант 1****K—4A (§ 17—22)**

- 1. Вычислите:  $2 \cos \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ .

- 2. Упростите выражение:

$$1 - \cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

- 3. Найдите  $\sin \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ , если известно, что  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

- 4. Упростите выражение:

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + 1} + \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}.$$

- 5. Докажите тождество:

$$\left(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\sin^2 \alpha}\right) \cdot \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1.$$

**Вариант 2****K—4A (§ 17—22)**

- 1. Вычислите:  $\sin \frac{\pi}{6} - 2 \cos \pi$ .

- 2. Упростите выражение:

$$1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha.$$

- 3. Найдите  $\sin \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ , если известно, что  $\cos \alpha = \frac{24}{25}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

- 4. Упростите выражение:

$$\frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + 1}.$$

- 5. Докажите тождество:

$$(1 - \cos^2 \alpha)(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = 1.$$

**Вариант 3****К—4 (§ 7)**

- 1. Найдите тридцать второй член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_1 = 65$  и  $d = -2$ .
  - 2. Найдите сумму двадцати четырех первых членов арифметической прогрессии: 42; 34; 26; ... .
  - 3. Найдите сумму восьмидесяти первых членов последовательности  $(b_n)$ , заданной формулой  $b_n = 2n - 5$ .
  - 4. Является ли число 6,5 членом арифметической прогрессии  $(a_n)$ , в которой  $a_1 = -2,25$  и  $a_{11} = 10,25$ ?
  - 5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 9 и не превосходящих 80.
- 

**Вариант 4****К—4 (§ 7)**

- 1. Найдите сорок третий член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_1 = -9$  и  $d = 4$ .
- 2. Найдите сумму четырнадцати первых членов арифметической прогрессии:  $-63; -58; -53; \dots$ .
- 3. Найдите сумму ста двадцати первых членов последовательности  $(b_n)$ , заданной формулой  $b_n = 3n - 2$ .
- 4. Является ли число 35,8 членом арифметической прогрессии  $(a_n)$ , в которой  $a_1 = -23,6$  и  $a_{22} = 11$ ?
- 5. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 6 и не превосходящих 150.

**Вариант 3****K—4A (§ 17—22)**

● 1. Вычислите:  $2 \sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{2}$ .

● 2. Упростите выражение:

$$1 - \sin^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

● 3. Найдите  $\sin \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ , если известно, что  $\cos \alpha = -0,6$ ,  
 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

4. Упростите выражение:

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}.$$

5. Докажите тождество:

$$\cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha.$$


---

**Вариант 4****K—4A (§ 17—22)**

● 1. Вычислите:  $2 \sin \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ .

● 2. Упростите выражение:

$$1 - \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha.$$

● 3. Найдите  $\cos \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$ , если известно, что  $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  
 $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

4. Упростите выражение:

$$\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}.$$

5. Докажите тождество:

$$\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha = \cos \alpha.$$

**Вариант 1****K—5 (§ 8)**

- 1. Найдите седьмой член геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если  $b_1 = -32$  и  $q = \frac{1}{2}$ .
  - 2. Первый член геометрической прогрессии ( $b_n$ ) равен 2, а знаменатель равен 3. Найдите сумму шести первых членов этой прогрессии.
  - 3. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии: 24;  $-12$ ; 6; ... .
  - 4. Найдите сумму девяти первых членов геометрической прогрессии ( $b_n$ ) с положительными членами, зная, что  $b_2 = 0,04$  и  $b_4 = 0,16$ .
  - 5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:  
а) 0,(27); б) 0,5(6).
- 

**Вариант 2****K—5 (§ 8)**

- 1. Найдите шестой член геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если  $b_1 = 0,81$  и  $q = -\frac{1}{3}$ .
- 2. Первый член геометрической прогрессии ( $b_n$ ) равен 6, а знаменатель равен 2. Найдите сумму семи первых членов этой прогрессии.
- 3. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:  $-40$ ; 20;  $-10$ ; ... .
- 4. Найдите сумму восьми первых членов геометрической прогрессии ( $b_n$ ) с положительными членами, зная, что  $b_2 = 1,2$  и  $b_4 = 4,8$ .
- 5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:  
а) 0,(153); б) 0,3(2).

**Вариант 1****K—5A (§ 23—26)**

● 1. Найдите значение выражения:

а)  $\sin 300^\circ$ ; б)  $\operatorname{tg} \left( -\frac{2\pi}{3} \right)$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $\sin(\pi + a) + \cos\left(\frac{3}{2}\pi - a\right)$ ;

б)  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + a\right) - \operatorname{ctg}(2\pi - a)$ ;

в)  $\cos 2a + 2 \sin^2(\pi - a)$ .

3. Докажите тождество:

$$\frac{\sin 2a + \cos(\pi - a) \sin a}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right)} = \sin a.$$

4. Упростите выражение:

$$\left( \frac{\cos 2a}{\sin a - \cos a} \right)^2 - \sin 2a.$$


---

**Вариант 2****K—5A (§ 23—26)**

● 1. Найдите значение выражения:

а)  $\cos(-210^\circ)$ ; б)  $\operatorname{tg} \frac{4}{3}\pi$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $\sin\left(\frac{3}{2}\pi - a\right) - \cos(\pi + a)$ ;

б)  $\operatorname{tg}(\pi + a) + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ ;

в)  $\sin 2a + (\sin a - \cos a)^2$ .

3. Докажите тождество:

$$\frac{\sin(\pi - 2a)}{1 + \cos 2a} = \operatorname{tg} a.$$

4. Упростите выражение:

$$(\operatorname{ctg} a - \operatorname{tg} a) \operatorname{tg} 2a.$$

**Вариант 3****К—5 (§ 8)**

- 1. Найдите пятый член геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если  $b_1 = -125$  и  $q = \frac{1}{5}$ .
  - 2. Первый член геометрической прогрессии ( $b_n$ ) равен 4, а знаменатель равен 2. Найдите сумму восьми первых членов этой прогрессии.
  - 3. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии: 36;  $-12$ ; 4; ... .
  - 4. Найдите сумму восьми первых членов геометрической прогрессии ( $b_n$ ) с положительными членами, зная, что  $b_3 = 0,05$  и  $b_5 = 0,45$ .
  - 5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:  
а) 0,(162); б) 0,8(4).
- 

**Вариант 4****К—5 (§ 8)**

- 1. Найдите девятый член геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если  $b_1 = 100\ 000$  и  $q = \frac{1}{5}$ .
- 2. Первый член геометрической прогрессии ( $b_n$ ) равен 6, а знаменатель равен 4. Найдите сумму пяти первых членов этой прогрессии.
- 3. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:  $-54$ ; 18;  $-6$ ; ... .
- 4. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии ( $b_n$ ) с положительными членами, зная, что  $b_3 = 3,6$  и  $b_5 = 32,4$ .
- 5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:  
а) 0,(72); б) 0,7(4).

**Вариант 3****K—5A (§ 23—26)**

● 1. Найдите значение выражения:

a)  $\sin(-240^\circ)$ ; б)  $\operatorname{tg} \frac{3}{4}\pi$ .

● 2. Упростите выражение:

a)  $\sin\left(\frac{\pi}{2}-a\right)-\cos(\pi-a)$ ;

б)  $\operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi+a\right)+\operatorname{ctg}(\pi+a)$ ;

в)  $\frac{\cos 2a}{\cos^4 a - \sin^4 a}$ .

3. Докажите тождество:

$$\frac{\sin 2a}{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}-2a\right)} = \operatorname{ctg} a.$$

4. Упростите выражение:

$$\sin 2a + \left( \frac{\cos 2a}{\cos a + \sin a} \right)^2.$$


---

**Вариант 4****K—5A (§ 23—26)**

● 1. Найдите значение выражения:

a)  $\cos 300^\circ$ ; б)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $\cos\left(\frac{\pi}{2}+a\right)-\sin(2\pi-a)$ ;

б)  $\operatorname{tg}(2\pi+a)-\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+a\right)$ ;

в)  $\frac{4 \sin a \cos a}{\cos^2 a - \sin^2 a}$ .

3. Докажите тождество:

$$\frac{\cos 2a + \cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)\sin a}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+a\right)} = \cos a.$$

4. Упростите выражение:

$$(\operatorname{tg} a + \operatorname{ctg} a) \sin 2a.$$

**Вариант 1****K—6 (§ 9, 10)**

● 1. Вычислите:

а)  $2\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{-125} + \sqrt[6]{1}$ ; б)  $\sqrt[3]{8 \cdot 0,027}$ ; в)  $\frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt{3}}$ .

● 2. Решите уравнение:

а)  $x^3 = 5$ ; б)  $y^4 = 15$ ; в)  $z^8 = -1$ .

3. Найдите значение произведения:

$$\sqrt[4]{6 + \sqrt{20}} \cdot \sqrt[4]{6 - \sqrt{20}}.$$

4. Является ли четной или нечетной функция:

а)  $f(x) = 7x^8$ ; б)  $f(x) = x^3 + x$ ?

5. Функция задана формулой  $f(x) = x^{17}$ . Сравните:

а)  $f(3,7)$  и  $f(4,1)$ ; б)  $f(-7,2)$  и  $f(-6,3)$ .

---

**Вариант 2****K—6 (§ 9, 10)**

● 1. Вычислите:

а)  $5\sqrt[3]{-8} + \sqrt[4]{16} - \sqrt{1}$ ; б)  $\sqrt[4]{81 \cdot 0,0016}$ ; в)  $\frac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{5}}$ .

● 2. Решите уравнение:

а)  $x^3 = 21$ ; б)  $y^4 = 17$ ; в)  $z^4 = -8$ .

3. Найдите значение произведения:

$$\sqrt[3]{12 - \sqrt{19}} \cdot \sqrt[3]{12 + \sqrt{19}}.$$

4. Является ли четной или нечетной функция:

а)  $f(x) = 3x^{17}$ ; б)  $f(x) = x^7 + x^4$ ?

5. Функция задана формулой  $f(x) = x^{24}$ . Сравните:

а)  $f(5,3)$  и  $f(5,9)$ ; б)  $f(-3,8)$  и  $f(-2,9)$ .

**Вариант 1****К—6А (§ 27—29)**

- 1. Найдите восемнадцатый член арифметической прогрессии, если  $a_1=7$ ,  $d=4$ .
  - 2. Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии:  $-8; -4; 0; \dots$ .
  - 3. Докажите, что последовательность, заданная формулой  $a_n=5-2n$ , является арифметической прогрессией.
  - 4. Является ли число 104 членом арифметической прогрессии, в которой  $a_1=5$  и  $a_9=29$ ?
  - 5. Найдите сумму пятидесяти первых четных натуральных чисел.
- 

**Вариант 2****К—6А (§ 27—29)**

- 1. Найдите двадцатый член арифметической прогрессии, если  $a_1=-8$ ,  $d=2$ .
- 2. Найдите сумму восемнадцати первых членов арифметической прогрессии:  $7; 11; 15; \dots$ .
- 3. Докажите, что последовательность, заданная формулой  $a_n=4-5n$ , является арифметической прогрессией.
- 4. Является ли число  $-86$  членом арифметической прогрессии, в которой  $a_1=-1$  и  $a_{10}=-46$ ?
- 5. Найдите сумму всех натуральных чисел от 2 до 92 включительно.

**Вариант 3****K—6 (§ 9, 10)**

● 1. Вычислите:

$$\text{а) } 3\sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt[8]{1}; \quad \text{б) } \sqrt[3]{125 \cdot 0,008}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt[5]{128}}{\sqrt[5]{4}}.$$

● 2. Решите уравнение:

$$\text{а) } x^3 = 11; \text{ б) } y^6 = 7; \text{ в) } z^{12} = -4.$$

3. Найдите значение выражения:

$$\sqrt[4]{11 - \sqrt{40}} \cdot \sqrt[4]{11 + \sqrt{40}}.$$

4. Является ли четной или нечетной функция:

$$\text{а) } f(x) = 3x^5; \text{ б) } f(x) = x^6 + x^3?$$

5. Функция задана формулой  $f(x) = x^{11}$ . Сравните:

$$\text{а) } f(1,7) \text{ и } f(1,9); \text{ б) } f(-6,7) \text{ и } f(-4,7).$$


---

**Вариант 4****K—6 (§ 9, 10)**

● 1. Вычислите:

$$\text{а) } 7\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{-125} + \sqrt[6]{1}; \quad \text{б) } \sqrt[3]{0,125 \cdot 27}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt[4]{80}}{\sqrt[4]{5}}.$$

● 2. Решите уравнение:

$$\text{а) } x^5 = 8; \text{ б) } y^7 = 11; \text{ в) } z^6 = -3.$$

3. Найдите значение выражения:

$$\sqrt[5]{7 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{7 + \sqrt{17}}.$$

4. Является ли четной или нечетной функция:

$$\text{а) } f(x) = 15x^6; \text{ б) } f(x) = x^4 + x^3?$$

5. Функция задана формулой  $f(x) = x^9$ . Сравните:

$$\text{а) } f(3,6) \text{ и } f(3,8); \text{ б) } f(-4,1) \text{ и } f(-3,7).$$

**Вариант 3****К—6А (§ 27—29)**

- 1. Найдите девятнадцатый член арифметической прогрессии, если  $a_1 = 30$ ,  $d = -2$ .
  - 2. Найдите сумму семнадцати первых членов арифметической прогрессии:  $-16; -10; -4; \dots$ .
  - 3. Докажите, что последовательность, заданная формулой  $a_n = 2 + 5n$ , является арифметической прогрессией.
  - 4. Является ли число  $-35$  членом арифметической прогрессии, в которой  $a_1 = 3$  и  $a_7 = -9$ ?
  - 5. Найдите сумму пятидесяти первых нечетных натуральных чисел.
- 

**Вариант 4****К—6А (§ 27—29)**

- 1. Найдите двадцать первый член арифметической прогрессии, если  $a_1 = -10$ ,  $d = -3$ .
- 2. Найдите сумму восемнадцати первых членов арифметической прогрессии:  $10; 6; 2; \dots$ .
- 3. Докажите, что последовательность, заданная формулой  $a_n = -10 + 3n$ , является арифметической прогрессией.
- 4. Является ли число  $-92$  членом арифметической прогрессии, в которой  $a_1 = -2$  и  $a_{20} = -192$ ?
- 5. Найдите сумму всех натуральных чисел от  $2$  до  $102$  включительно.

**Вариант 1****K—7 (§11)**

● 1. Вычислите:

а)  $3 \cdot 16^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $27^{-\frac{1}{3}}$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{4}}$ ; б)  $\frac{x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}}$ ; в)  $(c^{\frac{2}{3}})^3 \cdot c^{-\frac{3}{2}}$ .

● 3. Представьте выражение  $y^{\frac{5}{3}} \sqrt[3]{y}$  в виде степени с основанием  $y$ .

4. Сократите дробь:

а)  $\frac{x - 5x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - 5}$ ; б)  $\frac{a^{\frac{1}{2}} - 4}{a - 16}$ .

5. Упростите выражение:

$$\left( \frac{a}{a^{0,5}b^{0,5} + b} - \frac{b^{0,5}}{a^{0,5} + b^{0,5}} \right) \cdot \frac{3b^{1,5}}{a^{0,5} - b^{0,5}}.$$


---

**Вариант 2****K—7 (§ 11)**

● Вычислите:

а)  $5 \cdot 9^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $125^{-\frac{1}{3}}$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{6}}$ ; б)  $\frac{y^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-1}}{y^{\frac{1}{3}}}$ ; в)  $(a^{\frac{3}{4}})^4 \cdot a^{-\frac{3}{2}}$ .

● 3. Представьте выражение  $x^{\frac{7}{4}} \sqrt[4]{x}$  в виде степени с основанием  $x$ .

4. Сократите дробь:

а)  $\frac{y^{\frac{1}{2}} + 7}{y + 7y^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $\frac{b - 9}{b^{\frac{1}{2}} + 3}$ .

5. Упростите выражение:

$$\left( \frac{c^{0,5}}{c^{0,5} - d^{0,5}} - \frac{d}{c - c^{0,5}d^{0,5}} \right) \cdot \frac{5c^{1,5}}{c^{0,5} + d^{0,5}}.$$

**Вариант 1****K—7A (§ 30—32)**

- 1. Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если  $b_1 = -25$  и  $q = -\frac{1}{5}$ .
  - 2. Первый член геометрической прогрессии равен 11, а знаменатель прогрессии равен 2. Найдите сумму пяти первых членов этой прогрессии.
  - 3. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:  $15; 5; 1\frac{2}{3}; \dots$ .
  - 4. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии, если  $b_5 = 81$  и  $b_3 = 36$ .
  - 5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:  
а) 0,(31); б) 0,5(6).
- 

**Вариант 2****K—7A (§ 30—32)**

- 1. Найдите шестой член геометрической прогрессии, если  $b_1 = 4$  и  $q = \frac{1}{4}$ .
- 2. Первый член геометрической прогрессии равен 4, а знаменатель прогрессии равен 2. Найдите сумму семи первых членов этой прогрессии.
- 3. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$ .
- 4. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии, если  $b_2 = 4$  и  $b_4 = 1$ .
- 5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:  
а) 0,(13); б) 0,2(3).

● 1. Вычислите:

а)  $14 \cdot 8^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $32^{-\frac{1}{5}}$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{6}}$ ; б)  $\frac{a \cdot a^{-\frac{3}{8}}}{a^{\frac{1}{4}}}$ ; в)  $(b^{\frac{1}{8}})^8 \cdot b^{-\frac{1}{3}}$ .

● 3. Представьте выражение  $\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{-\frac{1}{6}}$  в виде степени с основанием  $a$ .

4. Сократите дробь:

а)  $\frac{a+3a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+3}$ ; б)  $\frac{x-36}{x^{\frac{1}{2}}-6}$ ;

5. Упростите выражение:

$$\left( \frac{a+b}{a^{1,5}-a^{0,5}b} - \frac{a-b}{a^{1,5}+a^{0,5}b} \right) \cdot \frac{a^2-b^2}{a^{0,5}}.$$


---

● 1. Вычислите:

а)  $0,3 \cdot 32^{\frac{1}{5}}$ ; б)  $16^{-\frac{1}{4}}$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{6}}$ ; б)  $\frac{x \cdot x^{-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}}$ ; в)  $(c^{\frac{1}{6}})^6 \cdot c^{-\frac{3}{7}}$ .

● 3. Представьте выражение  $\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{-\frac{2}{3}}$  в виде степени с основанием  $a$ .

4. Сократите дробь:

а)  $\frac{15x^{\frac{1}{2}}+x}{15+x^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $\frac{x-121}{x^{\frac{1}{2}}+11}$ .

5. Упростите выражение:

$$\left( \frac{x-y}{x^{1,5}+x^{0,5}y} - \frac{x+y}{x^{1,5}-x^{0,5}y} \right) \cdot \frac{y^2-x^2}{xy}.$$

**Вариант 3****К—7А (§ 30—32)**

● 1. Найдите восьмой член геометрической прогрессии, если  $b_1 = -18$  и  $q = \frac{1}{3}$ .

● 2. Первый член геометрической прогрессии равен 5, а знаменатель прогрессии равен 2. Найдите сумму восьми первых членов этой прогрессии.

3. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:  $-16; -8; -4; \dots$ .

4. Найдите сумму восьми первых членов геометрической прогрессии, если  $b_3 = -4$  и  $b_5 = -16$ .

5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:

а) 0,(23); б) 0,1(3).

---

**Вариант 4****К—7А (§ 30—32)**

● 1. Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если  $b_1 = -8$  и  $q = \frac{1}{2}$ .

● 2. Первый член геометрической прогрессии равен  $-1$ , а знаменатель прогрессии равен  $-2$ . Найдите сумму семи первых членов этой прогрессии.

3. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:  $9; -3; 1; \dots$ .

4. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии, если  $b_2 = 0,08$  и  $b_4 = 1,28$ .

5. Представьте в виде обыкновенной дроби бесконечную периодическую десятичную дробь:  
а) 0,(17); б) 0,3(5).

**Вариант 1****K—8 (§ 12, 13)**

● 1. Вычислите:

а)  $5 \sin 0^\circ + 3 \cos 60^\circ$ ; б)  $2 \sin \frac{\pi}{2} - 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ .

● 2. Упростите выражение:  $1 - \sin a \cos a \operatorname{tg} a$ .

● 3. Найдите  $\cos a$  и  $\operatorname{tg} a$ , если известно, что  $\sin a = \frac{5}{13}$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

4. Упростите выражение:

$$\frac{1}{\operatorname{tg} a} + \frac{\sin a}{1 + \cos a}.$$

5. Докажите тождество:

$$\frac{1}{\sin x} - \sin x = \cos x \operatorname{ctg} x.$$


---

**Вариант 2****K—8 (§ 12, 13)**

● 1. Вычислите:

а)  $\cos 180^\circ + 4 \operatorname{tg} 45^\circ$ ; б)  $3 \cos \frac{\pi}{2} - 2 \sin \frac{\pi}{6}$ .

● 2. Упростите выражение:  $1 - \operatorname{ctg} a \cos a \sin a$ .

● 3. Найдите  $\sin a$  и  $\operatorname{tg} a$ , если известно, что  $\cos a = \frac{8}{17}$  и  $\frac{3\pi}{2} < a < 2\pi$ .

4. Упростите выражение:

$$\frac{1}{\operatorname{ctg} a} + \frac{\cos a}{1 + \sin a}.$$

5. Докажите тождество:

$$\frac{1}{\cos \beta} - \cos \beta = \sin \beta \operatorname{tg} \beta.$$

**Вариант 1****К—8А (итоговая)**

● 1. Вычислите:

а)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (0,014)^0 - 4 \cdot 27^{\frac{2}{3}};$

б)  $\frac{625^{-\frac{1}{3}} \cdot 5}{25^{\frac{1}{3}}} ;$

в)  $(2 + \sqrt{3})^2 - \sqrt{48} - \sqrt[3]{125};$

г)  $\cos(-240^\circ) - \sin(-300^\circ) + \tg 225^\circ.$

● 2. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin 2a}{1 + \cos 2a};$  б)  $\frac{2}{2 - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{4}{4 - b}.$

3. Постройте график функции  $y = \frac{1}{x}$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения и при каких — отрицательные.

4. Найдите сумму пятидесяти первых четных натуральных чисел.

5. Найдите сумму одиннадцати первых членов арифметической прогрессии, если  $a_1 = -3$ ,  $a_2 = 8$ .

---

**Вариант 2****К—8А (итоговая)**

● 1. Вычислите:

а)  $(16,017)^0 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} + 5 \cdot 16^{\frac{3}{4}};$

б)  $\frac{9^{-1} \cdot 27^{\frac{2}{5}}}{3^{\frac{1}{5}}} ;$

в)  $\sqrt{72} + (3 - \sqrt{2})^2 - \sqrt[4]{81};$

г)  $\sin(-390^\circ) - \cos(-780^\circ) + \sqrt{3} \tg(-120^\circ).$

● 2. Упростите выражение:

а)  $(\sin a + \cos a)^2;$  б)  $\frac{1}{a^{\frac{1}{2}}} + \frac{2}{a-1}.$

3. Постройте график функции  $y = -\frac{1}{x}$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения и при каких — отрицательные.

4. Найдите сумму всех нечетных чисел от 1 до 100.

5. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии, если  $b_6 = 200$ ,  $q = 10$ .

**Вариант 3****K—8 (§ 12, 13)**

● 1. Вычислите:

a)  $6 \sin 30^\circ - 2 \tg 45^\circ$ ; б)  $4 \sin \pi + 2 \cos \frac{\pi}{3}$ .

● 2. Упростите выражение:  $(1 - \sin a)(1 + \sin a)$ .

● 3. Найдите  $\cos a$  и  $\tg a$ , если известно, что  $\sin a = -\frac{3}{5}$  и  $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$ .

4. Упростите выражение:

$$\frac{\sin a}{1 + \cos a} + \frac{\sin a}{1 - \cos a}.$$

5. Докажите тождество:

$$\frac{(1 + \cos a)^2 - (1 - \cos a)^2}{4 \cos a} - \sin^2 a = \ctg a \sin a \cos a.$$


---

**Вариант 4****K—8 (§ 12, 13)**

● 1. Вычислите:

a)  $3 \sin 180^\circ - 2 \cos 60^\circ$ ; б)  $6 \sin \frac{\pi}{2} - 5 \tg \frac{\pi}{4}$ .

● 2. Упростите выражение:  $(1 - \cos a)(1 + \cos a)$ .

● 3. Найдите  $\sin a$  и  $\tg a$ , если известно, что  $\cos a = -\frac{4}{5}$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

4. Упростите выражение:

$$\frac{\cos a}{1 - \sin a} - \frac{\cos a}{1 + \sin a}.$$

5. Докажите тождество:

$$\frac{(\sin a + \cos a)^2 + (\sin a - \cos a)^2}{2} - \cos^2 a = \tg a \cos a \sin a.$$

**Вариант 3****К—8А (итоговая)**

● 1. Вычислите:

а)  $5 \cdot 32^{\frac{3}{5}} + (7,028)^0 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-2};$

б)  $\frac{64^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{-2}}{4^{\frac{1}{10}}};$

в)  $\sqrt{20} + (\sqrt{5} - 1)^2 - \sqrt[3]{27};$

г)  $\sin(-225^\circ) - \sqrt{3} \cos(-390^\circ) - \operatorname{tg} 315^\circ.$

● 2. Упростите выражение:

а)  $\frac{1 - \cos 2a}{\sin 2a};$  б)  $\frac{4}{4-a} + \frac{2-a^{0,5}}{2a^{0,5}+a}.$

3. Постройте график функции  $y = \frac{2}{x}$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения и при каких — отрицательные.

4. Найдите сумму всех двузначных чисел.

5. Найдите сумму десяти первых членов арифметической прогрессии, если  $a_1 = 75$ ,  $a_2 = 60$ .

---

**Вариант 4****К—8А (итоговая)**

● 1. Вычислите:

а)  $(-5,13)^0 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} - 27^{\frac{4}{3}};$

б)  $\frac{16^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{-1}}{4^{\frac{1}{3}}};$

в)  $(2 + \sqrt{3})^2 - \sqrt[5]{32} - \sqrt{48};$

г)  $\cos(-240^\circ) - \sqrt{2} \sin(-315^\circ) - \operatorname{tg}(-405^\circ).$

● 2. Упростите выражение:

а)  $(\sin a - \cos a)^2;$  б)  $\frac{3+a^{0,5}}{a-3a^{0,5}} - \frac{6}{a-9}.$

3. Постройте график функции  $y = -\frac{2}{x}$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения и при каких — отрицательные.

4. Найдите сумму всех трехзначных чисел.

5. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии, если  $b_5 = 81$ ,  $q = 0,5$ .

● 1. Найдите значение выражения:

а)  $\sin 150^\circ$ ; б)  $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha)$ ; б)  $\sin(\alpha + \beta) - \sin \beta \cos \alpha$ ;

в)  $\cos 2\alpha + 2 \sin^2 \alpha$ .

3. Докажите тождество:

$$2 \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{2} \sin 4\alpha.$$

4. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin \alpha - \sin 3\alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha}$ ;      б)  $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin(\pi - \alpha)}$ .

---

● 1. Найдите значение выражения:

а)  $\cos 210^\circ$ ; б)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $\sin(2\pi + \alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ ; б)  $\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos \beta$ ;

в)  $\sin 2\alpha \operatorname{tg} \alpha$ .

3. Докажите тождество:

$$\frac{4 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 2 \operatorname{tg} 2\alpha.$$

4. Упростите выражение:

а)  $\frac{\cos 5\alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \sin 5\alpha}$ ;      б)  $\frac{1 + \cos 2\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$ .

**Вариант 1****К—9А (итоговая)**

- 1. Упростите выражение:

$$\left( \frac{3+a}{3-a} - \frac{12a}{9-a^2} \right) : \frac{3-a}{3}.$$

- 2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3x+2 \geq x-4, \\ 5-3x < 20. \end{cases}$$

- 3. Сократите дробь  $\frac{x-1}{3x^2-4x+1}$ .

4. Постройте график функции  $y = x^2 - 1$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения и при каких — отрицательные.

- 5. Найдите  $\sin 2a$ , если  $\cos a = 0,6$  и  $\frac{3}{2}\pi < a < 2\pi$ .

6. Латунь представляет собой сплав меди и цинка, массы которых пропорциональны соответственно числам 7 и 3. Сколько меди и сколько цинка в 500 г латуни?

7. Площадь прямоугольной спортивной площадки для игры с мячом (регби) 6175 м<sup>2</sup>. Найдите длину и ширину площадки, если длина на 30 м больше ширины.

---

**Вариант 2****К—9А (итоговая)**

- 1. Упростите выражение:

$$\left( \frac{a-1}{a+1} - \frac{a}{a-1} \right) \cdot \frac{a+1}{1-3a}.$$

- 2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3x+2 < 7x-4, \\ -\frac{x}{3} \geq -1. \end{cases}$$

- 3. Сократите дробь  $\frac{2x^2-5x+3}{x-1}$ .

4. Постройте график функции  $y = -x^2 + 1$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения и при каких — отрицательные.

- 5. Найдите  $\cos 2a$ , если  $\cos a = -0,6$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

6. Для полировки медных изделий пользуются следующим составом: 10 частей воды, 5 частей нашатырного спирта, 2 части мела (по массе). Сколько граммов каждого вещества надо взять для приготовления 680 г состава?

7. Площадь прямоугольного ледового поля для хоккея с мячом 7700 м<sup>2</sup>. Найдите длину и ширину поля, если длина на 40 м больше ширины.

● 1. Найдите значение выражения:

а)  $\operatorname{tg} 135^\circ$ ; б)  $\sin \frac{4\pi}{3}$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $\cos(\pi + a) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ ; б)  $\sin(a - \beta) + \sin \beta \cos a$ ;

в)  $2 \cos^2 a - \cos 2a$ .

3. Докажите тождество:

$$4\cos 2a \sin a \cos a = \sin 4a.$$

4. Упростите выражение:

а)  $\frac{\cos a + \cos 3a}{\sin 3a - \sin a}$ ; б)  $(1 + \cos 2a) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ .

---

● 1. Найдите значение выражения:

а)  $\operatorname{ctg} 135^\circ$ ; б)  $\cos \frac{7\pi}{6}$ .

● 2. Упростите выражение:

а)  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + \operatorname{ctg}(\pi - a)$ ; б)  $\cos(a + \beta) - \sin a \sin \beta$ ;

в)  $\frac{2 \operatorname{tg} a}{\sin 2a}$ .

3. Докажите тождество:

$$\frac{\cos^2 a - \sin^2 a}{4 \sin a \cos a} = \frac{\operatorname{ctg} 2a}{2}.$$

4. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin 2a - \sin 4a}{\cos 4a + \cos 2a}$ ; б)  $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + a\right)}{1 - \cos 2a}$ .

**Вариант 3****К—9А (итоговая)**

- 1. Упростите выражение:

$$\left( \frac{a-1}{a+1} + \frac{4a}{a^2-1} \right) \cdot \frac{1}{a+1}.$$

- 2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x+2 \leqslant 17 - 2x, \\ 9 - 5x < 24. \end{cases}$$

- 3. Сократите дробь  $\frac{4x^2+7x+3}{x+1}$ .

4. Постройте график функции  $y = x^2 - 2$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения и при каких — отрицательные.

- 5. Найдите  $\sin 2a$ , если  $\sin a = 0,8$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

6. Сплав железа с углеродом — сталь. Массы железа и углерода в сплаве пропорциональны числам 49 и 1. Сколько железа и сколько углерода в 1 т стали?

7. Площадь прямоугольной ледовой площадки для хоккея с шайбой  $1830 \text{ м}^2$ . Найдите длину и ширину площадки, если ширина на 31 м меньше длины.

**Вариант 4****К—9А (итоговая)**

- 1. Упростите выражение:

$$\left( \frac{a}{5+a} + \frac{5+a}{5-a} \right) : \frac{3a+5}{a+5}.$$

- 2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2x+9 \geqslant 6x-5, \\ -\frac{x}{2} < -1. \end{cases}$$

- 3. Сократите дробь  $\frac{x-1,5}{2x^2-5x+3}$ .

4. Постройте график функции  $y = -x^2 + 4$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения и при каких — отрицательные.

- 5. Найдите  $\cos 2a$ , если  $\sin a = -0,8$  и  $\pi < a < \frac{3}{2}\pi$ .

6. Для получения крахмала берут рис и ячмень: 4 части ячменя и 1 часть риса (по массе). Сколько килограммов риса и сколько килограммов ячменя надо взять, чтобы получить 45 кг крахмала?

7. Площадь футбольного поля  $6400 \text{ м}^2$ . Найдите длину и ширину поля, если длина на 36 м больше ширины.

**Вариант 1****К—10 (итоговая)**

- 1. Упростите выражение:

$$\left( \frac{a+2}{a-2} - \frac{a}{a+2} \right) \cdot \frac{a-2}{3a+2}.$$

- 2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x-y=6, \\ xy=16. \end{cases}$$

- 3. Решите неравенство  $5x - 1,5(2x+3) < 4x + 1,5$ .

- 4. Представьте выражение  $a^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{a^5}$  в виде степени с основанием  $a$ .

5. Постройте график функции  $y = x^2 - 4$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения.

- 6. Найдите  $\sin 2a$ , если известно, что  $\sin a = 0,8$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

7. Бригада должна была изготовить 40 деталей к определенному сроку. Изготавливая в час на 8 деталей больше запланированного, бригада уже за 2 ч до срока перевыполнила план на 8 деталей. Сколько деталей в час должна была изготавливать бригада по плану?

---

**Вариант 2****К—10 (итоговая)**

- 1. Упростите выражение:

$$\left( \frac{x+3}{x-3} - \frac{x}{x+3} \right) : \frac{x+1}{x+3}.$$

- 2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x-y=2, \\ xy=15. \end{cases}$$

- 3. Решите неравенство  $2x - 4,5 > 6x - 0,5(4x - 3)$ .

- 4. Представьте выражение  $y^{\frac{1}{5}} \sqrt[10]{y^3}$  в виде степени с основанием  $y$ .

5. Постройте график функции  $y = -x^2 + 1$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает отрицательные значения.

- 6. Найдите значение  $\sin 2a$ , если известно, что  $\cos a = -\frac{5}{13}$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

7. Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми 45 км, выехал велосипедист. Через 30 мин вслед за ним выехал второй велосипедист, который прибыл в пункт  $B$  на 15 мин раньше первого. Какова скорость первого велосипедиста, если она на 3 км/ч меньше скорости второго?



**Вариант 3****К—10 (итоговая)**

- 1. Упростите выражение:

$$\left( \frac{m+5}{m-5} - \frac{m}{m+5} \right) \frac{m+5}{3m+5}.$$

- 2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y = 11, \\ xy = 14. \end{cases}$$

- 3. Решите неравенство  $5x - 3(x - 1,5) < 4x + 1,5$ .

- 4. Представьте выражение  $a^{\frac{5}{6}} \sqrt[3]{a}$  в виде степени с основанием  $a$ .

5. Постройте график функции  $y = x^2 - 2x$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает отрицательные значения.

6. Найдите  $\sin 2a$ , если известно, что  $\sin a = -0,6$  и  $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$ .

7. Бригада рабочих должна изготовить 210 деталей за определенный срок. Изготавливая в день на 10 деталей больше, чем предполагалось по плану, она за 1 день до окончания срока не только выполнила план, но и сделала 30 деталей сверх плана. Сколько деталей в день должна была сделать бригада по плану?

---

**Вариант 4****К—10 (итоговая)**

- 1. Упростите выражение:

$$\left( \frac{y+1}{y-1} - \frac{y}{y+1} \right) : \frac{3y+1}{y^2+y}.$$

- 2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ x - y^2 = 3. \end{cases}$$

- 3. Решите неравенство  $x - 2,5(2x - 1) > x - 1,5$ .

- 4. Представьте выражение  $y^{\frac{3}{4}} \sqrt[8]{y^3}$  в виде степени с основанием  $y$ .

5. Постройте график функции  $y = x^2 + 2x$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения.

6. Найдите значение  $\sin 2a$ , если известно, что  $\cos a = -\frac{8}{17}$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ .

7. Расстояние от пункта  $A$  до пункта  $B$  автобус должен был проехать со скоростью 60 км/ч. Однако на середине пути он задержался на 30 мин и, чтобы прибыть в пункт  $B$  без опоздания, увеличил скорость на 15 км/ч. Каково расстояние между пунктами  $A$  и  $B$ ?



# ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМАМ

(к учебнику под редакцией С. А. Теляковского)

## КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

1. Что называется функцией? Найдите  $f(0)$ ;  $f(5)$ ;  $f(-1,5)$  для функции, заданной формулой:

а)  $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ ; б)  $f(x) = 2x^2 + x - 3$ .

2. Что называется областью определения функции? областью значений функции? Что называется графиком функции? Постройте график функции и укажите область определения и область значений этой функции:

а)  $y = 5x - 4$ ; б)  $y = 3,5x$ ; в)  $y = \frac{6}{x}$ ; г)  $y = \frac{-8}{x}$ .

3. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а)  $y = 1,7x - 0,03$ ; в)  $y = \frac{4}{12+x^2}$ ; д)  $y = \sqrt{3x-7}$ ;

б)  $y = \frac{1,6+x}{0,8-2x}$ ; г)  $y = \frac{|x|}{4}$ ; е)  $y = \sqrt{x^2 - 4}$ .

4. Какие функции называются возрастающими в промежутке? убывающими в промежутке? Постройте график функции и укажите промежутки возрастания и промежутки убывания функции:

а)  $y = |x|$ ; б)  $y = x^2$ ; в)  $y = \frac{12}{x}$ ; г)  $y = \frac{-4}{x}$ .

5. Какие из данных линейных функций являются возрастающими; убывающими:

$y = 1,6 - x$ ;  $y = -4,2x + 8,1$ ;  $y = x - 4,3$ ;  $y = 6$ ;  $y = 5,2 - x$ ;  $y = -3$ ?

6. Сформулируйте теорему о разложении на множители квадратного трехчлена. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а)  $4x^2 + 11x - 3$ ; б)  $-2x^2 - 9x + 18$ ; в)  $5x^2 - 30x + 45$ .

7. Сократите дробь:

а)  $\frac{2x^2 + 13x - 24}{4x^2 - 9}$ ; б)  $\frac{5x^2 + 34x - 7}{25x^2 - 10x + 1}$ .

8. Дайте определение квадратичной функции. Как называется график квадратичной функции?

9. Постройте график функции:

а)  $y = 0,5x^2$ ; б)  $y = -0,4x^2$ .

Сформулируйте свойства функции  $y = ax^2$  при  $a > 0$ ; при  $a < 0$ .

10. Изобразите схематически график функции и укажите, в каких координатных четвертях он расположен:

а)  $y = 6x^2 + 4$ ; б)  $y = -4x^2 - 5$ ; в)  $y = (x - 8)^2$ ;  
г)  $y = -(x + 4)^2$ ; д)  $y = (x - 5)^2 + 6$ ; е)  $y = -(x - 1)^2 - 4$ .

11. Постройте график функции:

а)  $y = x^2 - 9$ ; б)  $y = -2x^2 + 8$ ; в)  $y = x^2 - 4x + 4$ ;  
г)  $y = x^2 + 3x - 4$ ; д)  $y = 2x^2 - 8x - 10$ ; е)  $y = x^2 + 4x + 7$ .

12. Решите неравенство:

- а)  $x^2 - 16 > 0$ ; б)  $-x^2 - 12 < 0$ ; в)  $x^2 > 3x$ ; г)  $x^2 < 25$ ;  
д)  $x^2 - 22x + 121 > 0$ ; е)  $x^2 - 12x + 36 < 0$ ; ж)  $2x^2 - 14x + 12 > 0$ .

13. Найдите область определения функции:

а)  $y = \sqrt{6x - 30x^2}$ ; б)  $y = \frac{1}{\sqrt{36 - x^2}}$ ; в)  $y = \frac{x}{\sqrt{2x^2 - 13x - 24}}$ .

14. Решите неравенство, используя метод интервалов:

- а)  $(x+6)(x-11) > 0$ ; б)  $(x-0,1)(x+0,8) < 0$ ;  
в)  $(x+4)(x+2)(x-10) < 0$ ; г)  $x(x+2)(x+1)(x-1) > 0$ .

15. При каких значениях  $x$ :

- а) произведение  $(x+7)(x-8)$  положительно;  
б) произведение  $(x-4)(5x-12)$  отрицательно;  
в) дробь  $\frac{x-2}{3x+6}$  положительна; г) дробь  $\frac{2x-8}{x+11}$  отрицательна?

## УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

1. Какое уравнение называется целым? Приведите пример целого уравнения?

2. Что называется степенью целого уравнения с одной переменной? Определите степень уравнения:

$$(x^2 - 8)(3x^3 - 4x) = 3x^5.$$

3. Решите уравнение:

- а)  $(2x+4)(3x-1)-(6x-12)(x+3)=100$ ;  
б)  $\frac{3x(x+1)}{4} - \frac{(x+1)(x-2)}{8} = 8\frac{1}{2}$ .

4. Как зависит число корней квадратного уравнения от его дискриминанта? Определите, при каких значениях  $k$ :

- а) уравнение  $3x^2 + kx + 12 = 0$  имеет два корня;  
б) уравнение  $3x^2 + 6x + k = 0$  имеет один корень;  
в) уравнение  $15x^2 + kx + 60 = 0$  не имеет корней.

5. Решите уравнение, используя разложение на множители:

- а)  $0,28x^4 - 0,07x^2 = 0$ ; б)  $3x^3 + 8x^2 - 15x - 40 = 0$ .

6. Решите уравнение, используя метод введения новой переменной:

- а)  $(x^2 + 2x)^2 - 10(x^2 + 2x) + 21 = 0$ ;  
б)  $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 4) = 50$ .

7. Какое уравнение называется биквадратным? Сколько корней может иметь биквадратное уравнение?

Решите уравнение:

- а)  $x^4 - 11x^2 - 80 = 0$ ; б)  $9x^4 + 17x^2 - 2 = 0$ ;  
в)  $12x^4 + 19x^2 + 5 = 0$ ; г)  $(2x^2 - 1)(2x^2 + 1) - 12(x^2 + 7) = 131$ .

8. Решите графически уравнение  $x^3 + x - 4 = 0$ . С помощью вычислений уточните до 0,01 найденное значение корня.

9. Что называется решением системы уравнений с двумя переменными? Является ли пара чисел  $x = -5$ ,  $y = 4$  решением системы уравнений:

а)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9, \\ x^2 + 3y = 37; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} x^2 + 3xy = 5, \\ xy = -20? \end{cases}$

10. Решите графически систему уравнений:

а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ xy = 4; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} y = 2 - x^2, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$

11. Изобразив схематически графики уравнений, выясните, имеет ли решение система уравнений:

а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x - y = 10; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} y = 5x^2, \\ xy = 8; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} (x - 2)^2 + y^2 = 25, \\ y = 2x - 1. \end{cases}$

12. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} 2x - y = 13, \\ x^2 - y^2 = 23; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} x + 3y = 5, \\ x^2 - xy + y^2 = 73; \end{cases}$   
 в)  $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 23, \\ 2x^2 + y^2 = 41; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} 2x + y = 7, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}. \end{cases}$

13. Решите задачу. Прямоугольный участок земли площадью  $4800 \text{ м}^2$  обнесен изгородью, длина которой равна  $280 \text{ м}$ . Найдите длину и ширину участка.

## АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ

1. Выпишите шесть первых членов последовательности:

а) натуральных чисел, кратных 6, взятых в порядке возрастания;

б) квадратов натуральных чисел, взятых в порядке возрастания.

2. Найдите первые пять членов последовательности  $(a_n)$ , заданной формулой  $n$ -го члена:

а)  $a_n = n^2 - 1$ ; б)  $a_n = \frac{n}{n+2}$ ; в)  $a_n = 0,5 \cdot 2^n$ .

3. Найдите первые пять членов последовательности  $(a_n)$ , заданной рекуррентным способом:

а)  $a_1 = 20$ ;  $a_{n+1} = \frac{a_n}{2}$ ; б)  $a_1 = -3$ ;  $a_{n+1} = (-1)^n a_n$ .

4. Дайте определение арифметической прогрессии. Выпишите пять первых членов арифметической прогрессии, первый член которой равен 37, а разность прогрессии равна 4.

5. Запишите формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии. В арифметической прогрессии  $(a_n)$  найдите:

а)  $a_{11}$ , если  $a_1 = -3$  и  $d = 11$ ; б)  $a_{31}$ , если  $a_1 = 0,8$  и  $d = -0,2$ .

6. Является ли членом арифметической прогрессии 12; 7; ... число — 58? число — 76? При положительном ответе укажите номер члена.

7. Докажите, что последовательность  $(a_n)$ , заданная формулой  $a_n = kn + b$ , — арифметическая прогрессия. Является ли арифметической прогрессией последовательность, заданная формулой:  
а)  $a_n = 3n - 1$ ; б)  $a_n = -n + 16$ ; в)  $a_n = 0,4n$ ; г)  $a_n = 14n^2$ ;  
д)  $a_n = \frac{n}{4}$ ?

8. Запишите формулу суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии. Найдите сумму шести первых членов арифметической прогрессии: 1,5; 4,5; 7,5; ... .

9. Вычислите сумму десяти первых членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , в которой:

а)  $a_1 = -8$  и  $d = 5$ ; б)  $a_1 = 0,4$  и  $d = -0,2$ .

10. Найдите сумму всех натуральных чисел от 50 до 70 включительно.

11. Дайте определение геометрической прогрессии. Выпишите пять первых членов арифметической прогрессии, в которой первый член равен 72, а знаменатель прогрессии равен 0,5.

12. Запишите формулу  $n$ -го члена геометрической прогрессии. В геометрической прогрессии  $(b_n)$  найдите:

а)  $b_5$ , если  $b_1 = 2$  и  $q = -1$ ;

б)  $b_6$ , если  $b_1 = 8$  и  $q = \frac{1}{2}$ ;

в)  $b_7$ , если  $b_1 = 2$ ,  $q = \sqrt{2}$ .

13. Запишите формулу суммы  $n$  первых членов геометрической прогрессии. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии: 12; —6; 3; ... .

14. Найдите сумму шести первых членов последовательности  $(b_n)$ , в которой:

а)  $b_1 = 12$  и  $q = -2$ ; б)  $b_1 = 3$  и  $q = \sqrt{3}$ .

15. Запишите формулу суммы бесконечной геометрической прогрессии  $(b_n)$  со знаменателем  $q$ , где  $|q| < 1$ . Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии, в которой  $b_1 = 6$  и  $q = -0,1$ .

16. Проверьте, что знаменатель  $q$  геометрической прогрессии удовлетворяет условию  $|q| < 1$ , и найдите сумму этой прогрессии:

а) 12; —4; 1; ...; б) 2;  $\sqrt{2}$ ; 1; ... .

17. Представьте в виде обыкновенной дроби число:

а) 0,(5); б) 0,(26); в) 0,3(2).

## СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

1. Дайте определение четной функции; нечетной функции. Приведите примеры.

2. Является ли четной или нечетной функция, заданная формулой:

- а)  $y = 15x^2$ ; б)  $y = -46x^3$ ; в)  $y = |x|$ ; г)  $y = 2x|x|$ ; д)  $y = x^4 + x^2 + 1$ ; е)  $y = x^3 + x - 2$ ; ж)  $y = (x - 8)^2$ ; з)  $y = \frac{10}{x}$ ; и)  $y = \frac{4}{x^2}$ ; к)  $y = \frac{13}{x+2}$ ?

3. Какую функцию называют степенной функцией с натуральным показателем? Приведите примеры.

4. Сформулируйте свойства степенной функции с четным показателем  $n$ . Покажите схематически, как выглядит график этой функции.

5. Функция задана формулой  $f(x) = x^{12}$ :

- а) сравните с нулем  $f(-4)$ ;  $f(0)$ ;  $f(4)$ ;  
б) сравните  $f(5,6)$  и  $f(7,6)$ ;  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$  и  $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ .

6. Сформулируйте свойства степенной функции с нечетным показателем  $n$ . Покажите схематически, как выглядит график этой функции при  $n > 1$ .

7. Функция задана формулой  $f(x) = x^{13}$ :

- а) сравните с нулем  $f(-2,5)$ ;  $f(0)$ ;  $f(1,5)$ ;  
б) сравните  $f(1,4)$  и  $f(1,6)$ ;  $f(-3)$  и  $f(-5)$ .

8. Дайте определение арифметического корня  $n$ -й степени из числа  $a$ . Является ли:

а) число  $\frac{1}{3}$  арифметическим корнем четвертой степени из числа  $\frac{1}{81}$ ;

б) число  $-\frac{1}{5}$  арифметическим корнем третьей степени из числа  $-\frac{1}{125}$ ?

9. Найдите значение выражения:

- а)  $\sqrt[3]{216}$ ; б)  $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$ ; в)  $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$ ; г)  $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$ ; д)  $-0,5\sqrt[4]{81}$ ;  
е)  $0,1\sqrt[6]{64} + 0,2\sqrt[3]{-27}$ .

10. Решите уравнение:

- а)  $x^3 = 8$ ; б)  $x^3 + 27 = 0$ ; в)  $x^6 = 5$ ; г)  $x^8 = -9$ ; д)  $81x^4 - 1 = 0$ ;  
е)  $16x^4 + 4 = 0$ ; ж)  $\frac{1}{16}x^5 + 2 = 0$ .

11. Сформулируйте свойство корня  $n$ -й степени из произведения и докажите его. Вычислите:

а)  $\sqrt[4]{0,0016 \cdot 81}$ ; б)  $\sqrt[5]{2^4 \cdot 3^2} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 3^3}$ .

12. Сформулируйте свойство корня  $n$ -й степени из дроби и докажите его. Вычислите:

а)  $\sqrt[6]{\frac{2^{12}}{3^6}}$ ; б)  $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}$ .

13. Приведите выражение к виду  $a \sqrt[n]{b}$ :

а)  $\frac{15}{\sqrt[3]{3}}$ ; б)  $\frac{6}{\sqrt[3]{25}}$ ; в)  $\frac{8}{\sqrt[4]{4}}$ .

14. Упростите выражение:

а)  $\sqrt[3]{\sqrt{27}}$ ; б)  $\sqrt[5]{\sqrt{32}}$ ; в)  $\sqrt[3]{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{2-\sqrt{3}}$ .

15. Дайте определение степени с дробным показателем. Вычислите: а)  $100^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $81^{-\frac{1}{4}}$ ; в)  $(3\frac{3}{8})^{\frac{1}{3}}$ .

16. Сформулируйте свойства степеней с рациональными показателями. Представьте в виде степени с рациональным показателем:

а)  $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}}$ ; б)  $a^{\frac{4}{5}} : a^{0,1}$ ; в)  $(a^{0,2})^{\frac{5}{6}}$ .

17. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{0,5}}{a^{\frac{1}{6}}}$ ; б)  $\frac{a^{0,3} \sqrt[5]{a^2}}{a^{-1,3}}$ .

18. Вычислите:

а)  $\frac{27^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{4^2}}{\sqrt{3} \cdot 2^{\frac{1}{3}}}$ ; б)  $\frac{\sqrt[3]{16} \cdot 25^{\frac{1}{5}}}{2^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{-0,6}}$ .

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

1. Что называется синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом угла? Найдите значение выражения:

а)  $2 \sin 30^\circ - \cos 60^\circ + 3 \operatorname{tg} 45^\circ$ ; б)  $4 \operatorname{ctg} 45^\circ - \sin 60^\circ + \cos 30^\circ$ .

2. Каковы знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса в каждой из координатных четвертей? Сравните с нулем значение выражения:

а)  $\sin 143^\circ$ ; б)  $\cos 108^\circ$ ; в)  $\operatorname{tg} 61^\circ$ ; г)  $\operatorname{ctg} 280^\circ$ ; д)  $\sin 125^\circ \cos 200^\circ$ ; е)  $\operatorname{tg} 160^\circ \operatorname{ctg} 200^\circ$ .

3. Выразите  $\sin 763^\circ$  через синус угла, заключенного в промежутке от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Сформулируйте свойство синуса, которое при этом использовалось. Обладают ли аналогичными свойствами косинус, тангенс, котангенс?

4. Является ли четной или нечетной функция:  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ? Вычислите:

а)  $\sin(-30^\circ)$ ; б)  $\operatorname{tg}(-45^\circ)$ ; в)  $\cos(-60^\circ)$ ; г)  $\operatorname{ctg}(-30^\circ)$ .

5. Какой угол называется углом в 1 рад? Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна:

а) 2,5; б)  $\frac{\pi}{4}$ ; в)  $-\frac{\pi}{2}$ ; г)  $10\pi$ .

Найдите радианную меру угла, равного:

а)  $120^\circ$ ; б)  $270^\circ$ ; в)  $-180^\circ$ ; г)  $-150^\circ$ .

6. Найдите значение выражения:

а)  $3 \sin \pi - \cos \frac{3\pi}{2} - 3 \tg \frac{\pi}{4}$ ;

б)  $2 \sin \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos(-\pi) + \tg 2\pi + \tg \left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

7. Запишите основные тригонометрические тождества. Упростите выражение:

а)  $1 - \sin a \cos a \tg a$ ; б)  $2 - \cos^2 a - \sin^2 a$ ; в)  $\frac{\tg a \ctg a - \cos^2 a}{\sin^2 a - \tg a \ctg a}$ .

8. Известно, что  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ . Найдите:

а)  $\cos a$  и  $\tg a$ , если  $\sin a = 0,6$ ;

б)  $\sin a$  и  $\tg a$ , если  $\cos a = -\frac{15}{17}$ ;

в)  $\sin a$  и  $\cos a$ , если  $\tg a = -\sqrt{3}$ .

9. Пользуясь формулами приведения, замените данные выражения тригонометрическими функциями угла  $a$ :

а)  $\sin(180^\circ + a)$ ; б)  $\cos(270^\circ - a)$ ; в)  $\tg(90^\circ + a)$ ;

г)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right)$ ; д)  $\cos(\pi - a)$ ; е)  $\tg\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ .

10. Запишите формулы сложения для синуса и косинуса суммы (разности) двух углов и сформулируйте соответствующее правило. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin(a - \beta) + \cos a \sin \beta}{\sin(a + \beta) - \cos a \sin \beta}$ ; б)  $\frac{\sin(a + \beta) + \sin(a - \beta)}{\cos(a + \beta) - \cos(a - \beta)}$ .

11. Используя формулы сложения, вычислите:

а)  $\sin 75^\circ$ ; б)  $\cos 15^\circ$ ; в)  $\sin 105^\circ$ ; г)  $\cos 105^\circ$ .

12. Запишите формулы двойного угла для синуса, косинуса и тангенса. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin 2a}{2 \cos a}$ ; б)  $\cos^4 a - \sin^4 a$ ;

в)  $\sin 2a - (\sin a + \cos a)^2$ ; г)  $\frac{2\sqrt{3} \tg 15^\circ}{1 - \tg^2 15^\circ}$ .

13. Вычислите:

а)  $2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ$ ; б)  $\cos^2 165^\circ - \sin^2 165^\circ$ ; в)  $\frac{2 \tg 105^\circ}{1 - \tg^2 105^\circ}$ .

14. Запишите формулы суммы (разности) синусов двух углов и суммы (разности) косинусов двух углов. Сформулируйте соответствующее правило. Представьте в виде произведения выражение:

а)  $\sin 3a + \sin 5a$ ; б)  $\sin 3\beta - \sin \beta$ ;

в)  $\cos 4a + \cos 2a$ ; г)  $\cos a - \cos 5a$ .

15. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin 5a + \sin a}{\cos 5a + \cos a}$ ; б)  $\frac{\cos 4a - \cos 6a}{\cos 4a + \cos 6a}$ .

16. Найдите значение выражения:

а)  $\frac{\cos 58^\circ - \cos 32^\circ}{\sin 58^\circ - \sin 32^\circ}$ ; б)  $\frac{\sin 130^\circ + \sin 50^\circ}{\cos 130^\circ + \cos 50^\circ}$ .

# ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМАМ

(к учебнику под научным руководством А. Н. Тихонова)

## СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

1. Сформулируйте определения степени с отрицательным и с нулевым показателями.

1) Вычислите:

а)  $2^{-4}$ ; б)  $(-3)^{-2}$ ; в)  $1^{-10}$ ; г)  $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}$ ;

д)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ ; е)  $(-2)^0$ ; ж)  $1,075^0$ ; з)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - 2^{-2}$ .

2) Запишите в виде степени с отрицательным показателем:

а)  $\frac{1}{2^3}$ ; б)  $\frac{1}{3^2}$ ; в)  $\frac{1}{a^6}$ ; г)  $\frac{1}{16}$ .

2. Сформулируйте свойства степени с целым показателем.

1) Выполните действия:

а)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$ ; б)  $\left(-\frac{1}{7}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)^{-3}$ ; в)  $2^3 : 2^5$ ;

г)  $(0,1)^2 : (0,1)^{-2}$ ; д)  $(a^2)^{-3}$ ; е)  $(b^{-3})^2$ ;

ж)  $(ab)^{-2}$ ; з)  $(a^2b)^{-1}$ ; и)  $(2a^2)^{-2}$ ;

к)  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3}$ ; л)  $\left(\frac{-2xy^{-2}}{z^{-3}}\right)^2$ .

2) Запишите в стандартном виде:

а)  $300000^2$ ; б)  $0,001^3$ ; в)  $\frac{1}{625}$ .

3. Сформулируйте определение арифметического корня натуральной степени  $n \geq 2$  из неотрицательного числа  $a$ . Докажите, что  $\sqrt[3]{27} = 3$ .

4. Как называется действие, посредством которого отыскивается корень  $n$ -й степени? Обратным к какому действию оно является?

5. Вычислите:

а)  $\sqrt{25}$ ; б)  $\sqrt[3]{27}$ ; в)  $\sqrt{\frac{1}{625}}$ ; г)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^8}$ ; д)  $\sqrt[3]{10^{12}}$ .

6. Сколько действительных корней имеет уравнение  $x^{2k+1} = a$  для любого нечетного натурального числа  $2k+1$  при  $a < 0$ ?

1) Вычислите:

а)  $\sqrt[3]{-8}$ ; б)  $\sqrt[7]{-1}$ ; в)  $\sqrt[3]{-\frac{1}{81}}$ ; г)  $\sqrt[5]{-3^5}$ .

2) Решите уравнение:

а)  $x^3 = -27$ ; б)  $x^4 = 625$ .

7. Вычислите:

а)  $\sqrt[3]{-64} - \frac{1}{2} \sqrt[6]{64}$ ; б)  $\sqrt[4]{10000} - 2 \sqrt[3]{-0,001}$ ;

в)  $\sqrt{3-\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{2}}$ .

8. Какими свойствами обладает корень  $n$ -й степени? Запишите соответствующие равенства.

9. Докажите, что  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ .

10. Вычислите:

а)  $\sqrt[3]{216 \cdot 0,027}$ ; б)  $\sqrt[3]{108} \cdot \sqrt[3]{2}$ ; в)  $\sqrt{\frac{16}{81}}$ ; г)  $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$ ;

д)  $(\sqrt{200} - \sqrt{32}) : \sqrt{2}$ ; е)  $(\sqrt[5]{2})^5$ ; ж)  $\sqrt[3]{\sqrt[3]{64}}$ .

11. Упростите выражение:

а)  $\sqrt[3]{3a^2b^3} \cdot \sqrt[3]{9a}$ ; б)  $\sqrt[4]{\frac{a^2b}{c}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^2b^3}{c^3}}$ .

12. Запишите формулы, пользуясь которыми степень с рациональным показателем можно представить в виде корня и наоборот.

1) Представьте в виде корня:

а)  $15^{\frac{3}{4}}$ ; б)  $27^{-\frac{2}{3}}$ .

2) Представьте в виде степени с рациональным показателем:

а)  $\sqrt[3]{3^2}$ ; б)  $\sqrt{2^5}$ ; в)  $\sqrt[5]{5^{-3}}$ .

13. Сформулируйте свойства степени с рациональным показателем и положительным основанием. Запишите соответствующие равенства.

14. Докажите свойство  $a^p a^q = a^{p+q}$ .

15. Вычислите:

а)  $9^{\frac{1}{5}} \cdot 27^{\frac{1}{5}}$ ; б)  $\left(\frac{25}{64}\right)^{\frac{1}{2}}$ .

16. Упростите выражение  $a^{\frac{1}{4}} \sqrt[a]{a \sqrt[a]{a}}$ .

17. Сократите дробь:

а)  $\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $\frac{\frac{1}{4}a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ .

18. 1) Поставьте знак « $>$ » или « $<$ » вместо звездочки так, чтобы получилось верное неравенство:

а) если  $a > b > 0$ ,  $r > 0$ , то  $a^r * b^r$ ;

б) если  $a > b > 0$ ,  $r < 0$ , то  $a^r * b^r$ ;

2) Проиллюстрируйте эти свойства неравенств на примерах.

19. Сравните числа:

а)  $\left(\frac{13}{14}\right)^{-\frac{1}{2}}$  и  $\left(\frac{14}{13}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ; б)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{\sqrt{3}}$  и  $(0,755)^{\sqrt{3}}$ .

## СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ

1. Что называется областью определения функции?
2. Что значит найти область определения функции, заданной формулой?
3. Какова область определения функции:
  - а)  $y = 2x + 4$ ;
  - б)  $y = 4x^2 + 3x + 5$ ;
  - в)  $y = \frac{1}{x}$ ;
  - г)  $y = \sqrt{x}$ ;
- д)  $y = \sqrt{x+1}$ ;
- е)  $y = \sqrt{\frac{1}{x-2}}$ ?
4. Что называется графиком функции?
5. Постройте график функции:
  - а)  $y = |x|$ ;
  - б)  $y = |x+1| - 2$ .
6. Какая функция называется возрастающей (убывающей) на некотором промежутке?
  - а) Приведите пример функции, возрастающей на некотором промежутке.
  - б) Приведите пример функции, убывающей на некотором промежутке.
7. От чего зависит поведение степенной функции  $y = x^r$ ?
8. 1) Поставьте знак « $>$ » или « $<$ » вместо звездочки:
  - а) степенная функция  $y = x^r$  возрастает на промежутке  $x \geq 0$ , если  $r * 0$ ;
  - б) степенная функция  $y = x^r$  убывает на промежутке  $x > 0$ , если  $r * 0$ .
- 2) Приведите пример степенной функции, возрастающей (убывающей) на некотором промежутке.
9. Решите уравнение  $x^{\frac{1}{2}} = 4$ .
10. Возрастает или убывает на промежутке  $x > 0$  функция:
  - а)  $y = x^{-\frac{2}{3}}$ ;
  - б)  $y = x^{\frac{2}{3}}$ ;
  - в)  $y = x^{\frac{3}{2}}$ ;
  - г)  $y = x^{-\frac{3}{2}}$ ?
11. Какая функция называется четной? Докажите, что функция  $y = \frac{1}{x^2}$  четная.
12. Постройте график функции  $y = x^3$  и опишите ее свойства.
13. Какая функция называется нечетной? Докажите, что функция  $y = x^3$  нечетная.
14. Какова особенность области определения четной или нечетной функции?
15. Как расположен в координатной плоскости график:
  - а) четной функции;
  - б) нечетной функции?
16. Постройте эскиз графика функции:
  - а)  $y = x^6$ ;
  - б)  $y = x^5$ .
17. Постройте график функции  $y = \sqrt[3]{x}$  и опишите ее свойства.
18. Постройте график функции  $y = \frac{1}{x}$  и опишите ее свойства.

19. Как называется график функции  $y = \frac{k}{x}$ ?
20. а) Каким преобразованием графика функции  $y = \frac{1}{x}$  получается график функции  $y = \frac{2}{x}$ ?  
б) Как расположены в системе координат графики функций  $y = \frac{2}{x}$  и  $y = -\frac{2}{x}$ ?
21. Какую зависимость между  $x$  и  $y$  выражает функция  $y = \frac{k}{x}$  при  $k > 0$ ?
22. Решите неравенство:  
а)  $x^3 > 27$ ; б)  $x^4 \leqslant 625$ .
23. С помощью графиков решите уравнение:
- $$\frac{2}{x} = x^2 + 1.$$
24. Решите иррациональное уравнение:  
а)  $\sqrt{2+x} = 3$ ; б)  $\sqrt{2x^2 - 3x + 2} = 4 - x$ .

### ЭЛЕМЕНТЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

1. Что называется углом в 1 рад?
2. Какова градусная мера угла в 1 рад? Найдите градусную меру угла, равного:  
а)  $\pi$  рад; б)  $\frac{\pi}{4}$  рад; в)  $\frac{2}{3}\pi$  рад; г)  $\frac{3}{4}\pi$  рад.
3. Чему равна радианная мера угла в  $1^\circ$ ? Найдите радианную меру угла, равного:  
а)  $180^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $20^\circ$ ; г)  $150^\circ$ .
4. Запишите с точностью до 0,01 число:  
а)  $\pi$ ; б)  $\frac{2}{3}\pi$ ; в)  $\frac{\pi}{2}$ ; г)  $2\pi$ .
5. Сравните числа:  
а)  $-\frac{\pi}{2}$  и  $-2$ ; б)  $\pi$  и  $3,2$ ; в)  $2\pi$  и  $6,72$ .
6. Какую окружность называют единичной?
7. В каком направлении (по часовой стрелке или против часовой стрелки) поворачивается точка единичной окружности вокруг начала координат на угол  $a$  радиан, где  $a$  — любое действительное число, если:  
а)  $a > 0$ ; б)  $a < 0$ ?
8. Каковы координаты точки  $M$ , полученной при повороте точки  $P(1; 0)$  на угол:  
а)  $\frac{\pi}{2}$  рад; б)  $-\frac{3\pi}{2}$  рад; в)  $\pi$  рад;  
г)  $2\pi$  рад; д)  $-2\pi$  рад; е)  $3\pi$  рад?

9. Какое существует соответствие между действительными числами и точками единичной окружности?

10. Запишите все углы, на которые нужно повернуть точку  $P(1; 0)$ , чтобы получить точку:

а)  $A(-1; 0)$ ; б)  $B(0; 1)$ ; в)  $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .

11. Найдите координаты точки, полученной поворотом точки  $P(1; 0)$  на угол ( $k$  — целое число):

а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ; б)  $\frac{9\pi}{2} + 2\pi k$ ; в)  $-\frac{5\pi}{2} + 2\pi k$ .

12. Что называется синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом угла  $a$ ?

13. Решите уравнение:

а)  $\sin x = 0$ ; б)  $\cos x = 0$ ;  
в)  $\sin x = 1$ ; г)  $\cos x = 1$ .

14. Воспроизведите таблицу значений синуса, косинуса, тангенса, котангенса наиболее часто встречающихся углов (в градусной и в радианной мере).

15. Вычислите:

а)  $4 \cos \frac{\pi}{3} + \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$ ;  
б)  $2 \sin \frac{\pi}{4} + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}$ .

16. Каковы знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса в каждой из координатных четвертей? Сравните с нулем выражение:

а)  $\sin 275^\circ$ ; б)  $\cos 130^\circ$ ; в)  $\operatorname{tg} 50^\circ$ ; г)  $\operatorname{ctg} 105^\circ$ ;  
д)  $\sin \frac{2\pi}{3}$ ; е)  $\cos \frac{\pi}{4}$ ; ж)  $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$ ; з)  $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}$ .

17. Определите знак числа:

а)  $\sin 1$ ; б)  $\cos 3$ ; в)  $\operatorname{tg}(-3,4)$ ; г)  $\operatorname{ctg} 2$ ; д)  $\sin \frac{2\pi}{3} \cos \frac{3\pi}{4}$ ;  
е)  $\cos \frac{2\pi}{3} \sin \frac{3\pi}{4}$ ; ж)  $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} \sin \frac{5\pi}{4}$ .

18. Запишите основное тригонометрическое тождество. Выразите из него  $\sin a$  через  $\cos a$  и наоборот.

19. Вычислите:

а)  $\sin a$ ,  $\operatorname{tg} a$  и  $\operatorname{ctg} a$ , если  $\cos a = -\frac{7}{25}$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ ;  
б)  $\cos a$ ,  $\operatorname{tg} a$  и  $\operatorname{ctg} a$ , если  $\sin a = 0,28$  и  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ .

20. Запишите формулы, выражающие зависимость между:

- а) тангенсом и котангенсом;  
б) тангенсом и косинусом;  
в) котангенсом и синусом.

21. Вычислите:

а)  $\operatorname{ctg} a$ , если  $\operatorname{tg} a = 5,2$ ;

- б)  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ;
- в)  $\cos \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 2$  и  $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ ;
- г)  $\sin \alpha$ , если  $\operatorname{ctg} \alpha = -2$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;
- д)  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{8}$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

22. Упростите выражение:

а)  $(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)$ ; г)  $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}$ ;

б)  $(\cos \alpha - 1)(\cos \alpha + 1)$ ; д)  $\sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha - 1$ ;

в)  $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$ ; е)  $\frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha}$ .

23. Докажите тождество:

а)  $(1 - \cos^2 \alpha)(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = 1$ ;

б)  $\cos^2 \alpha(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$ .

24. Запишите формулы синуса, косинуса, тангенса углов  $\alpha$  и  $-\alpha$ . Вычислите:

а)  $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ ; б)  $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ; в)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ ;

г)  $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

25. Упростите выражение:

а)  $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos(-\alpha)} - \frac{1 + \cos(-\alpha)}{\sin(-\alpha)}$ ;

б)  $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2(-\alpha)} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2(-\alpha)}$ .

26. Запишите формулы сложения для синуса и косинуса суммы (разности) двух углов, сформулируйте соответствующие правила.

1) Упростите выражение:

а)  $\frac{\cos(\alpha - \beta) - \sin \alpha \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta) - \cos \alpha \cos \beta}$ ;

б)  $\frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}$ .

2) Вычислите:

- а)  $\cos 75^\circ$ ; б)  $\sin 15^\circ$ ; в)  $\cos 105^\circ$ ; г)  $\sin 105^\circ$ ;
- д)  $\sin 74^\circ \cos 16^\circ + \cos 74^\circ \sin 16^\circ$ ;
- е)  $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ;
- ж)  $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ , если  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$  и  $\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$ .

27. Запишите формулы синуса и косинуса двойного угла.

1) Упростите выражение:

а)  $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$ ;

б)  $(1 - \cos 2\alpha) \operatorname{ctg} \alpha$ ;

в)  $\cos 2\alpha + 2 \sin^2(-\alpha)$ ;

г)  $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$ .

2) Вычислите:

а)  $1 - \left( \sin \frac{\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{8} \right)^2$ ;

б)  $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$ ;

в)  $\sin 2a$ , если  $\cos a = -0,6$  и  $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ ;

г)  $\cos 2a$ , если  $\sin a = 0,6$  и  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ ;

д)  $\operatorname{tg} 2a$ , если  $\operatorname{tg} a = 2$  и  $\pi < a < \frac{3}{2}\pi$ .

28. Пользуясь формулами приведения:

1) замените данные выражения тригонометрическими функциями угла  $a$ :

а)  $\sin(180^\circ - a)$ ; б)  $\cos(\pi - a)$ ; в)  $\operatorname{tg}(\pi + a)$ ;

г)  $\operatorname{tg}(\pi - a)$ ; д)  $\cos(90^\circ - a)$ ; е)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ ;

2) вычислите:

а)  $\cos 17\pi$ ; б)  $\cos \frac{13\pi}{6}$ ; в)  $\sin 420^\circ$ ; г)  $\operatorname{tg} 135^\circ$ ;

д)  $\cos 120^\circ$ ; е)  $\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ ; ж)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ ; з)  $\sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$ .

## ПРОГРЕССИИ

1. Выпишите пять первых членов последовательности:

1) квадратов натуральных чисел (в порядке возрастания);  
2) заданной формулой ее  $n$ -го члена:

а)  $a_n = \frac{1}{n}$ ; б)  $a_n = n(n+2)$ ; в)  $a_n = \frac{n}{n-1}$ ; г)  $a_n = -n^2$ ;

3) заданной рекуррентной формулой  $b_{n+1} = 2b_n + 1$  и условием  $b_1 = 2$ .

2. Сформулируйте определение арифметической прогрессии. Приведите пример числовой последовательности, которая является арифметической прогрессией.

3. Докажите, что последовательность, заданная формулой  $a_n = 4 - 2n$ , является арифметической прогрессией.

4. Запишите формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии. Найдите сотый член арифметической прогрессии, если  $a_1 = -2$  и  $d = 4$ .

5. Запишите формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии:

а) 2; 5; 8; 11; ...; б) 1; -1; -3; -5; ... .

6. Число 101 является членом арифметической прогрессии 3; 5; ... . Найдите номер этого члена.

7. Запишите формулу суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии. Найдите сумму одиннадцати первых членов арифметической прогрессии, в которой  $a_1 = 1$  и  $d = 5$ .

8. Найдите сумму всех натуральных чисел от 10 до 100 включительно.

9. Найдите сумму всех нечетных чисел от 1 до 101 включительно.

10. Сформулируйте определение геометрической прогрессии. Приведите пример числовой последовательности, которая является геометрической прогрессией.

11. Докажите, что последовательность, заданная формулой  $b_n = 3^{2n}$ , является геометрической прогрессией.

12. Запишите формулу  $n$ -го члена геометрической прогрессии:  $2; 1; \frac{1}{2}; \dots$ .

13. Выпишите шесть первых членов геометрической прогрессии, в которой первый член равен  $-\frac{1}{12}$ , а знаменатель прогрессии равен  $-12$ .

14. Запишите формулу  $n$ -го члена геометрической прогрессии. Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если  $b_1 = -80$ ,  $q = \frac{1}{2}$ .

15. Является ли число 512 членом геометрической прогрессии:  $2; 8; 32; \dots$ ? При положительном ответе укажите номер этого члена.

16. Запишите формулу суммы  $n$  первых членов геометрической прогрессии. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии, первый член которой равен 11, а знаменатель равен 2.

17. В геометрической прогрессии найдите  $b_1$  и  $b_7$ , если  $q = 2$ ,  $S_7 = 635$ .

18. Сформулируйте определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Приведите пример такой геометрической прогрессии.

19. Докажите, что геометрическая прогрессия, заданная формулой  $n$ -го члена  $b_n = \frac{2}{3^n}$ , является бесконечно убывающей.

20. Запишите формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:  $30; 3; 0,3; \dots$ .

21. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если  $b_3 = 1$ ,  $q = -\frac{1}{7}$ .

22. Запишите бесконечную периодическую десятичную дробь в виде обыкновенной дроби:

- а)  $0,(3)$ ; б)  $0,(15)$ ; в)  $0,1(2)$ .



## ПОВТОРЕНИЕ ПО КУРСУ АЛГЕБРЫ VII—IX КЛАССОВ

### ВАРИАНТ I

#### I П—I. ВЫЧИСЛЕНИЯ

1. Вычислите:

- а)  $4(1,22:0,4 - 3,7) + \frac{2}{3}$ ;
- б)  $1\frac{1}{2} + (0,4 \cdot 3,25 - 3,15):0,2$ ;
- в)  $\frac{-30,4 + 15,2 \cdot 2,5}{1\frac{5}{9} \cdot 3 - 4\frac{5}{9}}$ .

2. 1) Найдите значение выражения  $\frac{a+b^2}{ab}$ :

- а) при  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = \frac{1}{6}$ ; б) при  $a = 0,4$ ,  $b = -0,3$ .

2) Найдите значение выражения  $\frac{a-b^2}{ab}$ :

- а) при  $a = \frac{2}{3}$ ,  $b = \frac{1}{2}$ ; б) при  $a = 0,3$ ,  $b = -0,4$ .

3) Найдите значение выражения  $\frac{x-y}{xy^2}$ :

- а) при  $x = \frac{5}{6}$ ,  $y = \frac{2}{3}$ ; б) при  $x = 0,5$ ,  $y = 0,6$ .

3. Вычислите:

- а)  $2 \cdot 4^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{5}\right)^0$ ;      б)  $\frac{3}{4} \cdot 25^{\frac{1}{2}} + 64^{-\frac{1}{3}}$ ;
- в)  $12 \cdot 3^{-3} + \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^0$ ;      г)  $\frac{2}{5} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - 25^{-\frac{1}{2}}$ ;
- д)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-6} - 3^{-11} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-9}$ ;      е)  $\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + 32^{-0,2}$ .

4. Найдите значение выражения:

- а)  $\sqrt[4]{4 \cdot 25 \cdot 4^3}$ ;      б)  $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ ;      в)  $7^{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt[3]{7^2}$ ;
- г)  $\sqrt[3]{5^6 \cdot 64 \cdot 5^3}$ ;      д)  $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2})$ ;      е)  $3^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{3^3}$ ;
- ж)  $\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} + \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$ ;      з)  $\sqrt{12\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3\sqrt{8}}$ .

**I****П—2. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

1. Упростите выражение:

- а)  $2y(y+5)-3y(y-3)$ ;    б)  $(2a-b)^2-(2a+b)^2$ ;  
 в)  $5x(x^2+3)-3x(x^2-5)$ ;    г)  $(a-3b)^2-(a+b)^2$ ;  
 д)  $5x(x^2-3)-(5x+2)(x^2-3x-1)$ ;  
 е)  $3b(2a-b)^2-(a+3b)(b^2-3a^2)$ .

2. Разложите на множители:

- 1) а)  $2ab - 2b^2$ ;    б)  $x^4 + 3x^6$ ;    в)  $6mn - 3m^2n + 3mn^2$ ;  
 г)  $0,25 - m^2$ ;    д)  $y^3 - 4y$ ;    е)  $a^4 - 9x^2$ ;  
 2) а)  $-15ax^2 - 15ay^2 - 30axy$ ;    б)  $4a^2 - 6a - b^2 + 3b$ ;  
 в)  $81 - (x+7)^2$ .

3. Выполните действия:

а)  $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}$ ;    б)  $\frac{4}{a-2} + \frac{8}{2a-a^2}$ ;  
 в)  $\frac{m^2}{m^2-25} \cdot (m^2+5m)$ ;    г)  $\frac{1}{a^2+ab} : \frac{1}{a^2-ab}$ .

4. Упростите выражение:

$$\frac{x+y}{2xy-y^2} \cdot \left( x+y - \frac{x^2}{x+y} \right).$$

5. Выполните действия:

а)  $\frac{2}{a-b} - \frac{2}{a+b} - \frac{4a}{b^2-a^2}$ ;  
 б)  $\frac{x^2-5x}{y} \cdot \frac{y^2}{x^2+5xy}$ ;  
 в)  $\frac{m^2-n^2}{m^2} : (m^2+mn)$ .

6. Упростите выражение:

а)  $\frac{2x^2-2y^2}{x} \cdot \frac{4x}{x-y} - \frac{16xy}{x+y}$ ;  
 б)  $\left( \frac{a}{b^2} - \frac{2}{b} + \frac{1}{a} \right) \cdot \frac{ab}{b^2-a^2} - \frac{2}{a-b}$ ;  
 в)  $\frac{x-3}{x^2+3x} - \frac{x}{9+3x} : \left( \frac{9}{x^3-9x} + \frac{1}{x+3} \right)$ .

7. Вычислите:

а)  $(10^3)^2 \cdot 10^{-8}$ ;    б)  $\frac{25^{-3} \cdot 5^4}{5^{-2}}$ ;  
 в)  $\frac{81^{-2} \cdot 3^5}{9^{-2}}$ ;    г)  $\frac{0,125^2 \cdot 32^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-8}}$ .

8. Упростите выражение:

а)  $(\sqrt{18} - 5\sqrt{2} + \sqrt{48}) \cdot \sqrt{3}$ ;    б)  $(\sqrt{3} - 2)^2$ ;    в)  $\frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$ ;

$$\text{г) } (2\sqrt{5} - \sqrt{18} + \sqrt{45}) \cdot \sqrt{5}; \quad \text{д) } (\sqrt{2} - 3)^2; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{14} - 2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}}.$$

9. Вычислите:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sin 300^\circ - \cos (-240^\circ); & \text{б) } \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} \operatorname{ctg} \left(-\frac{2\pi}{3}\right); \\ \text{в) } \cos 330^\circ - \sin (-135^\circ); & \text{г) } \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{6}; \\ \text{д) } \sin \frac{5\pi}{2} - \cos \left(-\frac{13\pi}{6}\right); & \text{е) } \operatorname{tg} (-540^\circ) \operatorname{ctg} 420^\circ. \end{array}$$

10. Упростите выражение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{\sin(\pi - a) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right)}{\cos(-a)}; & \text{б) } \sin\left(\frac{\pi}{6} - a\right) - \frac{1}{2} \cos a; \\ \text{в) } \frac{\cos(\pi - a) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right)}{\sin(-a)}; & \text{г) } \sin\left(\frac{\pi}{3} + a\right) - \frac{1}{2} \sin a; \\ \text{д) } \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \cdot \cos(2\pi - a) + \sin(-a) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + a\right). \end{array}$$

11. Докажите тождество:

$$\text{а) } \cos 2a + 2 \sin^2 a = 1; \quad \text{б) } \cos^2 a - \cos 2a = \sin^2 a.$$

## I

### П—3. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

1. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 3(x - 1,5) + 2x = 5(2,5 + 2x); & \text{б) } 3x^2 - 21 = 0; \\ \text{в) } 8x^2 + 6x - 2 = 0; & \text{г) } 2 - \frac{3}{x-2} = \frac{7}{x+2}. \end{array}$$

2. Найдите корни уравнения:

$$\text{а) } x^3 - 25x = 0; \quad \text{б) } 3(x + 4)^2 - 9(x + 4) = 0.$$

3. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 5(x - 2,5) - 4x = 3(2,5 + 3x); & \text{б) } 75 - 3x^2 = 0; \\ \text{в) } -4x^2 + 10x + 6 = 0; & \text{г) } \frac{5}{x-1} + \frac{30}{x+1} = 5. \end{array}$$

4. Найдите корни уравнения:

$$\text{а) } x^3 - 9x = 0; \quad \text{б) } (x + 5)^2 - 4(x + 5) = 2(x + 5).$$

5. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{x+1,5}{8} - \frac{3}{4} = \frac{3x-1}{24}; & \text{б) } \frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0; \\ \text{в) } \frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}. \end{array}$$

6. Найдите корни уравнения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 2x^4 - 2x = 0; & \text{б) } x^4 - 10x^2 + 9 = 0; \\ \text{в) } 2(x^2 - 1)^2 + 6(x^2 - 1) = 0. \end{array}$$

7. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} 3x+2y=7, \\ 9x-8y=35; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} xy=-6, \\ x-3y=11; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2+y=26, \\ x+y=6. \end{cases}$

8. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} 4x-2y=2, \\ 6x+4y=17; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 2x+y=4, \\ 2xy=3; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2+y^2=9, \\ x+y=3. \end{cases}$

9. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} \frac{x-3y}{2}+3=\frac{2x+y}{5}, \\ \frac{2x+4y}{4}+2=3y; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^2+xy+y^2=13, \\ x-2y=-5. \end{cases}$

10. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения параболы  $y=9x^2-4x+5$  и прямой  $y=2x+4$ .

11. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} 4x-15>8x+1, \\ 3x-2>x-18; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 3x+8<7x+10, \\ 2x-3(x-5)>10-3x; \end{cases}$   
в)  $\begin{cases} \frac{y+5}{4}-2y>0, \\ y-\frac{2y-4}{5}>1-2y. \end{cases}$

12. Найдите целые решения системы неравенств:

$$\begin{cases} \frac{y+3}{2}<\frac{y-5}{3}, \\ \frac{y+1}{4}>\frac{y-4}{5}. \end{cases}$$

13. Решите неравенство:

а)  $x^2-3<0$ ; б)  $x^2+4x+6>3$ ;  
в)  $2x^2-3x+5>0$ ; г)  $(x-6)(x+4)<0$ .

## I П—4. ФУНКЦИИ

1. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а)  $y=\frac{2x-3}{x+4}$ ; б)  $y=\sqrt{3-2x}$ ;  
в)  $y=\frac{2x+3}{x-4}$ ; г)  $y=\sqrt{2x-4}$ .

2. Постройте график функции:

а)  $y=2x+4$ ; б)  $y=-3x-3$ .

Для каждой из этих функций определите:

1) при каких значениях  $x$  значение  $y$  равно нулю; больше нуля; меньше нуля;

2) является ли функция возрастающей или убывающей.

3. Постройте график функции:

а)  $y = -2x + 4$ ; б)  $y = 3x - 3$ .

Для каждой из этих функций определите:

1) при каких значениях  $x$  значение  $y$  равно нулю; больше нуля; меньше нуля;

2) является ли функция возрастающей или убывающей.

4. В одной системе координат постройте графики функций  $y = \frac{8}{x}$  и  $y = 5x$ . Найдите координаты точек пересечения этих графиков.

5. Пользуясь графиком функции  $y = \frac{8}{x}$ :

а) найдите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения; отрицательные значения;

б) укажите промежутки возрастания или убывания функции.

6. В одной системе координат постройте графики функций  $y = \frac{6}{x}$  и  $y = 1,5x$ . Найдите координаты точек пересечения этих графиков.

7. Пользуясь графиком функции  $y = \frac{6}{x}$ :

а) найдите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения, отрицательные значения;

б) укажите промежутки возрастания или убывания функции.

8. В одной системе координат постройте графики функций  $y = -\frac{8}{x}$  и  $y = -2x + 4$ . Укажите (приближенно) координаты точек пересечения этих графиков.

9. Пользуясь графиком функции  $y = -\frac{8}{x}$ :

а) найдите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения; отрицательные значения;

б) укажите промежутки возрастания или убывания функции.

10. Известно, что график функции  $y = 4x + b$  проходит через точку  $A(1; 6)$ . Определите значение  $b$  и постройте график этой функции.

а) При каких значениях  $x$  значение функции равно нулю; больше нуля; меньше нуля?

б) Является ли функция возрастающей или убывающей?

11. Каково взаимное расположение графиков линейных функций:

а)  $y = \frac{1}{3}x - 5$  и  $y = \frac{1}{2}x - 5$ ;

б)  $y = 3x + 7$  и  $y = 3x - 4$ ?

12. Постройте график функции  $y = -x^2 + 3x$ . Пользуясь графиком функции, определите:

а) при каких значениях  $x$  значения функции равны нулю; больше нуля; меньше нуля;

б) при каких значениях  $x$  функция возрастает; убывает.

13. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = 2x^2 + 5x - 3$  с осями координат. Изобразите схематически расположение графика этой функции в системе координат.

14. Постройте график функции  $y = x^2 - 3x$ . Пользуясь графиком функции, определите:

а) при каких значениях  $x$  значения функции равны нулю; больше нуля; меньше нуля;

б) при каких значениях  $x$  функция возрастает; убывает.

15. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = -2x^2 - 5x + 3$  с осями координат. Изобразите схематически расположение графика этой функции в системе координат.

16. Постройте график функции  $y = -x^2 + 2x - 3$ . Определите:

а) принимает ли функция и при каких значениях  $x$  положительные значения; отрицательные значения;

б) при каких значениях  $x$  функция возрастает; убывает;

в) укажите наибольшее значение функции.

## ВАРИАНТ II

### **III** п—1. ВЫЧИСЛЕНИЯ

1. Вычислите:

а)  $\frac{1}{3} + 1,2(2,3 - 0,061 : 0,2)$ ;

б)  $5,07 : (0,6 \cdot 3,25 - 2,25) - 3\frac{1}{4}$ ;

в) 
$$\frac{-12,4 \cdot 1,5 + 24 \frac{4}{5}}{2\frac{5}{6} \cdot 3 - 8\frac{5}{6}}.$$

2. 1) Найдите значение выражения  $\frac{xy^2}{x-y}$ :

а) при  $x = \frac{3}{4}$ ,  $y = \frac{2}{3}$ ; б) при  $x = 1,6$ ,  $y = -0,5$ .

2) Найдите значение выражения  $\frac{xy}{x-y^2}$ :

а) при  $x = \frac{2}{3}$ ,  $y = \frac{1}{2}$ ; б) при  $x = 1,2$ ,  $y = -0,6$ .

3) Найдите значение выражения  $\frac{ab}{a+b^2}$ :

а) при  $a = \frac{2}{3}$ ,  $b = \frac{1}{6}$ ; б) при  $a = 0,5$ ,  $b = -0,4$ .

3. Вычислите:

а)  $\left(\frac{1}{8}\right)^0 + 6 \cdot 2^{-3} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ ; б)  $\frac{1}{4} \cdot 16^{\frac{1}{2}} + 32^{-\frac{1}{5}}$ ;

в)  $4\frac{1}{2} \cdot 6^{-2} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} - \left(\frac{2}{3}\right)^0$ ;

г)  $\frac{2}{7} \cdot 27^{\frac{2}{3}} + 49^{-\frac{1}{2}}$ ;

д)  $2^{-12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-10} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$ ; е)  $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + (0,01)^{-0,5}$ .

4. Найдите значение выражения:

а)  $\sqrt[3]{3^3 \cdot 16 \cdot 3^5}$ ; б)  $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$ ;

в)  $6^{\frac{1}{4}} \sqrt[4]{6^3}$ ; г)  $\sqrt[3]{2^8 \cdot 125 \cdot 2}$ ;

д)  $(3\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ; е)  $5^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{5^2}$ ;

$$\text{ж)} \frac{4-\sqrt{6}}{4+\sqrt{6}} + \frac{4+\sqrt{6}}{4-\sqrt{6}}; \quad \text{з)} \sqrt{8\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3\sqrt{12}}.$$

## III П—2. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

1. Упростите выражение:

- а)  $(a-3)(a+3)-2a(4-a)$ ;      б)  $(3x+1)^2-(3x-1)^2$ ;  
 в)  $(x+5)(x-5)-3x(2-x)$ ;      г)  $(2x-1)^2-(x+3)^2$ ;  
 д)  $3x^2(x+4)-(3x-1)(x^2-2x+3)$ ;  
 е)  $2a(a+3b)^2-(2a-b)(a^2+2b^2)$ .

2. Разложите на множители:

- 1) а)  $5a^2+5ab$ ;      в)  $4ac^2-8ac+4a^2c$ ;      д)  $9n-n^3$ ;  
 б)  $x^8-2x^5$ ;      г)  $x^2-4y^2$ ;      е)  $49x^2-y^4$ .  
 2) а)  $5ab-25a^2-25b^2$ ;      б)  $x^2-3x-y^2-3y$ ;      в)  $(a-3)^2-25$ .

3. Выполните действия:

- а)  $\frac{a}{a-3} - \frac{3}{a+3}$ ;      б)  $\frac{2}{x-y} - \frac{2y}{xy-x^2}$ ;  
 в)  $(n^2-6n)\frac{n^2}{n^2-36}$ ;      г)  $\frac{1}{2x^2-4x} : \frac{1}{2x^2+4x}$ .

4. Упростите выражение:

$$\left(m+1-\frac{m^2}{m+1}\right) \frac{m^2-1}{2m^2+m}.$$

5. Выполните действия:

- а)  $\frac{3}{x+2} + \frac{3}{x-2} + \frac{12}{4-x^2}$ ;  
 б)  $\frac{2ab+a^2}{2b} \cdot \frac{2b}{2a^2+a}$ ;  
 в)  $(x^2-y^2) : \frac{(x+y)^2}{2x}$ .

6. Упростите выражение:

- а)  $\frac{3m^2-18}{m} \cdot \frac{2m}{m+3} + \frac{36m}{m-3}$ ;  
 б)  $\left(\frac{y}{x}-2+\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{x^2}{x^2-y^2}$ ;  
 в)  $\left(\frac{25}{a^3-25a} + \frac{1}{a+5}\right) : \left(\frac{a-5}{a^2+5a} - \frac{a}{25+5a}\right)$ .

7. Вычислите:

- а)  $(2^{13} \cdot 2^{-11})^{-1}$ ;      б)  $\frac{(0,001)^5 \cdot 10^{10}}{10^{-4}}$ ;  
 в)  $\frac{27^{-2} \cdot 9^2}{3^{-4}}$ ;      г)  $\frac{0,25^3 \cdot 16^2}{2^4}$ .

8. Упростите выражение:

- а)  $(\sqrt{8}-4\sqrt{3}+\sqrt{12}) \cdot \sqrt{2}$ ;      б)  $(1-\sqrt{5})^2$ ;      в)  $\frac{\sqrt{12}+3\sqrt{6}}{3\sqrt{6}}$ ;

г)  $(\sqrt{32} - 3\sqrt{2} + \sqrt{20}) \cdot \sqrt{2}$ ;    д)  $(\sqrt{7} - 1)^2$ ;    е)  $\frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$ .

9. Вычислите:

- а)  $\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) + \sin\frac{4\pi}{3}$ ;    б)  $\operatorname{tg}(-210^\circ) \operatorname{ctg} 135^\circ$ ;  
 в)  $\sin\frac{2\pi}{3} + \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ ;    г)  $\operatorname{tg}(-120^\circ) \operatorname{ctg} 315^\circ$ ;  
 д)  $\sin(-390^\circ) + \cos 405^\circ$ ;    е)  $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{3} \operatorname{ctg}\left(-\frac{9\pi}{4}\right)$ .

10. Упростите выражение:

- а)  $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + a\right) \operatorname{tg}(2\pi - a)}{\sin(-a)}$ ;    б)  $\cos\left(\frac{\pi}{4} + a\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin a$ ;  
 в)  $\frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) \operatorname{tg}(\pi + a)}{\cos(-a)}$ ;    г)  $\cos\left(\frac{\pi}{6} - a\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a$ ;  
 д)  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) \sin(2\pi - a) - \cos a \sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right)$ .

11. Докажите тождество:

а)  $\frac{\sin 2a}{2 \cos^2 a} = \operatorname{tg} a$ ;    б)  $(\cos a + \sin a)^2 - 2 \sin 2a = 1$ .

## II

### П—3. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

1. Решите уравнение:

- а)  $4x - 5(3x - 0,5) = 3(7 - 3x)$ ;    б)  $18x - 8x^2 = 0$ ;  
 в)  $6x^2 - 8x + 2 = 0$ ;    г)  $2x - \frac{4}{x-3} = 4$ .

2. Найдите корни уравнения:

а)  $x^4 - 4x^2 = 0$ ;    б)  $5(x-6)^2 + 11(x-6) = x-6$ .

3. Решите уравнение:

- а)  $7x - 3(2x - 1,5) = 4(x + 3)$ ;    б)  $8x - 2x^2 = 0$ ;  
 в)  $-3x^2 - 5x + 2 = 0$ ;    г)  $2 + \frac{8}{x-3} = \frac{4}{x}$ .

4. Найдите корни уравнения:

а)  $x^4 - x^2 = 0$ ;    б)  $2(x-1)^2 + 3(x-1) = x-1$ .

5. Решите уравнение:

- а)  $\frac{4x-1}{9} - \frac{3x+1}{12} = \frac{2}{3}$ ;    б)  $\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2} = 0$ ;  
 в)  $\frac{x}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} = \frac{50}{x^2-25}$ .

6. Найдите корни уравнения:

- а)  $x^3 - 81x = 0$ ;    б)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ ;  
 в)  $(x^2 - 4)^2 + 5(x^2 - 4) = 0$ .

7. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} 2x+4y=16, \\ 3x-2y=-16; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 2x+y^2=11, \\ x-y=4; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} xy=-8, \\ x+2y=6. \end{cases}$

8. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} 3x-2y=3, \\ 2x-4y=10; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x+3y=3, \\ 3xy=2; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ x-y=5. \end{cases}$

9. Решите систему уравнений:

а)  $\begin{cases} \frac{2x-5y}{3} + \frac{3x-2y}{4} = 5, \\ \frac{x-2y}{4} - 2y = 3; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7, \\ x - y = -1. \end{cases}$

10. Не выполняя построения, выясните, пересекаются ли парабола  $y = -2x^2 - 2x + 4$  и прямая  $y = 9 - 5x$ .

11. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} 3x+7 > 5x+10, \\ 4x-1 > x-16; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x-10 > 2x-4, \\ 3x-4(x-7) < 16-3x; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{y-5}{3} - 2y > 2y-8, \\ 3y - \frac{2y+10}{2} < 2. \end{cases}$

12. Найдите целые решения системы неравенств:

$$\begin{cases} \frac{y-5}{4} < \frac{2y+3}{3}, \\ \frac{4y+1}{2} < \frac{y-4}{3}. \end{cases}$$

13. Решите неравенство:

а)  $x^2 - 7 \leq 0$ ; б)  $x^2 - 6x + 10 > 2$ ;  
в)  $x^2 - 5x + 7 < 0$ ; г)  $(x-5)(x+1) > 1$ .

## III

### П—4. ФУНКЦИИ

1. Найдите область определения функции:

а)  $y = \frac{x-1}{x+5}$ ; б)  $y = \sqrt{4-x}$ ;

в)  $y = \frac{5}{x-1}$ ; г)  $y = \sqrt{3x+6}$ .

2. Постройте график функции:

а)  $y = 3x+3$ ; б)  $y = -2x-4$ .

Для каждой из этих функций определите:

1) при каких значениях  $x$  значение  $y$  равно нулю; больше нуля; меньше нуля;

2) является ли функция возрастающей или убывающей.

3. Постройте график функции:

а)  $y = -3x + 3$ ; б)  $y = 2x - 4$ .

Для каждой из этих функций определите:

1) при каких значениях  $x$  значение  $y$  равно нулю; больше нуля; меньше нуля;

2) является ли функция возрастающей или убывающей.

4. В одной системе координат постройте графики функций  $y = -\frac{4}{x}$  и  $y = -\frac{1}{4}x$ . Найдите координаты точек пересечения этих графиков.

5. Пользуясь графиком функции  $y = -\frac{4}{x}$ :

а) найдите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения; отрицательные значения;

б) укажите промежутки возрастания или убывания функции.

6. В одной системе координат постройте графики функций  $y = -\frac{6}{x}$  и  $y = -1,5x$ . Найдите координаты точек пересечения этих графиков.

7. Пользуясь графиком функции  $y = -\frac{6}{x}$ :

а) найдите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения; отрицательные значения;

б) укажите промежутки возрастания или убывания функции.

8. В одной системе координат постройте графики функций  $y = \frac{12}{x}$  и  $y = 2x - 4$ . Укажите (приближенно) координаты точек пересечения этих графиков.

9. Пользуясь графиком функции  $y = \frac{12}{x}$ :

а) найдите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения; отрицательные значения;

б) укажите промежутки возрастания или убывания функции.

10. Известно, что график функции  $y = -2x + b$  проходит через точку  $A(1; -1)$ . Определите значение  $b$  и постройте график этой функции.

а) При каких значениях  $x$  значение функции равно нулю; больше нуля; меньше нуля?

б) Является ли функция возрастающей или убывающей?

11. Каково взаимное расположение графиков линейных функций: а)  $y = 3x - 5$  и  $y = 2x - 5$ ; б)  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  и  $y = -\frac{1}{2}x - 7$ ?

12. Постройте график функции  $y = x^2 - 4$ . Пользуясь графиком функции, определите:

а) при каких значениях  $x$  значения функции равны нулю; больше нуля; меньше нуля;

б) при каких значениях  $x$  функция возрастает; убывает.

13. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = -2x^2 + x + 3$  с осями координат. Изобразите схематически расположение графика этой функции в системе координат.

14. Постройте график функции  $y = -x^2 + 1$ . Пользуясь графиком, определите:

а) при каких значениях  $x$  значения функции равны нулю; больше нуля; меньше нуля;

б) при каких значениях  $x$  функция возрастает; убывает.

15. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения графика функции  $y = 2x^2 - x - 3$  с осями координат. Изобразите схематически расположение графика этой функции в системе координат.

16. Постройте график функции  $y = x^2 - 2x - 1$ . Определите:

а) при каких значениях  $x$  значения функции равны нулю; больше нуля; меньше нуля;

б) при каких значениях  $x$  функция возрастает; убывает;

в) наименьшее значение функции.

# ЗАДАНИЯ ДЛЯ ШКОЛЬНЫХ ОЛИМПИАД

## Осенняя олимпиада

1. Двухзначное число больше произведения его цифр на 12. Найдите это число.

2. Докажите, что если дробь  $\frac{a-b}{a+b}$ , где  $a$  и  $b$  — некоторые натуральные числа, причем  $a > b$ , несократима, то несократима также и дробь  $\frac{a}{b}$ .

3. Постройте график функции  $y = x + |x|$ .

4. Докажите, что при любом натуральном  $n > 1$  верно неравенство

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2}.$$

5. Решите уравнение:  $(1+x^2)^2 = 4x(1-x^2)$ .

6. Решите неравенство:  $|x-1| + |x+2| \leq 3$ .

7. Из пункта  $A$  вышел пешеход, а из пункта  $B$  навстречу ему одновременно выехал велосипедист. Они встретились в 6 км от  $A$ , и в тот момент, когда велосипедист прибыл в  $A$ , пешеходу осталось пройти до  $B$  еще 16 км. Найдите расстояние от  $A$  до  $B$ .

8. Постройте график уравнения  $x^2y^2 - 9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$ .

## Весенняя олимпиада

1. Разложите многочлен на множители:

$$x^6 - x^5 + x^3 - x + 1.$$

2. Докажите, что при любом  $x$  и  $y$  верно неравенство

$$2x^2 + 2xy + 4y^2 + 2x + 6y + 5 \geq 1.$$

3. Графиком некоторого уравнения служит квадрат  $ABCD$ , где  $A(-1; 0)$ ,  $B(0; 1)$ ,  $C(1; 0)$ ,  $D(0; -1)$ . Запишите это уравнение.

4. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-\sqrt{x}} = \sqrt[4]{x}$ ;

б)  $\sqrt[3]{(1+x)^2} - \sqrt[3]{(1-x)^2} = \sqrt[3]{1-x^2}$ .

5. Сумма бесконечной геометрической прогрессии  $(a_n)$  равна 56, а сумма квадратов членов той же прогрессии равна 448. Найдите  $a_1$  и  $q$ .

6. Докажите, что верно равенство

$$\sqrt{3+\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \sqrt{3-\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{2}.$$

7. Упростите выражение:  $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ .

8. Найдите натуральные значения  $x$  и  $y$ , при которых верно равенство  $x^2 - y^2 = 21$ .

## ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

### К—1

*B—1.* 1. а)  $(x-5)(x-9)$ ; б)  $(3y-2)(y+3)$ . 3.  $-\frac{p+1}{3p+2}$ . 4. 2. 5. Пересекаются в точках  $(3; 3)$  и  $(15; 75)$ .

*B—2.* 1. а)  $(x-3)(x-7)$ ; б)  $(5y-1)(y+2)$ . 3.  $-\frac{c+2}{4c+1}$ . 4. 7. 5. Пересекаются в точках  $(-6; 18)$  и  $(4; 8)$ .

*B—3.* 1. а)  $(x-5)(x-7)$ ; б)  $(7y-2)(y+3)$ . 3.  $-\frac{a+4}{5a+1}$ . 4.  $-9$ . 5. Пересекаются в точках  $(4; 4)$  и  $(16; 64)$ .

*B—4.* 1. а)  $(x-3)(x-15)$ ; б)  $(9x-2)(x+3)$ . 3.  $-\frac{b+2}{7b+3}$ . 4. 5. 5. Пересекаются в точках  $(5; 5)$  и  $(-20; 80)$ .

### К—2

*B—1.* 1. а)  $(0,5; 6)$ , б)  $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; +\infty)$ . 2. а)  $(-\infty; -8) \cup (4; +\infty)$ ; б)  $(-7; 5)$ . 3. а)  $-9; 0; 9; 6$ ; б)  $-1,5$ ; 3. 4.  $-4; -\sqrt{3}; \sqrt{3}$ ; 4. 5. При  $t < -6$  и при  $t > 6$ . 6.  $[0; 1]$ .

*B—2.* 1. а)  $(-\infty; -2,5) \cup (3; +\infty)$ ; б)  $(-4; 4)$ ; в) решений нет. 2. а)  $(-11; 9)$ ; б)  $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$ . 3. а)  $-5; 0; 5$ ; б)  $-2; 1,5$ . 4.  $-3; 3$ . 5. При  $-8 < t < 8$ . 6.  $[0; 1,5]$ .

*B—3.* 1. а)  $(-3,5; 1)$ ; б)  $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; +\infty)$ . 2. а)  $(-\infty; -9) \cup (5; +\infty)$ ; б)  $(-6; 3)$ . 3. а)  $-6; 0; 6$ ; б)  $-1,5$ ; 4. 4.  $-3; -2; 2$ ; 3. 5. При  $t < -4$  и при  $t > 4$ . 6.  $[0; 2]$ .

*B—4.* 1. а)  $(-\infty; -1,6) \cup (1; +\infty)$ ; б)  $(-7; 7)$ ; в) решений нет. 2. а)  $(-12; 7)$ ; б)  $(-\infty; -5) \cup (10; +\infty)$ . 3. а)  $-7; 0; 7$ ; б)  $-4; 5$ ; 3. 4.  $-4; -1; 1$ ; 4. 5. При  $-10 < t < 10$ . 6.  $[0; 2,5]$ .

### К—3

*B—1.* 1.  $(-4; 15), (2; 3)$ . 2. 4 м и 10 м. 3.  $(1; 5)$  и  $(-2; 8)$ . 4.  $(-5; 1), (33; 20)$ .

*B—2.* 1.  $(-4; -2), (5; 1)$ . 2. 10 см и 12 см. 3.  $(3; 1)$  и  $(-1; 3)$ . 4.  $(1; 4), (-2; -5)$ .

*B—3.* 1.  $(-3; -1), (3,2; 0,24)$ . 2. 6 см и 7 см. 3.  $(-4; 8)$  и  $(3; 1)$ . 4.  $(4; -1), (-1; -2)$ .

*B—4.* 1.  $(-2; 5)$ ,  $\left(1\frac{1}{3}; -5\right)$ . 2. 5 м и 9 м. 3.  $(1; -4)$  и  $(4; 1)$ . 4.  $(1; 0), (-1,5; 1,25)$ .

### К—4

*B—1.* 1. 51. 2.  $-352$ . 3. 5430. 4. Нет. 5. 1683.

*B—2.* 1. 19. 2. 150. 3. 3200. 4. Да. 5. 1617.

*B—3.* 1. 3. 2.  $-120$ . 3. 6080. 4. Да. 5. 324.

*B—4.* 1. 159. 2. 427. 3. 21540. 4. Нет. 5. 1950.

### К—5

*B—1.* 1.  $-0,5$ . 2. 728. 3. 16. 4. 10,22. 5. а)  $\frac{3}{11}$ ; б)  $\frac{17}{30}$ .

*B—2.* 1.  $-\frac{1}{300}$ . 2. 762. 3.  $-26\frac{2}{3}$ . 4. 153. 5. а)  $\frac{17}{111}$ ; б)  $\frac{29}{90}$ .

*B—3.* 1.  $-0,2$ . 2. 1020. 3. 27. 4.  $18\frac{2}{9}$ . 5. а)  $\frac{18}{111}$ ; б)  $\frac{38}{45}$ .

*B—4.* 1. 0,256. 2. 2046. 3.  $-40,5$ . 4. 48,4. 5. а)  $\frac{8}{11}$ ; б)  $\frac{67}{90}$ .

## K—6

- B—1. 1. а) 2; б) 0,6; в) 2. 2. а)  $\sqrt[3]{5}$ ; б)  $-\sqrt[4]{15}$ ; в) решений нет. 3. 2. 4. а) функция четная; б) функция нечетная. 5. а)  $f(3,7) < f(4,1)$ ; б)  $f(-7,2) < f(-6,3)$ .

- B—2. 1. а)  $-9$ ; б)  $0,6$ ; в) 2. 2. а)  $\sqrt[3]{21}$ ; б)  $-\sqrt[4]{17}$ ; в) решений нет. 3. 5. 4. а) функция нечетная; б) функция не является ни четной, ни нечетной. 5. а)  $f(5,3) < f(5,9)$ ; б)  $f(-3,8) > f(-2,9)$ .

- B—3. 1. а) 4; б) 1; в) 2. 2. а)  $\sqrt[3]{11}$ ; б)  $-\sqrt[6]{7}$ ; в) решений нет. 3. 3. 4. а) функция нечетная; б) функция не является ни четной, ни нечетной. 5. а)  $f(1,7) < f(1,9)$ ; б)  $f(-6,7) < f(-4,7)$ .

- B—4. 1. а) 17; б) 1,5; в) 2. 2. а)  $\sqrt[5]{8}$ ; б)  $\sqrt[7]{11}$ ; в) решений нет. 3. 2. 4. а) функция четная; б) функция не является ни четной, ни нечетной. 5. а)  $f(3,6) < f(3,8)$ ; б)  $f(-4,1) < f(-3,7)$ .

## K—7

- B—1. 1. а) 12; б)  $\frac{1}{3}$ . 2. а)  $a^{\frac{1}{4}}$ ; б)  $x$ ; в)  $c^{\frac{1}{2}}$ . 3.  $y^2$ . 4. а)  $x^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $\frac{1}{a^{\frac{1}{2}} + 4}$ . 5. 3б.

- B—2. 1. а) 15; б)  $\frac{1}{5}$ . 2. а)  $b^{\frac{1}{6}}$ ; б)  $y^{-\frac{2}{3}}$ ; в)  $a^{\frac{3}{2}}$ . 3.  $x^2$ . 4. а)  $\frac{1}{y^{\frac{1}{2}}}$ ; б)  $b^{\frac{1}{2}} - 3$ . 5. 5с.

- B—3. 1. а) 28; б)  $\frac{1}{2}$ . 2. а)  $x^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $a^{\frac{3}{8}}$ ; в)  $b^{\frac{2}{3}}$ . 3.  $a^{\frac{3}{2}}$ . 4. а)  $a^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $x^{\frac{1}{2}} + 6$ . 5. 4б.

- B—4. 1. а) 0,6; б)  $\frac{1}{2}$ . 2. а)  $a^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $x^{\frac{1}{4}}$ ; в)  $c^{\frac{4}{7}}$ . 3. а. 4. а)  $x^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $x^{\frac{1}{2}} - 11$ . 5.  $\frac{4}{x^{0.5}}$ .

## K—8

- B—1. 1. а)  $1\frac{1}{2}$ ; б)  $-1$ . 2.  $\cos^2 \alpha$ . 3.  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{12}$ . 4.  $\frac{1}{\sin \alpha}$ .

- B—2. 1. а) 3; б)  $-1$ , 2.  $\sin^2 \alpha$ . 3.  $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{15}{8}$ . 4.  $\frac{1}{\cos \alpha}$ .

- B—3. 1. а) 1; б) 1. 2.  $\cos^2 \alpha$ . 3.  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ . 4.  $\frac{2}{\sin \alpha}$ .

- B—4. 1. а)  $-1$ ; б) 1. 2.  $\sin^2 \alpha$ . 3.  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$ . 4.  $2 \operatorname{tg} \alpha$ .

## K—9

- B—1. 1. а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $-1$ . 2. а) 0; б)  $\cos \alpha \sin \beta$ ; в) 1. 4. а)  $-\operatorname{tg} \alpha$ ; б)  $2 \sin \alpha$ .

- B—2. 1. а)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $-1$ . 2. а)  $2 \sin \alpha$ ; б)  $\sin \alpha \sin \beta$ ; в)  $2 \sin^2 \alpha$ . 4. а)  $-\operatorname{tg} 2\alpha$ ; б)  $2 \cos \alpha$ .

- B—3. 1. а)  $-1$ ; б)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ . 2. а) 0; б)  $\sin \alpha \cos \beta$ ; в) 1. 4. а)  $\operatorname{ctg} \alpha$ ; б)  $\sin 2\alpha$ .

- B—4. 1. а)  $-1$ ; б)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ . 2. а) 0; б)  $\cos \alpha \cos \beta$ ; в)  $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$ . 4. а)  $-\operatorname{tg} \alpha$ ; б)  $\frac{1}{2 \sin \alpha}$ .

**K—10**

B—1. 1.  $\frac{2}{a+2}$ . 2. (8; 2), (-2; -8). 3.  $x > -3$ . 4.  $a^{\frac{7}{6}}$ . 6. -0,96. 7. 8 деталей.

B—2. 1.  $\frac{9}{x-3}$ . 2. (5; 3), (-3; -5). 3.  $x < -3$ . 4.  $y^{\frac{1}{2}}$ . 6.  $-\frac{120}{169}$ . 7. 9 км/ч.

B—3. 1.  $\frac{5}{m-5}$ . 2. (7; 2), (4; -3,5). 3.  $x > 1,5$ . 4.  $a^{\frac{7}{6}}$ . 6. 0,96. 7. 30 деталей.

B—4. 1.  $\frac{y}{y-1}$ . 2. (4; 1), (7; -2). 3.  $x < 0,8$ . 4.  $y^{\frac{9}{8}}$ . 6.  $-\frac{240}{289}$ . 7. 300 км.

**K—1A**

B—1. 1. а) 0,25; б) 64; в)  $\frac{1}{3}$ . 2. а) 11,06; б) 0,2; в) 3; г)  $\frac{1}{625}$ . 3. а)  $\pm 2\sqrt[4]{5}$ ; б) решений нет; в) 4; г) -2. 4.  $\sqrt[6]{a}$ . 5.  $\sqrt{2}$ .

B—2. 1. а) 0,2; б) 32; в)  $\frac{1}{8}$ . 2. а) -9,9; б) 0,2; в) 3; г)  $\frac{1}{625}$ . 3. а)  $\pm \sqrt[4]{20}$ ; б) решений нет; в)  $\frac{1}{4}$ ; г) -2. 4.  $3\sqrt[4]{a}$ . 5. 1.

B—3. 1. а)  $\frac{1}{625}$ ; б) 27; в)  $\frac{1}{8}$ . 2. а) 1,6; б) 0,4; в) 6; г)  $\frac{1}{27}$ . 3. а)  $\pm 2$ ; б) решений нет; в)  $\frac{1}{2}$ ; г) -3. 4.  $4\sqrt[8]{a}$ . 5. -1.

B—4. 1. а)  $\frac{1}{81}$ ; б) 125; в)  $\frac{1}{7}$ . 2. а) 11,25; б) 1,1; в) 7; г)  $\frac{1}{9}$ . 3. а)  $\pm \sqrt{13}$ ; б) решений нет; в)  $\frac{1}{2}$ ; г) -2. 4.  $2\sqrt[10]{b}$ . 5. 4.

**K—2A**

B—1. 1. а) 10; б)  $\frac{1}{4}$ . 2. а)  $b^{\frac{1}{6}}$ ; б)  $x$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt{y}}$ . 3.  $a^4$ . 4. а)  $\sqrt{a}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{b}+5}$ . 5.  $(\sqrt{a}-\sqrt{b}):(\sqrt{a}+\sqrt{b})$ .

B—2. 1. а) 12; б)  $\frac{1}{3}$ . 2. а)  $a^{\frac{1}{4}}$ ; б)  $c$ ; в)  $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ . 3.  $y^2$ . 4. а)  $\sqrt{b}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{a}-3}$ . 5.  $(\sqrt{a}+\sqrt{b}):2(\sqrt{a}-\sqrt{b})$ .

B—3. 1. а) 6; б)  $\frac{1}{6}$ . 2. а)  $b^{\frac{1}{6}}$ ; б)  $a^{2,5}$ ; в)  $y^{0,5}$ . 3.  $c^2$ . 4. а)  $\sqrt{x}$ ; б)  $\sqrt{a}-2$ . 5.  $(\sqrt{a}-\sqrt{b}):(\sqrt{a}+\sqrt{b})$ .

B—4. 1. а) 6; б)  $\frac{1}{8}$ . 2. а)  $a^{\frac{1}{6}}$ ; б)  $b^{-2}$ ; в)  $c^{\frac{1}{3}}$ . 3.  $x^3$ . 4. а)  $\frac{1}{\sqrt{a}}$ ; б)  $1-\sqrt{a}$ . 5.  $(\sqrt{b}-\sqrt{a}):(\sqrt{a}+\sqrt{b})$ .

**K—3A**

B—1. 1. а)  $x \neq 0$ ; б)  $y \neq 0$ ; в) функция нечетная; г) убывает на всей области определения; д)  $y > 0$  при  $x > 0$ ,  $y < 0$  при  $x < 0$ . 2. а)  $x \neq 2,5$ ,  $x \neq 2$ ; б)  $x \leq 0$ ,  $x \geq 4$ . 3. (2; 4), (-2; -4). 4. а) -1,31; б) 2;  $-\frac{1}{3}$ .

*B*—2. 1. а)  $x \neq 0$ ; б)  $y \neq 0$ ; в) функция нечетная; г) возрастает на всей области определения; д)  $y > 0$  при  $x < 0$ ,  $y < 0$  при  $x > 0$ . 2. а)  $x \neq -\frac{1}{3}$ ,  $x \neq -2$ ; б)  $x \leq -\frac{1}{3}$ ,  $x \geq 0$ . 3. (6; 2), (-6; -2). 4. а) 2,78; б) 1.

*B*—3. 1. а)  $x \neq 0$ ; б)  $y \neq 0$ ; в) функция нечетная; г) убывает на всей области определения; д)  $y > 0$  при  $x < 0$ ,  $y < 0$  при  $x > 0$ . 2. а)  $x \neq 3$ ,  $x \rightarrow -0,4$ ; б)  $x \leq 0$ ,  $x \geq \frac{1}{6}$ . 3. (4; 2), (-4; -2). 4. а) -32,78; б) 2; 3.

*B*—4. 1. а)  $x \neq 0$ ; б)  $y \neq 0$ ; в) функция нечетная; г) возрастает на всей области определения; д)  $y > 0$  при  $x < 0$ ,  $y < 0$  при  $x > 0$ . 2. а)  $x \neq -2$ ,  $x \neq \frac{1}{6}$ ; б)  $0 \leq x \leq 3$ . 3. (3; 2), (-3; -2). 4. а) -0,25; б)  $-\frac{1}{3}$ .

#### K—4A

*B*—1. 1.  $\sqrt{3} + 1$ . 2.  $\cos^2 \alpha$ . 3.  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ . 4.  $\frac{2}{\cos \alpha}$ .

*B*—2. 1. 2,5. 2.  $\cos^2 \alpha$ . 3.  $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{7}{24}$ . 4.  $2 \operatorname{ctg} \alpha$ .

*B*—3. 1.  $\sqrt{3}$ . 2.  $\sin^2 \alpha$ . 3.  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$ . 4.  $\frac{2}{\sin \alpha}$ .

*B*—4. 1.  $2 - \sqrt{3}$ . 2.  $\sin^2 \alpha$ . 3.  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 2,4$ . 4.  $2 \operatorname{tg} \alpha$ .

#### K—5A

*B*—1. 1. а)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\sqrt{3}$ . 2. а)  $-2 \sin \alpha$ ; б) 0; в) 1. 4. 1.

*B*—2. 1. а)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б)  $\sqrt{3}$ . 2. а) 0; б)  $2 \operatorname{tg} \alpha$ ; в) 1. 4. 2.

*B*—3. 1. а)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; б) -1. 2. а)  $2 \cos \alpha$ ; б) 0; в) 1. 4. 1.

*B*—4. 1. а)  $\frac{1}{2}$ ; б) -1. 2. а) 0; б)  $2 \operatorname{tg} \alpha$ ; в)  $2 \operatorname{tg} 2\alpha$ . 4. 2.

#### K—6A

*B*—1. 1. 75. 2. 352. 4. Является. 5. 2550.

*B*—2. 1. 30. 2. 738. 4. Является. 5. 4277.

*B*—3. 1. -6. 2. 544. 4. Не является. 5. 2500.

*B*—4. 1. -70. 2. -432. 4. Является. 5. 5252.

#### K—7A

*B*—1. 1.  $-\frac{1}{625}$ . 2. 341. 3. 22,5. 4. 211 или 55. 5. а)  $\frac{31}{99}$ ; б)  $\frac{51}{90}$ .

*B*—2. 1.  $-\frac{1}{256}$ . 2. 508. 3. 2. 4. 15,75 или -5,25. 5. а)  $\frac{13}{99}$ ; б)  $\frac{7}{30}$ .

*B*—3. 1.  $-\frac{2}{243}$ . 2. 1275. 3. -32. 4. -255 или 85. 5. а)  $\frac{23}{99}$ ; б)  $\frac{2}{15}$ .

*B*—4. 1.  $-\frac{1}{8}$ . 2. -43. 3. 6,75. 4. 27,3 или 16,38. 5. а)  $\frac{17}{99}$ ; б)  $\frac{16}{45}$ .

**K—8A**

*B—1.* 1. а)  $-26$ ; б)  $0,2$ ; в)  $2$ ; г)  $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ . 2. а)  $\operatorname{tg} a$ ; б)  $\frac{2\sqrt{b}}{4-b}$ . 3. Значения функции положительны при  $x > 0$ , отрицательны при  $x < 0$ .

*B—2.* 1. а)  $-84$ ; б)  $\frac{1}{3}$ ; в)  $8$ ; г)  $2$ . 2. а)  $1 + \sin 2a$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{a}-1}$ . 3. Значения функции положительны при  $x < 0$ , отрицательны при  $x > 0$ .

*B—3.* 1. а)  $16$ ; б)  $0,5$ ; в)  $3$ ; г)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ . 2. а)  $\operatorname{tg} a$ ; б)  $\frac{4+a}{\sqrt{a}(4-a)}$ . 3. Значения функции положительны при  $x > 0$ , отрицательны при  $x < 0$ .

*B—4.* 1. а)  $45$ ; б)  $\frac{1}{8}$ ; в)  $5$ ; г)  $-0,5$ . 2. а)  $1 - \sin 2a$ ; б)  $\frac{9+a}{\sqrt{a}(a-9)}$ . 3. Значения функции положительны при  $x < 0$ , отрицательны при  $x > 0$ .

*5.*  $494550$ . *5.*  $2511$ .

**K—9A**

*B—1.* 1.  $\frac{3}{3+a}$ . 2.  $x \geq -3$ . 3.  $\frac{1}{3x-1}$ . 4.  $y > 0$  при  $x < -1$  и при  $x > 1$ ,  $y < 0$  при  $-1 < x < 1$ .

*5.*  $-0,96$ . *6.* 350 г меди, 150 г цинка. *7.* 95 м, 65 м.

*B—2.* 1.  $\frac{1}{a-1}$ . 2.  $1,5 < x \leq 3$ . 3.  $2x-3$ . 4.  $y > 0$  при  $-1 < x < 1$ ,  $y < 0$  при  $x < -1$  и при  $x > 1$ .

*5.*  $-0,28$ . *6.* 400 г воды, 200 г нашатырного спирта, 80 г мела. *7.* 110 м, 70 м.

*B—3.* 1.  $\frac{1}{a-1}$ . 2.  $-3 < x \leq 5$ . 3.  $4x+3$ . 4.  $y > 0$  при  $x < -\sqrt{2}$  и при  $x > \sqrt{2}$ ,  $y < 0$  при  $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ .

*5.*  $-0,96$ . *6.* 980 кг железа, 20 кг углерода. *7.* 61 м, 30 м.

*B—4.* 1.  $\frac{5}{5-a}$ . 2.  $2 < x \leq 3,5$ . 3.  $\frac{1}{2x-2}$ . 4.  $y > 0$  при  $-2 < x < 2$ ,  $y < 0$  при  $x < -2$  и при  $x > 2$ .

*5.*  $-0,28$ . *6.* 36 кг риса, 9 кг ячменя. *7.* 100 м, 64 м.

**ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ ОЛИМПИАД***Осенняя олимпиада*

**1.** 28 и 39. **2.** Указание. Предположить, что дробь  $\frac{a}{b}$  сократима, т. е.  $a = a_1k$  и  $b = b_1k$ , где  $k \neq 1$  — натуральное число. **3.** График — объединение лучей  $y = 0$ , где  $x < 0$ , и  $y = 2x$ , где  $x \geq 0$ . **4.** Указание.  $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{n+n} + \frac{1}{n+n} + \dots + \frac{1}{n+n} = \frac{1}{2}$ , если  $n > 1$ . **5.**  $-1 - \sqrt{2}$ ;  $-1 + \sqrt{2}$ . **6.**  $[-2; 1]$ . **7.** 24 км. **8.** График уравнения — объединение четырех прямых:  $x = -2$ ,  $x = 2$ ,  $y = -3$ ,  $y = 3$ .

*Весенняя олимпиада*

**1.**  $(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)$ . **2.** Указание. Представить левую часть неравенства в виде суммы трех квадратов двучленов. **3.**  $|x| + |y| = 1$ . **4.** а)  $0$ ; б)  $1 \frac{9}{16}$ ; в)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ; г)  $-\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ . **5.**  $a_1 = 14$ ,  $q = \frac{3}{4}$ . **6.** Указание. При упрощении подкоренных выражений воспользоваться тождеством  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ . **7.** 4. **8.**  $x = 5$ ,  $y = 2$  или  $x = 11$ ,  $y = 10$ .

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	3
Самостоятельные работы . . . . .	7
Контрольные работы . . . . .	87
Итоговое повторение по темам . . . . .	127
Повторение по курсу алгебры VII—IX классов .	143
Задания для школьных олимпиад . . . . .	155
Ответы к контрольным работам . . . . .	156
Ответы к заданиям олимпиад . . . . .	160

**Учебное издание**

**Макарычев Юрий Николаевич  
Миндюк Нора Григорьевна  
Короткова Лидия Михайловна**

**ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО АЛГЕБРЕ ДЛЯ 9 КЛАССА**

**Зав. редакцией Т. А. Бурмистрова**

**Редактор Н. Е. Терехина**

**Младший редактор Л. В. Кузнецова**

**Художники В. В. Костин, В. А. Коршунов**

**Художественный редактор Е. Р. Дащук**

**Технический редактор Р. С. Еникеева**

**Корректоры Л. С. Вайтман, Н. В. Бурдина**

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. № 010001 от 10.10.96. Подписано к печати с диапозитивов 13.10.99. Формат 60x90<sup>1</sup>/16. Бумага типографская № 2. Гарнитура Литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,0. Усл. кр.-отт. 10,62. Уч.-изд. л. 7,17. Тираж 20 000 экз. Заказ № 2069.

Государственное унитарное предприятие ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета Российской Федерации по печати. 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Государственное унитарное предприятие ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Государственного комитета Российской Федерации по печати. 410004, Саратов, ул. Чернышевского, 59.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКТ  
ПО АЛГЕБРЕ ДЛЯ 7–9 КЛАССОВ СОДЕРЖИТ:**

**■ Учебники для 7, 8 и 9 классов**

(авторы Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков,  
С.Б. Суворова)

**■ Дидактические материалы по алгебре**

- 7 класс (авторы Л.И. Звавич, Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова)
- 8 класс (авторы В.И. Жохов, Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк)
- 9 класс (авторы Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, Л.М. Короткова)

**■ Задачи по алгебре для 7–9 классов**

(автор А.Я. Кононов)

**■ Тестовые задания по алгебре для 9 класса**

(авторы Ю.В. Балашов, Ю.М. Балашова)

**■ За страницами учебника алгебры**

(автор Л.Ф. Пичурин)

ISBN 5-09-009614-7



9 785090 096140

•Просвещение•