

МАТЕМАТИКА

Книга
для учителя

56

Москва «Просвещение» 2006

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
М34

Авторы:
С. Б. Суворова, Л. В. Кузнецова,
С. С. Минаева, Л. О. Рослова

Математика, 5—6 : кн. для учителя / [С. Б. Суворова, М34 Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова]. — М. : Просвещение, 2006. — 191 с. : ил. — ISBN 5-09-014487-7.

Пособие предназначено для учителей, ведущих преподавание по учебным комплектам «Математика, 5» и «Математика, 6» под редакцией Г. В. Дорофеева и И. Ф. Шарыгина (М.: Просвещение), которые включают учебники, дидактические материалы, рабочие тетради, контрольные работы для 5—6 классов. Пособие содержит методические комментарии к каждой главе учебника, рекомендации к решению упражнений, примерное распределение материала всех книг комплекта по изучаемым темам.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

ISBN 5-09-014487-7

© Издательство «Просвещение», 2006
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2006
Все права защищены

Общая характеристика курса математики 5—6 классов

Ведущей идеей современной концепции школьного образования является идея гуманизации, ставящая в центр процесса обучения ученика с его интересами и возможностями, требующая учета особенностей его личности. Такая позиция определяет общие направления перестройки школьного математического образования, главными из которых являются усиление общекультурного звучания курса и повышение его значимости для формирования личности подрастающего человека.

Именно эти соображения легли в основу создания новых учебных комплектов для 5—6 классов и существенно повлияли на отбор и структуру материала, на методические подходы к его изложению.

Каждое пособие, входящее в комплекты, имеет свои функции и особенности.

Учебник — центральная книга комплекта. Весь материал разбит на небольшие по объему главы, каждая из которых включает от трех до семи пунктов. В каждом пункте выделяется учебный (объяснительный) текст, в нем содержатся все необходимые понятия и термины, разбираются способы решения задач. Многие пункты написаны достаточно развернуто и содержат материал для чтения, который не требуется ни запоминать, ни воспроизводить. Это, например, исторические фрагменты, объяснение возникновения того или иного термина, обозначения. Это делает текст интересным, повышает привлекательность и доступность материала для детей, способствует возникновению прочных ассоциаций, что в конечном счете помогает пониманию и запоминанию собственно математических фактов.

Система упражнений по каждому пункту разделена на группы А и Б. Упражнения первой группы направлены в основном на формирование и отработку умений на уровне обязательной подготовки, упражнения второй группы — на развитие более высоких уровней усвоения. Диапазон сложности самых первых заданий (из группы А) и последних заданий (из группы Б) всегда значителен.

Каждая глава учебника завершается двумя самостоятельными разделами.

Первый из них — «Для тех, кому интересно». Это необязательный материал, углубляющий или чаще расширяющий знания учащихся. Его название полностью отражает его назначение. Он содержит небольшой объяснительный текст и интересные задачи, в большинстве своем доступные детям с разными способностями. Предполагается, что этот материал может использоваться самыми разными способами: для индивидуальной работы учащихся в классе и дома, для совместной работы детей с родителями.

ми, для фронтальной работы с классом, — все зависит от конкретных условий и желаний.

Второй, завершающий раздел — «Задания для самопроверки». Он содержит обязательные результаты обучения по данной главе. И это целесообразно разъяснить учащимся.

В конце учебника помещен раздел «Задания для итогового повторения». В нем задания сгруппированы в восемь работ, по две дублирующие, направленные на компактное, эффективное, систематизирующее повторение всего материала за год.

Рабочая тетрадь — пособие с печатной основой для работы непосредственно на содержащихся в нем заготовках; применяется преимущественно на первоначальных этапах изучения темы с целью увеличения объема практической деятельности и разнообразия содержания и форм работы.

Дидактические материалы — дополнительный набор упражнений, организованный в виде самостоятельных работ, содержащих задания разного уровня сложности; применяется на этапах закрепления важнейших умений с целью индивидуализации содержания работы ученика.

Отметим главные особенности предлагаемого курса, которые отвечают указанным выше направлениям совершенствования школьного математического образования:

- выдвижение на первый план задачи **интеллектуального развития учащихся**, и прежде всего таких его компонентов, как интеллектуальная восприимчивость, способность к усвоению новой информации, подвижность и гибкость, независимость мышления;
- создание **широкого круга математических представлений** и одновременно отказ от формирования некоторых специальных математических умений;
- **перенос акцентов с формального на содержательное**, развитие понятий и утверждений на наглядной основе, повышение роли интуиции и воображения как основы для формирования математического мышления и интеллектуальных способностей;
- формирование **лично-ценностного отношения к математическим знаниям**, представления о математике как части общечеловеческой культуры, усиление практического аспекта в преподавании, развитие умения применять математику в реальной жизни;
- приведение курса в **соответствие с возрастными особенностями учащихся**, что выразилось в живом языке изложения и в опоре на жизненный опыт учащихся, организации разнообразной практической деятельности.

Важнейшие особенности содержания курса выражаются в следующем:

- соответствие стандарту школьного математического образования;
- увеличение удельного веса арифметической составляющей курса;

- освобождение от излишней алгебраизации;
- включение в курс наглядно-деятельностной геометрии;
- введение новой содержательной линии «Анализ данных».

Дадим краткую характеристику каждой содержательной линии курса.

Арифметика. Усиление внимания к арифметике в историческом смысле этого слова является существенным отличием предлагаемого курса от действующих в настоящее время. Прежде всего, изучение арифметики не заканчивается в 6 классе, а будет продолжено и в следующем звене — в 7—9 классах, где дальнейшее развитие получают практические арифметические расчеты. Усиливается внимание к формированию правильных представлений о понятии числа и его развитии. Именно этим, а также с целью лучшего овладения навыками вычислений объясняется изменение порядка изучения обыкновенных и десятичных дробей. Пересмотрены требования к вычислительной подготовке школьников, а именно: делается акцент на развитие вычислительной культуры, в частности на обучение эвристическим приемам прикидки и оценки результатов действий, проверки их на правдоподобие. Повышено внимание к арифметическим приемам решения текстовых задач как средству обучения способам рассуждений, выбору стратегии решения, анализу ситуации, сопоставлению данных и в конечном итоге развитию мышления учащихся.

Геометрия. Весьма существенно пересмотрено изучение геометрии. Геометрический материал в этом курсе может быть охарактеризован как наглядно-деятельностная геометрия. Обучение организуется как процесс интеллектуально-практической деятельности, направленной на развитие пространственных представлений, изобразительных умений, расширение геометрического кругозора, в ходе которой важнейшие свойства геометрических фигур, как плоских, так и пространственных, получают посредством опыта и здравого смысла.

Алгебра. В определенной мере изменен взгляд на алгебраическую подготовку учащихся 5—6 классов. Это выражается прежде всего в пересмотре отношения к ранней алгебраизации курса. Основной алгебраический материал в этом звене перенесен к концу 6 класса и базируется на достаточно богатой арифметической подготовке школьников. Кроме того, снижен уровень требований к формально-оперативным навыкам, формирование которых отнесено к следующему звену школы. В русле общей концепции курса акцент здесь сделан на содержательную работу с формулами — составление и интерпретацию формул, вычисления по формулам, включая выражение одних входящих в формулу величин через другие.

Анализ данных. Эта линия объединяет в себе три направления: элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей. Введение этого материала продиктовано самой жизнью. Его изучение направлено на формирование у школьников как общей вероятностной интуиции, так и конкретных способов оценки данных. Основная задача в этом звене — формирова-

ние соответствующего словаря, обучение простейшим приемам сбора, представления и анализа информации, обучение решению комбинаторных задач перебором возможных вариантов, создание элементарных представлений о частоте и вероятности случайных событий.

Изложение материала в учебном комплекте, его структурирование и компоновка строятся с учетом нескольких принципов, реализация которых помогает повысить качество и эффективность усвоения курса, сформировать и поддержать интерес к урокам математики, развить мышление школьников. Перечислим важнейшие из этих принципов.

Обеспечение возможностей для уровневой дифференциации. Комплект в целом содержит достаточный объем материала для работы с учащимися разного уровня способностей и подготовленности и позволяет учителю строить учебный процесс с учетом реального уровня класса, группы учащихся, конкретного ученика; упражнения разделены на группы А и Б и представлены в широком диапазоне сложности; в учебник и дидактические материалы включается богатый и разнообразный материал, позволяющий выйти за рамки круга обязательных вопросов, применить полученные знания в различных ситуациях.

Явное выделение списка обязательных результатов обучения. В конце каждой главы учебника помещен раздел «Задания для самопроверки», в котором представлены обязательные результаты обучения по данной главе.

Обеспечение каждого этапа усвоения знаний и умений. Комплект содержит задания и циклы заданий, облегчающие восприятие нового материала и понимание основных вопросов, направленные на тренировку и отработку умений и навыков, помогающие в подготовке к проверкам и зачетам, способствующие развитию мышления учащихся.

Опора на наглядно-образное мышление. Введению центральных понятий курса предшествует этап содержательно-практической деятельности, в ходе которого знания формируются на наглядно-интуитивном уровне; этому в значительной степени способствует рабочая тетрадь, при выполнении заданий в которой учащиеся осуществляют разнообразные практические действия, составляющие основу формируемых умений; правила возникают как обобщенное вербальное выражение способов действий, которые на интуитивном уровне уже освоены.

Движение по спирали. В учебнике реализовано линейно-концентрическое изложение материала, в соответствии с которым учащиеся неоднократно возвращаются ко всем принципиальным вопросам, поднимаясь при этом на новый уровень.

Удобство для учителя, простота и гибкость в работе. Структура комплекта, четкая функциональная направленность каждого пособия, компоновка материала удобны для подбора материала и организации урока и в то же время не предполагают жесткой регламентации обучающей схемы.

----- Содержание и структура методического пособия -----

Цель настоящего пособия — дать возможность учителю глубже понять идеологию и основные методические идеи предлагаемого курса, помочь в ежедневной работе по подготовке к урокам, обеспечить практическим и методическим материалом для организации контроля и оценки знаний учащихся.

Структура центрального раздела книги соответствует структуре учебника.

Обзор каждой темы учебника включает в себя:

- примерное распределение учебного материала, представленное в виде таблицы и позволяющее планировать изучение параграфа в двух различных вариантах — в полном объеме и в рамках так называемого минимального курса для работы в классах коррекции; этому помогает специальная колонка таблицы, в которой указан материал, обязательный для прохождения с учащимися в таких классах;
- основные цели, которые характеризуют требования к усвоению материала главы и выделяют обязательные результаты обучения;
- обзор главы, в котором дается общая характеристика ее содержания и методических особенностей, раскрываются причины, по которым принят тот или иной подход к изложению материала, показываются связи изучаемой темы с предыдущим и последующим материалом.

Далее к каждому пункту учебника дается:

- *методический комментарий*, в котором содержатся все необходимые рекомендации по объяснению материала, приводятся предложения по организации диалогов, обсуждения, обращается внимание на возможные ошибки учащихся и пути их предупреждения, предлагаются дополнительные вопросы, задания, упражнения и др.;
- *комментарий к упражнениям*, в котором содержатся рекомендации по работе с конкретными упражнениями, рассматриваются различные способы решений, приводятся образцы оформления, предлагаются вопросы, которые целесообразно поставить перед учащимися.

Рассмотрение каждой главы завершается разбором раздела «Для тех, кому интересно».

----- Поурочное планирование учебного материала -----

Приводимое ниже поурочное планирование носит примерный характер. Оно отражает некоторый усредненный опыт, и, естественно, в конкретном классе при конкретных условиях число уроков на изучение того или иного пункта, главы может меняться. Тем не менее мы считаем целесообразным помещать его в пособие, так как оно служит своего рода ориентиром как для учителя, впервые ведущего преподавание по данному учебному

комплекту, так и для опытного учителя. Оно поможет увидеть, насколько сильно вы отстаёте или опережаете основную группу классов. Если на изучение какого-либо материала у вас уходит существенно больше времени, чем рекомендовано в планировании, это должно послужить сигналом о том, что вы слишком задерживаетесь на этом вопросе, поэтому следует пересмотреть свой план и опустить ряд задач (оставить их для последующего повторения или не рассматривать вообще).

МАТЕМАТИКА, 5

5 уроков в неделю, всего 170 уроков

	Число уроков
Глава 1. Линии	7
1.1. Разнообразный мир линий	1
1.2. Прямая. Части прямой. Ломаная	2
1.3. Длина линии	2
1.4. Окружность	2
Глава 2. Натуральные числа	12
2.1. Как записывают и читают числа	2
2.2. Сравнение чисел	2
2.3. Числа и точки на прямой	2
2.4. Округление натуральных чисел	2
2.5. Перебор возможных вариантов	4
Глава 3. Действия с натуральными числами	25
3.1. Сложение и вычитание	5
3.2. Умножение и деление	7
Зачет № 1	1
3.3. Порядок действий в вычислениях	4
3.4. Степень числа	3
3.5. Задачи на движение	4
Зачет № 2	1
Глава 4. Использование свойств действий при вычислениях	12
4.1. Свойства сложения и умножения	2
4.2. Распределительное свойство	3
4.3. Задачи на части	4
4.4. Задачи на уравнивание	2
Зачет № 3	1
Глава 5. Многоугольники	7
5.1. Как обозначают и сравнивают углы	2
5.2. Измерение углов	3
5.3. Ломаные и многоугольники	2
Глава 6. Делимость чисел	15
6.1. Делители и кратные	3
6.2. Простые и составные числа	2
6.3. Делимость суммы и произведения	2

6.4. Признаки делимости	3
6.5. Деление с остатком	3
6.6. Разные арифметические задачи	1
Зачет № 4	1
Глава 7. Треугольники и четырехугольники	9
7.1. Треугольники и их виды	2
7.2. Прямоугольники	2
7.3. Равенство фигур	2
7.4. Площадь прямоугольника	2
7.5. Единицы площади	1
Глава 8. Дроби	20
8.1. Доли	2
8.2. Что такое дробь	4
8.3. Основное свойство дроби	4
8.4. Приведение дробей к общему знаменателю	2
8.5. Сравнение дробей	3
8.6. Натуральные числа и дроби	2
8.7. Случайные события	2
Зачет № 5	1
Глава 9. Действия с дробями	35
9.1. Сложение дробей	4
9.2. Сложение смешанных дробей	3
9.3. Вычитание дробных чисел	6
Зачет № 6	1
9.4. Умножение дробей	5
9.5. Деление дробей	6
9.6. Нахождение части целого и целого по его части	5
9.7. Задачи на совместную работу	4
Зачет № 7	1
Глава 10. Многогранники	10
10.1. Геометрические тела и их изображение	2
10.2. Параллелепипед	2
10.3. Объем параллелепипеда	3
10.4. Пирамида	1
10.5. Развертки	2
Глава 11. Таблицы и диаграммы	8
11.1. Чтение и составление таблиц	3
11.2. Чтение и построение диаграмм	2
11.3. Опрос общественного мнения	3
Повторение. Итоговая контрольная работа	10

МАТЕМАТИКА, 6

5 уроков в неделю, всего 170 уроков

	Число уроков
Глава 1. Обыкновенные дроби	20
1.1. Что мы знаем о дробях	4
1.2. «Многоэтажные» дроби	2
1.3. Основные задачи на дроби	5
1.4. Что такое процент	6
1.5. Столбчатые и круговые диаграммы	2
Зачет № 1	1
Глава 2. Прямые на плоскости и в пространстве	6
2.1. Пересекающиеся прямые	2
2.2. Параллельные прямые	2
2.3. Расстояние	2
Глава 3. Десятичные дроби	9
3.1. Как записывают и читают десятичные дроби	3
3.2. Перевод обыкновенной дроби в десятичную	1
3.3. Десятичные дроби и метрическая система мер	1
3.4. Сравнение десятичных дробей	2
3.5. Задачи на уравнивание	1
Зачет № 2	1
Глава 4. Действия с десятичными дробями	31
4.1. Сложение и вычитание десятичных дробей	6
4.2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000, ...	2
4.3. Умножение десятичных дробей	5
4.4. Деление десятичных дробей	6
4.5. Деление десятичных дробей (продолжение)	5
4.6. Округление десятичных дробей	2
4.7. Задачи на движение	4
Зачет № 3	1
Глава 5. Окружность	8
5.1. Прямая и окружность	2
5.2. Две окружности на плоскости	2
5.3. Построение треугольника	2
5.4. Круглые тела	2
Глава 6. Отношения и проценты	15
6.1. Что такое отношение	3
6.2. Деление в данном отношении	3
6.3. «Главная» задача на проценты	4
6.4. Выражение отношения в процентах	4
Зачет № 4	1
Глава 7. Симметрия	8
7.1. Осевая симметрия	2
7.2. Ось симметрии фигуры	3
7.3. Центральная симметрия	3

Глава 8. Целые числа	14
8.1. Какие числа называют целыми	1
8.2. Сравнение целых чисел	2
8.3. Сложение целых чисел	2
8.4. Вычитание целых чисел	2
8.5. Умножение целых чисел	2
8.6. Деление целых чисел	2
8.7. Множества	2
Зачет № 5	1
Глава 9. Комбинаторика. Случайные события	8
9.1. Логика перебора	2
9.2. Правило умножения	2
9.3. Сравнение шансов	2
9.4. Эксперименты со случайными исходами	2
Глава 10. Рациональные числа	16
10.1. Какие числа называют рациональными	2
10.2. Сравнение рациональных чисел. Модуль числа	2
10.3. Действия с рациональными числами	5
10.4. Решение задач на «обратный ход»	1
10.5. Что такое координаты	2
10.6. Прямоугольные координаты на плоскости	3
Зачет № 6	1
Глава 11. Буквы и формулы	15
11.1. О математическом языке	3
11.2. Составление формул	3
11.3. Вычисления по формулам	2
11.4. Формулы длины окружности и площади круга	1
11.5. Что такое уравнение	5
Зачет № 7	1
Глава 12. Многоугольники и многогранники	10
12.1. Сумма углов треугольника	2
12.2. Параллелограмм	3
12.3. Правильные многоугольники	1
12.4. Площади	3
12.5. Призма	1
Повторение. Итоговая контрольная работа	10

Методические рекомендации к курсу 5 класса

Глава 1. ЛИНИИ (7 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
1.1	Разнообразный мир линий	№ 1—9	1	У: № 1—3, 5—7, 9, 13, 15; РТ: № 1—9
1.2	Прямая. Части прямой. Ломаная	№ 10—21	2	У: № 16—26; РТ: № 10—21
1.3	Длина линии	№ 22—32	2	У: № 31—47; РТ: № 22—32
1.4	Окружность	№ 33—42	2	У: № 54—57, 59—62; РТ: № 33—42

Основные цели: развить представление о линии, продолжить формирование графических навыков и измерительных умений.

Обзор главы. В этой главе формируются некоторые общие представления о линии (замкнутость, самопересечение, внутренняя область и др.). Учащимся предлагаются задания на распознавание линий и их изображение. При этом задачи на изображение подразделяются на два вида: вычерчивание некоторой конфигурации по описанию и воспроизведение заданной конфигурации. Особое внимание уделяется прямой и окружности. Выполняя упражнения, учащиеся встречаются с конфигурациями, содержащими две и более прямых, две и более окружности, прямые и окружности.

В начальной школе учащиеся уже знакомились с такой геометрической фигурой, как отрезок. Им известны единицы длины, они умеют измерять длину отрезка, строить отрезок заданной длины. В данной главе представления о фигурах, связанных с прямой, дополняются и расширяются: вводятся понятия «луч» и «ломаная». Теперь учащиеся находят длину ломаной, расстояние между двумя точками, и, кроме того, они встречаются с задачей определения длины кривой.

1.1. Разнообразный мир линий

Методический комментарий

Материал пункта носит вводный характер. Здесь учащиеся впервые встречаются с некоторыми новыми типами заданий, которые в определенной степени должны стать для них привычными.

Одним из таких типов являются задания, цель которых — обучение учащихся осмысленному, грамотному и адекватному

восприятию геометрических объектов. Рассматривая геометрическую конфигурацию, учащиеся должны видеть общую структуру изображения, уметь расчленять ее на составные элементы, определять особенности их расположения и числовые характеристики. Чтобы облегчить восприятие, учащиеся могут воспользоваться некоторыми простыми приемами — «пройтись» по линии пальцем, карандашом, выделить ее цветом.

Задания на воспроизведение конфигураций требуют выработки общего алгоритма действий: сначала внимательно рассмотреть изображение, а затем сформулировать последовательность выполнения построения, обращая при этом внимание и на дополнительные построения.

Учащиеся должны осознать те преимущества, которые дает клетчатая бумага для вычерчивания различных линий. Желательно сразу приучить их «шагать» по узлам сетки. Так, чтобы воспроизвести предложенный отрезок с концами в узлах сетки, они должны отсчитать от одного из его концов, например, пять клеток вправо и две клетки вверх. Однако в работе должна использоваться и нелинованная бумага, а изображения следует выполнять как с помощью инструментов, так и от руки.

На окружающих предметах, рисунках учащиеся должны увидеть не только плоские, но и пространственные линии. Это может быть ломаная на каркасе куба, кривая на шаре, спираль пружины и т. д.

Заметим, что не следует останавливаться на этом пункте дольше, чем рекомендовано планированием. Решение таких задач, носящих ярко выраженный развивающий характер, лучше распределить во времени. Поэтому определенную часть заданий из учебника и рабочей тетради целесообразно включить в следующие уроки, например по теме «Натуральные числа».

Комментарий к упражнениям

2. На первый взгляд мы видим узор, составленный из двух или более линий. Чтобы убедиться, что это не так и перед нами замкнутая самопересекающаяся линия, надо, выбрав и зафиксировав начало отсчета, «пройтись» по ней карандашом или пальцем.

8. Это упражнение служит развитию умения, опираясь на чертеж или рисунок, выполнить некоторое действие мысленно. При этом проведение эксперимента является существенной частью упражнения — учащиеся мысленно повторяют действия, выполненные практически.

9. Из анализа рисунка выясняется, что спираль состоит из отрезков: первый и второй отрезки равны одной клетке, третий и четвертый — двум клеткам и т. д., а движение по спирали происходит против часовой стрелки.

14. Копировать овал нужно, пользуясь сеткой тетрадного листа. Сетка разбила овал на фрагменты, поэтому можно просто рисовать один фрагмент за другим. Полезно обратить внимание

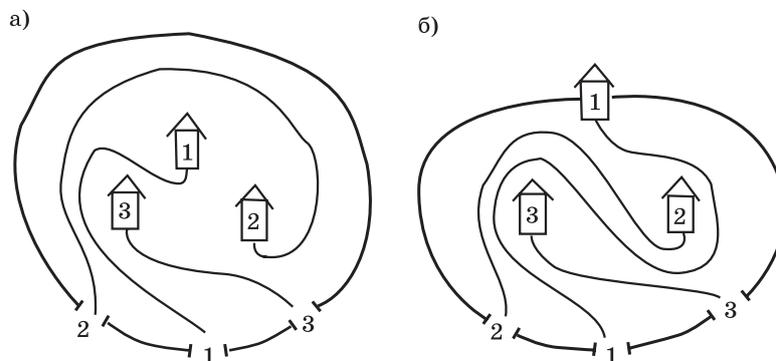


Рис. 1

учащихся на то, что у этой линии есть центр. Отсчитав от него две клетки вверх и две клетки вниз, получим верхнюю и нижнюю точки овала, а отсчитав шесть клеток влево и шесть клеток вправо, — левую и правую точки.

8 (РТ). Решение изображено на рисунке 1.

1.2. Прямая. Части прямой. Ломаная

Методический комментарий

Теоретическая часть пункта содержит достаточно много новых понятий и терминов, которые должны войти в активную речь учащихся. Целесообразно разбить ее изучение на несколько этапов. Сначала нужно поговорить о прямой, ее бесконечности, способах обозначения, выполнить с учащимися упражнения на построения, стремясь при этом к тому, чтобы они осознавали и некоторые факты — провести через отмеченную точку несколько прямых и осознать, что таких прямых бесконечно много; провести прямую через две отмеченные точки и осознать, что такая прямая только одна; провести три попарно пересекающиеся прямые и осознать, что точек пересечения тоже три. Затем можно перейти к фигурам, являющимся частью прямой: ввести понятия луча и отрезка и решить несколько связанных с ними задач, сравнить их свойства, способы обозначения. И только после этого ознакомить учащихся с ломаной и выполнить задания на отработку этого понятия.

Обращаем ваше внимание на то, что поначалу учащиеся при обозначении прямой двумя буквами обязательно должны отмечать на прямой и соответствующие им точки. Со временем точки можно будет не ставить, пояснив, что здесь подразумеваются любые две точки.

В задачах этого пункта отрабатывается понимание таких оборотов речи, как «точка лежит (не лежит) на прямой (луче, отрезке)», «точка лежит между точками», «точка принадлежит (не

принадлежит) прямой (лучу, отрезку)», «прямая пересекает (не пересекает) прямую (луч, отрезок)».

Комментарий к упражнениям

23. Дополнительный вопрос: сколько отрезков, равных отрезку AB , одним из концов которых является точка A , а другой конец лежит в узле сетки, вы можете построить? Всего их 8.

27. 2) Задача достаточно трудная, поэтому в зависимости от возможностей класса можно ограничиться ответом на один первый вопрос или на два первых вопроса. Решение начинается с выполнения рисунка. Учитель должен предусмотреть, что рисунок потребует много места. Лучше всего каждому ученику дать лист нелинованной бумаги. Первый шаг: начертить три попарно пересекающиеся прямые и отметить точки их пересечения — светофоры (рис. 2, а). Необходимо обратить внимание учащихся на то, что точек пересечения прямых три, и сделать на доске соответствующую запись (рис. 2, в, верхняя строка). Второй шаг: провести четвертую прямую, пересекающую три предыдущих (рис. 2, б). Учащиеся должны заметить, что число точек пересечения при этом увеличится на число пересекаемых улиц. Значит, число светофоров с четырьмя улицами равно трем «старым» светофорам и трем «новым» (вторая строка на рис. 2, в). Следующий шаг: провести пятую прямую, отметить новые точки пересечения, подсчитать их число и сделать соответствующую запись на доске. В несильном классе можно остановиться и на этом шаге. Если учащимся удалось подметить закономерность, то они могут продолжить вычисления для 6, 7, ..., 10 улиц, уже не обращаясь к рисунку. Число светофоров с десятью улицами равно 45. (Для учителя укажем рекуррентное соотношение $A_n = A_{n-1} + (n - 1)$.)

29. Полезно использовать каркасную модель куба для демонстрации на ней называемых отрезков.

30. 1) Куб можно спаять из 12, 6 и 4 одинаковых кусков проволоки. **2)** Нет, цветные проволоочки двух кубов спаяны различным образом.

14 (РТ). Полезно обратить внимание учащихся, что и в первом и во втором случае получили 6 отрезков. Чтобы подсчитать все отрезки, нужно провести, например, красным карандашом все отрезки с концом в точке K , синим — с концом в точке M , зеле-

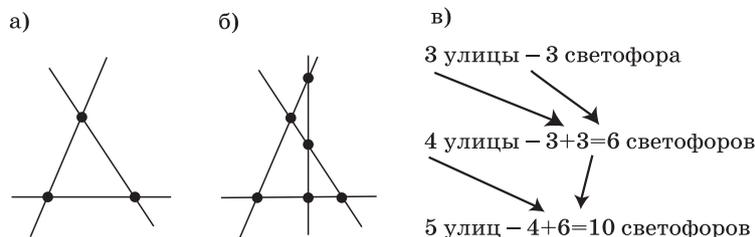


Рис. 2

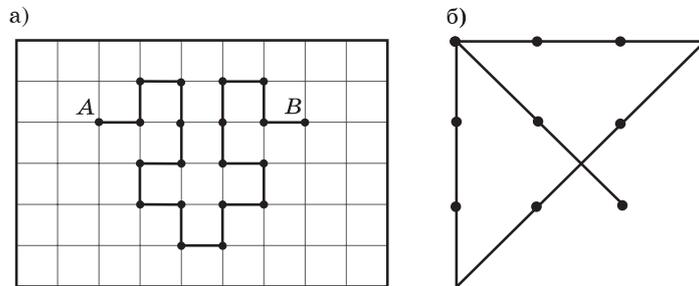


Рис. 3

ным — с концом в точке L , желтым — с концом в точке N . Из каждой точки проведено по три отрезка, всего отрезков $3 \cdot 4 = 12$, но каждый отрезок проведен дважды, следовательно, отрезков $12 : 2 = 6$.

Задачу можно решить и для большего числа точек.

17 (РТ). Решение см. на рисунке 3, а.

18 (РТ). Решение см. на рисунке 3, б.

1.3. Длина линии

Методический комментарий

В этом пункте можно выделить две составляющие: теоретическую и практическую. Теоретическая связана с развитием представлений учащихся об измерении величин. Здесь повторяются и расширяются сведения об единицах длины и впервые ставится задача измерения длины кривой. Практический аспект связан с непосредственным выполнением реальных измерений и построений, решением задач вычислительного характера и др. Следует обратить внимание на владение учащимися единицами длин, умение перейти от одних единиц к другим (№ 29, 30 из рабочей тетради). В связи с этим можно несколько расширить их представления о связях между единицами. В учебнике указано, что основная метрическая единица измерения длин — метр. Соотношения между метром и другими, связанными с ним единицами отражены в их названиях. Приставки в терминах «километр», «дециметр», «сантиметр», «миллиметр» означают увеличение или уменьшение основной единицы в 10, 100 или 1000 раз. Так, приставка «кило» означает увеличение в 1000 раз: $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$. Приставка «деци» означает уменьшение в 10 раз ($1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$), «санци» — в 100 раз ($1 \text{ м} = 100 \text{ см}$), «милли» — в 1000 раз ($1 \text{ м} = 1000 \text{ мм}$). Полезно здесь и далее при изучении натуральных чисел предлагать упражнения типа: «Сколько сантиметров содержится в 3 м, 35 м, 5 дм, 28 дм?», «Сколько миллиметров содержится в 7 см, 15 см, 6 дм, 19 дм, 4 м?», «Выразите в метрах 3 км 200 м; в сантиметрах 7 дм 4 см», «Выразите в километрах 4000 м, 16 000 м».

Следует проверить, каждый ли учащийся умеет пользоваться линейкой для измерения длин отрезков. С этой целью можно использовать задания № 26—28 из рабочей тетради. Полезно также организовать такую практическую работу: дать каждому ученику заранее заготовленный лист нелинованной бумаги с изображенными на нем отрезками и предложить провести измерения. Для проверки правильности выполнения измерений учащиеся меняются листочками. После этого каждый ученик может предложить соседу построить отрезок заданной длины.

Обращаем внимание на то, что при изучении этого пункта формируется также умение оценивать длину отрезка на глаз (№ 27 из рабочей тетради), а также практически важное представление о том, какие единицы измерения длин используются в тех или иных реальных ситуациях (№ 42, 43 из учебника).

Учащиеся должны также понимать, что для откладывания отрезка данной длины можно использовать не только линейку, но и циркуль. Этому способствуют такие упражнения из рабочей тетради, как № 22—25.

Заметим, наконец, что через систему упражнений в этом пункте формируется важное для дальнейшего представление о длине ломаной (№ 38—41 из учебника и № 31—32 из рабочей тетради).

Комментарий к упражнениям

53. Построение можно, например, выполнить так. Сначала построить отрезок длиной 4 см: $10 - 3 - 3 = 4$ (см). Затем построить отрезок длиной 5 см: $4 + 4 - 3 = 5$ (см). И наконец, построить отрезок длиной 2 см: $5 - 3 = 2$ (см). Будет интересно, если учащиеся предложат разные решения.

При выполнении задания следует строить реальные отрезки. При этом оговаривается, что на линейке можно использовать только метки «0», «3» и «10».

26—28, 31 (РТ). Обсудить два способа построения: циркулем и линейкой.

1.4. Окружность

Методический комментарий

При изучении этого пункта учащиеся должны, во-первых, усвоить термины, связанные с окружностью (центр окружности, диаметр, радиус), во-вторых, научиться пользоваться циркулем для вычерчивания окружности, в-третьих, осознать характеристическое свойство окружности — равноудаленность ее точек от центра.

Учащиеся должны научиться выполнять различные задания на построение окружности: строить окружность заданного радиуса; радиусом, равным данному отрезку; с центром в заданной точке; проходящую через другую заданную точку и др.

Построив окружность и проведя пересекающую ее прямую, учащиеся должны увидеть две точки пересечения и соединяющий их отрезок. А проведя прямую через центр окружности, они должны увидеть диаметр и осознать, что диаметр является отрезком наибольшей длины среди всех отрезков, соединяющих две точки окружности.

Следует, где это возможно, подчеркивать, что диаметр «составляется» из двух радиусов и поэтому его длина равна двум радиусам. Здесь полезно построить окружность, диаметром которой является заданный отрезок (середину отрезка учащиеся находят измерением), а затем окружность с диаметром заданной длины.

Продолжается работа по воспроизведению заданных конфигураций. Полезно обратить внимание учащихся на то, что если узор составлен из окружностей, то для каждой окружности нужно найти ее центр и определить, чему равен ее радиус.

Комментарий к упражнениям

59. Сначала упражнение выполняется на глаз. Затем учащиеся измеряют диаметр круга и сравнивают его с длиной каждого отрезка.

Для тех, кому интересно

Обводим линии

Название этой рубрики отвечает ее назначению: содержащийся в ней материал нацелен именно на то, чтобы заинтересовать учащихся, втянуть их в разнообразную математическую деятельность, и его при желании можно использовать в классах разного уровня, в том числе в классах коррекции. Это связано с тем, что материал в целом несложный и допускает изучение с различной степенью глубины.

Так, в слабых классах можно ограничиться решением задач № 66—70. Тем самым учащимся предлагается еще один вид графической деятельности, подчиненный определенной цели: обвести линию одним росчерком; найти узел, с которого это можно сделать, и т. д.

В то же время более сильные учащиеся в процессе выполнения этих упражнений смогут прийти к некоторым теоретическим обобщениям. Они постепенно подводятся к выводу, что линию нельзя вычертить одним росчерком, если она содержит более двух нечетных узлов. Начинают они свое исследование с вычерчивания линий, содержащих два нечетных узла, и убеждаются на практике, что вычертить их можно, начав именно с этих узлов. Затем они знакомятся с линиями, содержащими только четные узлы, и видят, что их вычерчивание может быть начато с любого узла. И наконец, им предлагается вычертить и проанализировать те линии, которые вообще нельзя вычертить одним росчерком. Понят-

но, что доказательство того факта, что линию, содержащую более двух нечетных узлов, нельзя вычертить одним росчерком, доступно не всем учащимся. Однако понять, что этот факт имеет место, может каждый, тем более что подошел он к нему, уже накопив достаточный опыт вычерчивания различных линий. А именно это здесь и важно.

Тем, кто дошел до конца этого пункта, можно предложить решить задачу, положившую начало вычерчиванию линий одним росчерком, которую обычно называют задачей о кенигсбергских мостах.

Задача. Город Кенигсберг был расположен на берегах и двух островах реки Преголь. Различные части города были соединены семью мостами (рис. 4). Совершая прогулки в воскресные дни, горожане заспорили, можно ли выбрать такой маршрут, чтобы пройти один и только один раз по каждому мосту и затем вернуться в начальную точку пути. Долго бы спорили жители города, если бы через Кенигсберг не проезжал великий математик Леонард Эйлер. Он заинтересовался спором и... разрешил его. Решите и вы эту задачу, сделав схематический рисунок, на котором острова и берега реки были бы обозначены точками (A , B , C и D), а мосты — отрезками.

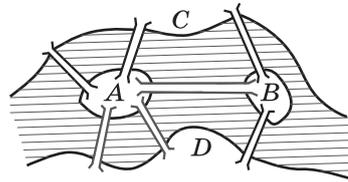


Рис. 4

Глава 2. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА (12 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
2.1	Как записывают и читают числа	О—1; О—2; П—1	№ 1—10	2	У: 74—87, 89, 90, 94, 95; ДМ ¹ : О—1, О—2; РТ: № 1—7
2.2	Сравнение чисел	О—3; П—2	№ 11—20	2	У: № 98—118; ДМ: О—3; РТ: № 11—16, 18, 19
2.3	Числа и точки на прямой	О—4; П—3	№ 21—37	2	У: № 124—128; ДМ: О—4; РТ: № 21—30
2.4	Округление натуральных чисел	О—5; «Проверь себя сам!»	№ 38—40	2	У: № 136—150; ДМ: О—5; РТ: № 38—40
2.5	Перебор возможных вариантов		№ 1—6	4	У: № 155—173; РТ: № 1—6

Основные цели: систематизировать и развить знания учащихся о натуральных числах; научить читать и записывать большие числа, сравнивать и округлять их, изображать числа точками на координатной прямой; сформировать первоначальные навыки решения комбинаторных задач с помощью перебора возможных вариантов.

Обзор главы. Изучение материала начинается с сопоставления десятичной системы записи чисел и римской нумерации. Учащиеся овладевают алгоритмами чтения и записи больших чисел, совершенствуют умение сравнивать числа, знакомятся со свойствами натурального ряда чисел. Вводится понятие координатной прямой и дается геометрическое истолкование отношений «больше» и «меньше». Отметим, что внутри числовой линии курса отчетливо выделяется направление, связанное с обучением приемам прикидки и оценки результатов вычисления. В связи с этим уже в данной главе рассматривается вопрос об округлении натуральных чисел. В дальнейшем при отработке навыков действий с натуральными числами будут систематически включаться задачи, связанные с прикидкой результата, его оценкой снизу и сверху.

В этом разделе начинается изучение новой содержательной линии «Анализ данных». Здесь предлагается естественный и доступный детям этого возраста метод решения комбинаторных за-

¹ Здесь и далее в обучающих работах из дидактических материалов выполняются задания до черты.

дач, заключающийся в непосредственном переборе возможных вариантов (комбинаций). Он носит общий характер и применим в тех случаях, когда число вариантов невелико. В качестве специального приема перебора вариантов рассматривается построение дерева.

2.1. Как записывают и читают числа

Методический комментарий

Этот материал рассматривается с целью обобщения знаний учащихся о различных способах нумерации и развития их представлений о десятичной системе записи чисел. Вводятся названия для новых классов — «миллион», «миллиард» и «триллион».

Отрабатываются навыки чтения и записи чисел. Слабым учащимся полезно порекомендовать, чтобы группы цифр, на которые при чтении разбивается число, они отделяли друг от друга дугой или вертикальной чертой. Важно также помочь ученикам осознать прием записи чисел: сначала следует уяснить, с какого класса начинается запись числа, затем последовательно записать цифрами все классы, начиная со старшего. После того как число записано, полезно прочитать его. Это поможет увидеть возможную ошибку или убедиться в правильности записи. Такой прием самоконтроля должен войти в привычку.

Рекомендуем использовать на уроках такую игровую ситуацию. Несколько детей выстраиваются в шеренгу лицом к классу, и учитель дает каждому из них лист с нарисованной на нем цифрой. Дети по команде одновременно показывают свои цифры классу. Задача класса — прочитать число. Затем дети в шеренге обмениваются листами, и «возникает» новое число. Потом им можно дать листы с новыми цифрами, поменять число детей и т. д. Заметим, что в будущем, при знакомстве с десятичными дробями, можно проводить аналогичную игру, но с включением листа, на котором нарисована запятая.

Комментарий к упражнениям

75. Предлагаются дополнительные вопросы типа: какой высший разряд в записи числа? Какая цифра записана в разряде единиц (сотен, ...) данного числа?

77—79. Можно воспользоваться табличкой, приведенной в образце к упражнению № 76. Зрительный образ поможет ученику установить правильность записи, выяснить, не пропущен ли какой-нибудь разряд, и т. д.

85—86. Если трудно, то такие упражнения можно сначала практиковать на небольших числах, таких как 119, 201.

88. Надо выяснить, понимают ли учащиеся, какие числа относятся к однозначным, двузначным, трехзначным и т. п.

89—90. Можно предложить учащимся привести свои примеры чисел, в записи которых используется только одна цифра, две цифры, три цифры.

2.2. Сравнение чисел

Методический комментарий

Весь материал нацелен фактически на систематизацию и развитие знаний учащихся о натуральном ряде. Осознание свойств натурального ряда происходит на неформальном уровне. В результате работы с текстом учебника, рассказа учителя, выполнения упражнений внимание учащихся акцентируется на таких свойствах натурального ряда, как существование наименьшего числа, отсутствие наибольшего, наличие для каждого числа следующего и т. д. Однако это не означает, что учащиеся должны отвечать на вопросы типа: какими свойствами обладает натуральный ряд чисел?

Для учащихся может оказаться новой запись натурального ряда с использованием многоточия: 1, 2, 3, ..., и на эту запись надо обратить их внимание. Желательно, чтобы они умели выписать какой-то фрагмент натурального ряда, указать «соседей» данного числа в натуральном ряду, «двигаться» по натуральному ряду в прямом и обратном порядке — и все это с соответствующими записями.

Сравнение натуральных чисел также выполняется без обращения к каким-либо формальным правилам. При выполнении заданий на сравнение чисел, например числа 5270 и числа 987, возможны самые разные объяснения: число 5270 больше, так как при счете оно появляется позже; в числе 5270 есть разряд тысяч, а число 987 начинается с разряда сотен; в числе 5270 больше разрядов; число 5270 четырехзначное, а число 987 трехзначное. Полезно на некоторый срок вывесить специальный плакат, задающий опорную схему:

$5 > 3$	$3 < 5$
5 больше 3	3 меньше 5

Задания из рабочей тетради и дидактических материалов помогают организации работы как со слабыми, так и с сильными учащимися. Так, задания № 14—15 из рабочей тетради облегчают выработку навыка упорядочения нескольких натуральных чисел. Для сильных учащихся интересными могут оказаться задания № 7—9 из 0—3 дидактических материалов, в ходе которых устанавливается аналогия между правилом расположения слов в алфавитном порядке и правилом сравнения натуральных чисел с одинаковым количеством знаков, к которому учащиеся приходят самостоятельно.

Комментарий к упражнениям

100—102. Следует упражняться не только в записи неравенств, но и в их чтении.

104. Надо выяснить, знают ли учащиеся, какие числа называют четными, а какие — нечетными.

105—108. В ходе выполнения этих упражнений и аналогичных из рабочей тетради есть возможность повторить единицы измерения длины (времени, массы) и соотношения между ними. Рекомендуется дополнительно выполнить задание типа:

1) Выберите верные равенства и запишите их:

- а) $1 \text{ км} = 100 \text{ мм}$ $1 \text{ м} = 100 \text{ км}$ $1 \text{ см} = 100 \text{ мм}$
 $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$ $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$ $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$
- б) $1 \text{ т} = 100 \text{ кг}$ $1 \text{ кг} = 100 \text{ г}$ $1 \text{ г} = 100 \text{ мг}$
 $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$ $1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$ $1 \text{ г} = 1000 \text{ мг}$
- в) $1 \text{ ч} = 100 \text{ мин}$ $1 \text{ мин} = 100 \text{ с}$ $1 \text{ ч} = 6000 \text{ с}$
 $1 \text{ ч} = 60 \text{ мин}$ $1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$ $1 \text{ ч} = 3600 \text{ с}$

2) Найдите равные величины среди данных.

- а) 3 км, 300 м, 3000 м, 30 000 см;
б) 4 т, 40 кг, 400 кг, 4000 кг, 40 000 г;
в) 2 ч, 200 мин, 120 мин, 12 000 с, 7200 с.

115. Полезно проверить каждое из данных чисел и объяснить, почему его можно или нельзя записать в рамочку. При этом проверяется правильное понимание учащимися смысла двойного неравенства. В рамочку можно записать все числа от 26 до 39. Среди указанных подходят числа 28, 35 и 36.

120. Желательно, чтобы учащиеся обосновывали свои ответы, приводя примеры.

121. а) Всего 10 таких чисел: 10 007, 10 017, 10 027, 10 037, 10 047, 10 057, 10 067, 10 077, 10 087, 10 097.

б) Всего 11 таких чисел: 999 896, 999 906, 999 916, 999 926, 999 936, 999 946, 999 956, 999 966, 999 976, 999 986, 999 996.

122. Числа 29, 45 и 96. Вообще, в рамочку можно записать все числа от 7 до 105.

2.3. Числа и точки на прямой

Методический комментарий

На начальном этапе изучения материала должны преимущественно выполняться упражнения на готовом чертеже. После этого можно перейти к заданиям, в ходе которых учащиеся самостоятельно чертят координатную прямую. Они должны научиться быстро и аккуратно чертить координатную прямую (по линейке или от руки), так как с этого момента координатная прямая становится опорой при рассмотрении самого разнообразного материала. Обращаем внимание на то, что нередко учащиеся отмечают точки 0, 1, 2, 3, ... на неодинаковом расстоянии друг от друга. Предупреждением такого рода ошибок может послужить рассмотрение в качестве прообраза координатной прямой шкалы чертежной линейки. Пусть учащиеся увидят в ней не только инструмент для измерения и откладывания отрезков определенной длины, но и «кусочек» готовой координатной прямой и перенесут ее изображение на нелинованную бумагу, сначала приняв за единичный отрезок 1 см, а затем более крупный (или мелкий) отрезок.

Кроме того, желательно сформировать умение выбирать подходящий для данной ситуации единичный отрезок, разобраться в ситуации, когда поиск координаты точки осуществляется с учетом расположения других точек (в этом помогут задания из рабочей тетради). Заметим также, что в дальнейшем учащимся придется научиться представлять координатную прямую мысленно.

Комментарий к упражнениям

127. Если в задании не указано, какой отрезок следует принять за единичный, то его выбор нужно обсудить с учащимися: он зависит от чисел, данных в упражнении, и от возможных размеров рисунка.

129, 133. При выполнении этих упражнений полезно использовать модель координатной прямой или чертеж, заготовленный на демонстрационной доске или на стенде.

2.4. Округление натуральных чисел

Данный вопрос, как и любой другой, связанный с приближенными вычислениями, относится к темам, которые наиболее трудны для восприятия учащимися. Основной целью данного этапа является создание первоначальных представлений, необходимых для формирования оценочных умений, выполнения заданий на прикидку и оценку результата.

Обращается внимание на то, что на практике пользуются оценками «примерно», «около», «более», «от... до...», «ближе» и т. п. Например, мы говорим: «От Земли до Солнца примерно (или около) 150 млн км» или «Число 6375 ближе к числу 6 тыс., чем к числу 7 тыс.».

Термин «округление» отождествляется с заменой первоначального числа круглым, т. е. числом с нулями на конце. Округление вначале осуществляется на содержательном уровне, по смыслу: из двух круглых чисел, между которыми заключено данное число, выбирается то, к которому оно ближе. Например, $560 < 564 < 570$, и число 564 ближе к 560, чем к 570. Поэтому $564 \approx 560$ (здесь мы округлили число 564 до десятков).

После того как будет выполнено несколько заданий на округление чисел по смыслу, можно предложить учащимся правило округления, которое позволяет действовать формально, без реального или мысленного обращения к координатной прямой, без предварительной оценки заданной величины снизу и сверху круглыми числами. Округление по правилу целесообразно при выполнении таких упражнений из учебника, как № 149, 150.

В то же время, если для значительной части класса этот материал окажется трудным, можно ограничиться на этом этапе лишь содержательным подходом к округлению чисел. А рассмотрение правила округления можно отложить до изучения десятичных дробей в 6 классе.

Комментарий к упражнениям

145. Напоминается, что $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$, $5 \text{ т} < 5835 \text{ кг} < 6 \text{ т}$ и 5835 кг ближе к 6 т , поэтому $5835 \text{ кг} \approx 6 \text{ т}$.

Дополнительно можно выполнить задания типа:

1) Масса искусственного спутника Земли 1327 кг . Сколько это примерно тонн?

2) Длина реки Лены 4400 км . Это примерно 4 тыс. км. Выразите в тыс. км длину реки Енисей — 3487 км , реки Оби — 3650 км .

149. Если учащиеся затрудняются в применении правила округления, то можно округлять «по заданному смыслу». Например:

а) $280 < 281 < 290$, и число 281 ближе к 280 , чем к 290 , а поэтому $281 \approx 280$; в) $5 \text{ млн} < 5\,487\,900 < 6 \text{ млн}$, и число $5\,487\,900$ ближе к 5 млн , чем к 6 млн , а поэтому $5\,487\,900 \approx 5 \text{ млн}$.

152. а) Можно назвать любое число от $53\,350$ до $53\,449$; б) $53\,350$; в) $53\,449$.

153. В школе от 600 до 800 учащихся. Если в школе 758 учащихся, то это примерно 800 учащихся; если в школе 626 учащихся, то это примерно 600 учащихся.

154. $28\,701\,570$, $28\,701\,600$, $28\,702\,000$, $28\,700\,000$, $28\,700\,000$, $29\,000\,000$, $30\,000\,000$. Без использования правила округления упражнение окажется трудным. Если применение правила вызывает затруднения, то упражнение можно либо опустить, либо предложить только сильным ученикам.

2.5. Перебор возможных вариантов

Методический комментарий

В пункте представлены комбинаторные задачи на размещения, сочетания, перестановки с повторением и без повторения элементов. Однако ни сами эти термины, ни соответствующие формулы не рассматриваются. Используется естественный, доступный детям этого возраста метод решения комбинаторных задач с помощью непосредственного перебора возможных вариантов (комбинаций). Этот метод целесообразен в тех случаях, когда число вариантов невелико.

На первоначальном этапе освоения решить комбинаторную задачу — это значит выписать все возможные комбинации, составленные из чисел, слов, предметов и др., отвечающих условию задачи. Цель пункта состоит в том, чтобы в процессе решения системы задач учащиеся встретились с необходимостью перебора различных по своей сути и составу комбинаций.

При решении каждой задачи ставится один и тот же вопрос: как организовать перебор вариантов, чтобы не пропустить ни один из них и в то же время избежать повтора?

Среди других способов перебора в теоретической части пункта предлагается осуществление перебора с помощью специальной

схемы — дерева возможных вариантов, задающего удобную опорную схему для перебора.

Желательно, чтобы построение дерева выполнялось без использования линейки.

Решив с учащимися несколько задач с помощью построения дерева, в дальнейшем выбор способа решения следует оставить за ними.

Решение комбинаторных задач считается правильным и полным, если учащийся предъявил все возможные варианты, каким бы способом решения он при этом ни воспользовался.

Комментарий к упражнениям

155. 33, 37, 73, 77.

156. 1) Всего получается 16 чисел:

33, 35, 37, 39,
53, 55, 57, 59,
73, 75, 77, 79,
93, 95, 97, 99.

2) Если требуется использовать каждую цифру только один раз, то из приведенного списка надо вычеркнуть числа 33, 55, 77, 99. Останется 12 чисел.

157. Двухзначное число не может начинаться с цифры 0. Далее возможны два варианта решения задачи.

Можно сразу выписать числа 10, 12, 20, 21, отбросив в уме не устраивающие нас числа 11 и 22.

А можно записать все возможные двухзначные числа, состоящие из данных цифр в порядке возрастания: 10, 11, 12, 20, 21, 22, и потом вычеркнуть числа 11 и 22, состоящие из одинаковых цифр. После чего получим 4 числа: 10, 12, 20, 21.

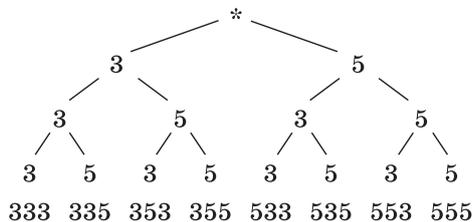
Соответственно, если каждую цифру можно использовать не один раз, то получится 6 чисел.

158. 1-й способ. Можно записать числа в порядке возрастания.

333, 335, 353, 355,
533, 535, 553, 555.

Получим 8 чисел.

2-й способ. Можно нарисовать дерево возможных вариантов.

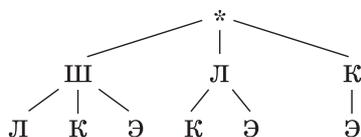


Всего получается 8 чисел.

161. Можно рассуждать так: два возможных шифра начинаются на 1, два шифра — на 2 и два шифра — на 3. Итого 6 шифров: 123, 132, 213, 231, 312, 321.

163. а) 6 вариантов. Решение аналогично задаче 161.

164. а) 6 способов. Можно выполнить полный перебор возможных вариантов. Можно построить дерево возможных вариантов и отбросить повторные (например, в данной задаче варианты «Шашки» — «Лото» и «Лото» — «Шашки» одинаковые, поэтому один из них надо отбросить), а можно построить «несимметричное» дерево, в которое входят только неповторяющиеся варианты.



б) 6 способов (аналогично предыдущей задаче).

165. Каждой из этих книг присвоим номер с 1-го по 5-й. Тогда все возможные варианты можно записать в виде треугольника:

12	13	14	15
	23	24	25
		34	35
			45

Всего получается 10 вариантов.

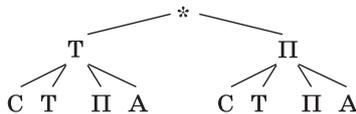
166. Всего 10 способов:

ВМ	ВР	ВТ	ВВ
	МР	МТ	ММ
		РТ	РР
			ТТ

Если нужны два разных цветка, то надо вычеркнуть последнюю колонку, т. е. останется 6 способов.

168. 3 отрезка; 6 лучей, так как каждая точка является началом ровно двух лучей.

169. Обозначим возможные виды транспорта соответствующими буквами (например, теплоход — буквой Т). Дерево возможных вариантов имеет следующий вид:



Итого 8 способов.

171. 8 наборов. Аналогично задаче 169.

173. Обозначим точки через A , B и C . Поскольку каждая пара этих точек образует ровно две дуги, а у нас три возможные пары точек (AB , AC и BC), всего получается 6 дуг.

174. Для того чтобы матч закончился, нужно, чтобы у одной из команд было три победы. Составим таблицу возможных вариантов исходов.

Выигрывает «Ласточка»	Выигрывает «Орленок»
3 : 0	3 : 0
3 : 1	3 : 1
3 : 2	3 : 2

Итого 6 вариантов.

175. Это все возможные числа, начинающиеся на 4: 4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321, — и все возможные числа, начинающиеся на 34: 3412, 3421.

176. Комбинации можно описать с помощью наборов из пяти цифр, причем на первом месте всегда стоит 1, а на последнем — цифра 5. Фактически нужно определить число всевозможных троек, которые можно составить из цифр 2, 3 и 4. Всего имеется 6 вариантов передачи шайбы (включая изображенную на рисунке): 12 345, 12 435, 13 245, 13 425, 14 235, 14 325.

177. Всего 6 чисел: 102, 111, 120, 201, 210, 300.

179. Можно. Поскольку существует всего 8 различных наборов из оценок «4» и «5» по трем предметам (см. задачу № 158), а школьников всего 9, то по крайней мере двое получают одинаковые наборы оценок.

180. 6 способов.

1	2	3
БП	БГ	ПГ
БП	ПГ	БГ
БГ	БП	ПГ
БГ	ПГ	БП
ПГ	БП	БГ
ПГ	БГ	БП

181. Пронумеруем участников (от 1 до 5). Можно выписать все тройки финалистов:

123	124	125	234	235	345
	134	135		245	
		145			

Итого 10 троек.

Однако удобнее будет рассмотреть варианты пар, не вышедших в финал:

12	13	14	15
	23	24	25
		34	35
			45

Получается 10 разных пар. Соответственно в финал могут выйти 10 различных троек.

182. Выпишем эти числа:

10									
20	21								
30	31	32							
40	41	42	43						
50	51	52	53	54					
60	61	62	63	64	65				
70	71	72	73	74	75	76			
80	81	82	83	84	85	86	87		
90	91	92	93	94	95	96	97	98	

Итого $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$ чисел.

183. МСХ, МХС, СМХ.

184. 1) 6 различных сообщений: ЖКС, ЖСК, КЖС, КСЖ, СЖК, СКЖ.

2) Число сообщений увеличится на 9 и станет равно 15. Добавятся такие варианты: Ж, К, С, ЖК, ЖС, КЖ, КС, СЖ, СК.

Чтобы помочь ученикам понять, что для ответа на первый вопрос мы должны всевозможными способами поменять порядок трех букв (фонариков), можно предложить им придумать расшифровку других трехбуквенных сообщений. При ответе на второй вопрос можно придумать, что могут обозначать, например, сообщения «КС» и «СК».



Для тех, кому интересно

Магические квадраты

Методический комментарий

Магические квадраты относятся к известным на протяжении всей истории цивилизации применениям математики, являясь красивым и общепризнанным достоянием истории и культуры.

Однако обычно магические квадраты либо предъявляются сразу заполненными, либо числа подбираются эвристическим способом.

В пункте сделана попытка использования комбинаторных соображений для получения магических квадратов с помощью логических рассуждений.

Комментарий к упражнениям

185. Исходя из рассуждений, изложенных в параграфе, понятно, как строить эти квадраты. При этом надо помнить, что определенные пары чисел должны находиться на одной диагонали (например, 2 и 8).

186. Легко убедиться, что сумма цифр в центральном и каждом из угловых квадратов равна 34, т. е. сумме по строкам, столбцам и диагоналям.

Глава 3. ДЕЙСТВИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ (25 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
3.1	Сложение и вычитание	О—6, О—7, О—8, О—9; П—4, П—5, П—6; «Проверь себя сам!»	№ 41—55	5	У: № 190—206, 214—220; ДМ: О—6, О—7, О—8; РТ: № 41—55
3.2	Умножение и деление	О—10, О—11, О—12, О—13, О—14, О—15; П—7, П—8, П—9; «Проверь себя сам!»	№ 56—67, 69—72	7	У: № 224—255, 259; ДМ: О—10, О—11, О—12, О—13, О—14, О—15; РТ: № 56—67, 69—71
	Зачет № 1			1	
3.3	Порядок действий в вычислениях	О—16, П—10, П—11; «Проверь себя сам!»	№ 68, 73	4	У: № 268—285, 293—297; ДМ: О—16; РТ: № 68
3.4	Степень числа	О—17, П—12, «Проверь себя сам!»	№ 74—80	3	У: № 305—319, 325—327; ДМ: О—17; РТ: № 74—80
3.5	Задачи на движение	О—18, О—19; П—13, П—14	—	4	У: № 340—362; ДМ: О—18, О—19
	Зачет № 2			1	

Основные цели: закрепить и развить навыки арифметических действий с натуральными числами, ознакомить с элементарными приемами прикидки и оценки результатов вычислений, углубить навыки решения текстовых задач арифметическим способом.

Обзор главы. Особенностью изложения материала в курсе является совместное рассмотрение прямых и обратных операций над числами: сложения и вычитания, умножения и деления. Это целесообразно и возможно потому, что у учащихся уже имеется достаточный опыт выполнения этих действий, а одновременное их рассмотрение позволяет лучше уяснить взаимосвязь прямых и обратных операций.

В то же время отработка навыков выполнения арифметических действий с натуральными числами по-прежнему остается важнейшей целью. Для ее достижения в учебнике содержится достаточное число заданий. Их следует использовать в той степени, которая определяется реальным уровнем вычислительной подготовки детей. При этом предлагаемые упражнения весьма разнообразны. Среди них есть и такие, которые дают возможность ощутить гармонию чисел, увидеть ту или иную закономерность. Принципиально новым материалом для учащихся являются приемы прикидки и оценки результата вычислений (например, определение высшего разряда результата, оценка результата «снизу» или «сверху»), а также некоторые приемы проверки правильности выполнения арифметических действий (например, определение цифры, которой должен оканчиваться результат).

Решение комплексных примеров на все действия с натуральными числами позволяет закрепить умение устанавливать правильный порядок действий. Вводится новое понятие «степень числа» и вычисляются значения выражений, содержащих степени. Продолжается развитие умения решать текстовые задачи арифметическим способом. Специальное внимание уделяется решению задач на движение.

3.1. Сложение и вычитание

Методический комментарий

Основная цель первых упражнений — восстановление знаний и умений учащихся, связанных с действиями сложения и вычитания натуральных чисел. Это знание таблицы сложения однозначных чисел, названий компонентов сложения и вычитания, свойств нуля при сложении и вычитании, умение складывать и вычитать трех-четырёхзначные числа, решать текстовые задачи, требующие понимания отношений «больше (меньше) на», смысла слов «всего», «вместе», «осталось».

При отработке вычислительных навыков в системе упражнений предусматриваются различные случаи перехода из разряда в разряд: сложение чисел с переходом через десяток ($315 + 426$), через сотню ($664 + 274$), через десяток и сотню ($548 + 277$); вычитание чисел с раздроблением десятка ($375 - 158$), сотни ($462 - 181$), десятка и сотни ($622 - 333$). Разумеется, «методическая кухня» не для учеников, просто нужно при восстановлении и развитии навыков предусмотреть все эти случаи. Время, отводимое на актуализацию соответствующих навыков, должно зависеть от уровня предварительной подготовки класса.

Важнейшей целью изучения материала этого пункта является уяснение взаимосвязи между сложением и вычитанием, которое достигается путем выполнения упражнений типа № 193—194 из учебника.

Задания № 197—198 направлены на формирование оценочных умений. В ходе выполнения этих заданий учащимся приходится округлять данное число (например, до старшего разряда), находить два соседних круглых числа, между которыми заключено данное число (либо одно из этих чисел — меньшее или большее). Таким образом, материал предыдущей главы, связанный с округлением чисел, получает дальнейшее развитие и закрепление.

Кроме того, определенное внимание должно уделяться формированию навыков самоконтроля при выполнении вычислений. Этому способствуют, например, такие упражнения, как № 201. Заметим, что любую ошибку, допущенную учеником при выполнении арифметических действий с натуральными числами, учитель может использовать для формирования навыков оценки и самоконтроля, предлагая классу вопросы типа: «Ответ неверный. Объясните почему».

Особое внимание необходимо уделять умению выполнять арифметические действия устно. С помощью устных вычислений развивается память, быстрота реакции, умение сосредоточиться. Приемы устного счета основаны на использовании десятичного состава числа и свойств арифметических действий. Они знакомы учащимся из курса начальной школы и должны быть доведены до навыка применительно к действиям с одно-двузначными числами (№ 52, 54 из рабочей тетради).

Среди упражнений встречаются задания на нахождение неизвестных компонентов сложения и вычитания (см. № 195). Для их решения используются правила, основанные на зависимости между компонентами арифметических действий. Учащиеся часто затрудняются в применении этих правил. Поэтому их целесообразно познакомить с приемом использования «маленького примера», показанным в образце к обучающей работе О—7.

Текстовые задачи, дополняющие упражнения учебника, помещены в работах О—8 и О—9. Обращаем внимание на работу О—9: ее основная цель — сформировать умение проверять правильность ответа, полученного при решении задачи.

Комментарий к упражнениям

197. Рассуждения проводятся устно, например: а) сумма чисел 47 и 54 меньше суммы 50 и 60, так как 47 меньше 50 и 54 меньше 60.

199. а) $284 + 634 \approx 300 + 600 = 900$.

201. Используются два приема: определение последней цифры результата и прикидка.

207. В книгохранилище всего 34 100 книг, т. е. примерно 34 тыс. книг.

212. $33\ 321 - 11\ 123 = 22\ 198$.

215. Каждое число, начиная с третьего, равно сумме двух предыдущих чисел. Имеем 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76,

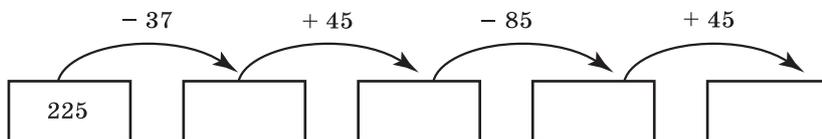


Рис. 5

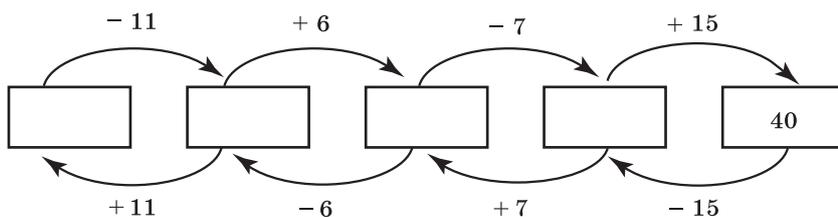


Рис. 6

218. Условие задачи можно представить в виде схемы и затем вписать в каждую рамочку получившиеся числа (рис. 5).

219. Используется схема (рис. 6) для иллюстрации «обратного хода».

221. Желтых: $27 - 4 = 23$ штуки. Красных, синих и желтых: $27 + 23 = 50$ штук. Зеленых: $80 - 50 = 30$ штук. Красных: $30 - 15 = 15$ штук. Синих: $27 - 15 = 12$ штук.

3.2. Умножение и деление

Методический комментарий

Логика этого пункта аналогична предыдущему. Первые упражнения направлены на восстановление основных знаний и умений учащихся, связанных с умножением и делением натуральных чисел. Это знание таблицы умножения однозначных чисел, названий компонентов умножения и деления, свойств нуля и единицы при умножении и делении, умения выполнять умножение трехзначных чисел, деление трех-четырёхзначных чисел на одно-двухзначное, решать несложные задачи, требующие понимания отношений «больше (меньше) в...», выражений «поровну», «во сколько раз».

При отработке навыков умножения нужно предусмотреть упражнения на умножение многозначного числа на однозначное ($53\ 400 \cdot 7$), случаи умножения на 10, на 100 и т. п., умножение трехзначного числа на двухзначное ($873 \cdot 16$), на трехзначное ($295 \cdot 136$), в том числе и случаи, усложняющие умножение, когда у множителя имеются нули на конце и в середине ($2450 \cdot 600$, $1623 \cdot 204$). Полезно обратить внимание учеников на то, как можно упрощать процесс умножения многозначных чисел. Так, удобнее умножать на множитель, у которого меньше цифр, либо на число, в записи которого содержатся одинаковые цифры или

цифры, меньшие, чем у другого множителя ($1476 \cdot 35$, $742 \cdot 2111$, $678 \cdot 123$).

Деление — это самая трудная для учащихся вычислительная операция, а времени, отводимого начальной школой для овладения ею, явно недостаточно. Надо обратить внимание на случаи деления на однозначное, двузначное и трехзначное числа ($51\ 500 : 5$, $35\ 719 : 23$, $6732 : 33$, $19\ 360 : 605$).

Здесь также должно быть уделено внимание уяснению взаимосвязи умножения и деления, чему способствует выполнение упражнений типа № 229—230.

Продолжается формирование навыков самоконтроля. Проверка вычислений осуществляется с помощью обратной операции (№ 231), а также с использованием приемов прикидки результата (№ 234), поиска цифры, которой должен оканчиваться ответ (№ 235). Следует также обратить особое внимание на задачи практического характера, в ходе решения которых необходимо оценить результат в соответствии с реальной ситуацией, описываемой в задаче.

Здесь надо продолжить формирование навыков устного счета. С этой целью можно использовать задания из рабочей тетради (№ 69—72). Кроме того, можно предлагать задачи типа: «Во сколько раз груз в 75 кг (90 кг, 60 кг) тяжелее груза в 15 кг?», «С какой скоростью шел лыжник, если он прошел 48 км за 3 ч (56 км за 4 ч, 60 км за 4 ч)?», «Ленту длиной 48 см (90 см, 52 см) разрезали пополам. Какова длина каждой части ленты?»

Комментарий к упражнениям

233. а) $2880 = 45 \cdot 64$; б) $10\ 323 = 111 \cdot 93$.

236. Используются два приема: определение последней цифры результата и прикидка.

245—247. При решении этих задач следует напомнить учащимся, как связаны между собой расстояние, время и скорость движения.

249. Не следует использовать слова «пропорциональные величины». Возможные рассуждения: а) 1200 г шерсти больше 300 г в 4 раза, поэтому и шапочек будет в 4 раза больше. Решение: 1) $1200 : 300 = 4$; 2) $5 \cdot 4 = 20$ (шапочек).

252—253. Условия задач удобно изображать в виде схематического рисунка.

260. 1) $140 : 7 = 20$ — столько раз мальчик прошел с 7-литровым ведром;

2) $140 : 10 = 14$ — столько раз пройдет мальчик с двумя 5-литровыми ведрами;

3) $60 : 20 = 3$ (мин) — тратил мальчик на один переход;

4) $3 \cdot 14 = 42$ (мин) — понадобится мальчику на всю работу.

262—266. Необходимо выразить километры в метрах, часы в минутах.

265. Сделав рисунок по условию задачи (рис. 7), можно заметить, что расстояние, равное $560 - 240 = 320$ (м), Андрей проходит за $12 - 8 = 4$ (мин).

Отв. Расстояние от дома до станции 1200 м; вся дорога занимает 15 мин.

267. а) 40 км — 48 км; б) 75 м, 3 м — 3 м 60 см; в) 75 см — 100 см; 7 см 5 мм; г) от 160 до 168 см.

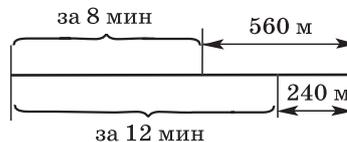


Рис. 7

3.3. Порядок действий в вычислениях

Методический комментарий

В этом материале нет принципиально новых идей по сравнению с тем, что изучалось в начальной школе. Тем не менее уделить внимание вопросу о порядке действий здесь необходимо: практика показывает, что значительная часть учащихся в начальной школе не овладевают правилами выполнения действий.

Среди заданий данного пункта основной акцент делается на выражения, содержащие действия разных ступеней. Эти упражнения довольно трудоемки, и поэтому выработка умения установить порядок выполнения действий может «потеряться» в большом объеме технической работы. Поэтому целесообразно предлагать учащимся специальные упражнения, в которых требуется только установить и обозначить порядок выполнения действий (см., например, О—16, № 1—3).

Желательно дать возможность учащимся контролировать промежуточные результаты при вычислении значений «длинных» выражений (типа № 290). Для этого нужно сделать так, чтобы через 2—3 действия они могли сравнить свой ответ с ответом соседа либо с ответом, предложенным учителем. (Ниже для учителя приводятся промежуточные результаты и ответы к заданиям № 268, 274—276, 289—290.)

Необходимо обратить внимание на то, чтобы учащиеся грамотно записывали процесс решения. Бывает так, что при записи хода вычислений «цепочкой» учащиеся теряют «фрагмент» исходного выражения. Например, встречаются такие неверные записи:

$$282 : (150 - 8 \cdot 7) + 14 \cdot 7 = 282 : (150 - 56) = \\ = 282 : 94 = 3 + 98 = 101.$$

Не нужно стремиться выполнить все задания этого пункта за время, отведенное в планировании на его рассмотрение. Упражнения здесь даны «с избытком», и они должны отбираться с учетом реальной потребности совершенствования вычислительной подготовки детей. Главное, что должно быть достигнуто на этих уроках, — твердо усвоен порядок выполнения действий. Кроме того, необходимо уделить внимание текстовым задачам. Задания, не

использованные в ходе отведенных на изучение этого пункта уроков, целесообразно включать в уроки и домашние задания при изучении последующих тем курса.

Комментарий к упражнениям

- 268.** а) $1854 + 636 = 2490$;
б) $3320 - 1090 + 175 = 2230 + 175 = 2405$;
д) $52 : 4 \cdot 20 = 13 \cdot 20 = 260$;
е) $400 \cdot 50 : 125 = 20\,000 : 125 = 160$.
- 274.** б) $2346 : 23 \cdot 15 = 102 \cdot 15 = 1530$;
в) $6422 - 24 \cdot 31 = 6422 - 744 = 5678$;
г) $2678 : 26 + 297 = 103 + 297 = 400$;
д) $77 \cdot 104 - 99 = 8008 - 99 = 7909$;
е) $874 - (2430 - 1999) = 874 - 431 = 443$;
ж) $(59 + 326) \cdot 60 = 385 \cdot 60 = 23\,100$;
з) $560 \cdot 35 - 898 = 19\,600 - 898 = 18\,702$.
- 275.** а) $9 \cdot 451 + 941 = 4059 + 941 = 5000$;
б) $8000 - 530 \cdot 15 = 8000 - 7950 = 50$;
в) $101 \cdot 57 = 5757$; г) $819 - 35 + 206 = 784 + 206 = 990$;
д) $256 + 1422 : 9 = 256 + 158 = 414$;
е) $(201 - 102) \cdot 101 = 99 \cdot 101 = 9999$.
- 276.** а) $136 \cdot 80 - 10\,100 = 780$;
б) $140 + 210 + 982 = 1332$;
в) $1953 + (17\,432 - 12\,488) : 16 = 1953 + 309 = 2262$;
г) $6010 - (6760 - 830) = 80$.
- 278—285.** Задачи решаются по вопросам или с помощью составления выражения, сопровождаемого устными комментариями.
- 286.** Возможны такие варианты:
 $25 + 7 \cdot 3 - 2$; $25 \cdot 7 + 3 - 2$; $25 - 7 + 3 \cdot 2$;
 $25 + 7 - 3 \cdot 2$; $25 \cdot 7 - 3 + 2$; $25 - 7 \cdot 3 + 2$.
- 288.** Например:
а) $3 \cdot (3 + 3 : 3 - 3) = 3$; $3 \cdot (3 + 3) : 3 - 3 = 3$;
б) $3 \cdot (3 + 3 : 3) - 3 = 9$; $(3 \cdot 3 + 3) : 3 - 3 = 1$.
- 289.** а) $97 + 506 + 36\,944 - 34\,787 = 2760$;
б) $988 + 675 = 1663$;
в) $4080 - 3009 + 32\,849 = 33\,920$;
г) $415\,400 - 15\,000 = 400\,400$.
- 290.** а) $256\,036 - 255\,000 = 1036$;
б) $144 + 27 = 171$;
в) $(5958 - 5440) : 14 + 3718 = 3755$;
г) $(429\,336 + 5280) : 24 - 8154 = 18\,109 - 8154 = 9955$;
д) $96 + 35 = 131$.
- 291.** $110 = 15 \cdot 2 + 10 \cdot 8 = 15 \cdot 4 + 10 \cdot 5 = 15 \cdot 6 + 10 \cdot 2$.
- 304.** Если сложить вес трех пар, то он будет равен удвоенному весу трех мальчиков: $55 + 58 + 59 = 172$ (кг). Тогда вес трех мальчиков равен $172 : 2 = 86$ (кг). Это дает возможность найти вес каждого: Петя весит 28 кг, Коля — 27 кг, Слава — 31 кг.

3.4. Степень числа

Методический комментарий

Это место курса — первый проход в изучении степеней. Здесь учащиеся должны научиться понимать смысл таких записей, как 2^5 , 3^{10} , уметь читать их, представлять степень в виде произведения равных множителей и наоборот, понимать и уметь употреблять термины «степень», «показатель степени», «основание степени». Буквенная запись пока не используется, определение степени в явном виде не формулируется и случай, когда показатель степени равен единице, не рассматривается.

Что касается вычислительных умений, то они относятся в основном лишь к нахождению квадратов и кубов чисел. Надо стараться, чтобы учащиеся постепенно запомнили квадраты чисел в рамках таблицы умножения ($9^2 = 81$, $8^2 = 64$ и др.), а также некоторые кубы чисел ($2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $5^3 = 125$, $10^3 = 1000$). Нужно также поощрять запоминание некоторых часто встречающихся степеней, таких как 11^2 , 12^2 , 13^2 , 15^2 , 4^3 , 5^3 .

Обращается внимание на порядок действий при вычислении значений выражений, содержащих степени. Специальные правила не формулируются; разобранные примеры ориентируют на то, чтобы учащиеся привыкли анализировать структуру выражения, понимать его смысл.

Полезно вернуться к некоторым упражнениям из предыдущих пунктов и выполнить их еще раз, используя понятие степени. Например, в упражнении № 240 (а) можно записать числа полученной последовательности в виде произведения числа 9 и степени числа 5, а в упражнении № 258 (а) — представить числа рассмотренной последовательности в виде степени с основанием 2.

Обратим внимание, что в упражнениях № 332—337 используются уже знакомые учащимся приемы беглой проверки результата — проверка по последней цифре, прикидка с целью определения порядка числа в ответе, оценка путем сравнения с некоторыми круглыми числами.

Комментарий к упражнениям

307. ж) $15^3 = 3375$; з) $42^2 = 1764$.

313. в) $7^4 = 2401$; г) $5^5 = 3125$.

320. б) 12 544; в) 11; е) 1125.

321. а) 1350; б) 845; в) 12 800; г) 10 206; д) 256; е) 729; ж) 16 900; з) 6860.

327. а) Это последовательные квадраты натуральных чисел. На сотом месте стоит число $100^2 = 10\,000$. б) Это кубы натуральных чисел. На сотом месте — число $100^3 = 1\,000\,000$.

330. а) $1681 + 1849 + 2025 = 5555$;

б) $1331 + 1728 + 2197 + 2744 = 8000$;

в) $8 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 = 1000$.

331. а) $21^2 = 441$ и $29^2 = 841$ — два решения; б) $34^2 = 1156$ и $36^2 = 1296$ — два решения; в) $75^2 = 5625$ — одно решение; г) $23^2 = 529$ и $27^2 = 729$ — два решения.

3.5. Задачи на движение

Методический комментарий

С этого пункта начинается обучение приемам решения некоторых видов текстовых задач. В связи с этим остановимся на общих методических установках, которые следует иметь в виду при изложении материала данного пункта и в последующем.

1. Обучение решению текстовых задач арифметическим способом нацелено прежде всего на развитие мышления учащегося. Поэтому здесь важен не столько результат, сколько сам процесс решения задачи. Способ рассуждения должен быть представлен максимально ясно и доступно.

2. Этот вид учебных заданий сложен для учащихся, и лишь немногие задачи включены в обязательные результаты обучения по курсу 5 класса. Решать можно и нужно со всеми школьниками различные задачи, в том числе и сложные, но требовать от всех в обязательном порядке следует значительно меньше.

3. Не следует стремиться прорешать все задачи, содержащиеся в учебнике и дидактических материалах за время, отведенное на изучение данного вида задач в поурочном планировании. Оставшиеся задачи можно включать в уроки при изучении других вопросов. Кроме того, учитывая уровень подготовки учащихся, можно отказаться от рассмотрения некоторых задач.

4. Важно убедиться, что учащиеся понимают все термины и обороты речи, используемые в тексте задачи, что они понимают саму ситуацию, описанную в ней. Иногда эту ситуацию полезно даже разыграть.

5. Не менее важно также использование в процессе решения схематических рисунков, моделей, позволяющих представить рассматриваемую ситуацию в наглядном виде. Это принципиальное условие, без которого многим учащимся трудно будет понять логику рассуждений. Учащиеся и сами должны приобрести привычку изображать условие задачи в виде схематического рисунка. Это поможет осознать и запомнить условие, увидеть способ решения задачи и проверить — убедиться в том, что задача решена верно.

6. Одна из целей решения текстовых задач арифметическим способом — развитие речи. Учащиеся должны пересказывать условие, анализировать его, при необходимости переформулировать, ставить вопросы и давать на них развернутые ответы.

7. При переходе к рассмотрению нового вида задач полезно полное решение хотя бы одной из них (по вопросам или с пояснениями) записать в тетради, чтобы его можно было использовать в качестве образца.

Первый специальный вид текстовых задач — это задачи на движение. При изучении п. 3.2 учащиеся уже имели возможность вспомнить, как решаются простейшие задачи на движение. Здесь целесообразно еще раз повторить, какая зависимость связывает расстояние, время и скорость движения, что означает термин «скорость» (скорость показывает, какое расстояние проходит объект в единицу времени: например, сколько километров за один час проезжает автомобиль; сколько метров за одну минуту проплывает пловец; сколько метров за одну секунду пробегает спортсмен). В связи с этим полезно проверить умение решать задачи примерно следующего содержания:

1. Автомобиль проехал 120 км за 3 ч. С какой скоростью ехал автомобиль?

2. Автомобиль едет со скоростью 60 км/ч. Какое расстояние проедет он за 4 ч?

3. Автомобиль едет со скоростью 50 км/ч. За какое время он проедет 100 км?

Текст задачи и решение целесообразно записать в тетрадях, чтобы в дальнейшем в случае затруднения учащиеся могли к ним обратиться как к опорным ситуациям. Не надо требовать от учащихся заучивания правил нахождения скорости по расстоянию и времени и т. п. Каждый раз при решении следует обращаться к здравому смыслу, рассуждать, а в случае затруднения — к опорной задаче.

Решение задач на движение в противоположных направлениях и навстречу друг другу можно начать с объяснения терминов «скорость удаления» и «скорость сближения» (при рассмотрении задач № 340—341). Нецелесообразно и неэффективно требовать от учащихся запоминания каких-либо «правил» решения данного вида задач или задавать вопросы типа: «Как найти скорость сближения?» Следует приучить учеников при решении каждой задачи рассуждать и выяснять, сближаются или удаляются друг от друга машины (пешеходы и пр.) и с какой скоростью. Существенную помощь при решении задач на движение оказывает схематический рисунок, сделанный по условию задачи.

Решение задач на движение по реке желательно начать с устного разбора задач № 354—355, нацеленных на понимание вопроса о том, как изменится скорость при движении по течению и против течения реки.

Комментарий к упражнениям

353. Задачу следует решить двумя способами, сделав рисунок по условию задачи. Обратит внимание на то, что скорость удаления в этом случае находится как разность скоростей.

При решении всех следующих задач группы Б, прежде чем записывать решение, следует проговорить устно ход рассуждений и во многих случаях с опорой на рисунок. И только после того, как учащиеся поняли ход решения задачи, оформить решение письменно — с комментариями или по вопросам.

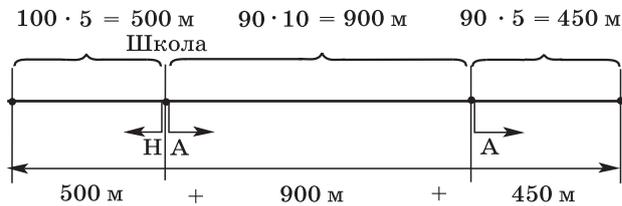


Рис. 8

364. а) Когда Николай вышел из школы, расстояние между мальчиками было 900 м. За 5 мин Николай пройдет $100 \cdot 5 = 500$ (м), а Андрей — $90 \cdot 5 = 450$ (м). Поэтому через 5 мин после выхода Николая между ними будет $900 + 500 + 450 = 1850$ (м) (рис. 8).

Или: в тот момент, когда Николай вышел из школы, расстояние между мальчиками было 900 м. Они начали удаляться друг от друга со скоростью 190 м/мин. За 5 мин они удалились друг от друга на 950 м, и расстояние между ними стало $900 + 950 = 1850$ (м).

Можно рассуждать и так: Николай находился в пути 5 мин, а Андрей — на 10 мин больше, т. е. $5 + 10 = 15$ (мин). Поэтому расстояние между ними $100 \cdot 5 + 90 \cdot 15 = 1850$ (м) (рис. 9). Записать решение можно так:

- 1) $10 + 5 = 15$ (мин) — время, которое находился в пути Андрей;
- 2) $90 \cdot 15 = 1350$ (м) — расстояние, которое Андрей прошел за это время;
- 3) $100 \cdot 5 = 500$ (м) — расстояние, которое прошел за 5 мин Николай;
- 4) $1350 + 500 = 1850$ (м) — расстояние между мальчиками.

б) Задача обсуждается с помощью рисунка 10.

- 1) $20 - 10 = 10$ (мин) — время, которое находился в пути Николай;

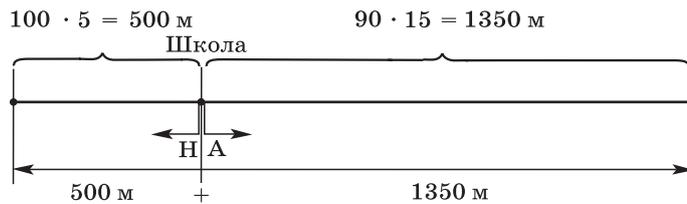


Рис. 9

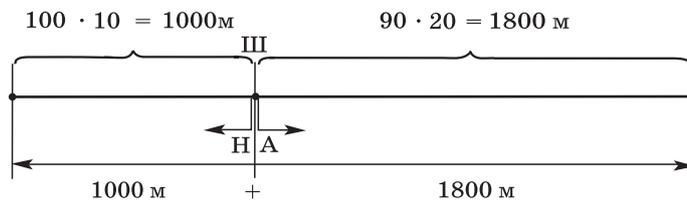


Рис. 10

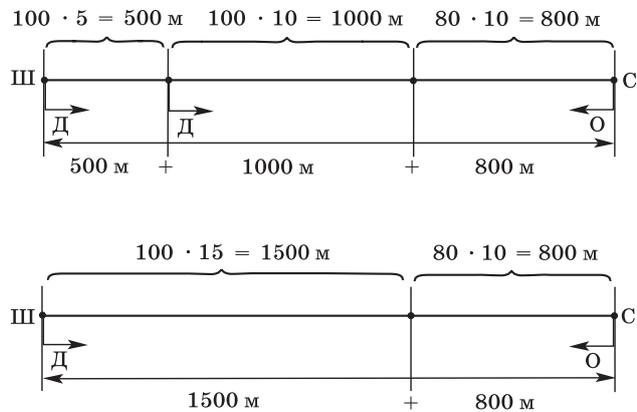


Рис. 11

2) $100 \cdot 10 = 1000$ (м) — расстояние, которое Николай прошел за это время;

3) $90 \cdot 20 = 1800$ (м) — расстояние, которое прошел за 20 мин Андрей;

4) $1000 + 1800 = 2800$ (м) — расстояние между мальчиками.

Задачи № 366—368 — это «цепочка» задач, их следует решать одну за другой.

366—367. Следует обратить внимание учащихся на то, что до выхода второго объекта первый уже прошел какое-то расстояние. После того как это расстояние найдено, задача сводится к простой, уже хорошо знакомой задаче на встречное движение.

368. На рисунке 11 показаны два варианта решения для случая а), на рисунке 12 — для случая б).

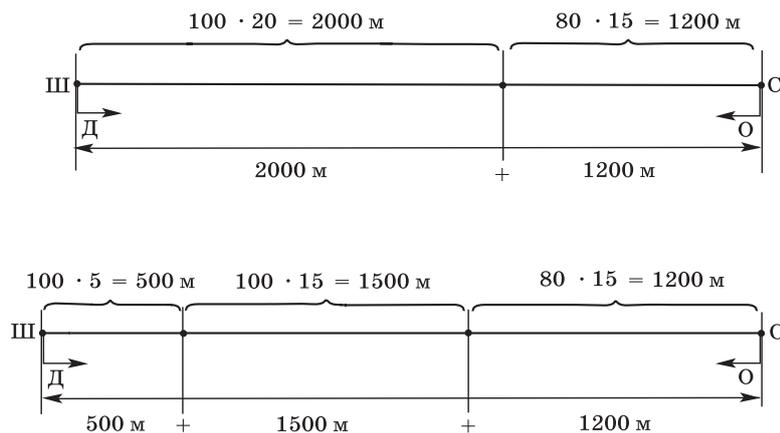


Рис. 12

369. Задачу легко решить, если понять, что ее условие сводится к следующему: «Две электрички одновременно вышли из одного пункта в противоположных направлениях. Через 3 мин расстояние между ними стало 7 км 500 м».

После этого, так же как и в остальных задачах, возможны разные подходы к решению:

1) определить расстояние, пройденное каждой электричкой за 3 мин, и затем найти нужную скорость;

2) учесть, что электрички удалялись от места встречи со скоростью, равной сумме их скоростей.

О т в е т. Скорости электричек $1200 \text{ м/мин} = 72 \text{ км/ч}$ и $1300 \text{ м/мин} = 78 \text{ км/ч}$.

370. Рассуждения проводим с опорой на рисунок 13. На весь путь пассажирский поезд затратил $2 + 3 = 5$ (ч). Расстояние от A до B равно $60 \cdot 5 = 300$ (км). Скорость сближения поездов: $300 : 2 = 150$ (км/ч). Скорость скорого поезда: $150 - 60 = 90$ (км/ч).

371. а) Скорость сближения равна 360 м/мин , поэтому сумма расстояний, которые мальчики пробежали за 3 мин, будет равна 1080 м . Это означает, что они уже пробежали место встречи (рис. 14). Из рисунка легко увидеть, как найти расстояние между мальчиками: $1080 - 900 = 180 \text{ м}$.

б) Расстояние 540 м будет между ними дважды — через 1 мин и через 4 мин. В самом деле, $(900 - 540) : 360 = 1$ (мин) и $(900 + 540) : 360 = 4$ (мин).

372. а) Собака бегала между охотниками столько минут, сколько им понадобилось пройти до встречи, т. е. 3 мин.

б) Скорость собаки $12 \text{ км/ч} = 200 \text{ м/мин}$. За 3 мин собака пробежала 600 м .

Задачи № 373—375 — это «цепочка» задач, их следует решать одну за другой. Ключевой является задача № 373 (а).

373. а) Чтобы решить эту задачу, надо понять, что разность между скоростью катера по течению и скоростью катера против течения равна удвоенной скорости течения. Понять это поможет рисунок 15. Полезно также параллельно с построением рисунка «проговорить» эту ситуацию: скорость катера по течению реки равна его собственной скорости плюс скорость течения; скорость катера против течения реки равна его собственной скорости минус скорость течения. Значит, скорость катера по течению больше скорости против течения на две скорости течения.

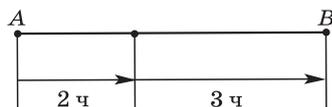


Рис. 13

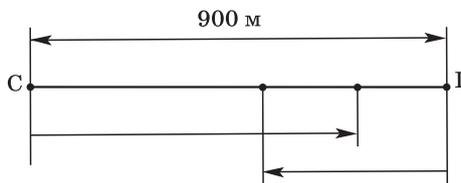


Рис. 14



Рис. 15

376. Целесообразно сначала решить задачу по действиям, используя все ее данные. После этого изменить скорость течения, взяв, например, 3 км/ч, и решить задачу. После таких двух проходов нетрудно понять общий ход рассуждения: лодка плывет по течению со скоростью, равной сумме ее собственной скорости и скорости течения, а шляпа будет плыть в том же направлении со скоростью течения; поэтому их скорость удаления равна собственной скорости лодки и не зависит от скорости течения.

377. Скорость катера против течения меньше его скорости по течению на удвоенную скорость течения, т. е. на 10 км/ч. Иными словами, при движении против течения катер за каждый час проплывает на 10 км меньше, чем при движении по течению.

Двигаясь 7 часов против течения, катер проплывает на 70 км меньше, чем за это же время по течению. Чтобы преодолеть эти 70 км, ему требуется еще 2 часа (рис. 16), т. е. за 2 часа, двигаясь против течения, катер проходит 70 км.

Теперь можно найти скорость катера против течения: $70 : 2 = 35$ (км/ч). Значит, собственная скорость катера равна $35 + 5 = 40$ (км/ч).

После такого обсуждения можно оформить решение задачи письменно:

1) На сколько скорость катера против течения меньше его скорости по течению?

$$5 \cdot 2 = 10 \text{ (км/ч).}$$

2) На сколько километров меньше пройдет катер за 7 ч против течения, чем за это же время по течению?

$$10 \cdot 7 = 70 \text{ (км/ч).}$$

3) За какое время катер проходит 70 км против течения реки?

$$9 - 7 = 2 \text{ (ч).}$$

4) Чему равна скорость катера против течения?

$$70 : 2 = 35 \text{ (км/ч).}$$

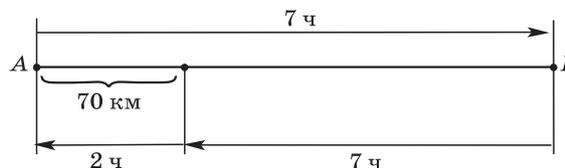


Рис. 16

5) Чему равна собственная скорость катера?

$$35 + 5 = 40 \text{ (км/ч).}$$

Ответ. 40 км/ч.

Для тех, кому интересно

Последняя цифра

Методический комментарий

Приведенный в пункте материал нацелен на формирование умения оценить правильность своих вычислений. Это умение в дальнейшем может помочь школьнику при решении самых разных задач курса математики, а также естественных наук.

Комментарий к упражнениям

378. Можно, конечно, выполнять задания «в лоб», но лучше каждый раз искать рациональный способ рассуждения. А поэтому сначала надо посмотреть на выражение в целом.

а) Суммы чисел, равноудаленных от концов, оканчиваются цифрой 0. Поэтому последняя цифра результата — это последняя цифра «среднего» числа, т. е. 5.

б) В произведении есть множитель, оканчивающийся цифрой 2 и цифрой 5, поэтому последняя цифра произведения — это 0.

ж) Все произведения оканчиваются цифрой 2. Так как в выражении чередуются «плюсы» и «минусы», то учитываем только последнее произведение. Таким образом, последней будет цифра 2.

з) Последняя цифра произведения $1999 \cdot 1999$ — это 1. Значит, и произведение $(1999 \cdot 1999) \cdot (1999 \cdot 1999) \cdot (1999 \cdot 1999)$ оканчивается цифрой 1. Добавив еще один множитель, равный 1999, получим результат, в котором последней будет цифра 9.

379. б) Сумма двузначных чисел в каждом десятке оканчивается на 5. Всего 9 десятков, т. е. общая сумма также оканчивается на 5; в) сумма цифр в каждой сотне оканчивается на 0.

380. а) 0, так как в произведении есть числа 2 и 5; б) 0, так как в произведении есть числа, оканчивающиеся на 2 и 5.

Глава 4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИЯХ (12 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
4.1	Свойства сложения и умножения	О—20	2	У: № 385—392, 396, 397; ДМ: О—20 (№ 1—3, 5)
4.2	Распределительное свойство	О—20	3	У: № 399—406, 408, 409; ДМ: О—20 (№ 4)
4.3	Задачи на части	О—21; П—15, П—16	4	У: № 425—434, 436; ДМ: О—21
4.4	Задачи на уравнивание	П—17	2	У: № 443—448, 450
	Зачет № 3		1	

Основные цели: расширить представление учащихся о свойствах арифметических действий, продемонстрировать возможность применения свойств для преобразования числовых выражений.

Обзор главы. Основное содержание главы связано с рассмотрением переместительного и сочетательного свойств сложения и умножения, а также распределительного свойства умножения относительно сложения. Переместительное и сочетательное свойства известны учащимся из начальной школы. Новым на этом этапе является введение обобщенных свойств, которые сформулированы в виде правил преобразования суммы и произведения. С распределительным свойством учащиеся встречаются впервые. Показывается его применение для преобразования произведения в сумму и наоборот. Мотивировкой для преобразования выражений на основе свойств действий служит возможность рационализации вычислений. Кроме того, в главу включены фрагменты, посвященные знакомству с новыми типами текстовых задач (задачи на части и задачи на уравнивание).

4.1. Свойства сложения и умножения

Методический комментарий

Начиная рассмотрение переместительного и сочетательного свойств сложения и умножения, полезно подчеркнуть, что они не только хорошо известны учащимся, но и постоянно используются в вычислениях. Так, вычисляя устно сумму $36 + 14$, мы фактически находим значение выражения $36 + (4 + 10)$, которое подсчи-

тывается в два этапа: $36 + 4 = 40$ и $40 + 10 = 50$. Иными словами, мы пользуемся сочетательным свойством, выражающим правило прибавления к числу суммы: $36 + (4 + 10) = (36 + 4) + 10$.

Другой пример. В таблице умножения в столбике, где приводятся результаты умножения на 3, есть равенство $5 \cdot 3 = 15$. Однако в столбце, где даны результаты умножения на 5, нет произведения $3 \cdot 5$. И это естественно, так как $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$.

В учебнике даются следствия из переместительного и сочетательного свойств — обобщенные правила, согласно которым компоненты суммы и произведения можно произвольным образом переставлять и объединять в группы. Эти правила служат практической основой выполнения преобразований числовых выражений. Их формулировки учащиеся должны выучить наизусть.

Чтобы учащиеся лучше усвоили правила, можно предлагать упражнения такого типа:

1. Запишите разными способами, используя скобки, сумму чисел 57, 49 и 43. Какой из способов удобнее для вычисления?

2. Запишите разными способами произведение чисел 4, 31 и 25. В каком случае легче подсчитать значение произведения?

Учащиеся должны понять, что, применяя свойства, мы изменяем порядок выполнения действий, и в результате этого могут упроститься вычисления. Так, в сумме удобно группировать те слагаемые, при сложении которых получается круглое число. Точно так же в произведении целесообразно объединять в группы те числа, при умножении которых получается число, оканчивающееся нулем. Можно записать в тетрадях и предложить запомнить такую таблицу:

$$\begin{aligned}5 \cdot 2 &= 10, \\25 \cdot 4 &= 100, \\125 \cdot 8 &= 1000.\end{aligned}$$

Зная ее, несложно, например, вычислить устно произведение $125 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 4$.

Упражнения данного пункта предполагают применение рациональных приемов вычислений. В связи с этим необходимо заметить, что умение считать рационально может рассматриваться лишь как желаемый результат изучения данной темы. Обязательным для всех требованием остается получение правильного ответа. А выбор способа вычисления — это право ученика.

Комментарий к упражнениям

385. а) $5 \cdot 6 + 9 \cdot 5 = 30 + 45 = 75$;

б) $2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 10 + 12 + 18 = 40$.

386. а) $(4 + 6) + (4 + 6) + (9 + 1) + (5 + 5) + 6 = 46$. Можно также дать сокращенную запись: $10 \cdot 4 + 6 = 46$.

387. Слагаемые, дающие в сумме круглое число, можно соединить дугами. Переписывать выражения, заключая эти слагаемые в скобки, необязательно.

388. См. замечание к упражнению № 387.

390. Идея решения раскрывается в примере 3 объяснительного текста, который надо предварительно разобрать.

а) $36 \cdot 25 = 9 \cdot 4 \cdot 25 = 9 \cdot 100 = 900$;

б) $125 \cdot 12 = 5 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 3 = 15 \cdot 100 = 1500$;

в) $75 \cdot 24 = 3 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 6 = 18 \cdot 100 = 1800$;

г) $150 \cdot 42 = 150 \cdot 6 \cdot 7 = 900 \cdot 7 = 6300$.

395. а) $75 \cdot 14 \cdot 18 = (25 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 9) =$
 $= (25 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 7 \cdot 9) = 18\ 900$;

б) $16 \cdot 125 \cdot 4 \cdot 35 = (2 \cdot 35) \cdot (125 \cdot 8) \cdot 4 =$
 $= 70 \cdot 1000 \cdot 4 = 280\ 000$.

397. Надо убедиться, что учащиеся понимают, что означает многоточие в записи суммы.

а) Так как это первый пример, то полезно сначала записать сумму полностью, сосчитать число слагаемых, соединить дугами пары чисел, дающих в сумме одно и то же число, выяснить, сколько таких пар.

б) Вначале полезно записать данную сумму, указав в ней явно несколько последних слагаемых:

$$5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 85 + 90 + 95 + 100.$$

Теперь учащимся легче будет увидеть пары чисел, дающих в сумме одно и то же число 105. Всего таких пар 10.

398. а) Легко понять закономерность: $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$, $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2$ и т. д. В сумме $1 + 3 + 5 + \dots + 99$ содержится 50 слагаемых, поэтому она равна 50^2 .

14.2. Распределительное свойство

Методический комментарий

Данный вопрос, как правило, вызывает определенные трудности у учащихся. Особенно это относится к применению распределительного свойства для обратного преобразования — вынесения множителя за скобки. Поэтому на данном этапе никаких обязательных требований к усвоению этого материала не предъявляется. Основное его назначение — это приобретение некоторого опыта преобразования числовых выражений на основе распределительного свойства.

Изложение материала в учебнике начинается с рассмотрения уже знакомой учащимся задачи вычисления площади прямоугольника, составленного из двух прямоугольников одинаковой ширины. По условию задачи составляются два различных выражения, значения которых равны. Записывается равенство $(5 + 3) \cdot 4 = 5 \cdot 4 + 3 \cdot 4$. В его левой части — произведение, в правой — сумма. Это равенство можно прочитать словами: произведение суммы $5 + 3$ и числа 4 равно сумме произведений $5 \cdot 4$ и $3 \cdot 4$. Аналогичные равенства можно составить и прочитать при работе с другими задачами, предложенными в учебнике. Затем распределительное свойство формулируется и записывается с помощью букв. Учащимся сообщается, что обычно распределитель-

ное свойство читается как правило умножения суммы на число и что оно справедливо для суммы любого числа слагаемых.

Закрепляется этот материал упражнениями № 401—402, а также более сложными упражнениями № 415—417, при выполнении которых учащиеся знакомятся с приемами умножения на 15, 101, 1001. При желании можно также рассмотреть приемы умножения на 111, 99 и т. п. Например:

$$24 \cdot 111 = 24 \cdot (100 + 10 + 1) = 24 \cdot 100 + 24 \cdot 10 + 24 = 2664.$$

Следующий шаг в изучении данного вопроса — это применение распределительного свойства для преобразования суммы в произведение. Объяснение можно провести, рассмотрев те задачи, при решении которых вводилось распределительное свойство. Только теперь равенство, записанное, например, по условию задачи на нахождение площади прямоугольника, должно выглядеть так: $5 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = (5 + 3) \cdot 4$.

В результате мы приходим к преобразованию суммы в произведение, которое называется вынесением общего множителя за скобки.

Для выработки умения выполнять это преобразование в прямом, неосложненном случае можно использовать упражнение № 403. Общие множители обязательно нужно каким-либо способом выделять — подчеркивать, обводить кружком и т. д. Кроме того, нужно приучить учащихся для контроля устно выполнять обратное преобразование: если получилось исходное выражение, то вынесение множителя за скобки выполнено верно.

В учебнике и в дидактических материалах есть ряд трудных упражнений (№ 419—420, задания 6 и 7 из работы О—20). Их целесообразно использовать в работе с сильными учащимися. Заметим, что в заданиях такого рода возможны разные решения. Так, в примере 2 из теоретической части пункта преобразования можно было бы выполнить так:

$$46 \cdot 32 + 8 \cdot 16 = 46 \cdot 32 + 4 \cdot 32 = (46 + 4) \cdot 32 = 50 \cdot 32 = 1600.$$

А в примере, приведенном в качестве образца в задании 7 (работа О—20), можно было бы выполнить преобразование с выделением более крупных множителей:

$$\begin{aligned} 48 \cdot 75 - 70 \cdot 45 &= 16 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 15 - 14 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 15 = \\ &= 3 \cdot 15 \cdot 5 \cdot (16 - 14) = 15 \cdot 15 \cdot 2 = 15 \cdot 30 = 450. \end{aligned}$$

Приведем несколько дополнительных заданий, предполагающих рациональные способы вычислений:

- 1) $48 \cdot 32 + 48 \cdot 68 + 52 \cdot 37 + 52 \cdot 63$;
- 2) $39 \cdot 73 + 39 \cdot 27 + 61 \cdot 15 + 85 \cdot 61$;
- 3) $(125 + 87) \cdot 8 + 87 \cdot 2$;
- 4) $(317 + 25) \cdot 4 - 3 \cdot 317$.

Комментарий к упражнениям

399—400, 405—406, 408—409. Все задачи решаются двумя способами, как в начале объяснительного текста. Решение целесо-

образно каждый раз завершать составлением соответствующего числового равенства.

407. 1-й способ. Первая машина распечатала $6 \cdot 15 = 90$ страниц, тогда вторая распечатала $180 - 90 = 90$ страниц. Значит, вторая печатает в минуту $90 : 15 = 6$ страниц. (Машины работают с одинаковой скоростью.)

2-й способ. За одну минуту обе машины вместе печатают $180 : 15 = 12$ страниц. Так как первая печатает 6 страниц в минуту, то и вторая работает с такой же скоростью: $12 - 6 = 6$ страниц.

410. 1-й способ. В партере всего $25 \cdot 12 = 300$ кресел. Значит, в амфитеатре всего $500 - 300 = 200$ кресел, поэтому в амфитеатре $200 : 25 = 8$ рядов.

2-й способ. Всего в кинотеатре $500 : 25 = 20$ рядов. Значит, в амфитеатре $20 - 12 = 8$ рядов.

419. а) $12 \cdot 17 + 17 \cdot 23 + 35 \cdot 13 = (12 + 23) \cdot 17 + 35 \cdot 13 =$
 $= 35 \cdot 17 + 35 \cdot 13 = 35 \cdot 30 = 1050;$

б) $55 \cdot 41 + 55 \cdot 29 = 70 \cdot 55 = 3850.$

420. а) $8 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 + 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 8 \cdot 2 \cdot 7 \cdot (2 + 3) =$
 $= (8 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 5) = 560;$

б) $2 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10 - 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 10 =$
 $= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10 \cdot (19 - 12) = (2 \cdot 5) \cdot 3 \cdot 10 \cdot 7 = 2100.$

421—422. Можно провести, например, такие рассуждения. Если задуманное число умножили на 8, а потом его же умножили на 15 и результаты сложили, то это означает то же самое, как если бы задуманное число умножили сразу на 23 — сумму 8 и 15. Разделив 276 на 23, получим 12. Значит, было задумано число 12. Полезно, чтобы для проверки ученики проделали с числом 12 описанные в задаче действия.

423. Первый мастер работал $8 \cdot 5 = 40$ ч, а второй $6 \cdot 4 = 24$ ч. Всего они работали $40 + 24 = 64$ ч. Так как мастера расписывали в час одно и то же количество шаров (работали с одной и той же скоростью), то за один час расписывалось $1280 : 64 = 20$ шаров. Первый расписал всего $20 \cdot 40 = 800$ шаров, а второй — $20 \cdot 24 = 480$ шаров.

424. Лида работала 2 ч, а ее подруга — 1 ч. Общее время работы 3 ч. Значит, за час запечатывалось $120 : 3 = 40$ конвертов. Лида запечатала $40 \cdot 2 = 80$ конвертов, а ее подруга — 40 конвертов.

4.3. Задачи на части

Методический комментарий

Задачи на части, а в следующем пункте задачи на уравнивание продолжают линию решения текстовых задач арифметическим способом. Не следует стараться обязательно решить сразу все предлагаемые в этих пунктах задачи. Времени может оказать-

ся недостаточно, а спешка повредит конечной цели — развитию мышления, овладению приемами рассуждений.

Вначале решаются задачи, в которых о частях говорится в явном виде (№ 425—426). Объяснение можно начать с задачи № 1 из учебного текста.

Решение задачи можно записать с вопросами:

1) Сколько килограммов ягод приходится на 1 часть?

$$9 : 3 = 3 \text{ (кг)}.$$

2) Сколько килограммов сахара надо взять?

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ (кг)}.$$

Ответ. 6 кг.

Следующий шаг в усложнении условия задачи — увеличение числа компонентов, составляющих смесь, сплав и т. п. (№ 427—428). Заметим, что в условии задачи дается масса не одного из компонентов, а всей смеси, сплава и т. д. После этого решаются задачи, в которых известно, на сколько масса одной составляющей смеси больше массы другой составляющей (№ 429—430). И затем, после рассмотрения задачи № 2 из учебного текста, решаются задачи, в которых части в явном виде не указаны, а говорится лишь, во сколько раз одна величина больше или меньше другой (№ 432—434 и др.).

Комментарий к упражнениям

Условия задач необходимо иллюстрировать схематическими рисунками, которые позволяют проводить рассуждения на наглядной основе. Без рисунков этот тип задач многим учащимся окажется просто непосильным.

430. По условию задачи делается рисунок (рис. 17, а), на котором надо отметить отрезок, изображающий 36 ц (рис. 17, б). Теперь можно решать задачу: 36 ц составляют 2 части, значит, на одну часть приходится $36 : 2 = 18$ (ц); ржи смололи $18 \cdot 4 = 72$ (ц).

431. Выделяется подзадача: взяли 5 частей груш и 3 части слив, что составило вместе 2 кг 400 г (рис. 18).

434. а) Задачу нужно переформулировать: мальчик сорвал орехов в 2 раза больше, чем девочка.

б) Переформулировка: девочке осталось прочитать в 3 раза больше страниц, чем она уже прочитала.

435. а) После явного введения частей и выполнения рисунка задача становится такой же, как № 430.

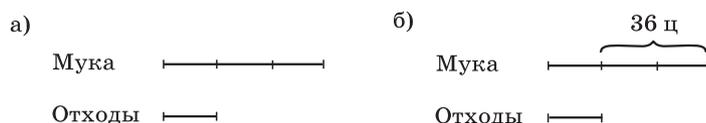


Рис. 17

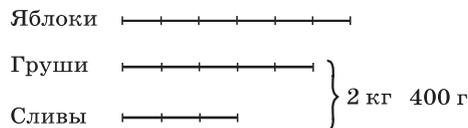


Рис. 18

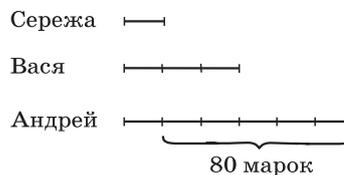


Рис. 19

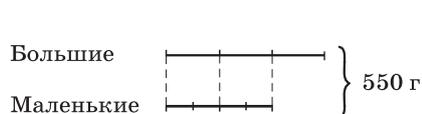


Рис. 20

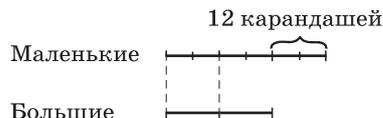


Рис. 21

436. а) Сначала надо «исключить» третий день, т. е. узнать, сколько страниц Митя прочитал за два дня. После этого получается уже хорошо знакомая задача на части, которая решается с опорой на рисунок.

б) «Исключив» первый кусок ткани, получаем задачу: «Кусок ткани длиной 51 м разрезан на две части, одна из которых в 2 раза короче другой. Какова длина каждой части?»

438. Сначала переформулируем условие так: «У Васи в 3 раза больше марок, чем у Серези, а у Андрея — в 2 раза больше, чем у Васи». Это условие изображаем в виде схемы (рис. 19), причем начинаем с изображения количества марок у Серези (это одна часть). Далее на рисунке нужно найти отрезок, составляющий 80 марок.

439. После того как израсходовали 12 кусков, в двух коробках стало 24 куска мела. Теперь получаем задачу на части. Надо следить за тем, чтобы в конце учащиеся не забыли «вернуть» эти 12 кусков, так как требуется узнать, сколько мела было в каждой коробке первоначально.

441. Решение понятно из рисунка 20.

442. Решение понятно из рисунка 21.

4.4. Задачи на уравнивание

Методический комментарий

Здесь рассматриваются задачи указанного вида, в которых известны сумма двух величин и их разность. Более сложные задачи на уравнивание разбираются в курсе 6 класса.

Для того чтобы облегчить учащимся овладение самой идеей уравнивания, целесообразно организовать реальную деятельность по уравниванию величин, рассматриваемых в условии задачи.

Так, если объяснение проводить на задаче, разобранный в учебнике, то нужно положить на стол две пачки тетрадей и затем

сообщить учащимся условие задачи. Задача решается устно, причем решение сопровождается реальными действиями с тетрадами. После этого решение можно записать на доске с комментарием. Запись может быть такой:

1) $70 - 10 = 60$ (тетр.) — столько тетрадей будет в двух пачках, если убрать 10 тетрадей;

2) $60 : 2 = 30$ (тетр.) — столько тетрадей во второй пачке;

3) $30 + 10 = 40$ (тетр.) — столько тетрадей в первой пачке.

Эту же задачу целесообразно решать иначе, предложив другие приемы уравнивания тетрадей в пачке. (Каждый из рассматриваемых способов также должен сопровождаться реальными действиями с тетрадами.) Так, можно уравнивать пачки, добавив во вторую 10 тетрадей, а можно уравнивать число тетрадей в пачках, переложив половину разницы (5 тетрадей) во вторую пачку. При любом способе решения учащиеся должны привыкнуть для самоконтроля проводить проверку (см. текст учебника). Она может выполняться устно. Таким же способом учитель должен опровергать неверные решения.

Комментарий к упражнениям

443—444. Решение первых задач полезно проводить с привлечением каких-либо реальных предметов (необязательно тех, о которых идет речь в задаче, например, спичек). Затем можно перейти к схематическим рисункам, где величины, о которых идет речь в задаче, изображаются отрезками.

448. а) Пусть оба числа равны меньшему из них, тогда их сумма будет $432 - 18 = 414$ (рис. 22). Меньшее число равно $414 : 2 = 207$, а большее число равно $207 + 18 = 225$. (Задачу полезно решить и другим способом.)

449. Задача существенно сложнее предыдущей, так как вместо уже привычной ситуации — «одно число больше (меньше) другого на ...» — дана разность чисел. Итогом решения этой задачи может быть, вообще говоря, такой вывод: чтобы найти два числа по их сумме и разности, можно из суммы вычесть разность; в результате получится удвоенное меньшее число. Конечно, это следует делать только в хорошо подготовленном классе. В слабом классе эту задачу лучше не рассматривать.

453. а) Последовательные натуральные числа отличаются друг от друга на единицу. Условие задачи можно проиллюстрировать с помощью рисунка 23. Решение может быть таким: будем

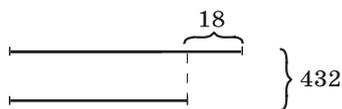


Рис. 22

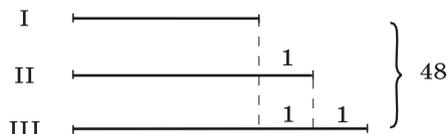


Рис. 23

считать, что слагаемые равны меньшему числу, тогда их сумма будет $48 - 3 = 45$; меньшее число равно $45 : 3 = 15$, а два других — это $15 + 1 = 16$ и $16 + 1 = 17$. (Проверьте: числа 15, 16 и 17 — это последовательные натуральные числа и $15 + 16 + 17 = 48$.)

455. Если бы отцу было столько же лет, сколько матери, то сумма возрастов была бы равна $103 - 5 = 98$ годам.

Далее имеем задачу на части. Здесь удобно возраст матери принять за 20 частей, тогда на возраст сына приходится $20 : 4 = 5$ частей, а на возраст дочери — $20 : 5 = 4$ части.

Запись решения:

1) $20 + 20 + 5 + 4 = 49$ — столько частей приходится на суммарный возраст;

2) $98 : 49 = 2$ — столько лет приходится на 1 часть;

3) $2 \cdot 20 = 40$ — столько лет матери;

4) $40 + 5 = 45$ — столько лет отцу;

5) $2 \cdot 5 = 10$ — столько лет сыну;

6) $2 \cdot 4 = 8$ — столько лет дочери.



Для тех, кому интересно

Треугольные числа

Методический комментарий

Материал, изложенный в пункте, любопытен с историко-культурной точки зрения, а также дает возможность провести доступную школьнику интересную исследовательскую работу.

Комментарий к упражнениям

456. а) Шестнадцатый треугольник получается из пятнадцатого добавлением 16 шаров, а четырнадцатый — вычитанием 15 шаров.

457. а) $(26 \cdot 25) : 2 = 325$; б) 630, 1275, 500 500.

458. а) Фактически надо найти такой треугольник, чтобы следующий получался из него добавлением 7 шаров. Этот треугольник представляет шестое треугольное число, т. е. в нем 21 шар. Изначально 3 шара были лишними, значит, всего было 24 шара.

459. Нечетные числа обозначим через Н, а четные — через Ч. Тогда последовательность треугольных чисел можно представить в следующем виде: Н Н Ч Ч Н Н Ч Ч Н Н Ч Ч ...

460. а) Поскольку 16-е треугольное число получается из 15-го добавлением 16 шаров, то искомая сумма равна удвоенному количеству шаров в 15-м треугольном числе плюс еще 16 шаров. Итого $2 \cdot 120 + 16 = 256$ шаров. (Мы воспользовались условием задачи № 456, однако можно просто вычислить эти числа.)

Глава 5. МНОГОУГОЛЬНИКИ (7 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
5.1	Как обозначают и сравнивают углы	№ 43—48	2	У: № 461—469, 472—473; РТ: № 43—48
5.2	Измерение углов	№ 49—62	3	У: № 476—485, 487; РТ: № 49—62
5.3	Ломаные и многоугольники	№ 63—73	2	У: № 492—501, 503, 505—506; РТ: № 63—70

Основные цели: познакомить учащихся с новой геометрической фигурой — углом; ввести понятие биссектрисы угла; научить распознавать острые, тупые и прямые углы, строить и измерять углы с помощью транспортира, оценивать величину угла на глаз; развить представление о многоугольнике.

Обзор главы. Материал данной главы содержит два смысловых блока. Первый из них связан с введением новой для учащихся геометрической фигуры, которой является угол, и связанных с ней понятий (виды углов, измерение углов). Учащиеся учатся изображать углы, обозначать их, распознавать в различных положениях. Одним из важнейших умений, которым они должны овладеть на этой стадии обучения, является сравнение углов. Формируется это умение на основе практического действия — наложения углов друг на друга. Классификация углов проводится через сравнение с наиболее часто встречающимся в окружающем мире прямым углом: угол, меньший прямого, является острым, больший прямого — тупым. Измерение углов является для учащихся новым видом измерений, который знакомит их с угловой мерой и новым измерительным прибором — транспортиром.

Второй блок содержания связан с многоугольниками и содержит материал, частично знакомый учащимся из начальной школы. Теперь им предстоит расширить свои представления об уже знакомых фигурах, усвоить связанную с ними терминологию (вершина, сторона, угол многоугольника, диагональ), научиться «видеть» их в более сложных конфигурациях. Отрезок и угол здесь элементы многоугольника. Учащиеся учатся изображать многоугольники с заданными свойствами на нелинованной и клетчатой бумаге, обозначать их, находить периметр.

Заметим, что в учебнике мы рассматриваем углы, меньшие развернутого. Однако угол многоугольника может быть и больше развернутого (невыпуклые многоугольники). Внимание учащихся на этом не акцентируется, так как невыпуклые многоугольники встречаются на рисунках лишь для создания более полного представления о многоугольниках, но никакая практическая работа с ними не проводится.

5.1. Как обозначают и сравнивают углы

Методический комментарий

Угол для учащихся новая и весьма специфическая фигура, измерение углов осваивается ими со значительно большими трудностями, нежели измерение длин. Это связано с тем, что в их практическом, жизненном опыте интуитивные представления об угле как о геометрической фигуре и об измерении углов практически отсутствуют. Для того чтобы школьники «освоились» с этой фигурой, требуется определенное время. Поэтому упражнения, аналогичные тем, которые даются в данной главе, следует «вкрапливать» в последующие уроки.

Важным результатом изучения данного пункта является умение сравнить два угла (на глаз, наложением, используя кальку или углы, вырезанные из бумаги). При этом может выясниться, что ученик не овладел самим понятием угла. Это становится очевидным в том случае, если ученик утверждает, что $\angle A$ больше $\angle B$, так как у него «стороны длиннее». Очевидно, что, не преодолев эту трудность, нет смысла переходить к измерению углов. Помочь в этом случае может использование различных моделей.

Умение «увидеть» прямой угол в различных положениях и конфигурациях, построить, используя угольник или клетчатую бумагу, является весьма важным, так как это в определенном смысле опорное понятие (острый угол и тупой угол вводятся как углы соответственно меньший и больший прямого). Следует обращать внимание на то, чтобы учащиеся строили углы в различных положениях.

Используя клетчатую бумагу, легко построить прямой угол, когда вершина угла лежит в узле сетки, а стороны угла идут по линиям сетки. Если позволяет время, можно показать более сильным учащимся, как построить угол и в ином положении. Пусть точка O — вершина угла, а сторона угла проходит через точку сетки, расположенную от вершины на две клетки вправо и одну вверх. С помощью угольника проведем другую сторону угла. Учащиеся должны увидеть, что она проходит через точку, расположенную от вершины на одну клетку влево и две вверх (рис. 24). Проведем сторону второго угла через точку сетки, расположенную от вершины на одну клетку вправо и три вверх. Другая сторона прямого угла пройдет через точку, расположенную от вершины на три клетки влево и одну клетку вверх. Подметив закономерность, учащиеся могут сами отметить пару точек, ей удовлетворяющих (например, четыре вправо и пять вверх — пять влево и четыре вверх), и проверить с помощью угольника, является ли построен-

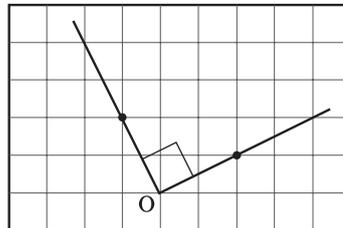


Рис. 24

ный по этим точкам угол прямым. Чуть позже учащиеся смогут ознакомиться и с доказательством того, что такие углы являются прямыми (см. в рубрике «Для тех, кому интересно. Построения на клетчатой бумаге»).

Комментарий к упражнениям

462. Учащиеся должны перенести угол A на кальку и наложить его на другие углы.

465. Чертеж можно сделать на кальке и сравнить углы, перегнув лист по прямой OB .

466. Задание можно выполнить на кальке. Обращаем ваше внимание на то, что «очень острый» угол трудно перегнуть пополам.

468. Сначала по клеткам тетради учащиеся строят прямой угол, а затем острый и тупой.

472. Сравнить углы AOC и BOD можно так. Пары углов AOD и DOB , AOC и COB составляют развернутый угол. Так как угол AOD больше угла COB , то угол, дополняющий угол AOD до развернутого, должен быть меньше, чем угол, дополняющий угол COB до развернутого. Значит, угол DOB меньше угла AOC .

Всего на рисунке семь углов. Учащиеся могут «потерять» развернутые углы.

475. 2) На основании решения первой задачи этого упражнения часть учащихся может догадаться, что, чтобы угол ABC был прямым, нужно провести диаметр AC . Другие же увидят, что AC — диаметр окружности, после построения прямого угла с помощью угольника.

5.2. Измерение углов

Методический комментарий

Еще одна трудность, возникающая при измерении углов, связана со знакомством с новым измерительным инструментом — транспортиром. В течение трех лет обучения в начальной школе учащимся была известна только одна шкала — шкала линейки. Поэтому, чтобы избежать связанных с этим ошибок, полезно провести сравнение шкалы транспортира со шкалой линейки, обращая внимание на их сходства и различия: цена наименьшего деления на линейке — 1 мм, на транспортире — 1° , большее деление на линейке — 10 мм (1 см), на транспортире — 10° .

В качестве самых первых упражнений на измерение и построение углов должны быть использованы задания из рабочей тетради, где часть действий уже выполнена — «транспортир» приложен необходимым образом. Для некоторых учащихся число таких упражнений может быть увеличено; можно предложить учащимся скопировать транспортир на лист бумаги, а полученное изображение использовать при дальнейшей работе.

Обращаем внимание учителя на то, что задания на построение углов даны в рабочей тетради, так как строить углы целесообразнее на нелинованной бумаге. Клетчатую бумагу можно использовать там, где необходимо строить углы 90° , 45° , 135° . Уметь строить прямой угол на гладкой бумаге учащиеся должны как с помощью транспортира, так и угольника.

Продолжается работа, направленная на развитие глазомера: учащимся предлагаются упражнения, где требуется приблизительно оценить величину угла. С этой же целью полезно добавить упражнения типа: «Постройте без помощи транспортира углы 30° , 40° , 80° , 100° ». Задание может выполняться как на нелинованной, так и на клетчатой бумаге.

Для того чтобы учащиеся могли по клеткам приблизительно строить углы 10° , 20° , ..., 80° , можно провести следующую практическую работу.

1) Построить с помощью транспортира углы 10° , 20° , ..., 90° с вершиной в узле сетки (рис. 25) и общей стороной, идущей по горизонтальной линии сетки.

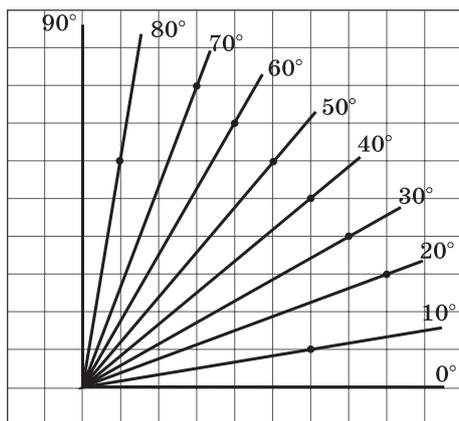
2) Отметить ближайший узел сетки, через который прошла другая сторона каждого угла.

3) Определить «путь» из вершины угла в отмеченную точку и занести его в таблицу.

4) Сравнить данные таблицы для углов 10° и 80° , 20° и 70° и т. д.

5) По данным таблицы построить угол, приблизительно равный, например, 30° .

В качестве дополнительных упражнений можно предложить учащимся задачи на уравнивание, но с геометрической фабулой. Например, можно дать такую задачу: «Сумма двух углов равна 120° , а один угол больше другого на 20° . Чему равен каждый угол? Начертите эти углы».



Угол	→	↑
10°	6	1
20°	8	3
30°	7	4
40°	6	5
50°	5	6
60°	4	7
70°	3	8
80°	1	6

Рис. 25

Комментарий к упражнениям

491. 1) Начать можно с практических построений. По ходу построений учащиеся догадаются, что три угла, по 60° , составят один развернутый угол и еще три угла — другой развернутый угол, т. е. полный круг равен 360° .

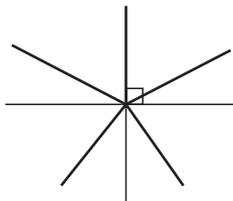


Рис. 26

2) Четыре луча, проведенные из одной точки под углом 90° , делят плоскость на четыре прямых угла. Следовательно, чтобы все углы были острыми, достаточно провести пять лучей (рис. 26).

61 (РГ). Проведя диаметр окружности, разделим ее на две равные части, после чего уже с помощью транспортира каждую полуокружность разделим на три равные части. Здесь можно обратить внимание учащихся на тот факт, что полный круг равен 360° .

Если выполнение этого упражнения отложить до изучения следующего пункта, то можно расширить задание и попросить учащихся последовательно соединить точки деления отрезками. Таким образом они построят шестиугольник, все стороны и все углы которого равны. (Термин «правильные многоугольники» вводится в 6 классе.) Аналогичным образом, разделив окружность на три, на четыре части, они могут построить равносторонний треугольник, квадрат.

5.3. Ломаные и многоугольники

Методический комментарий

Расширение представлений учащихся о многоугольниках происходит через знакомство с элементами многоугольников и с понятиями диагонали и периметра многоугольника. Учащиеся учатся воспринимать геометрическую фигуру не как единое целое, а как объект, состоящий из определенных элементов, учатся видеть фигуры, образующиеся при ее разбиении (см., например, упражнения № 493, 506).

Важно научить их приемам, позволяющим облегчить задачу восприятия, особенно в случаях сложных конфигураций. Это и использование графических приемов: раскрашивание одной или нескольких фигур, входящих в данную конфигурацию, обведение контуров отдельных фигур, использование при этом цвета. Это и поиск равных фигур и элементов, поиск симметрии. Это и определенная логика перебора, позволяющая вычленивать, увидеть все требуемые фигуры и одновременно доказать отсутствие других фигур.

Определенное внимание уделяется понятию периметра многоугольника. Заметим, что этот термин может оказаться для учащихся новым. Периметр многоугольника здесь определяется как

длина границы. При таком подходе облегчается создание опорного зрительного образа, соответствующего данному понятию. Этому будет способствовать разъяснение происхождения термина «периметр» («измеряю вокруг»), а также практические измерения (длины границы фигуры, вычерченной на бумаге; длины ограды земельного участка), сгибание из проволоки различных фигур с одинаковым периметром и др.

Здесь необходимо также продолжать формирование умения измерять углы и строить углы заданной величины.

Комментарий к упражнениям

505. Логика перебора: можно начать с любой буквы и двигаться по часовой стрелке или против часовой стрелки. Всего 6 «имен» у треугольника и 8 — у четырехугольника.

508. Задача трудная, однако ее целесообразно рассмотреть в слабом классе, упростив условие.

Сначала следует внимательно рассмотреть рисунок: увидеть большой пятиугольник, «звезду», маленький пятиугольник, различные треугольники. Можно предложить учащимся найти какой-нибудь треугольник, равный треугольнику AOB (такой же, как треугольник AOB), треугольнику ABC и др., назвать хотя бы один треугольник со стороной AB , несколько треугольников с вершиной B . Чтобы облегчить выполнение этого задания, можно, скопировав рисунок на лист бумаги, раскрасить карандашами двух цветов маленькие треугольники разных видов. Учащимся значительно проще будет увидеть треугольник, составленный, например, из красного и синего треугольников, из двух красных и одного синего треугольника и т. д.

Чтобы найти все 35 треугольников, предлагается следующая логика перебора. Пятиугольник разбит на треугольники двух видов и пятиугольник. Будем составлять треугольники из различных комбинаций этих трех фигур. Чтобы при подсчете не потерять ни один из треугольников, важно выбрать направление обхода, например по часовой стрелке. Началом обхода будем считать вершину B .

Подсчитаем число маленьких треугольников, равных, например, треугольнику ABO и треугольнику OBF . Их будет по 5. Далее рассмотрим треугольник ABF , составленный из треугольников ABO и OBF , и подсчитаем такие треугольники. Их всего 10 (по два у каждой вершины). Треугольник ABC составлен из трех треугольников — ABO , OBF и FBC . Таких треугольников тоже 5. Понятно, что никакие четыре, пять и т. д. маленьких треугольников новые треугольники не образуют.

Теперь рассмотрим маленький пятиугольник. Присоединение к нему одного из маленьких треугольников треугольника не дает. Присоединив же к нему, например, треугольники AOK и FCC , получим треугольник ACH . Число треугольников такого вида равно числу вершин маленького пятиугольника — 5. И нако-

нец, подсчитаем число треугольников типа BDE , составленных из пятиугольника и четырех треугольников. Снова обойдем все вершины пятиугольника, начиная с вершины B , и получим еще 5 треугольников. Итого 35 треугольников.

По ходу решения можно заполнить таблицу:

	Например, треугольник	Число треугольников
	ABO и OBF	$5 + 5 = 10$
	ABF	10
	ABC	5
	ACH	5
	BDE	5

66 (РТ). Не следует торопить события и сообщать учащимся, что сумма углов треугольника равна 180° — упражнение такой цели не преследует. Этому факту будет посвящен отдельный пункт в 6 классе. Здесь же отрабатываются простейшие умения: видеть углы треугольника, уметь их измерять, записывать величину угла.

68—69 (РТ). Середину отрезка учащиеся находят с помощью линейки.

71 (РТ). Нужно дорисовать «оторванные» треугольники и измерить их величины.

72 (РТ). Вполне возможно, что у некоторых учащихся уже сложился образ четырехугольника с проведенной в нем диагональю, которая и делит его на два треугольника. Но, скорее всего, таких учащихся окажется немного, поэтому искать требуемое решение нужно практически. Пусть сначала учащиеся проведут прямую, проходящую через две противоположные стороны четырехугольника. Они получат два четырехугольника. Затем эту прямую можно «развернуть» и провести через сторону и вершину треугольника. В этом случае получатся треугольник и четырехугольник. Если прямую провести через две соседние стороны

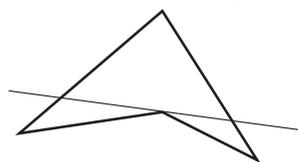


Рис. 27

четырехугольника, то получатся треугольник и пятиугольник, что явно дальше от нужного решения. Таким образом, становится очевидным, что прямая должна проходить через две вершины четырехугольника.

73 (РТ). См. рисунок 27.



Для тех, кому интересно

Разрезаем квадрат

Этот пункт вводит учащихся в один из увлекательнейших разделов занимательной математики — задачи на разрезание. Такой вид геометрического развлечения позволяет им развить комбинаторное мышление, геометрическое видение. Интересно, что эти задачи нередко имеют много решений, от простых до достаточно сложных, часто фигурирующих на математических олимпиадах. Здесь предлагается небольшая подборка задач на разрезание квадрата.

Первая задача (№ 509) очень простая — ее может выполнить каждый. Полезно рассмотреть еще одну задачу. Как еще можно разрезать квадрат прямыми линиями на четыре одинаковые части? Решение может быть таким, как на рисунке 28.

510. 1) Все фигуры, составленные из четырех квадратов, изображены на рисунке 29. 2) Все варианты разрезания квадрата со стороной 4 клетки изображены на рисунке 30.

511. Нельзя, так как этот квадрат состоит из $5 \cdot 5 = 25$, т. е. нечетного числа, квадратов.

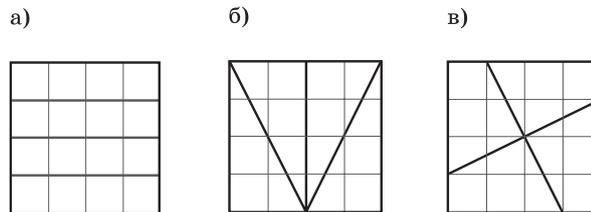


Рис. 28

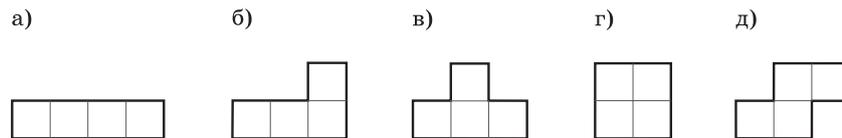


Рис. 29

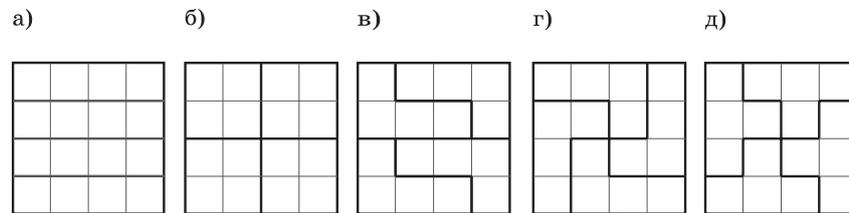


Рис. 30

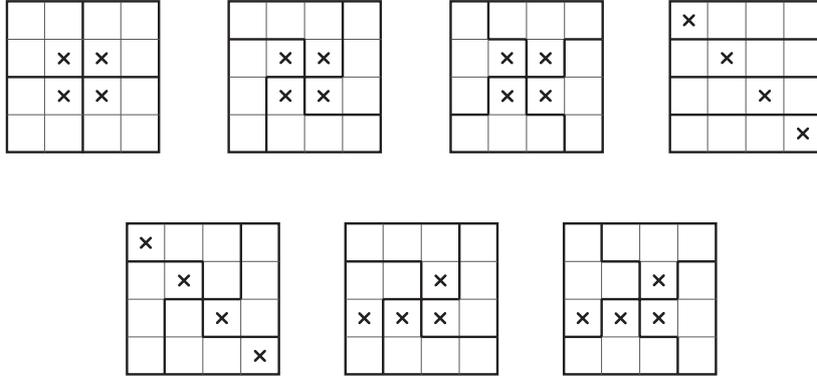
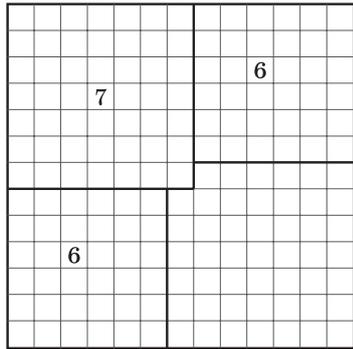
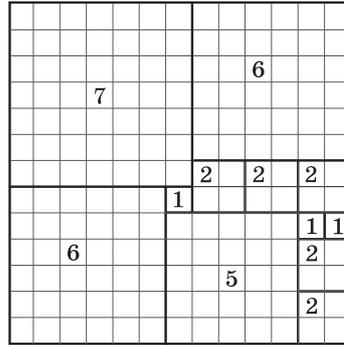


Рис. 31

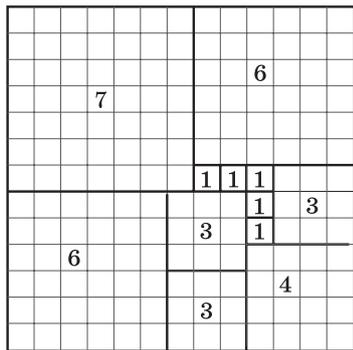
а)



б)



в)



г)

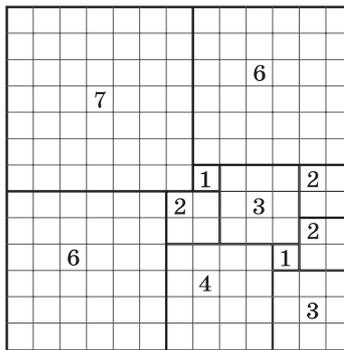


Рис. 32

512. Решение см. на рисунке 31.

513. Сначала нужно предложить учащимся нарисовать квадрат со стороной, равной 13 клеткам, и разбить его произвольным образом на квадраты. Затем каждый ученик сообщает, сколько квадратов у него получилось. Учитель отмечает решение, в котором число квадратов наименьшее. Дальше возникает вопрос: «Как уменьшить число квадратов, на которые разбивается данный квадрат?»

Будем разрезать данный квадрат на как можно большие квадраты. Начертим по одной стороне нашего квадрата квадраты со сторонами, равными 7 клеткам и 6 клеткам, и еще один квадрат со стороной 6 клеток по другой его стороне (рис. 32, *а*). Можно попробовать построить еще один квадрат со стороной 6 клеток, но тогда останутся только единичные квадраты. (Сколько всего квадратов получится в этом случае?)

Построим квадрат со стороной, равной 5 клеткам. Одно из решений изображено на рисунке 32, *б*; исходный квадрат разрезан на 12 квадратов. Построить квадрат со стороной, равной 4 клеткам, можно разными способами. На рисунке 32, *в* приведено решение, содержащее 12 квадратов, а на рисунке 32, *г* — 11 квадратов.

Завершая решение задачи, можно записать выражение для площади большого квадрата как суммы площадей квадратов, его составляющих, $169 = 13^2 = 7^2 + 2 \cdot 6^2 + 4^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 1^2$.

Глава 6. ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ (15 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
6.1	Делители и кратные	О—22	3	У: № 514—534, 536, 539—540
6.2	Простые и составные числа	О—23; П—18	2	У: № 542—549
6.3	Делимость суммы и произведения		2	Может быть полностью опущен
6.4	Признаки делимости	О—24; П—19	3	Запомнить и уметь применять признаки делимости на 10, на 5, на 2. У: № 569—573, 576—583
6.5	Деление с остатком		3	У: № 595—601
6.6	Разные арифметические задачи		1	Может быть полностью опущен
	Зачет № 4		1	

Основные цели: познакомить учащихся с простейшими понятиями, связанными с понятием делимости чисел (делитель, простое число, разложение на множители, признаки делимости).

Обзор главы. Учебный материал прежде всего ориентирован на идейную сторону вопроса. Знания учащихся обогащаются новыми сведениями, связанными с понятием делимости натуральных чисел; они приобретают опыт проведения несложных доказательных рассуждений.

Продолжается формирование умения решать текстовые задачи. Здесь рассматриваются некоторые новые виды текстовых задач, решаемых специальными приемами.

6.1. Делители и кратные

Методический комментарий

В этом пункте вводятся новые понятия, которые постепенно должны войти в активный запас знаний учащихся. Однако обращаем внимание учителя на то, что такой термин, как «общий делитель», специально не вводится, а понимается как естественный оборот речи. Например, число 2 является общим делителем чисел 8 и 10, так как и 8, и 10 делится на 2.

В ходе решения задач и учитель, и ученики могут употреблять разные обороты речи. Например, можно сказать: «Укажите какой-нибудь делитель данного числа». А можно сформулировать

вопрос иначе: «Найдите какое-нибудь число, на которое делится данное число». Учащиеся должны понимать обе приведенные формулировки.

Обращаем внимание учителя на то, что в тексте учебника показаны разные приемы нахождения всех делителей данного числа. Каждый из них осуществляется способом перебора, который может быть организован по-разному. Однако умение найти все делители числа не является обязательным результатом изучения темы. Главное, чтобы учащийся мог проверить, является ли одно число делителем другого, указать какие-нибудь делители данного числа, знать, что любое число делится на 1 и само на себя, понимать, что если число можно представить в виде произведения двух или нескольких чисел, то каждое из этих чисел является его делителем.

В этом пункте вводится еще одно новое понятие, связанное с делимостью, — понятие кратного. Учащимся надо разъяснить взаимосвязь понятий «делитель» и «кратное», а в ходе выполнения упражнений № 523—528 научить определять, является ли одно из двух чисел кратным другому; находить числа, кратные данному; находить общее кратное двух чисел. Кроме того, они должны знать, что чисел, кратных данному, бесконечно много, и не забывать, что любое натуральное число кратно самому себе.

Заметим, что термины «наибольший общий делитель» (НОД) и «наименьшее общее кратное» (НОК) не вводятся через специальное определение, а разъясняются учителем: НОД — это больший из всех общих делителей, НОК — это меньшее из общих кратных. Умение находить НОД и НОК не входит в обязательные результаты изучения этой темы. Отметим, что далее при изучении дробей (раздел «Для тех, кому интересно») учащиеся смогут познакомиться с приемом нахождения НОД и НОК двух чисел путем разложения чисел на простые множители.

Комментарий к упражнениям

517. Удобно записывать делители парами. Например, для числа 30 это такие числа: 1 и 30, 2 и 15, 3 и 10, 5 и 6. А затем их можно упорядочить: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

530. Имеющиеся синие и желтые флажки должны быть размещены поровну на некотором числе гирлянд. Чтобы найти число гирлянд, надо выписать все числа, на которые делится и 18, и 12. Это числа 1, 2, 3, 6. Надо составить несколько гирлянд, значит, их может быть 2, 3 или 6. В первом случае на каждой гирлянде будет по 9 синих и 6 желтых флажков, во втором — по 6 синих и 4 желтых, в третьем — по 3 синих и 2 желтых флажка.

531. При счете тройками называют числа 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, При счете пятерками называют числа 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, Числа 15, 30, ... называют и когда считают тройками, и когда пятерками. Но Маша задумала число, меньшее 30, т. е. число 15.

532. Общее число яиц должно делиться и на 10, и на 12. Нужно выписать все такие числа, большие 100 и меньше 150. На 10 делятся числа 110, 120, 130, 140. На 12 делятся числа 108, 120, 132, 144. Значит, это число 120.

Дополнительный вопрос: «Сколько потребуется коробок, если яйца раскладывать по 10 штук; по 12 штук?»

535. а) $75 \cdot 9 = 5 \cdot 15 \cdot 9 = 15 \cdot (5 \cdot 9) = 15 \cdot 45$; значит, произведение $75 \cdot 9$ делится на 15.

Задачи № 536—541 могут быть решены простым перебором.

536. Первый автобус приходит на конечную остановку через 30 мин, 60 мин, 90 мин, 120 мин, 150 мин и т. д. Второй автобус приходит на конечную остановку через 40 мин, 80 мин, 120 мин, 160 мин и т. д. Первое совпадение времени — через 120 мин.

После того как задача будет решена перебором, следует обратить внимание учащихся на то, что фактически нам пришлось искать наименьшее число, которое делится и на 30, и на 40, т. е. НОК (30, 40).

537. Задача также может быть решена перебором. Однако в техническом отношении он сложнее, чем в предыдущей задаче. Поэтому удобнее провести такое рассуждение.

Расстояние, на котором замечено первое совпадение следов, — это наименьшее число, которое делится и на 50, и на 60, т. е. это 300 см. Это расстояние укладывается в 141 м 47 раз.

538. Число спортсменов должно делиться и на 6, и на 4. Искомое число находится среди чисел 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, ..., и оно больше 90, но меньше 100, т. е. это число 96.

540. Число 574 получилось в результате умножения числа учебников, выдаваемых одному ученику, на число учеников в трех классах. Попробуем решить задачу подбором. Для этого будем представлять число 574 в виде произведения двух множителей и сопоставлять его с условием задачи. Имеем $574 = 2 \cdot 287$. Такое представление числа 574 нам не подходит, так как получается, что в трех классах либо 2, либо 287 учеников. Возьмем теперь другое произведение: $574 = 7 \cdot 82$. Его можно трактовать так: всего было 82 ученика, и каждый получил по 7 учебников. Это соответствует условию задачи, так как в трех классах учеников было больше 75, но меньше 90.

541. Три автобуса окажутся на остановке через 30 мин, т. е. в 9 ч 15 мин. Два автобуса окажутся на остановке одновременно первый раз через 6 мин, т. е. в 8 ч 51 мин.

6.2. Простые и составные числа

Методический комментарий

В этом пункте вводятся новые понятия, связанные с делимостью чисел. В результате обучения учащиеся должны уметь распознавать, является ли число простым (№ 542—543), и уметь разложить составное число на простые множители (№ 544). Разложение

на простые множители выполняется последовательным выделением простых делителей. При наличии учебного времени желательно обратиться к обучающей работе О—23, в которой показан иной алгоритм разложения числа на простые множители.

При изучении данных вопросов возможен исторический экскурс в мир простых чисел. Как минимум здесь следует рассмотреть решето Эратосфена и воспользоваться им для поиска простых чисел в пределах сотни. Этим можно ограничиться. Однако в сильном классе желательно остановиться на некоторых вопросах, связанных с простыми числами (упражнения группы В). Кроме того, можно отметить, что по мере продвижения в область больших чисел простые числа встречаются все реже и реже, но наибольшего простого числа не существует. Бесконечность множества простых чисел была доказана еще Евклидом. Встречаются такие простые числа, разность между которыми равна 2 (так называемые «близнецы»). Таблица простых чисел, лежащих в пределах первых 11 000 000 натуральных чисел, показывает наличие весьма больших «близнецов» (например, 10 006 427 и 10 006 429). Существует гипотеза, согласно которой среди простых чисел имеется бесконечно много пар «близнецов».

Комментарий к упражнениям

543. Чтобы доказать, что число не является простым, надо показать, что его можно разложить на множители, каждый из которых отличен от 1.

547—548. Упражнения рассчитаны на работу с таблицей простых чисел.

550. а) Да, например, $2 + 5 = 7$. б) Нет.

551. Надо рассмотреть разложение данных чисел на простые множители и сравнить их с разложением на множители числа a . Число a делится на 18, но не делится на 70, 11, 48.

552. Это задача-исследование. Заполняя табличку для степени какого-нибудь простого числа, можно понаблюдать появление новых делителей. Например, для степени простого числа 3:

Степень числа 3	Делители степени	Число делителей
3^1	1, 3	2
3^2	1, 3, 9	3
3^3	1, 3, 9, 27	4
3^4	1, 3, 9, 27, 81	5

Очевидно, что десятая степень простого числа будет иметь 11 делителей.

553. Кубы простых чисел (например, 8, 27, 125) имеют 4 делителя. Кроме таких чисел, есть числа — произведение двух простых чисел, которые также имеют ровно 4 делителя (например, у числа 6 делители 1, 2, 3 и 6; у числа 35 делители 1, 5, 7 и 35).

6.3. Делимость суммы и произведения

Методический комментарий

Основное назначение этого пункта — расширение теоретических сведений о делимости натуральных чисел. При изучении теории и решении задач учащимся приходится проводить доказательные рассуждения, которые способствуют развитию логического мышления.

Свойства делимости произведения и суммы доказываются на примерах, которые, однако, носят общий характер. Важно, чтобы учащиеся поняли основную идею этих доказательств: «Чтобы доказать, что некоторое числовое выражение (произведение или сумма) делится на число a , его достаточно представить в виде произведения, один из множителей в котором равен a ».

Заметим, что этот материал является сложным для восприятия детьми данного возраста, и он не относится к кругу обязательных вопросов. Поэтому в слабом классе или при отсутствии времени его можно не изучать в полном объеме.

Комментарий к упражнениям

555. Учащиеся могут указать различные наборы по 5 делителей.

556. а) Если число делится на 10, значит, его можно представить в виде произведения числа 10 и некоторого числа. Так как 10 делится на 2 и на 5, то и произведение, т. е. исходное число, будет делиться на 2 и на 5.

б) Число 1332 делится на 36. Это значит, что число 1332 можно представить в виде произведения числа 36 и еще некоторого числа. Значит, число 1332 делится на любое число, на которое делится число 36. Например, на 2, на 3, на 6, на 18, на 36.

557. б) Нет. Достаточно привести контрпример: 42 делится на 2, но не делится на 4.

561. $15 \cdot 16 - 15 \cdot 11 = 15 \cdot (16 - 11) = 15 \cdot 5$; произведение делится на 15, значит, и данная разность делится на 15.

565. а) Четное число делится на 2. Следовательно, по свойству делимости суммы сумма двух четных чисел делится на 2, т. е. она — число четное; б) одно слагаемое делится на 2, а другое — не делится. Значит, сумма не делится на 2, т. е. она — число нечетное.

566. а) Нет. Контрпример: $3 + 5 = 8$; сумма делится на 2, но ни число 3, ни число 5 на 2 не делится; б) нет. Можно использовать тот же пример (см. п. а).

6.4. Признаки делимости

Методический комментарий

При работе по учебнику и дидактическим материалам (работа О—24) учащиеся знакомятся с довольно широким кругом признаков делимости (на 2, на 5, на 10, на 3, на 9, на 4, на 25). В ре-

зультате они должны понимать смысл термина «признак делимости», уметь воспользоваться каким-либо признаком, если им предложена его формулировка, привести пример, иллюстрирующий этот признак. Запомнить же учащиеся должны только признаки делимости на 2, на 5, на 10 и на 3. Эти признаки должны войти в активный запас знаний учащихся.

Полезно обратить внимание учащихся на то, что признаки делимости можно подразделить на две группы. Одни из них объединяет то, что вопрос о делимости решается по последней цифре числа (или по двум последним). Это признаки делимости на 2, на 5, на 10, на 4, на 25. В других случаях (признаки делимости на 3 и на 9) — по сумме цифр данного числа. Учащиеся должны иметь возможность «поработать» с различными признаками делимости, хотя бы в простейших ситуациях.

Доказательные рассуждения в пункте проводятся на конкретных примерах, которые носят общий характер. Обращаем внимание учителя на то, что если пункт «Делимость суммы и произведения» не изучался, то рассуждения, обосновывающие признаки делимости на 9 и на 3, должны быть опущены.

Упражнения, в ходе которых приходится выяснять, является ли одно число делителем другого, полезно иногда дополнить вопросом: «Чему равно частное?» Цель — еще раз потренироваться в устном счете.

Целесообразно организовать игру типа «Не сбейся». Трое по очереди называют в порядке возрастания числа, которые удовлетворяют хотя бы одному из условий: число оканчивается цифрой 3 или оно делится на 3. Игру можно начинать с любого натурального числа. Учащиеся, например, будут называть такие числа: 33, 36, 39, 42, 43, 45, 48, 51, 53, 54. В игре может участвовать любое число детей. Участник, допустивший ошибку, выбывает из игры. Лидер может получить оценку «отлично».

Дополнительно для работы в сильном классе после выполнения заданий № 589—590 предлагается следующее задание: «Докажите, что число 2 438 195 760 делится на каждое из чисел от 2 до 18».

На доске записывается данное число и под ним аккуратно записываются «цепочкой» все числа от 2 до 18 (в ходе доказательства числа не стираются и не вычеркиваются, так как с ними будет выполнена еще дополнительная работа).

С помощью признаков делимости устанавливается, что данное число делится на 2, 3, 4, 5, 9, 10. (Заметим, что для этого, вообще говоря, достаточно установить факт делимости на 4, 9 и 10.)

Теперь ясно, что данное число делится на 6 (так как оно делится на 2 и на 3), делится на 12 (так как оно делится на 4 и на 3), делится на 15 (так как оно делится на 3 и на 5), делится на 18 (так как оно делится на 9 и на 2). Вопрос о том, являются ли делителями оставшиеся числа, можно решить непосредственным делением. (Заметим, что на 16 делить необязательно; достаточно разделить на 8 и убедиться, что в частном получается четное чис-

ло, или разделить на 4 и убедиться, что в частном получилось число, кратное 4.)

Таким образом, данное число делится на все числа от 2 до 18. Это число интересно еще и тем, что оно записано всеми цифрами от 0 до 9 и в записи числа каждая цифра встречается только один раз. Еще примеры таких чисел: 3 785 942 160, 4 753 869 120, 4 876 391 520.

Завершить работу можно таким заданием: «Укажите еще какие-нибудь числа, на которые делится данное число». (Очевидно, что делителями данного числа являются произведения взаимно простых чисел, находящихся среди указанных делителей.)

Комментарий к упражнениям

580. Делится. Рассуждать можно таким образом. Так как число делится на 3 и на 5, то его можно представить в виде произведения, в котором один из множителей — число 15. *Дополнительное задание:* «Приведите примеры чисел, делящихся на 15».

581. В последнем случае два ответа: 801, 891.

582. а) Например, 1356, 3156; б) например, 1365, 6135.

Сумма цифр 1, 3, 6 и 5 равна 15, значит, любое число, записанное этими цифрами, будет делиться на 3 и не будет делиться на 9.

584. Сумма цифр числа 732 равна 12, ближайшая к ней сумма — 9, следовательно, число 732 надо уменьшить на 3. Искомое число — 729. Аналогично для числа 596 ближайшим числом, делящимся на 9, является число 594, а для числа 2468 — число 2466.

589. а) На 15 делятся те числа, которые делятся на 3 и на 5; б) на 6 делятся те числа, которые делятся на 2 и на 3; в) учащиеся по ошибочной аналогии с предыдущими заданиями могут сказать, что на 18 делятся те числа, которые делятся на 3 и на 6. Такую ошибку следует опровергнуть контрпримером: число 24 делится и на 3, и на 6, но не делится на 18.

Рассуждать будем следующим образом: так как $18 = 3 \cdot 3 \cdot 2$, то будем искать числа, которые делятся на 2 и дважды на 3, т. е. на 2 и на 9.

Заметим, что в основе этого задания лежит, вообще говоря, следующий факт: если число делится на каждое из взаимно простых чисел, то оно делится на произведение этих чисел. Понятие «взаимно простые числа» в учебнике не вводится в силу его ограниченного применения в данном курсе.

591. Можно воспользоваться признаками делимости на 6 и на 15, сформулированными при выполнении упражнения № 590.

Число *10 оканчивается цифрой 0, значит, оно делится на 5. Если вместо * подставим цифры 2, 5 или 8, то получим числа, делящиеся на 3. Значит, каждое из этих чисел будет делиться на 15.

592. Чтобы число делилось на 18, оно должно делиться на 2 и на 9. Сначала запишем все цифры справа от звездочки: *100, *102, *104, *106, *108.

Для каждого случая вычисляем левую цифру: $9 - 1 = 8$, $9 - (1 + 2) = 6$, $9 - (1 + 4) = 4$, $9 - (1 + 6) = 2$, $9 - (1 + 8) = 0$. Получаем числа 8100, 6102, 4104, 2106, 9108.

593. а) 1 023 467 895; б) 9 876 543 210; в) 1 023 456 798.

6.5. Деление с остатком

Методический комментарий

Основное содержание пункта составляет вопрос о делении с остатком. Это понятие известно из начальной школы. Здесь акцент делается на классификацию чисел по остаткам от деления на данное число. При этом деление без остатка (одно из чисел кратно другому) рассматривается как частный случай деления с остатком (остаток равен нулю).

Комментарий к упражнениям

599. Если рассуждения окажутся сложными, то пусть учащиеся получат ответ непосредственно полным перебором.

а) Разделив 24 на 5, получим остаток, равный 4. Поэтому карточка с номером 24 будет красного цвета. Аналогично, с номером 38 — карточка зеленого цвета; с номером 10 — карточка синего цвета. Последняя карточка, с номером 42, — желтого цвета.

601. Таблица заполняется по строкам. После этого с таблицей надо поработать, проанализировав ее по столбцам. Например, можно заметить, что каждый столбец составляют числа, увеличивающиеся на 5; в первом столбце — числа, оканчивающиеся на 0 и на 5 (делящиеся на 5).

602. При выполнении задания пользуемся признаками делимости. а) Для ответа на вопрос учащиеся могут представить число 1237 в виде суммы двух чисел, одно из которых — ближайшее к нему число, делящееся на 5. Тогда другое число — остаток: $1237 = 1235 + 2$; остаток равен 2.

Заметим, что можно было бы воспользоваться выводами задания № 601 о взаимосвязи последней цифры числа и остатка от деления этого числа на 5.

606. а) Если число карандашей уменьшить на 5, то получившееся число должно быть кратно и 6, и 8. Это числа 24, 48, 72, 96. Следовательно, карандашей могло быть 29, 53, 77, 101. Но по условию карандашей больше 50, но меньше 100. Ему удовлетворяют числа 53 и 77. Таким образом, задача имеет два решения.

б) Запишем числа, кратные 12 и большие 150, но меньшие 200. Это числа 156, 168, 180, 192. Увеличим каждое число на 8; получим числа 164, 176, 188, 200. Если увеличить каждое число на 2, то только $188 + 2 = 190$ будет кратно 10. Следовательно, в коробке 188 ложек.

607. а) Можно простым перебором выписать все такие числа: 13, 19, 25, ..., 97. Потом эту же задачу можно решить рассуж-

дением. Если такое число уменьшить на 1, то оно будет делиться на 2 и на 3, т. е. на 6. Поэтому берем любое двузначное число, делящееся на 6, и прибавляем 1.

б) Условию удовлетворяют числа, которые при уменьшении на 1 будут делиться и на 2, и на 3, и на 5, т. е. на 30. Получаем три числа: 31, 61, 91.

609. Если задача вызывает затруднения, то можно поэкспериментировать с конкретными числами.

Так, число 6 при делении на 5 дает в остатке 1, число 7 при делении на 5 дает в остатке 2. А их сумма, равная 13, дает при делении на 5 в остатке число 3.

6.6. Разные арифметические задачи

Методический комментарий

Задачи из этого пункта должны быть использованы с целью демонстрации учащимся различных приемов рассуждений, развития их мышления, фантазии, воображения.

На работу с этими задачами в планировании отводится один урок. При этом не ставится цель обучить школьников предлагаемым способам решения. Предполагается, что учитель использует некоторые из предложенных задач для организации коллективного поиска решения, а остальные задачи будет использовать эпизодически при изучении других тем. Некоторые из задач, аналогичные уже разобранным, можно давать в качестве домашнего задания. Примерные варианты обсуждения задач даны в учебном тексте и в приведенных ниже комментариях. Записывать решения подробно не нужно. В большинстве случаев можно ограничиться записью действий и устными пояснениями.

При недостатке времени, а также если для класса многие из этих задач окажутся недоступными, этот материал вообще можно не рассматривать.

Комментарий к упражнениям

Здесь есть группы однотипных задач: № 612—613, 614—615.

613. Если бы все дети принесли по 3 кг, то всего было бы $3 \cdot 30 = 90$ кг. Но каждый из мальчиков принес еще по $5 - 3 = 2$ кг, и в результате было собрано на $122 - 90 = 32$ кг макулатуры больше. Значит, в классе $32 : 2 = 16$ мальчиков.

614. В результате перестановки на каждой полке стало по 6 книг. Эта перестановка удвоила число книг на второй полке, значит, первоначально на ней стояло $6 : 2 = 3$ книги, а на первой полке — $12 - 3 = 9$ книг.

615. Если во второй бочке была 1 часть воды, то из первой бочки в нее вылили еще 3 части воды и в каждой бочке оказалось по 4 части воды. Таким образом, 40 ведер воды — это 8 частей и на каждую часть приходится 5 ведер воды. Следовательно, во вто-

рой бочке было первоначально 5 ведер воды, а в первой — 35 ведер воды.

616. а) Сначала мама раздала детям по 4 конфеты. Три конфеты у нее осталось. Мама начала раздавать детям по пятой конфете — троим детям достанется по пятой конфете, а двоим не хватит. Значит, детей было $3 + 2 = 5$.

в) Решение: $19 + 6 = 25$ учащихся; $2 \cdot 25 + 19 = 69$ тетрадей.



Для тех, кому интересно

Четно или нечетно?

Методический комментарий

Приведенные в пункте свойства сложения четных и нечетных чисел дают возможность решать широкий спектр интересных арифметических и логических задач. В перспективе это позволит школьникам оценивать правильность своих вычислений в самых разных ситуациях.

Комментарий к упражнениям

618. а) Четным. В этой сумме 50 четных и 50 нечетных слагаемых; б) нечетным. В данной сумме 45 нечетных слагаемых; в) нечетным, так как в сумме 25 нечетных слагаемых.

620. а) Простых однозначных чисел пять — одно четное и 4 нечетных. Следовательно, их сумма (произведение) есть число четное;

б) из двух последовательных натуральных чисел всегда одно число четное, а другое нечетное. Следовательно, их сумма есть число нечетное, а произведение — четное;

в) сумма (произведение) пяти нечетных чисел есть число нечетное.

621. а) Они либо оба четные, либо оба нечетные; б) хотя бы одно из них четное; в) оба этих числа четные; г) одно из них четное, а другое нечетное; д) оба этих числа нечетные; е) таких чисел не бывает.

623. Поскольку для нас важна лишь четность чисел последовательности, то ее удобно представить в следующем виде (Н — нечетное число; Ч — четное): Н Н Ч Н Н Ч Н Н Ч Н Н Ч Отсюда видно, что каждое третье число данной последовательности четное, а все остальные нечетные. Поэтому среди первых 12 чисел последовательности, очевидно, больше нечетных. Ответ: а) четное; б) четное; в) нечетное.

Глава 7. ТРЕУГОЛЬНИКИ И ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ (9 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
7.1	Треугольники и их виды	№ 74—81	2	У: № 624—627, 629—630, 633—635, 637; РТ: № 74—79
7.2	Прямоугольники	№ 82—86	2	У: № 640—649, 653; РТ: № 82—86
7.3	Равенство фигур	№ 87—91	2	У: № 655—662, 667—668, 670; РТ: № 87—90
7.4	Площадь прямоугольника	№ 92—101	2	У: № 674—687, 689 (1); РТ: № 92—101
7.5	Единицы площади	№ 102—104	1	У: № 694—700, 703—704, 706; РТ: № 102—104

Основные цели: познакомить учащихся с классификацией треугольников по сторонам и углам; развить представления о прямоугольнике; сформировать понятие равных фигур, площади фигуры, научить находить площади прямоугольников и фигур, составленных из прямоугольников; познакомить с единицами измерения площадей.

Обзор главы. В этой главе учащиеся углубляют свои знания о треугольниках и четырехугольниках: они знакомятся с классификациями треугольников по сторонам и углам, со свойствами равнобедренного треугольника, а также со свойствами прямоугольника.

Здесь же вводится понятие равных фигур. Заметим, что у учащихся уже есть интуитивное представление о равных фигурах. Оно сформировалось в ходе выполнения таких заданий, как вырезание фигур из бумаги, перечерчивание фигуры по клеткам квадратной сетки и др. При этом речь шла о построении «такой же» фигуры, как данная, о вырезании «одинаковых» фигур. Теперь интуитивные представления учащихся обобщаются и систематизируются. Вводится термин «равные фигуры» и разъясняется, что так называют фигуры, которые могут быть совмещены друг с другом путем наложения. Это понятие конкретизируется по отношению к уже известным фигурам: отрезкам, углам, окружностям и др.

Линия измерения геометрических величин продолжается темой «Площадь фигуры». Из начальной школы учащимся известно, как найти площадь прямоугольника. Здесь эти знания актуализируются, отрабатываются и расширяются: формируется представление о площади фигуры как о числе единичных квадратов, составляющих данную фигуру; о свойстве аддитивности площади (без соответствующей терминологии); правило вычисления площади квадрата формулируется через понятие «квадрат числа»; вводятся новые единицы площади (гектар, ар); выявляются зависимости между единицами площади, объясняется, как можно приближенно вычислить площадь круга.

7.1. Треугольники и их виды

Методический комментарий

Содержание данного пункта является, с одной стороны, совершенно новым для учащихся, с другой стороны, весьма значимым с точки зрения геометрии. Оно включает классификацию треугольников по сторонам и углам, а также понятие равнобедренного треугольника (определение, свойство углов при основании). Основным результатом изучения данного пункта следует считать умение распознать и изобразить прямоугольный, остроугольный, тупоугольный, равнобедренный треугольники; знание терминологии, связанной с равнобедренным треугольником.

В процессе практической деятельности учащиеся должны понять: в треугольнике не может быть больше одного прямого или одного тупого угла, равнобедренный треугольник может быть и прямоугольным, и остроугольным, и тупоугольным, а вот равнобедренный треугольник только остроугольным.

Комментарий к упражнениям

633. б) Найдем длину третьей стороны треугольника. Она равна $17 - (5 + 6) = 6$ см. Этот треугольник является равнобедренным, так как длины его сторон равны 5 см, 6 см и 6 см.

638. Задачу можно усложнить, предложив учащимся подсчитать все треугольники с вершинами в данных точках.

1-й способ. Перебор организуем следующим образом: зафиксируем первую вершину, затем вторую и выпишем все треугольники с данной стороной; поменяем вторую вершину, выпишем все треугольники с этой стороной; перебираем вершины, например, против часовой стрелки, начиная с A , и т. д. (или по строкам слева направо). (Понятно, что к пройденным вершинам мы уже не возвращаемся: например, мы не выписываем треугольник AEB , так как он у нас уже записан под «именем» ABE ; все треугольники со стороной AB уже выписаны.)

2-й способ. Выпишем все точки в алфавитном порядке: A, B, C, D, E, K . Будем составлять тройки этих букв, придерживаясь

алфавитного порядка. В этом случае мы можем избежать повторного выписывания одного и того же треугольника:

$ABC, ABD, ABE, ABK, ACD, ACE, ACK, ADE, ADK, AЕК,$
 $BCD, BCE, BCK, BDE, BDK, BEK,$
 $CDE, CDK, CEK,$
 $DEK.$

Остается только вычеркнуть тройки, не являющиеся треугольниками (ABD, ACK, DEK). Итого 17 треугольников.

7.2. Прямоугольники

Методический комментарий

Прямоугольник является для учащихся, пожалуй, самой известной фигурой. Однако из-за недостаточной геометрической подготовки учащихся в начальной школе многие из них воспринимают его как единую фигуру и не видят составляющие его элементы. По этой причине квадрат и прямоугольник для них две различные фигуры, две различные формы: квадратная и прямоугольная. Восполнить этот пробел не удастся, лишь сообщив им, что квадрат тоже прямоугольник. К этой мысли они должны привыкнуть при выполнении упражнений: учащиеся смогут понять, что если некоторое свойство имеет место для прямоугольника общего вида, то оно имеет место и для квадрата, а вот наоборот неверно: то, что выполняется для квадрата, может и не выполняться для прямоугольника общего вида. Естественно, что эту мысль должен (и неоднократно) произнести учитель, а учащиеся на этом этапе слушают и осознают.

Учащиеся должны научиться изображать квадрат и прямоугольник с заданными сторонами на клетчатой и нелинованной бумаге от руки и с использованием инструментов, моделировать их из бумаги.

В тексте пункта построение прямоугольника описано таким образом, что каждый выделенный шаг предложенного алгоритма иллюстрируется отдельным рисунком. Таким образом, каждый следующий рисунок содержит в себе предыдущий и построения нового шага. Это позволяет сделать отдельные этапы построения более наглядными, а сопоставление текста и визуальной информации способствует более четкому выделению этапов построения, их осмыслению и запоминанию.

В качестве дополнительного задания здесь можно предложить учащимся найти другой вариант предложенного алгоритма (построить угол D прямоугольника), обсудить, какие измерения нужно провести в каждом случае для проверки точности и аккуратности выполненных действий (равны ли длины противоположных сторон, все ли углы прямые).

Новые для учащихся свойства прямоугольника связаны в основном с его диагоналями. В этом пункте они узнают, что диагонали прямоугольника равны и в точке пересечения делятся по-

полам. В следующем пункте, где речь идет о равенстве фигур, им предстоит узнать, что диагональ делит прямоугольник на два равных прямоугольных треугольника, а две диагонали — на две пары равных равнобедренных треугольников.

Дополнительное задание. Периметр прямоугольника равен 18 см. Одна сторона больше другой на 1 см. Начертите в тетради такой прямоугольник.

7.3. Равенство фигур

Методический комментарий

Интуитивное понимание учащимися равенства как одинаковости, идентичности использовалось нами при различных видах копирования геометрических фигур. Здесь это интуитивное представление осмысливается и формулируется в виде определения понятия равенства. Оговоримся сразу, что знания этой формулировки от учащихся не требуется. Признаки равенства тоже неоднократно употреблялись ранее на интуитивном уровне: ведь сколько бы отрезков длиной, например, 5 см учащийся ни начертил, все они будут одинаковыми, ничем не отличающимися друг от друга.

Одна из задач пункта — научить учащихся находить в равных фигурах соответственно равные элементы, а также записывать необходимые равенства.

Помимо этого, учащиеся должны увидеть и запомнить, что диаметр разбивает круг на два равных полукруга; диагональ разбивает прямоугольник на два равных треугольника.

Заметим, что в ходе изучения этой темы опосредованно формируется чрезвычайно важное умение — делить фигуру на равные доли. Это умение, а также соответствующие образы составляют наглядную опору для изучения обыкновенных дробей. Учащиеся должны научиться делить на равные части, в том числе и без инструментов, отрезок, прямоугольник, квадрат, круг. Они должны также получить представление о возможности удвоения числа равных долей: разделить фигуру пополам, еще раз пополам и т. д.

Дополнительные вопросы и задания

1. Начертите какой-нибудь отрезок. Разделите его от руки на 2, 4, 8 равных частей.

2. Начертите какой-нибудь угол. Проведите на глаз биссектрису угла. Проведите биссектрисы каждого из получившихся углов. На сколько равных частей вы разделили исходный угол?

3. Начертите круг. Разделите его на 2, 4, 8 равных частей. Сколько диаметров вы провели? Сколько диаметров нужно провести, чтобы разбить круг на 16 равных частей? на 32 равные части?

4. Начертите квадрат и разделите его на 8 равных частей разными способами.

5. Начертите прямоугольник и разделите его на 16 равных частей.

Комментарий к упражнениям

661. 2) Из получившихся треугольников можно сложить два различных равнобедренных треугольника. Полезно предложить учащимся изобразить эти треугольники в тетради. 3) Задача, обратная предыдущей задаче. В случае затруднений учащиеся могут воспользоваться треугольниками, рассмотренными в этой задаче.

662. Прежде чем работать с изображением круга в тетради, можно предложить учащимся вырезать круг из листа бумаги и сложить его пополам. Учащиеся увидят, что отрезок, делящий круг на две равные части, должен проходить через центр круга, т. е. это диаметр круга. Еще раз перегнув круг пополам, учащиеся наглядно увидят, что радиусы «четвертинок» круга образуют прямой угол.

666. а) Задача аналогична составлению фигур из четырех равных квадратов. Многоугольники изображены на рисунке 29; б) Фигуры изображены на рисунке 33.

670. Если учащиеся не знают, что полный круг составляет 360° , то сначала можно выполнить задание б) — разделить круг на 6 равных частей. Для этого круг делится пополам, а затем каждый полукруг на 3 равные части.

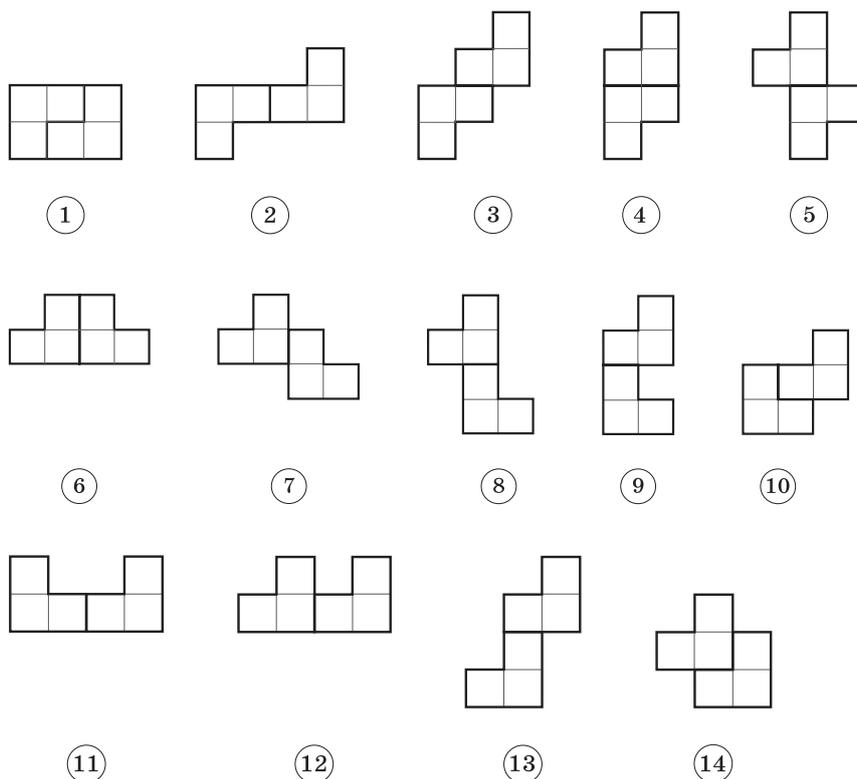


Рис. 33

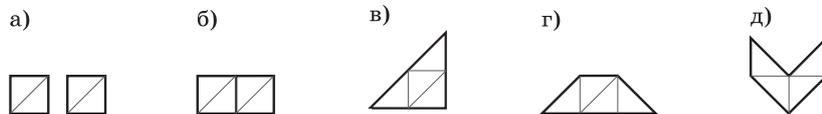


Рис. 34

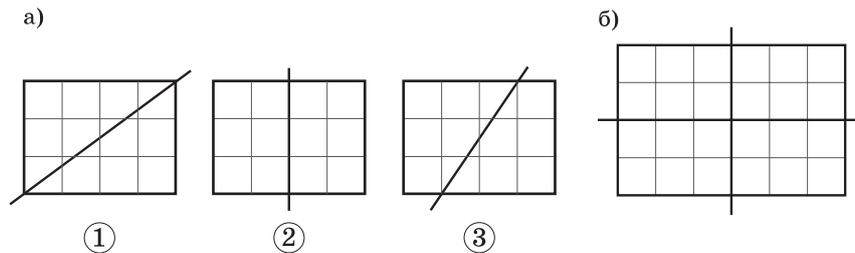


Рис. 35

671. Фигуры изображены на рисунке 34.

672. Решение изображено на рисунке 35.

7.4. Площадь прямоугольника

Методический комментарий

Несмотря на то что понятие «площадь фигуры» и правило вычисления площади прямоугольника известны учащимся из начальной школы, говорить о сформированности этого сложного понятия преждевременно. Поэтому целесообразно снова вернуться к рассмотрению этого вопроса. Новым для учащихся будет то, что первоначально площадь находится в абстрактных единицах — вводятся понятия «единица длины» и «квадратная единица». Сначала фигуры разбиты на квадраты, площади которых приняты за 1 кв. ед., затем осуществляется переход к конкретным метрическим единицам длины и площади. Поначалу можно записывать метрические единицы площади по аналогии с записью 1 кв. ед.: 1 кв. см, 1 кв. м и т. д., а лишь потом перейти к использованию степенной формы записи (см^2 , м^2).

Подчеркнем, что учащимся требуется определенное время, чтобы перейти от нахождения площади прямоугольника путем разбиения на единичные квадраты к формальному правилу. Не следует торопить их, иначе это правило может быть усвоено в отрыве от понятия площади фигуры и практическое применение его будет затруднено. Поэтому начать лучше с практического разбиения прямоугольника на соответствующие квадратные единицы (выбор единиц также необходимо обсудить). Например, чтобы найти площадь квадрата со стороной 12 см, учащиеся должны начертить такой квадрат в тетради, разбить его на квадраты со стороной 1 см, закрасить один из квадратов площадью 1 кв. см, а затем подсчитать число таких квадратов. Если учащиеся самостоятельно справляются с подобными заданиями, тогда можно переходить к применению правила.

Отметим, что к некоторым заданиям данного раздела полезно вернуться при изучении обыкновенных дробей. Так, например, можно задать следующие вопросы: «Чему равны площади фигур, изображенных на рисунке 155, если за 1 кв. ед. принять площадь фигуры 3?», «Какую часть площади квадрата (рис. 157) составляет закрашенная часть, а какую — незакрашенная?», «Фигуру (рис. 158) разделили на два прямоугольника. Какую часть от площади многоугольника составляет площадь каждого прямоугольника?»

Комментарий к упражнениям

683. Эта задача является обратной задаче нахождения площади прямоугольника по его сторонам и как всякая обратная задача может вызвать затруднения у некоторых учащихся. В этом случае можно переформулировать задачу, уйдя от ее геометрического содержания, так: «Произведение двух чисел равно 600, один из множителей — 30. Как найти другой множитель?» Акцент на такие задачи будет сделан в 6 классе при работе с формулами, и здесь они не должны отрабатываться.

688. Решается по соображению: какое число при возведении в квадрат дает 64?

690. Задача решается практически. Надо предложить учащимся начертить в тетради произвольный прямоугольник (квадрат). Уменьшить (увеличить) сторону прямоугольника (квадрата) в три раза (вдвое) и начертить новый прямоугольник (квадрат). Легко видеть, что площадь исходного прямоугольника (квадрата) в 3 (4) раза больше (меньше) площади получившегося.

692. Сумма длин смежных сторон данного прямоугольника равна 8 см. Это могут быть прямоугольники со сторонами 1 см и 7 см, 2 см и 6 см, 3 см и 5 см, 4 см и 4 см. Площади этих прямоугольников соответственно равны 7 см^2 , 12 см^2 , 15 см^2 и 16 см^2 . Значит, длины сторон искомого прямоугольника равны 3 см и 5 см.

693. Полезно наглядно показать учащимся, что площадь цветного квадрата равна половине площади всего квадрата. Для этого надо вырезать квадрат из листа бумаги и загнуть белые треугольники к центру, наложив их на цветные. Мы получим два равных квадрата — белый и цветной.

7.5. Единицы площади

Методический комментарий

С единицами площади учащиеся знакомятся уже в начальной школе, но, несмотря на это, многие не имеют о них реальных, наглядных представлений: не могут выбрать единицу площади в конкретном случае, затрудняются оценить на глаз площадь фигуры и т. д. Поэтому прежде всего они должны начертить на листе миллиметровой бумаги 1 мм^2 , 1 см^2 , 1 дм^2 , на доске или на земле 1 м^2 и попытаться их запомнить. Затем полезно оценить площади, например, классной комнаты, окна, доски, тетрадного листа и

др., мысленно сравнивая их с этими эталонами. Проведя практические измерения или просто прикинув линейные размеры, можно сравнить, например, площадь класса или спортивной площадки с соткой, а площадь школьного участка — с гектаром. Здесь также целесообразно предложить каждому ученику практическую работу по нахождению площади своей комнаты.

Предполагается, что при решении задач, содержащих различные единицы площади, учащиеся опираются лишь на знание соотношений между линейными единицами. Запоминание соотношений между квадратными единицами не является обязательным. Рассуждение может быть, например, таким: $1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$, поэтому $1 \text{ дм}^2 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2$, а $7 \text{ дм}^2 = 700 \text{ см}^2$.

Комментарий к упражнениям

697. а) Рассуждаем так: 1 м^2 — это площадь квадрата со стороной 1 м , в одном метре содержится 100 см , значит, в одном квадратном метре содержится $100 \cdot 100 = 10\,000 \text{ см}^2$, а в 4 м^2 — $40\,000 \text{ см}^2$.

709. б) Площадь квадрата со стороной, равной 1 см , больше площади квадрата со стороной 1 мм в 100 раз. Следовательно, он изображает 100 м^2 , или 1 а . Точно так же и площадь квадрата со стороной 1 дм больше площади квадрата со стороной 1 см в 100 раз. Значит, он изображает $100 \cdot 100 \text{ м}^2 = 10\,000 \text{ м}^2$, или 1 га . Квадрат же со стороной 1 м изображает $100 \cdot 10\,000 \text{ м}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2$. Это площадь квадрата со стороной 1000 м , или 1 км , а следовательно, равная 1 км^2 .

711. Сначала найдем сторону квадрата, площадь которого равна $4 \text{ а} = 400 \text{ м}^2$. Она равна 20 м . (Это число находится подбором.) Теперь изобразим этот квадрат в тетради, считая сторону клетки за 2 м . Получим квадрат со стороной 10 клеток. Будем «высаживать яблони» вдоль одной из сторон квадрата, от руки изображая окружности радиусом, равным стороне одной клетки. Понятно, что мы высадили 5 яблонь. Число таких рядов также равно 5 , а значит, на этом участке можно посадить $5 \cdot 5 = 25$ яблонь.



Для тех, кому интересно

Построения на клетчатой бумаге

Этот материал важен для развития графической культуры учащихся и умения применять свойства геометрических фигур при различных построениях. Клетчатая бумага выступает здесь в качестве инструмента для построений.

Отметим, что с построениями на клетчатой бумаге учащиеся уже встречались: они научились перерисовывать фигуры по линиям квадратной клетки, строить прямой угол, использовать свойства клетчатой бумаги для построения координатной прямой с «удобным» единичным отрезком и др. В этом разделе для построе-

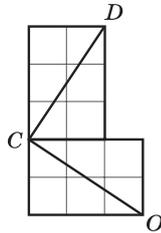


Рис. 36

ний используются свойства прямоугольника: равенство диагоналей, а также тот факт, что диагональ разбивает прямоугольник на два равных треугольника.

Обращаем внимание, что обоснование того, что отрезки CD и CO (рис. 36) образуют прямой угол, полезно подкрепить практическими действиями. Например, можно предложить учащимся вырезать два равных прямоугольника, причем один из бумаги красного цвета, а другой — синего, и сложить их так, как показано на рисунке. Легко видеть, что угол DCO , состоящий из красного и синего углов, равен половине развернутого угла, в который входят два красных и два синих угла.

Комментарий к упражнениям

715. Решение на рисунке 37.

718. Решение на рисунке 39.

716. Решение на рисунке 38.

719. Решение на рисунке 40.

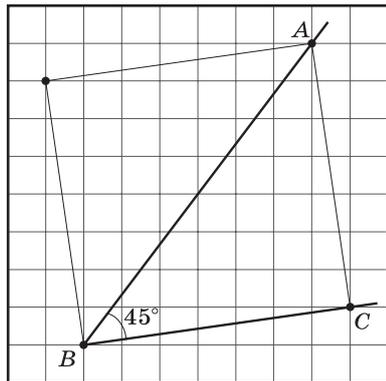


Рис. 37

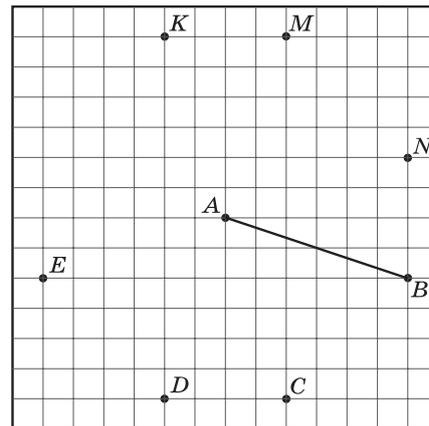


Рис. 38

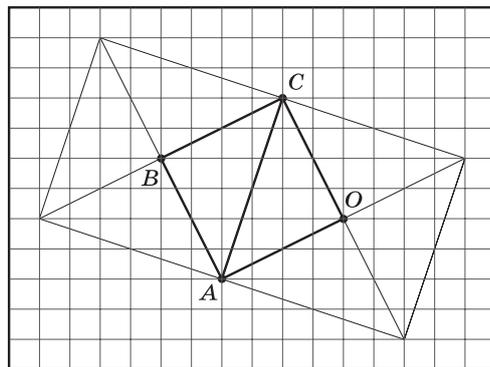


Рис. 39

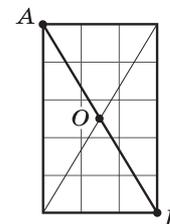


Рис. 40

Глава 8. ДРОБИ (20 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
8.1	Доли		—	2	У: № 720—732, 734
8.2	Что такое дробь	О—25; «Проверь себя сам!» П—20, П—21	№ 83—91, 94—98	4	У: № 737—764; ДМ: О—25; РТ: № 83—91, 94—98
8.3	Основное свойство дроби	О—26; П—22	№ 99—111	4	У: № 774—799; ДМ: О—26; РТ: № 99—110
8.4	Приведение дробей к общему знаменателю	О—27; П—23	№ 92, 93, 113	2	У: № 806—812; ДМ: О—27; РТ: № 92, 93, 113
8.5	Сравнение дробей	О—28; «Проверь себя сам!» П—24	№ 111—112, 114—116	3	У: № 814—829; ДМ: О—28; РТ: № 114—116
8.6	Натуральные числа и дроби	П—25	№ 117—119	2	У: № 839—851, 854; РТ: № 116—119
8.7	Случайные события		—	2	У: № 855—865
	Зачет № 5			1	

Основные цели: сформировать понятие дроби, познакомить учащихся с основным свойством дроби и научить применять его для преобразования дробей, научить сравнивать дроби, сформулировать на интуитивном уровне начальные вероятностные представления.

Обзор главы. В предлагаемом курсе обыкновенные дроби целиком изучаются до десятичных. И в дальнейшем изложение десятичных дробей строится на естественной математической базе с опорой на знания об обыкновенных дробях.

Основной акцент в данной главе делается на создание содержательных представлений о дробях. Одновременно здесь закладываются умения решать основные задачи на дроби, сокращать дроби и приводить их к новому знаменателю, сравнивать дроби.

Изучение каждого пункта целесообразно предварять выполнением соответствующей серии практических заданий из рабочей тетради (закрашиванием долей фигуры, сравнением дробей с использованием рисунков, обращением долей в более мелкие и в более крупные и др.), способствующих формированию наглядно-образных представлений о формируемых понятиях.

8.1. Доли

Методический комментарий

Основное назначение этого пункта — создание содержательной основы для введения понятия дроби. Дробь — это математический способ выражения долей. С понятием доли учащиеся знакомы с начальной школы; оно тесно связано с их жизненным опытом. И на этих уроках необходимо прежде всего убедиться, что учащиеся знают названия долей (понимают и умеют правильно употреблять в речи). Они должны понимать, что для нахождения половины (трети, четверти и т. д.) некоторой величины ее нужно разделить на две (три, четыре и т. д.) равные части; чем больше частей, на которые мы делим, тем меньше получается доля. Желательно, чтобы учащиеся получили возможность реально на практике выделять доли целого, поэтому на уроках полезно иметь «подсобный материал» — проволоку, шнур, разрезные модели, плакаты с изображением геометрических фигур, изготовленные из бумаги прямоугольниками, квадраты, круги и т. д.

В упражнениях к пункту закладываются основы для восприятия некоторых важных идей, которые получают развитие в дальнейшем, — это основное свойство дроби (№ 724), нахождение части от целого и целого по его части (№ 725, 726, 730 и др.). При выполнении заданий учащиеся должны проговаривать решение вслух.

Комментарий к упражнениям

731. Полезное задание, позволяющее повторить соотношения между единицами длины. Кроме того, оно обучает способу рассуждений в тех случаях, когда требуется выяснить, какую часть одна величина составляет от другой. Для наглядности можно использовать шкалу линейки. Задание желательно выполнить в классе.

734—736. Условие каждой задачи желательно разобрать с помощью схематического рисунка.

8.2. Что такое дробь

Методический комментарий

В содержании пункта можно выделить несколько фрагментов. Первый из них назовем понятийным. Он включает в себя само понятие «дробь», раскрытие его содержательного смысла, а также понятия «правильная дробь» и «неправильная дробь». Усвоение этого материала обеспечивается упражнениями № 737—748 из учебника. Принципиально важными здесь являются задания, предусматривающие работу с рисунком (№ 739—741), и соответствующие задания из рабочей тетради. В ходе их выполнения формируются образы, составляющие чувственную основу таких умений, как нахождение указанной части целого и выражение дробью заданной части величины. Выполняя эти задания, ученики должны давать вслух развернутые пояснения (см. комментарий к упражнению № 739).

И только после этого можно перейти к упражнениям № 742—744 из учебника, требующим фактически тех же рассуждений.

Следующий фрагмент — изображение дробей точками координатной прямой. Этот материал сложен для учащихся, и все же надо стремиться к тому, чтобы каждый ученик овладел соответствующим приемом. Заметим, что прием изображения дроби точкой на координатной прямой не сформулирован в учебнике в виде общего правила, а разъяснен на примере конкретной дроби. Этот пример можно рассматривать как образец рассуждения ученика. Способ построения точки с данной координатой вытекает из самого смысла понятия дроби: знаменатель показывает, на сколько равных частей нужно разделить единичный отрезок, а числитель — сколько таких частей надо взять. При этом ученики должны научиться выбирать отрезок, удобный для построения указанных дробей. Усвоению этого материала будут способствовать упражнения № 749—752, а также № 767, 768, причем их целесообразно предварить выполнением заданий на готовом чертеже, которые помещены в рабочей тетради.

И наконец, последний фрагмент — решение задач на дроби (нахождение части от целого и целого по его части). Этот материал представлен в системе упражнений учебника (№ 753—764 и 771—773) и в дидактических материалах. Это первый этап в решении таких задач и никаких правил здесь формулировать не следует. Основу решения составляет понимание смысла дроби. Необходимо обратить внимание учащихся на то, что ключом к решению рассматриваемых задач является отыскание одной доли. Это должно проявиться в пояснениях к выполняемым действиям. Осознанию учащимися способа рассуждений будет способствовать изображение условия задачи в виде схематического рисунка. Заметим, что последние задачи в учебнике и дидактических материалах достаточно сложные (см., например, № 773 из учебника), и целесообразность обращения к ним на этом этапе определяется только с учетом возможностей детей.

Комментарий к упражнениям

739. Проведем рассуждения для рисунка ж): квадрат разделен на 6 равных частей, поэтому каждая часть составляет $\frac{1}{6}$ квадрата; 2 части закрашены, значит, закрашено $\frac{2}{6}$ квадрата; 4 части не закрашены, т. е. не закрашено $\frac{4}{6}$ квадрата.

Такие же рассуждения следует проводить при выполнении аналогичных заданий из рабочей тетради.

744. а) Рассуждения могут быть такими: всего мячей 8; один мяч составляет $\frac{1}{8}$ всех мячей; синих мячей 3, они составляют $\frac{3}{8}$ всех мячей; красных мячей 5, они составляют $\frac{5}{8}$ всех мячей.

750—752. Полезно обсудить, почему выбраны именно такие единичные отрезки и какие другие удобно было бы взять (число клеток должно делиться на знаменатели изображаемых дробей).

756. Результат получается больше исходного числа, так как в условии дана неправильная дробь.

773. а) Когда взяли половину всех книг, то еще осталось $1 + 2$ книги, т. е., иначе говоря, оставшиеся 3 книги — это половина всех книг. Поэтому всего на столе лежало 6 книг. Решение полезно проиллюстрировать, взяв 6 книг и выполнив описанные в задаче действия.

8.3. Основное свойство дроби

Методический комментарий

Как и в предыдущих пунктах, формулировке основного свойства следует предпослать работу с геометрическими моделями (см. рабочую тетрадь), в ходе которой учащиеся осознают возможность выражения одной и той же части целого разными дробями и без каких-либо формальных приемов поупражняются в замене одной дроби другой, ей равной. После этого можно перейти к изложению материала по учебнику.

Обращаем внимание учителя на необходимость тщательно следить за речью учащихся и их записями в процессе применения основного свойства дроби. (Вот типичный неверный оборот речи: «Умножим дробь на одно и то же число».)

В учебнике рассматривается два вида преобразования дробей с помощью основного свойства: приведение дроби к новому знаменателю и сокращение дроби. Здесь соответствующие умения только начинают формироваться; их развитие будет происходить на протяжении изучения всей темы «Дроби» в 5 классе, а также в 6 классе.

Здесь и далее в качестве устных упражнений можно предлагать вопросы и задания типа:

1. Приведите дробь $\frac{1}{4}$ к знаменателям 8, 12, 20, 36. Замените эту дробь еще какой-нибудь равной дробью со знаменателем, отличным от указанных. Можно ли привести эту дробь к знаменателю 22?

2. Можно ли привести дробь $\frac{1}{12}$ к знаменателю 24? к знаменателю 30? Почему? Дайте пояснение, используя термин «кратный».

3. Назовите несколько знаменателей, к которым можно привести дроби $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{2}{9}$.

При выполнении заданий на сокращение дробей учащиеся не обязаны сразу же делить числитель и знаменатель на наибольший общий множитель, а имеют право сокращать дробь последовательно. Задания на сокращение дробей предоставляют естественную возможность повторить признаки делимости.

Комментарий к упражнениям

778—782. Целью этих упражнений, помимо выработки технических навыков, является осознание того, что дробь можно привести к любому новому знаменателю, кратному исходному. Желательно, чтобы учащиеся в результате выполнения подобных заданий научились перечислять знаменатели (в пределах первых тридцати, пятидесяти, первых ста чисел), к которым может быть приведена данная дробь (например, дроби $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{2}{9}, \frac{7}{12}$).

782. Перебирая знаменатели дробей, устанавливаем, что 36 делится на 12, 9, 6, 4, 3, 2. Поэтому к знаменателю, равному 36, можно привести такие дроби: $\frac{7}{12}, \frac{7}{9}, \frac{7}{6}, \frac{7}{4}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}$.

794—799. Это серия упражнений на тему «Какую часть...?». Такие упражнения детям уже встречались при изучении предыдущих пунктов. Новым является то, что дробь, выражающую указанную часть величины, теперь еще приходится сокращать.

798. а) Ученики могут дать такое развернутое объяснение: одна девочка составляет $\frac{1}{30}$ часть класса; тогда 12 девочек составят $\frac{12}{30}$ класса, т. е. $\frac{2}{5}$ класса.

Заметим, что сильные учащиеся уже, возможно, сумеют сразу же записать результат в виде дроби $\frac{12}{30}$. Это следует приветствовать, но тем не менее полезно предложить кому-нибудь из класса дать пояснение.

б) Подробное решение можно записать так:

$20 + 12 = 32$ — столько деревьев растет в саду;

$\frac{1}{32}$ — такую часть всех деревьев составляет одно дерево;

$\frac{20}{32} = \frac{5}{8}$ — такую часть всех деревьев составляет 20 яблонь;

$\frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ — такую часть всех деревьев составляют 12 слив.

Если учащиеся овладели свернутым алгоритмом рассуждений, то вторую строчку в записи решения можно опустить.

8.4. Приведение дробей к общему знаменателю

Методический комментарий

Умение, формируемое при изучении данного пункта, в дальнейшем станет основой при сравнении дробей, при выполнении арифметических действий с дробями. В примерах 1—2 показаны приемы определения общего знаменателя двух дробей. В результате их рассмотрения учащиеся понимают, что дроби можно привести к любому общему знаменателю и в качестве общего знаменателя всегда можно взять произведение знаменателей данных дробей.

Однако вычисления будут проще, если взять наименьшее из общих кратных знаменателей дробей, т. е. наименьший общий зна-

менатель (НОЗ). Подчеркнем, что приведение дробей к наименьшему общему знаменателю должно рассматриваться как желательный (но необязательный) ход решения. Мы рекомендуем отказаться от традиционного метода отыскания наименьшего общего знаменателя путем разложения знаменателей дробей на простые множители, так как он недоступен большинству детей данного возраста. Желательно научить приему, рассмотренному в примере 3 учебника: сначала проверяем, делится ли больший знаменатель на меньший; если делится, то он и является общим знаменателем; если не делится, то будем последовательно перебирать числа, кратные большему знаменателю, и проверять, делятся ли они на меньший знаменатель. Заметим, что в упражнениях знаменатели дробей не должны быть большими. Необходимо рассмотреть простейшие типичные случаи, которые, возможно, учащиеся постепенно запомнят.

Комментарий к упражнениям

812. д) Будем последовательно перебирать числа, кратные 9 — большему знаменателю, и проверять, делятся ли они и на 6, и на 8. Первое из таких чисел — число 72. Найдем дополнительные множители: $72 : 6 = 12$, $72 : 8 = 9$, $72 : 9 = 8$. Ответ: $\frac{12}{72}$, $\frac{27}{72}$, $\frac{16}{72}$.

813. а) НОЗ (12, 18, 3, 15) = 180. Ответ: $\frac{15}{180}$, $\frac{70}{180}$, $\frac{120}{180}$, $\frac{48}{180}$.

8.5. Сравнение дробей

Методический комментарий

Обучение приемам сравнения дробей основано на чувственном опыте детей, полученном ими на предыдущих уроках в ходе практической деятельности с различными моделями. Запоминание каких-либо специальных правил не предполагается. Главное — это «изобретение» детьми различных способов сравнения дробей.

Начать, естественно, нужно со сравнения дробей с одинаковыми знаменателями. С этой целью полезно прежде всего использовать соответствующее упражнение из рабочей тетради, при выполнении которого сравнение таких дробей осуществляется с помощью рисунков 92—93. Затем можно выполнить упражнения № 814—817 из учебника. Заметим, что сформулированное в учебнике правило сравнения дробей с одинаковыми знаменателями скорее должно явиться словесным выражением интуитивно понятного детям приема, нежели описанием способа действия.

Затем ставится вопрос: «А как же сравнить две дроби, если их знаменатели различны?» Предлагается общий прием — приведение дробей к одному и тому же знаменателю, или, как говорят, к общему знаменателю. Далее можно разобрать пример из учебника и упражнения № 819—820.

Теперь можно перейти к обсуждению некоторых других способов сравнения дробей с разными знаменателями (в учебнике это

последний фрагмент). Учащиеся легко овладевают сравнением дробей с числителем, равным 1, например $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{100}$. Пояснения могут быть такими: если целое делится на большее количество долей, то каждая доля получится меньше (№ 821). Упражнения желательно постоянно сопровождать рисунками, делающими выводы наглядными.

Умея сравнивать такие дроби, как $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{4}$, легко установить, что, например, $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$ (дробь $\frac{3}{5}$ меньше, так как она составлена из трех более мелких долей.) Это же умение можно использовать для сравнения дробей $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{5}$ (дробь $\frac{4}{5}$ ближе к 1). В учебнике — в теории и системе упражнений — предусмотрены эти и другие случаи сравнения дробей.

Рассмотренные приемы сравнения дробей чрезвычайно полезны в плане формирования оценочных умений, «чувства числа», они развивают наблюдательность и сообразительность. Их нужно разбирать со всем классом. Подчеркнем, однако, что к обязательному минимуму, которым должен овладеть каждый ученик, относится лишь умение сравнивать такие дроби, как $\frac{8}{17}$ и $\frac{6}{17}$ (с одинаковым знаменателем), $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{100}$ (с числителем, равным 1), $\frac{7}{10}$ и $\frac{10}{7}$ (правильную и неправильную), а также каждую из них с 1. И конечно, к обязательным результатам относится умение сравнивать две дроби путем приведения их к общему знаменателю (например, $\frac{5}{8}$ и $\frac{4}{7}$).

Комментарий к упражнениям

825. Это задание подготовлено выполнением задания № 824. В случае затруднений нужно обращаться к моделям, к рисункам, к координатной прямой. Это полезно делать и в том случае, если даже часть учащихся сумели дать верный ответ.

831. а) Обе дроби можно привести к знаменателю 12: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$. Между ними заключено число $\frac{5}{12}$. Можно предложить другое решение: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, и между ними заключено число $\frac{2}{5}$. Сильным ученикам полезно предложить найти несколько чисел, расположенных между $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2}$.

832. а) Для ответа на вопрос достаточно привести дроби $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{3}$ к знаменателю, равному 48, получим $\frac{12}{48} < k < \frac{16}{48}$, т. е. $k = \frac{13}{48}, \frac{14}{48}, \frac{15}{48}$. Однако процесс полезно продолжить, приведя эти дроби еще и к знаменателю, равному 96, 192.

833. б) Надо выразить дробь в более мелких долях.

834. Одна из дробей меньше половины, а другая больше.

836—837. Нужно стараться выполнить эти упражнения без приведения дробей к общему знаменателю. Однако в случае затруднений учащиеся могут для сравнения какой-либо пары дробей использовать и этот прием.

8.5. Натуральные числа и дроби

Методический комментарий

При изучении материала этого пункта хорошо бы вместе с учащимися прочитать текст учебника, проанализировав его содержание: с помощью дроби можно записать результат деления любых двух натуральных чисел; любое натуральное число можно разными способами записать в виде дроби, в том числе в виде дроби со знаменателем, равным 1. Дальний прицел здесь — понятие рационального числа, о котором, естественно, на этом этапе не упоминается.

Комментарий к упражнениям

845. а) $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ (км/мин); б) $\frac{20}{15} = \frac{4}{3}$ (км/мин).

851. Всего пять таких дробей: $\frac{5}{1}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, \frac{5}{5}$. Две из них — $\frac{5}{1}$ и $\frac{5}{5}$ представляют натуральные числа. Это другая запись чисел 5 и 1: $\frac{5}{1} = 5$ и $\frac{5}{5} = 1$.

852. Задание сводится к сравнению дробей.

а) $4 : 6 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $11 : 15 = \frac{11}{15}$; так как $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$, то $\frac{2}{3} < \frac{11}{15}$;

б) $112 : 64 = \frac{7}{4}$, $9 : 4 = \frac{9}{4}$; $\frac{7}{4} < \frac{9}{4}$;

в) $\frac{72}{144} = \frac{1}{2}$, $\frac{36}{108} = \frac{1}{3}$; $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$;

г) $81 : 45 = \frac{9}{5}$, $56 : 48 = \frac{7}{6}$; $\frac{9}{5} > \frac{7}{6}$.

854. 1-й способ. Сравнимые величины (расход краски на 1 м^2 ; число шагов, сделанных за секунду; число конвертов, заклеенных за 1 минуту) выражаем дробями.

а) Расход первой краски составляет $\frac{2}{5}$ кг на 1 м^2 , а второй — $\frac{3}{8}$ кг на 1 м^2 . Так как $\frac{2}{5} > \frac{3}{8}$, то вторая краска выгоднее.

б) Коля идет со скоростью $\frac{3}{2}$ шага в секунду, а Борис — со скоростью $\frac{5}{3}$ шага в секунду. Так как $\frac{3}{2} < \frac{5}{3}$, то Борис идет с большей скоростью.

в) Таня работает со скоростью $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ конвертов в минуту, а Алеша — со скоростью $\frac{6}{4}$ конвертов в минуту. Так как $\frac{6}{4} > \frac{5}{4}$, то Алеша работает быстрее.

2-й способ. Можно обойтись и без дробей: сравним количество первой и второй красок, затрачиваемое на одну и ту же площадь; количество шагов, которое делают мальчики за одно и то же время; количество конвертов, которое заклеивают ребята за одно и то же время.

а) На 40 м^2 требуется 16 кг краски первого вида и 15 кг краски второго вида, т. е. вторая выгоднее.

б) За 6 с Коля делает 9 шагов, а Борис — 10 шагов, т. е. Борис идет быстрее.

в) За 8 мин Алеша запечатывает 12 конвертов, тогда как Таня — только 10. Значит, Алеша работает быстрее.

8.7. Случайные события

Методический комментарий

В процессе изучения пункта начинается формирование вероятностного мышления школьника. Школьники учатся оценивать вероятность наступления несложного случайного события, используя свой жизненный опыт и опираясь на здравый смысл. Эта оценка проводится только на качественном уровне, количественный подсчет вероятностей в цели изучения в 5 классе не входит.

В процессе рассмотрения реальных ситуаций вводятся базовые термины теории вероятности: случайные, достоверные, невозможные, равновероятные события. Новые термины связываются с известными из повседневной жизни словами — часто, редко, всегда, никогда и др., определяющими частоту наступления события.

Отметим, что события достоверные и невозможные в курсе 5 класса не отнесены к случайным событиям. Такой подход отличен от традиционного и связан с особенностями восприятия детей возраста 10—11 лет. Опыт преподавания показал, что пятикласснику трудно считать случайными те события, которые происходят всегда или не происходят никогда. Предполагается, что понятие случайного события, включающего достоверные и невозможные события, будет осмыслено учащимися на более поздних ступенях обучения.

Вероятность наступления некоторых событий изменяется в зависимости от условий, в которых они рассматриваются. Это справедливо прежде всего в тех случаях, когда наступление события связано с конкретной личностью. Поэтому при обсуждении в классе на один и тот же вопрос может быть дано несколько разных и одновременно верных ответов. Так, при обсуждении вероятности наступления события «вам подарят на день рождения собаку» ученики в зависимости от своей личной ситуации могут дать ответы: «это достоверное событие», «это очень возможное событие», «это маловероятное событие» и др. При решении качественных вероятностных задач самым важным является приводи-

мая аргументация. Если аргументация вполне логична и разумна, то ответ следует считать верным.

Изучение материала должно способствовать пониманию важности умения оценивать вероятность наступления события при принятии обоснованного решения. Например, прежде чем принять участие в игре, следует оценить свои шансы на победу (№ 861, 863).

Комментарий к упражнениям

855. Условие задачи целесообразно представить в следующем виде: 2 из 100, 2 из 50, 1 из 5.

859. События D и S невозможные: D — через 24 часа опять будет ночь; S — президентом США может быть только тот, кто там родился.

862. Выбор можно сделать с помощью рассуждений. Например, и Даша, и Андрей участвовали в 10 соревнованиях, но у Даши больше побед; и Данила, и Наташа имеют по 3 победы, но Даниле при этом потребовалось участвовать в меньшем числе соревнований, т. е. у него больше шансов, и т. д.

Можно поступить иначе: в каждом случае найти, какую часть составляет число побед от числа соревнований, в которых ученик принял участие, и сравнить получившиеся дроби.

863. У Андрея, так как больше всего красных карандашей.

864. Шансы велики у Юры и Саши; маловероятно, что победят Георгий или Миша.

 **Для тех, кому интересно**

Нахождение НОД и НОК двух чисел с помощью разложения на простые множители

Методический комментарий

В пункте предложен для рассмотрения традиционный материал, связанный с использованием метода разложения чисел на простые множители для нахождения их наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного.

Комментарий к упражнениям

871. Если a и b — взаимно простые числа, то $\text{НОК}(a; b) = a \cdot b$. Мини-исследование. См. комментарий к задаче 872.

872. $\text{НОК}(a; b) \cdot \text{НОД}(a; b) = a \cdot b$. Задача фактически представляет собой мини-исследование. Рассмотрев проблему на нескольких примерах, школьники должны прийти к соответствующему общему выводу на основе интуитивно-логических рассуждений. Формальное доказательство в общем виде, разумеется, не требуется.

Глава 9. ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ (35 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
9.1	Сложение дробей	О—29; П—26	№ 120—126	4	У: № 873—892; ДМ: О—29; РТ: № 120—126
9.2	Сложение смешанных дробей	О—30, О—31; П—27, П—28	№ 127—131	3	У: № 904—928; ДМ: О—31; РТ № 127—131
9.3	Вычитание дробных чисел	О—32, О—33; «Проверь себя сам!»; П—29, П—30	№ 132—137	6	У: № 936—963; ДМ: О—32, О—33; РТ: № 132—137
	Зачет № 6			1	
9.4	Умножение дробей	О—34; П—31, П—32	№ 138—141	5	У: № 969—994; ДМ: О—34; РТ № 138—141
9.5	Деление дробей	О—35; «Проверь себя сам!»; П—33, П—34	№ 142—146	6	У: № 1003—1024; ДМ: О—35; РТ: № 142—146
9.6	Нахождение части целого и целого по его части	О—36, О—37; П—36, П—37	—	5	У: № 1049—1060; ДМ: О—36, О—37
9.7	Задачи на совместную работу		—	4	У: № 1076—1081
	Зачет № 7			1	

Основные цели: обучить учащихся сложению, вычитанию, умножению и делению обыкновенных и смешанных дробей; сформировать умение решать задачи на нахождение части целого и целого по его части.

Обзор главы. При овладении приемами действий с обыкновенными дробями учащиеся используют навыки преобразования дробей (приведения к общему знаменателю и сокращения дробей). В этой главе вводится понятие смешанной дроби и показываются приемы обращения смешанной дроби в неправильную и выделения целой части из неправильной дроби. На примерах показываются способы выполнения действий со смешанными дробями. В систему упражнений главы включены задания на вычисление значений выражений, требующих выполнения нескольких действий с дробными числами.

Как и в натуральных числах, внимание уделяется формированию умений выполнять оценку и прикидку результатов арифметических действий с дробными числами.

В качестве специального вопроса рассматриваются приемы решения задач на нахождение части целого и целого по его части. Учащиеся уже решали такие задачи, опираясь на смысл понятия дроби. Здесь же показываются формальные приемы решения этих задач путем умножения или деления на дробь.

Линия решения текстовых задач продолжается при рассмотрении задач на совместную работу.

9.1. Сложение дробей

Методический комментарий

Вначале целесообразно выполнить несколько заданий на сложение дробей с одинаковыми знаменателями с опорой на рисунки. С этой целью можно использовать рисунки из учебника и рабочей тетради к предыдущим параграфам.

Каждое задание должно сопровождаться записью соответствующего равенства. Например, с опорой на рисунок можно получить такие результаты:

$$\frac{1}{8} + \frac{4}{8} = \frac{5}{8}, \quad \frac{1}{8} + \frac{6}{8} = \frac{7}{8}, \quad \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} = 1.$$

Затем формулируется правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями, и уже без привлечения рисунков выполняются упражнения из учебника. Заметим, что в ряде случаев приходится упрощать ответ, сокращая получившуюся дробь.

Далее рассматривается сложение дробей с разными знаменателями. Так как основную трудность для учащихся представляет приведение дробей к общему знаменателю, то на этих уроках целесообразно еще раз специально потренироваться в выполнении этого преобразования. С этой целью можно использовать задания на сложение дробей из учебника и дидактических материалов, ограничившись требованием указания общего знаменателя и дополнительных множителей к дробям. В простых случаях задание можно выполнять устно. Таким образом, по основным упражнениям к пункту полезно пройти дважды, ставя каждый раз разные учебные цели.

В упражнения к пункту включены задачи на совместную работу, с которыми учащиеся встречаются впервые (№ 891—892). Заметим, что задачам такого типа посвящен отдельный пункт, а здесь основное внимание можно уделить «элементарным составляющим» решения таких задач (№ 891). Вот пример рассуждения, к которому следует приучать учащихся: «Весь заказ рабочий может выполнить за 3 ч. Значит, за 1 ч он выполнит $\frac{1}{3}$ часть заказа».

Комментарий к упражнениям

892. а) $\frac{7}{12}$. *Дополнительный вопрос:* будет ли за 1 ч наполнена половина бассейна, если одновременно открыть оба крана? б) $\frac{1}{6}$.

898. а) $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, поэтому сумма $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ должна быть меньше суммы $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$, т. е. меньше 1; б) $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$, поэтому их сумма больше 1, а дробь $\frac{19}{20}$ меньше 1.

901. $\frac{7}{60}, \frac{13}{60}$. *Дополнительный вопрос:* можно ли при одновременном включении трех автоматов наполнить бочку за 5 мин?

9.2. Сложение смешанных дробей

Методический комментарий

В этом пункте можно выделить две части. В первой из них вводится понятие смешанной дроби и на примерах разъясняются приемы обращения смешанной дроби в неправильную и выделения целой части из неправильной дроби. Во второй части показывается прием сложения смешанных дробей.

Важно, чтобы учащиеся понимали смысл такой записи, как $2\frac{2}{3}$, — это сумма чисел 2 и $\frac{2}{3}$. Этому способствуют такие упражнения, как № 904—905, а также упражнения № 906—907.

В учебнике не формулируется правило обращения смешанной дроби в неправильную и наоборот. Эти правила громоздки и плохо воспринимаются учащимися. Поэтому начинать объяснение с этих правил нецелесообразно. Соответствующие приемы удобнее разъяснять на конкретных примерах, как это сделано в тексте учебника (примеры 1 и 2). В то же время после серии упражнений на обращение смешанной дроби в неправильную можно перейти к свернутой записи и даже сформулировать соответствующее правило, которое в этом случае уже выступает как словесное описание известного ученикам приема.

При сложении смешанных дробей учитывается тот факт, что каждое из них представляет сумму целого числа и дроби. Заметим, что использование скобок в ходе письменного выполнения упражнений нецелесообразно.

Комментарий к упражнениям

930. Сначала надо последовательными вычислениями найти все десять членов последовательности. Затем можно записать сумму этих десяти чисел и постараться найти удобный способ для ее вычисления. Ответ: $32\frac{1}{2}$.

934. Можно попытаться получить ответ рассуждением.

а) Сумма целых частей равна 9, а сумма дробных частей равна $\frac{4}{3}$, т. е. она больше 1. Значит, данная сумма больше 10.

9.3. Вычитание дробных чисел

Методический комментарий

Как и в случае сложения, сначала рассматриваются примеры вычитания дробей с одинаковыми знаменателями, а затем с разными знаменателями. Кроме того, предлагаются задания на вычисление значений выражений, включающих два и более действий первой ступени (№ 941, 956, 965). Здесь полезно будет вспомнить о порядке выполнения действий, рассмотрев отдельно случаи, когда выражение содержит скобки и не содержит их. Обращаем также внимание учителя на случай вычитания из целого числа, в частности из единицы (№ 946—947). Желательно, чтобы дети научились выполнять такие вычисления устно, находя дополнения дроби до 1.

В этом же пункте рассматриваются примеры на нахождение разности двух чисел, когда одно из них или оба выражаются смешанными дробями. Здесь прежде всего целесообразно познакомить учащихся с общим приемом, заключающимся в замене компонентов действий обыкновенными дробями, а затем и с некоторыми способами рационализации вычислений. Они основаны на том, что смешанная дробь может быть представлена в виде суммы.

Помимо рациональных приемов, рассматриваемых в учебнике (примеры 6 и 7), разберем и другие. Подчеркнем, однако, что этот материал дается прежде всего для учителя.

Пример. Найдём разность $4\frac{1}{5} - \frac{3}{5}$.

1-й способ. Если учащиеся хорошо могут выполнять вычитание типа $4 - \frac{3}{5}$, то вычислять можно так:

$$4\frac{1}{5} - \frac{3}{5} = \left(4 - \frac{3}{5}\right) + \frac{1}{5} = 3\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 3\frac{3}{5}.$$

Промежуточную запись можно не делать, заменив ее устным пояснением.

2-й способ. Можно вычитание представить в виде суммы дробей так, чтобы было удобно вычитать по частям:

$$4\frac{1}{5} - \frac{3}{5} = 4\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\right) = 4 - \frac{2}{5} = 3\frac{3}{5}.$$

Комментарий к упражнениям

952. Сначала дроби приводятся к общему знаменателю.

966—968. Можно отложить до изучения специального пункта, посвященного решению задач на совместную работу.

9.4. Умножение дробей

Методический комментарий

Учащиеся должны научиться умножать обыкновенные дроби, включая случаи умножения с натуральными числами и сме-

шанными дробями, познакомиться с применением свойств умножения для упрощения вычислений, освоить решение несложных задач, приводящих к умножению обыкновенных дробей.

Объяснение нового материала в учебнике проведено на задаче о вычислении площади прямоугольника, которая позволит продемонстрировать целесообразность принятого правила умножения дробей. Говоря о выполнении свойств умножения для обыкновенных дробей, полезно, чтобы учащиеся убедились в этом на конкретных примерах. Так, для дробей $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$ имеем

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \text{ и } \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{35}, \text{ т. е. } \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5}.$$

В учебнике не рассматривается специальное правило умножения дроби на натуральное число. Натуральное число записывается в виде дроби со знаменателем 1, и вычисления проводятся по общему правилу. Рекомендуем, чтобы учащиеся во избежание ошибок достаточно долго представляли произведение натурального числа и дроби в виде произведения двух дробей, не переходя к свернутой записи с пропуском этого этапа. В то же время сильным учащимся в качестве самостоятельного задания на завершающем этапе изучения темы можно предложить сформулировать правило умножения дроби на натуральное число. Оно может быть таким: чтобы умножить дробь на натуральное число, надо умножить на это число числитель дроби и полученное произведение записать числителем, а знаменатель оставить прежним.

При умножении дроби на смешанную дробь учащиеся встречаются с уже знакомым общим приемом, заключающимся в обращении смешанной дроби в обыкновенную. В то же время полезно показать, что в простых случаях умножение смешанной дроби на натуральное число можно выполнить устно. Например:

$$3\frac{1}{7} \cdot 2 = \left(3 + \frac{1}{7}\right) \cdot 2 = 3 \cdot 2 + \frac{1}{7} \cdot 2 = 6 + \frac{2}{7} = 6\frac{2}{7}.$$

Сюжеты задач, содержащихся в пункте, учащимся уже привычны, однако в них усложнена «числовая основа» за счет использования дробных данных. В результате учащиеся могут затрудняться в решении знакомых задач. Поэтому полезно научить их такому приему: заменить в условии дробные данные целыми числами, подумать, как решается такая задача, а затем перенести этот способ на исходную ситуацию.

Комментарий к упражнениям

986. Можно рассмотреть два способа: 1) выполнить вначале действия в скобках; 2) сначала раскрыть скобки, воспользовавшись распределительным свойством.

Со слабыми учащимися лучше ограничиться первым приемом. После того как учащиеся поупражняются в вычислениях

по действиям, можно предложить им задания, при выполнении которых целесообразны иные решения:

$$1) 24 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = 24 \cdot \frac{1}{2} + 24 \cdot \frac{1}{3} + 24 \cdot \frac{1}{4} = 12 + 8 + 6 = 26;$$

$$2) \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{7} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{7} \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8} \right) = \frac{5}{7} \cdot 1 = \frac{5}{7}.$$

990. Желательно показать такое решение: чтобы умножить число на $1\frac{1}{2}$, можно прибавить к этому числу его половину.

995. Это задание можно дополнить примером на быстрое вычисление:

$$1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{7} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{8}{2} = 4.$$

Аналогичное задание встретится в следующем пункте (№ 1039).

9.5. Деление дробей

Методический комментарий

Учащиеся должны усвоить понятия дроби, обратной данной, взаимно обратных дробей, научиться делить обыкновенные дроби, включая случаи деления с натуральными числами и смешанными дробями, освоить решение несложных задач, приводящих к делению обыкновенных дробей. При объяснении нового материала надо подчеркнуть, что деление на дробь сводится к умножению на дробь, обратную делителю. А умножать дроби мы уже умеем. Иначе говоря, нужно явно указать на взаимосвязь нового материала с ранее изученным.

В тех случаях, когда делимое или делитель является натуральным числом, учащиеся должны использовать развернутую запись, не опуская этап представления натурального числа в виде дроби со знаменателем, равным 1.

Комментарий к упражнениям

1018. а) Задача решается делением:

$$50 \text{ см} — \text{это } \frac{1}{2} \text{ м}; 7\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 15 \text{ (кусков).}$$

Желательно рассмотреть иное рассуждение: так как в 1 м два куска по 50 см, то в $7\frac{1}{2}$ м 15 таких же кусков.

1021—1022. Задачи решаются делением. В результате деления получается дробь, но ответ выражается ближайшим целым числом. Число выбирается по смыслу условия задачи.

1046. Турист и велосипедист могут двигаться навстречу друг другу или удаляться друг от друга.

9.6. Нахождение части целого и целого по его части

Методический комментарий

Овладение способами решения задач указанного вида является одной из важнейших целей изучаемой темы. Здесь рассматриваются два способа решения таких задач — на основе смысла понятия дроби и с помощью формальных правил (умножение и деление на дробь). Заметим, что на этом этапе второй способ можно вообще не рассматривать, ограничившись лишь решением задач на содержательной основе. Дело в том, что в начале 6 класса в теме «Обыкновенные дроби» учащиеся еще раз возвращаются к решению задач указанных видов, и второй, более формальный способ решения таких задач может быть рассмотрен в следующем проходе. Однако и в том случае, если будут рассмотрены оба способа, учащийся каждый раз вправе решать, каким способом ему удобнее получить ответ. Подчеркнем, что решение практически всех задач должно сопровождаться рисунком, и более того, рисунок может составлять основу решения задачи.

Комментарий к упражнениям

1050. б) Возможно такое решение: дроби $\frac{1}{20}$ и $\frac{3}{50}$ приводятся к знаменателю 100, а потом находят $\frac{1}{100}$ от числа страниц и этот результат умножают на 5, 6, 3.

1053. б) Возможное решение:

- 1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} = \frac{31}{40}$ — такую часть пути проехали за два дня;
- 2) $1 - \frac{31}{40} = \frac{9}{40}$ — такую часть пути проехали за 3-й день;
- 3) $360 \cdot \frac{9}{40} = 81$ (км) — столько проехали за 3-й день.

1070. Для решения задачи достаточно определить, какую часть всей рукописи составляют 10 страниц. В этом поможет рисунок (рис. 41). Из рисунка видно, что 10 страниц — это $\frac{1}{6}$ часть рукописи, так как $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

1071. Решение задачи сопровождается рисунком 42.

1073. Такая сложная на вид задача легко решается в процессе выполнения рисунка по ее условию. Пирог удобно условно изобразить отрезком, и этот отрезок надо разделить на 5 равных частей.

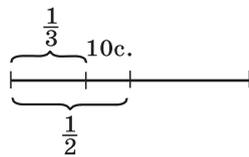


Рис. 41

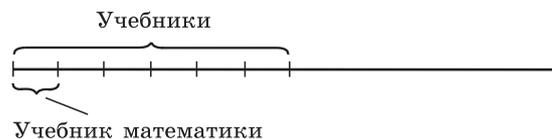


Рис. 42

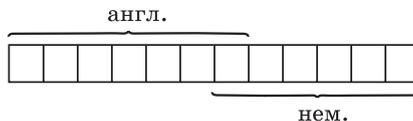


Рис. 43

1075. Решение задачи нетрудно получить, рассматривая соответствующий рисунок 43. Одна и та же группа людей (знающих два языка) составляет $\frac{1}{7}$ от англичан и $\frac{1}{6}$ от немцев, следовательно, англичан больше, чем немцев.

9.7. Задачи на совместную работу

Методический комментарий

В ходе изучения материала учащиеся осваивают новый для них, довольно трудный тип задач. В обязательные результаты обучения подобные задачи не входят. Тем не менее желательно организовать работу так, чтобы школьники сами «открыли» способ решения таких задач. Для этого уже есть предпосылки — при изучении предыдущих тем учащиеся решали задачи, являвшиеся отдельными элементами задач на совместную работу. Наиболее трудным моментом для учащихся является обозначение единицей всего объема работы (пройденного пути и др.). Однако в учебнике найдено методическое решение этой проблемы, которое несколько облегчает эту трудность. Здесь также продолжается решение задач на движение, которое подготовлено рассмотренными ранее задачами.

Комментарий к упражнениям

1081. а) План решения задачи может быть следующим:

1) Какую часть материалов расходуют в день оба цеха, работая вместе? $\left(\frac{1}{10}\right)$

2) Какую часть материалов расходует в день первый цех? $\left(\frac{1}{30}\right)$

3) Какую часть материалов расходует в день второй цех? $\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{1}{15}\right)$

4) За сколько дней израсходует материалы второй цех, если будет работать один? (За 15 дней.)

1082. Первая бригада выполняет в день $\frac{1}{9}$ задания, за 3 дня она выполнила $\frac{1}{3}$ задания. Второй бригаде осталось выполнить $\frac{2}{3}$ задания. Она выполняет в день $\frac{1}{12}$ задания, поэтому закончит работу за $\frac{2}{3} : \frac{1}{12} = 8$ дней. Вся работа будет выполнена за $3 + 8 = 11$ дней.

1085. Решение:

- 1) $1 : 6 = \frac{1}{6}$ — такую часть расстояния проплывает катер за 1 ч по озеру;
- 2) $1 : 5 = \frac{1}{5}$ — такую часть расстояния проплывает катер за 1 ч по течению реки;
- 3) $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ — на такую часть расстояния сносится течением катер, а значит, и плот за 1 ч;
- 4) $1 : \frac{1}{30} = 30$ (ч) — столько времени потребуется плоту.

1086. Решение:

Плот плывет от A до B , значит, катер при этом движется по течению реки, а от B до A — против течения.

- 1) $1 : 40 = \frac{1}{40}$ — такую часть расстояния проплывает плот за 1 ч по течению реки;
- 2) $1 : 4 = \frac{1}{4}$ — такую часть расстояния проплывает катер за 1 ч по течению реки;
- 3) $\frac{1}{4} - \frac{1}{40} = \frac{9}{40}$ — такую часть расстояния проплывает катер за 1 ч в стоячей воде;
- 4) $\frac{9}{40} - \frac{1}{40} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$ — такую часть расстояния проплывает катер за 1 ч против течения;
- 5) $1 : \frac{1}{5} = 5$ (ч) — такое время затратит катер на путь от B до A .

1087. Стандартная ошибка, которую допускают учащиеся при решении этой задачи: действием $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ они «находят» скорость течения (часть расстояния, на которую река относит за 1 ч лодку, плот, бревно и т. п.). Между тем, чтобы найти скорость течения, надо результат этого действия еще разделить на 2.



Для тех, кому интересно

Старинные задачи на дроби

Методический комментарий

Предложенные в пункте классические старинные задачи представляют несомненную историко-культурную ценность. При этом неожиданной и интересной для учеников может оказаться сама непривычная постановка задачи.

Кроме того, разобранные в пункте примеры дают возможность познакомиться с оригинальными арифметико-логическими способами решения текстовых задач, придающих работе с

обыкновенными дробями наглядность и содержательный смысл. С этой точки зрения наибольший интерес представляет пример 2, красивый способ решения которого взят непосредственно из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого.

Комментарий к упражнениям

1089. 1-й способ. Утка пролетает за день $\frac{1}{7}$ часть пути, а гусь — $\frac{1}{9}$ часть пути. Значит, вместе за день они пролетают $\frac{1}{7} + \frac{1}{9} = \frac{16}{63}$ части пути. В момент встречи они покрывают весь путь. Следовательно, они встретятся через $1 : \frac{16}{63} = \frac{63}{16} = 3\frac{15}{16}$ дней.

2-й способ. За 63 дня утка пролетит 9 таких путей, а гусь — 7 таких путей. Значит, вместе за 63 дня они пролетят 16 таких путей. Следовательно, один такой путь они пролетят за $63 : 16 = \frac{63}{16} = 3\frac{15}{16}$ дней, т. е. они встретятся через $3\frac{15}{16}$ дней.

1090. До прохода четвертых дверей у женщины было $10 \cdot 2 = 20$ яблоч. До прохода третьих — $20 \cdot 2 = 40$ яблоч. До прохода вторых дверей у нее было $40 \cdot 2 = 80$ яблоч. Соответственно собрала она $80 \cdot 2 = 160$ яблоч.

1091. За 30 ч слон выпьет 10 озер, слониха — 6 озер и слоненок — 5 озер, т. е. все вместе они выпьют $10 + 6 + 5 = 21$ озеро. Значит, одно озеро они выпьют за $\frac{30}{21} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$ ч.

1092. Лошадь съедает воз сена за месяц, значит, за год она съедает 12 возов сена. Коза, которая съедает воз сена за два месяца, за год съедает 6 возов сена. А овца, которая съедает воз сена за три месяца, за год съест 4 воза сена. Значит, вместе они за год (т. е. за 12 месяцев) съедят $12 + 6 + 4 = 22$ воза сена. Поэтому воз сена они съедят за $12 : 22 = \frac{12}{22} = \frac{6}{11}$ месяца.

1093. 17 флоринов составляют $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{17}{28}$ от общей суммы. Значит, вся сумма — 28 флоринов.

1095. За 12 дней первый фонтан наполнит 12 бассейнов, второй — 6 бассейнов, третий — 4 бассейна и четвертый — 3 бассейна. Значит, вместе они наполнят 25 бассейнов. Следовательно, один бассейн они наполнят за $\frac{12}{25}$ дня.

Глава 10. МНОГОГРАННИКИ (10 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
10.1	Геометрические тела и их изображение	№ 106—119	2	У: № 1096—1098, 1099 (а), 1100, 1102—1105, 1107—1108; РТ: № 106—119
10.2	Параллелепипед	№ 120—130	2	У: № 1115—1119, 1122—1124, 1126, 1128—1130, 1132—1135; РТ: № 120—127, 130
10.3	Объем параллелепипеда	—	3	У: № 1140—1146, 1148, 1150—1151, 1154—1155, 1157, 1161
10.4	Пирамида	№ 131—135	1	У: № 1166—1168 (а), 1171; РТ: № 131—135
10.5	Развертки	№ 136—142	2	У: № 1176—1183; РТ: № 136—142

Основные цели: познакомить учащихся с такими телами, как цилиндр, конус, шар; сформировать представление о многограннике; познакомить со способами изображения пространственных тел, в том числе научить распознавать многогранники и их элементы по проекционному чертежу; научить изображать параллелепипед и пирамиду; познакомить с понятием объема, единицами объема и правилом вычисления объема прямоугольного параллелепипеда.

Обзор главы. В данной главе учащиеся знакомятся с такими геометрическими телами, как цилиндр, конус и шар, объектом же более детального исследования являются многогранники.

Важнейшей целью изучения данного раздела является развитие пространственного воображения учащихся. В ходе выполнения заданий необходимо учить их осуществлять несложные преобразования созданного образа, связанные с изменением его пространственного положения или конструктивных особенностей (например, мысленно свернуть куб из развертки).

Учащиеся знакомятся со способами изображения геометрических тел на листе бумаги (рисунок сплошной или прозрачной модели, проекционный чертеж) и учатся «читать» эти изображения, отмечая основные конструктивные особенности геометрического тела: число вершин, ребер, граней, их расположение.

Более подробно учащиеся изучают такие многогранники, как параллелепипед и пирамида. Они учатся распознавать их на сплошных и каркасных моделях и по графическим изображени-

ям, изображать на клетчатой бумаге, узнавать основные конструктивные особенности: число вершин, граней и ребер, форму граней, число ребер, сходящихся в вершинах, и т. д.

Линия измерения геометрических величин продолжается темой «Объем параллелепипеда», изложение которой построено по такому же плану, как и тема «Площадь прямоугольника»: 1) выбор единиц объемов, 2) объем параллелепипеда есть число составляющих его единичных кубов; 3) вывод правила вычисления объема параллелепипеда.

10.1. Геометрические тела и их изображение

Методический комментарий

Чтобы научиться различать геометрические тела, знать их основные свойства, учащиеся должны не только зрительно изучать их, но и иметь возможность взять изучаемое тело в руки, провести ладонью по его поверхности. Они впервые сталкиваются сразу с четырьмя типами поверхностей: сферической, цилиндрической, конической и многогранной. Для того чтобы научиться различать их, учащиеся должны руками ощутить, что у многогранников все части поверхности плоские; шар абсолютно круглый — у него нет ни одной плоской части; поверхности цилиндра и конуса более сложные — они состоят как из плоских частей, так и кривых, причем у цилиндра две плоские части, а у конуса одна, но они имеют одинаковую форму — форму круга.

Учителю необходимо позаботиться о том, чтобы учащиеся имели возможность ознакомиться как можно с большим числом различных многогранников, определить в каждом форму граней, число вершин, ребер и граней и выявить особенности их расположения.

Для исследования формы граней многогранника необходимо использовать его сплошную модель, а для исследования ребер удобнее — каркасную, на которой можно увидеть все ребра тела и их расположение. Учащиеся и сами могут изготавливать модели многогранников, например из элементов конструктора или палочек, скрепленных кусочками пластилина, и т. д.

Полезно также предлагать учащимся задания на сравнение различных многогранников. Например: 1) Среди предложенных многогранников найти многогранник, у которого число вершин (ребер, граней) наименьшее. Это треугольная пирамида. 2) Найти два разных многогранника с одинаковым числом вершин. Это могут быть параллелепипед и семиугольная пирамида. 3) Найти все многогранники, грани которых — прямоугольники.

Умение правильно воспринимать плоские изображения пространственных объектов весьма важно. Чтобы постепенно подвести учащихся к восприятию абстрактного чертежа, на котором изображаются лишь линии пересечения поверхностей (сплошны-

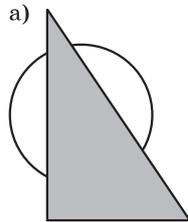


Рис. 44

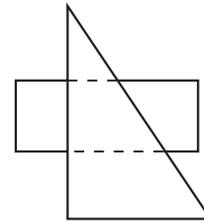
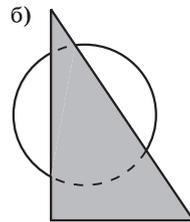


Рис. 45

ми линиями — видимые, штриховыми — невидимые), на первых этапах используются прозрачные изображения тел, так как они более реальны, их нетрудно представить. Далее может быть предложена следующая практическая работа. К доске прикрепляются вырезанные из цветной бумаги две фигуры — красный круг и зеленый треугольник (рис. 44, а). Учащимся предлагается воспроизвести эту конфигурацию в тетради (при этом удобно использовать трафареты): 1) начертите круг; 2) сверху начертите треугольник; 3) раскрасьте треугольник; 4) раскрасьте видимую часть круга; 5) невидимую часть круга обведите штриховой линией. Учащиеся получают изображение, показанное на рисунке 44, б. Далее на доске круг и треугольник меняются местами, и учащимся предлагается воспроизвести эту конфигурацию, но уже не используя цветные карандаши. После этого можно попросить определить по чертежу (рис. 45), какая фигура расположена сверху. И наконец, каждый ученик может, используя имеющиеся у него трафареты, изобразить на бумаге собственную конфигурацию из двух фигур и предложить соседу по парте раскрасить фигуры в соответствии с их расположением.

Полезно научить учащихся изображать куб на клетчатой бумаге (рис. 46). Овладев этим умением, учащиеся смогут также рисовать различные многогранники, составленные из кубиков (рис. 47).

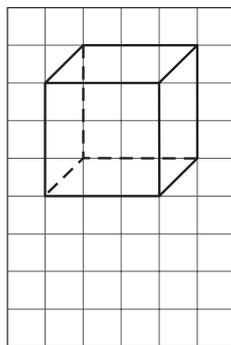


Рис. 46

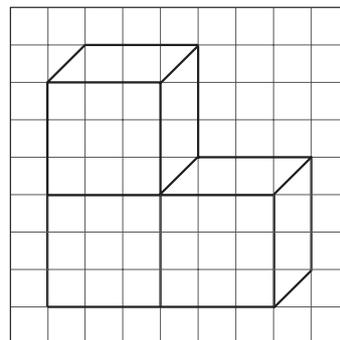


Рис. 47

Обращаем внимание учителя на то, что если учащийся сначала изображает контур тела, а уже затем линии, лежащие внутри контура, то это значит, что он испытывает трудности в восприятии пространственных тел, не видит особенностей их строения. Такому ученику необходимо дополнительно предложить упражнения типа № 1105 из учебника.

В качестве дополнительных упражнений предлагается найти на рисунках в учебнике: а) многогранник, у которого 5 граней, 5 вершин, 8 ребер; б) два различных многогранника, имеющих 6 вершин; в) два различных многогранника с 5 гранями; г) многогранник, у которого столько же граней, вершин и ребер, сколько их у куба.

Комментарий к упражнениям

1108. Для каждой грани следует использовать свой цвет.

1109. Можно предложить учащимся склеить такие многогранники из деревянных или бумажных кубиков.

1111. Все вопросы и задания этого упражнения относятся к большому многограннику. Вернуться к этой задаче можно после рассмотрения п. 10.4, задав учащимся вопрос: «Каким многогранником является отрезанный угол куба?»

1112. Начать движение следует либо в вершине B , либо в вершине E , в которых сходятся по три ребра. Закончится обход соответственно в вершине E или в вершине B .

1113. Обычно учащиеся выполняют это задание так: сплошные линии изображают штриховыми линиями, а штриховые — сплошными, забывая при этом, что линии контура должны оставаться сплошными. Здесь полезно отослать их к упражнению № 1105, в ходе выполнения которого проводился анализ того, в каких случаях грань будет иметь видимые ребра.

1114. Сначала надо увидеть квадрат $ABCD$, а затем квадраты $AKCE$ и $KBED$.

10.2. Параллелепипед

Методический комментарий

Каким бы простым телом ни казался нам параллелепипед, учащимся требуется определенное время на знакомство с ним. Каждый ученик должен иметь на уроке и дома какую-нибудь модель параллелепипеда. При этом важно, чтобы учащиеся не просто рассматривали параллелепипед, но и задействовали при его изучении и другие виды восприятия. Так, они должны не только глазами, но и пальцами провести по его ребрам, «ощутить», что в каждой вершине сходятся три ребра. Взяв параллелепипед в руки так, чтобы в каждой его вершине оказалось по одному пальцу, они увидят и ощутят мышечно, что число задействованных пальцев равно 8, следовательно, у параллелепипеда 8 вершин. Аналогично можно сосчитать и число его граней. Такое использование

при восприятии тела различных органов чувств помогает создать более полный его мысленный образ.

Результатом подобного изучения параллелепипеда должно стать осознание целого ряда его особенностей. Все грани параллелепипеда — прямоугольники, и всего их шесть; напротив друг друга расположены равные грани, таких пар равных граней три; в каждой вершине сходятся три неравные грани. Аналогичные выводы можно сделать и о ребрах: всего у параллелепипеда двенадцать ребер; есть равные ребра — три группы по четыре ребра; в каждой вершине сходятся три ребра разной длины. Наконец, вершины: их у параллелепипеда 8, по четыре вершины в каждой из противоположащих граней. Такое всестороннее и внимательное изучение параллелепипеда, однако, не предполагает, что предлагаемые далее задания выполняются учащимися в умственном плане без опоры на модели и рисунки. Так, например, при выполнении упражнения № 1125 из учебника можно предложить учащимся воспользоваться спичечным коробком, на котором равные ребра обведены одним цветом (№ 1117), а можно отослать к рисунку, на котором изображены аквариумы. Этот же спичечный коробок полезно использовать при решении задач № 1124, 1126 (б), 1134, 1137 (б).

Особенностью данного пункта является комбинированный характер большинства рассматриваемых задач, который заключается не только в активной работе пространственного воображения, но и в привлечении изученных ранее понятий в новых ситуациях и сочетаниях: ломаная, составленная из ребер куба, периметр грани, площадь поверхности и др. Это создает определенные сложности для учащихся, поэтому выполнение таких упражнений требует дополнительных комментариев и разъяснений учителя.

Комментарий к упражнениям

1126. При затруднениях можно отослать учащихся к рисунку 232.

1128. Учащиеся, затрудняющиеся подсчитать число кубиков, должны иметь возможность сложить изображенный параллелепипед из кубиков практически.

1130. При выполнении заданий 2) — 4) кубики можно использовать для проверки действий, выполненных мысленно. Однако в слабом классе эти задания полезно выполнить практически.

1136. Важно, чтобы учащиеся заметили, что оба аквариума — это один и тот же параллелепипед. Отличие их состоит в отсутствии разных граней. У правого аквариума отсутствующая грань имеет большую площадь. Значит, площадь обрезков при изготовлении этого аквариума окажется больше.

1138. Всего кубиков 27. Одну окрашенную грань имеют кубики, расположенные в центре каждой грани большого куба;

их 6. Две окрашенные грани имеют кубики, расположенные в двух гранях куба; их $4 \cdot 6 : 2 = 12$. Три окрашенные грани у кубиков, расположенных в вершинах куба; их 8. Итого окрашенных кубиков $6 + 12 + 8 = 26$. Значит, один кубик останется неокрашенным; он расположен в центре куба.

119 (РТ). Необходимо использовать модель куба, расположив ее перед учащимися так, как показано на рисунке в рабочей тетради.

121 (РТ). Рассуждать можно так: так как ребро LN является видимым, то видимы будут и грани $LNMA$, $LNTC$, а также грань $ABCL$. Ребра этих граней обводим сплошными линиями, остальные — штриховыми.

124 (РТ). Изображение выполняется от руки.

10.3. Объем параллелепипеда

Методический комментарий

Начать изучение пункта «Объем параллелепипеда» полезно с напоминания о том, как измеряют длины и площади (выбор единицы измерения и др.).

Вывод правила вычисления объема параллелепипеда аналогичен выводу правила вычисления площади прямоугольника, поэтому сначала полезно повторить вывод этого правила. Заметим, что очень важно сопроводить вывод правила нахождения объема параллелепипеда практическим выполнением учащимися описанных в учебнике действий. Полезно дать каждому учащемуся возможность повторить эти действия самостоятельно, проговаривая и поясняя их. Эти действия по заполнению пространства кубиками следует постепенно перевести в умственный план. Необходимость в них со временем отпадет и, сохраняя идею измерения пространства, учащиеся смогут сначала перейти к правилу вычисления объема параллелепипеда, а позднее и к формуле. Этим и определяется значительная доля заданий с кубиками, в которых требуется изобразить тело заданного объема, сложить (мысленно или практически) параллелепипед и определить его измерения, по изображению определить число кубиков, вошедших в коробку, и т. д. Кроме того, эти упражнения прекрасно развивают пространственное воображение: умение представить фигуру по ее описанию или изображению, выполнить с ней заданные действия.

Учащиеся должны уметь приблизительно представлять 1 см^3 , 1 дм^3 , 1 м^3 , знать, что $1 \text{ дм}^3 = 1 \text{ л}$, представлять объемы некоторых сосудов (например, объем стакана равен $\frac{1}{4} \text{ л} = 250 \text{ мл} = 250 \text{ см}^3$, объем ведра равен приблизительно 10 л, объем чайной ложки — 5 см^3 , или 5 мл).

Перевод одних единиц в другие должен опираться на знание линейных метрических зависимостей. Полезно, если учащиеся

сами составят табличку зависимостей между основными единицами объема и будут пользоваться ею в дальнейшем при выполнении упражнений.

Комментарий к упражнениям

1142. Объем параллелепипеда, сложенного из кубов (или параллелепипедов), можно найти двумя способами: 1) определив его измерения; 2) как сумму объемов составляющих частей. Всегда важно обсудить оба решения.

1149. Достаточно рассмотреть два случая: высота потолка равна 3 м и 2 м 50 см = $2\frac{1}{2}$ м.

1156. Здесь нужно мысленно укладывать пакеты в коробку, а вычислив необходимые объемы, можно оценить результат.

1157. Важно, что объемы этих параллелепипедов равны и составляют $10 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 640 \text{ см}^3$.

1158. Полезно обсудить два варианта решения задачи: 1) вычислить объемы, заполненные водой; 2) вычислить объемы, оставшиеся незаполненными.

10.4. Пирамида

Методический комментарий

Пирамида — один из самых важных и интересных многогранников. И учащиеся этого возраста должны уметь ее распознавать на моделях и графических изображениях. Методика изучения пирамиды аналогична методике, предложенной для изучения параллелепипеда.

Обращаем внимание учителя на то, что здесь не подразумевается вывод зависимости числа вершин и ребер n -угольной пирамиды от числа n вершин основания. Но в результате изучения, анализа различных пирамид у учащихся должно сложиться подкрепленное зрительными образами понимание того, что число вершин пирамиды на единицу больше числа вершин в ее основании, ребер боковых граней столько же, сколько их в основании, число боковых граней равно числу сторон основания, все боковые грани сходятся к вершине, противоположащей основанию, а, следовательно, само название пирамиды помогает узнать, сколько у нее вершин, ребер и граней.

Комментарий к упражнениям

1168. Задание выполняется с пирамидой в руках.

1172. Полезно составить такой многогранник из двух одинаковых пирамид.

1173. Многогранник можно вылепить из пластилина и разрезать его.

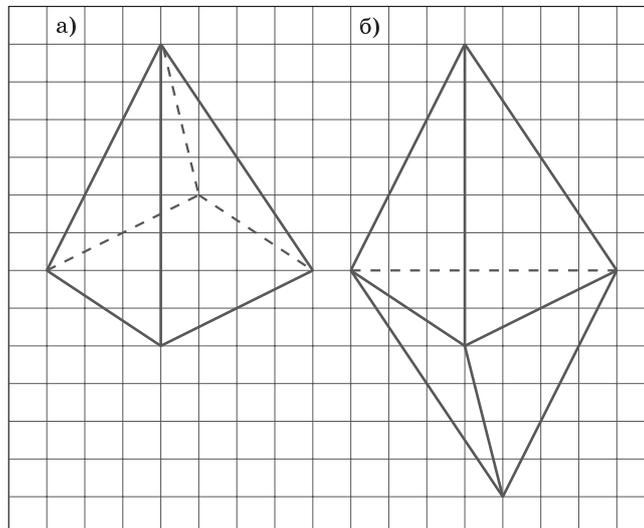


Рис. 48

1174. 2) См. рисунок 48.

135 (РТ). Необходимо предусмотреть возможность практического решения. Учащиеся должны подметить закономерность: третьей будет вершина, отсутствующая в предыдущем треугольнике. Ребро BD общее для граней BCD и BDA , значит, первая непроставленная вершина — вершина A , затем последовательно вершины C и B .

10.5. Развертки

Методический комментарий

Начать работу по изучению этого материала необходимо с практической деятельности: изготовления развертки и сворачивания ее в пространственное тело. Важно при этом обращать внимание учащихся на сам процесс сворачивания, на то, какие грани оказались противоположными, а какие — соседними, какие отрезки и точки совместились. Полезно снабдить учащихся и теми фигурами, которые не могут быть развертками, дать им возможность попытаться обнаружить это практическим путем и самостоятельно найти причину. Приобретая такой значительный опыт сворачивания разверток, дальнейшие упражнения учащиеся смогут уже выполнять мысленно, либо вспоминая, как они сворачивали данную развертку, если она им уже встречалась, либо по аналогии с этим, если встречаются с ней впервые. В любом случае учитель должен подстраховать тех учащихся, которым пока это сделать трудно, и снова, дав им развертку в руки, вернуть к практическому способу решения предложенной задачи. Переход от

практического решения к мысленному должен осуществляться постепенно, с учетом индивидуального развития учащихся (см., например, комментарий к № 1183).

Комментарий к упражнениям

1183. Задание «мысленно сверните куб» может оказаться для учащихся достаточно сложным. В этом случае выполнение задания может быть организовано следующим образом. Предварительно предложить учащимся вырезать из бумаги развертки 1 и 2. Развертку 3 вырезать из листа ватмана.

Развертка 1 сворачивается практически. Затем предложить учащимся, держа развертку 2 в руках, свернуть ее мысленно, после чего проверить правильность полученного решения практическим сворачиванием. Демонстрируя учащимся развертку 3, снова предложить им мысленно свернуть развертку, после чего свернуть ее в куб. Развертка 4 сворачивается мысленно по рисунку в учебнике. Учащимся, допустившим ошибку, предложить дома вырезать развертку из бумаги и свернуть из нее куб.

1184. Важно не только определить, какие буквы находятся на каких квадратах разверток, но и как они расположены друг относительно друга (рис. 49).

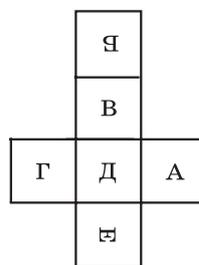


Рис. 49

Для тех, кому интересно

Модели многогранников

Методический комментарий

Задачи данного раздела дополняют материал предыдущего пункта. В первой части учащимся предлагаются более сложные задачи на развертки куба: найти все развертки куба по заданному алгоритму; определить, по каким ребрам надо разрезать куб, чтобы получить заданную развертку, и, наоборот, как разрезать куб по заданным ребрам и нарисовать получившуюся развертку и др.

Далее учащиеся могут познакомиться с тем, как можно изготовить модель куба из одной полоски бумаги, перегибанием превратив ее в развертку, или «сплести» модели куба и пирамиды из нескольких полосок бумаги. Эти задания, носящие ярко выраженный практический характер, доступны и слабым учащимся.

Комментарий к упражнениям

1185. Все развертки куба изображены на рисунке 50.

Можно усложнить задачу и предложить учащимся осуществить перебор всех возможных вариантов перемещения верхнего квадрата, а также и двух нижних квадратов. В этом случае учащимся придется убедиться в том, что такие фигуры, как, например, на рисунке 51, развертками куба не являются. Для некоторых фигур это несложно обосновать, опираясь на мысленное сворачивание: фигура *a* содержит в одном ряду 5 квадратов, при сворачивании первый и последний квадраты положатся друг на друга; два нижних квадрата фигуры *b* при сворачивании наложатся друг на друга; одна из вершин фигуры *в* содержит 4 квад-

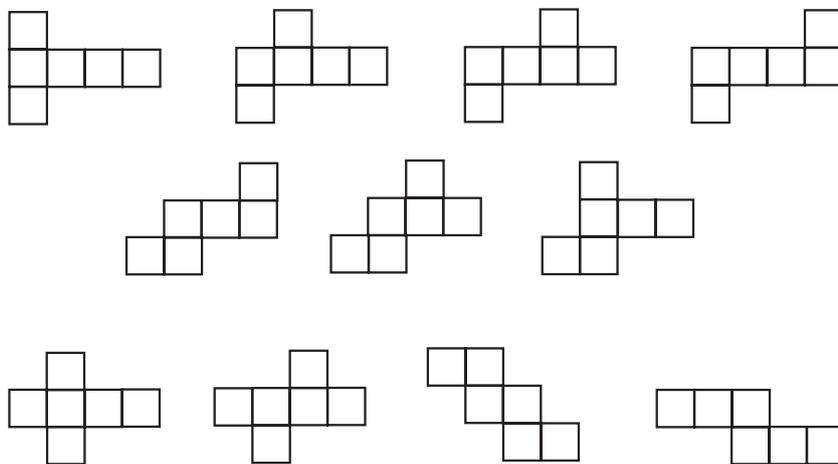
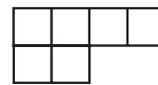
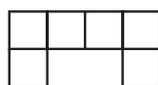
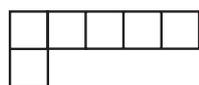


Рис. 50

а)

б)

в)



г)

д)

е)

ж)

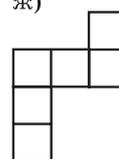
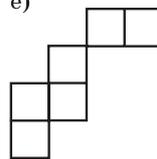
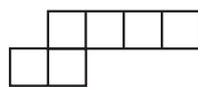
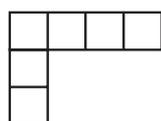


Рис. 51

①

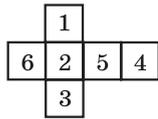


Рис. 52

②

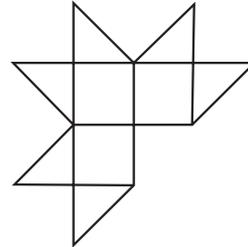
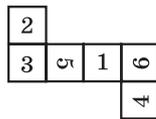


Рис. 53

рата, а в каждой вершине куба должно быть 3 грани. Фигуры *г—ж*, скорее всего, вызовут затруднения, поэтому их нужно будет вырезать из бумаги и попробовать свернуть в куб.

1186. Решение изображено на рисунке 52.

1187. Ответ: например, по ребрам *AB, AK, AD, DO, BM, MN, BC*.

1188. Развертка изображена на рисунке 53.

1190—1191. Бумагу надо использовать достаточно плотную.

Глава 11.

ТАБЛИЦЫ И ДИАГРАММЫ (8 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
11.1	Чтение и составление таблиц	№ 9—11	3	У: № 1192, 1194, 1195, 1197—1200; РТ: № 9—11
11.2	Чтение и построение диаграмм	№ 13—15	2	У: № 1203, 1205—1207; РТ: № 13—15
11.3	Опрос общественного мнения	№ 16—17	3	У: № 1208, 1209; РТ: № 16

Основные цели: формирование умений извлекать необходимую информацию из несложных таблиц и столбчатых диаграмм.

Обзор главы. Здесь начинается формирование умения работать с информацией, представленной в форме таблиц и диаграмм. Они широко используются в средствах массовой информации, справочной литературе и т. п. Наряду с этим у учащихся формируются первоначальные представления о приемах сбора необходимых данных, предъявлении этих данных в компактной табличной форме и наглядном изображении в форме столбчатой диаграммы. На примере опроса общественного мнения учащиеся знакомятся с основными этапами проведения социологических опросов. Однако главным при этом является формирование умения анализировать готовые таблицы и диаграммы и делать соответствующие выводы.

11.1. Чтение и составление таблиц

Методический комментарий

Объяснение материала начинается с рассмотрения знакомой учащимся страницы классного журнала с отметками по математике за октябрь. Информация об отметках представлена в виде таблицы с двумя входами (по вертикали — фамилии учащихся, по горизонтали — даты учебных занятий за месяц). Вводятся термины, связанные с использованием табличной формы представления данных: строка, столбец (колонка). В процессе выполнения упражнений у учащихся формируется умение извлекать информацию, заключенную в клетке таблицы, в строке, в столбце, в части строки или части столбца. Кроме того, школьники учатся анализировать табличную информацию и делать на этой основе соответствующие выводы.

При рассмотрении несложных жизненных ситуаций учащиеся знакомятся с приемами составления таблиц и условными обозначениями, которые принято использовать при их построении.

Объяснение начинается с рассмотрения так называемой частотной таблицы, но сам термин не вводится (пример 1 из объяснительного текста учебника).

Затем рассматривается частотная таблица, в которой значения величины записаны в виде числового интервала (пример 2 из объяснительного текста). Учащиеся узнают о том, что такие таблицы позволяют экономно представить информацию, когда рассматриваемая величина имеет много значений.

При рассмотрении таблицы с результатами шахматного турнира учащиеся получают представление об общих приемах составления турнирных таблиц, а также о принятой в шахматах системе присвоения баллов участникам игры и приемах записи результатов игр в клетки таблицы.

Формирование умения строить частотные или турнирные таблицы не является обязательной учебной целью. Главное — это показать учащимся, как заполняются клетки таблицы, и тем самым облегчить понимание информации, представленной в готовых таблицах.

Выполняя упражнения, учащиеся знакомятся также с так называемыми пиктограммами (от английского слова *picture* — картина), в которых для обозначения численности предметов используются различные картинки (см. таблицы в заданиях № 1195—1196). Эти картинки могут быть связаны по смыслу с изображаемой ими информацией, как это сделано, например, в № 1196.

Комментарий к упражнениям

1194. При выполнении этого упражнения рассматривается один из приемов, позволяющих увеличить объем информации, представленной в таблице: формирование итоговой строки, в которой суммируются данные по каждому из столбцов таблицы, и итогового столбца, в котором суммируются данные по каждой из строк. Учащиеся убеждаются в том, что сумма данных итоговой строки такая же, как сумма данных итогового столбца. Целесообразно обратить внимание учащихся на то, что сравнение этих сумм позволит проверить правильность заполнения итоговой строки и итогового столбца конкретной таблицы.

11.2. Чтение и построение диаграмм

Методический комментарий

В данном пункте изучается новая форма изображения информации — диаграммы. Учащиеся должны получить представление о том, что диаграмма является не только компактной, но и наглядной формой представления количественной информации. Особенно удобно ее использовать в тех случаях, когда ставится цель сравнить между собой данные, характеризующие некоторое явление или процесс.

Учащиеся знакомятся с несложными столбчатыми диаграммами, а также с их разновидностью — линейными диаграммами. Круговые диаграммы приводятся только в ознакомительном плане, их изучение планируется в 6 классе.

При изучении данного пункта обращается внимание на развитие умения приближенной оценки изображенных на диаграммах данных (см. задание № 1207), которое необходимо при интерпретации диаграмм, приводимых в средствах массовой информации.

11.3. Опрос общественного мнения

Методический комментарий

Изучение данного материала позволит учащимся получить первоначальные представления о методике проведения опроса общественного мнения. Опыт преподавания в школе показывает, что предложенные в учебнике темы для опросов можно использовать для организации самостоятельных исследований, посильных для пятиклассников. При проведении этих исследований можно использовать очень эффективную форму работы нескольких человек над одной и той же проблемой — работу в малых группах. Эти группы составляются по желанию учащихся или по выбору учителя. Участники такой группы сами распределяют работу, собирают данные, представляют их в удобной для интерпретации форме и делают выводы. В более слабом или малоинициативном классе опросы можно провести прямо на уроке под руководством учителя. Важным в этой работе является формирование у учащихся умения делать выводы и принимать соответствующие решения.

Методические рекомендации к курсу 6 класса

Глава 1. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ (20 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
1.1	Что мы знаем о дробях	О—1, О—2, О—3, О—4, О—5; П—1, П—2, П—3, П—4; «Проверь себя сам!»	№ 1—11	4	У: № 1—22; ДМ ¹ : О—1, О—2, О—3, О—4, О—5; РТ: № 1—11
1.2	«Многоэтажные» дроби	О—6; «Проверь себя сам!»		2	У: № 37—42; ДМ: О—6
1.3	Основные задачи на дроби	О—7, О—8; П—5, П—6; «Проверь себя сам!»		5	У: № 47—62, 70
1.4	Что такое процент	О—9, О—10; П—7, П—8; «Проверь себя сам!»	№ 12—22	6	У: № 81—115; РТ: № 12—22
1.5	Столбчатые и круговые диаграммы			2	У: № 128—132
	Зачет № 1			1	

Основные цели: закрепить и развить навыки действий с обыкновенными дробями; познакомить учащихся с понятием «процент», сформировать понимание часто встречающихся оборотов речи со словом «процент»; познакомить учащихся со способами представления информации в виде таблиц и диаграмм.

Обзор главы. В изложении материала выделяются три блока: обыкновенные дроби, проценты и диаграммы.

Первые уроки отводятся систематизации и развитию сведений об обыкновенных дробях. Новым здесь является рассмотрение «многоэтажных» дробей. Учащиеся должны уметь находить значения таких выражений любым из предлагаемых в учебнике способов, при этом не следует увлекаться громоздкими заданиями.

Продолжается решение трех основных задач на дроби. Учащиеся могут пользоваться двумя приемами — содержательным на основе смысла дроби или формальным на основе соответствующего правила. На этом этапе следует уже поощрять использова-

¹ В обучающих работах из дидактических материалов выполняются задания до черты.

ние второго приема. В обязательные результаты включается задача на нахождение дроби числа. Именно это умение прежде всего необходимо для изучения процентов на последующих уроках.

Следующий блок в данной главе — проценты. Методика изложения данного вопроса в учебнике и система упражнений нацелены на формирование ряда важных с практической точки зрения умений, связанных с «ощущением» понятия процента. Формируется понимание процента как специального способа выражения доли величины, умение соотносить процент с соответствующей дробью (особенно в некоторых специальных случаях — 50%, 20%, 25% и т. д.), умение выполнять прикидку и оценку. Из расчетных задач здесь рассматривается одна — нахождение процента некоторой величины. Желательно, чтобы учащиеся научились применять и некоторые рациональные приемы вычислений для специальных случаев (например, нахождение 10%, 25%, 50% и т. п.).

Изучение процентов будет продолжено в теме «Отношения и проценты», а также в 7 классе.

Последний блок в данной теме — столбчатые и круговые диаграммы. Продвижение по сравнению с 5 классом заключается в том, что здесь рассматриваются более сложные и разнообразные жизненные ситуации, в которых используются таблицы и диаграммы. Новым элементом является работа с круговыми диаграммами.

1.1. Что мы знаем о дробях

Методический комментарий

Материал пункта предназначен для восстановления и развития умений выполнять действия с дробями. Системой упражнений предусмотрены все основные моменты, на которые надо обратить внимание в ходе повторения. Если обнаружится, что какой-то вопрос должен быть проработан более обстоятельно, то учитель для этого может использовать дидактические материалы или рабочую тетрадь.

Специальное внимание следует уделить одному из более сложных вопросов — приведению дробей к общему знаменателю. Заметим, что в учебнике предложен прием нахождения общего знаменателя путем последовательного перебора чисел, кратных одному из знаменателей (пример 2).

На этих уроках, как, впрочем, и на других, полезно уделить внимание устным упражнениям. Желательно, чтобы учащиеся могли производить в уме такие вычисления:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{1}{3} + \frac{1}{3}, \quad \frac{2}{5} + \frac{4}{5}, \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{5}, \quad 4\frac{2}{7} + 5, \\ & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{4} + \frac{3}{4}, \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, \quad 2\frac{1}{6} + \frac{5}{6}, \\ & \frac{1}{12} + \frac{1}{12}, \quad \frac{5}{7} + \frac{2}{7}, \quad \frac{1}{7} + \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{2}, \quad 1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{б) } & 1 - \frac{5}{8}, \quad 2 - 1\frac{2}{3}, \quad \frac{4}{5} - \frac{2}{5}, \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \quad \frac{5}{8} - \frac{1}{4}, \\
& 2 - \frac{3}{4}, \quad 4 - 2\frac{1}{2}, \quad \frac{7}{10} - \frac{1}{10}, \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \quad 2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2}, \\
& 3 - \frac{1}{9}, \quad 6 - 3\frac{3}{7}, \quad \frac{7}{8} - \frac{5}{8}, \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{7}, \quad 3\frac{1}{2} - \frac{1}{6}; \\
\text{в) } & \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}, \quad 4 \cdot \frac{1}{9}, \quad \frac{3}{5} \cdot 2, \quad \left(\frac{1}{4}\right)^2, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3, \\
& \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4}, \quad 20 \cdot \frac{1}{5}, \quad \frac{1}{2} \cdot 10, \quad \left(\frac{2}{3}\right)^2, \quad \left(\frac{1}{5}\right)^3, \\
& \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3}, \quad 3 \cdot 1\frac{1}{3}, \quad 1\frac{1}{2} \cdot 4, \quad \left(1\frac{1}{2}\right)^2, \quad \left(\frac{3}{10}\right)^3; \\
\text{г) } & \frac{1}{3} : \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{3} : 2, \quad 2 : \frac{1}{4}, \quad \frac{3}{5} : \frac{5}{3}, \quad 1 : \frac{1}{10}, \\
& \frac{1}{2} : \frac{1}{3}, \quad 1\frac{1}{3} : 2, \quad 2 : 1\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{7} : \frac{2}{7}, \quad 1 : \frac{7}{8}, \\
& 1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}, \quad 2\frac{1}{2} : 2, \quad 2 : \frac{2}{3}, \quad 1\frac{1}{2} : \frac{3}{2}, \quad 1 : \frac{2}{9}; \\
\text{д) } & \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}, \quad 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}, \quad 1 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3, \\
& 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}, \quad 1 - \frac{1}{3} : \frac{1}{3}, \quad 1 - \left(2 \cdot \frac{1}{3}\right)^2.
\end{aligned}$$

Задания обязательно должны быть написаны на доске, так как это в значительной степени снимает трудности действия в уме.

Комментарий к упражнениям

13, 25. Обратить внимание учащихся на возможность одновременного выполнения действий при использовании в записи единой (общей) черты дроби. Переход от деления к умножению учащиеся могут сделать в уме.

16—18. Желательно решение таких задач сопровождать рисунком.

$$\begin{aligned}
\text{23. б) } & \frac{1313}{7777} = \frac{13 \cdot 101}{77 \cdot 101} = \frac{13}{77}, \\
& \frac{131 \ 313}{777 \ 777} = \frac{13 \cdot 10 \ 101}{77 \cdot 10 \ 101} = \frac{13}{77}.
\end{aligned}$$

24. Не надо требовать от учащихся сразу сокращать дроби на наибольший общий делитель числителя и знаменателя. Дробь можно сокращать постепенно, подбирая общие делители, например дробь $\frac{700}{840}$ сокращают так: $\frac{700}{840} = \frac{70}{84} = \frac{35}{42} = \frac{5}{6}$, или иначе $\frac{700}{840} = \frac{100}{120} = \frac{10}{20} = \frac{5}{6}$.

27. Заметим, что числители данных сумм будут равны и придется сравнивать лишь их знаменатели (24, 28, 30 и 18), т. е. надо расположить суммы в порядке убывания их знаменателей.

28. б) Надо найти числа, которые больше $\frac{4}{9}$, но меньше $\frac{5}{9}$. Приведем дроби к какому-нибудь другому общему знаменателю, например к знаменателю 27. Получим дроби $\frac{12}{27}$ и $\frac{15}{27}$, между которыми заключены числа $\frac{13}{27}, \frac{14}{27}$. Если увеличить общий знаменатель данных дробей, то можно получить больше чисел. Кроме того, заметим, что к таким числам принадлежит и дробь $\frac{1}{2}$.

29. Запишем: $\frac{16}{25} \dots \frac{\square}{26} \dots \frac{17}{25}$. Рассмотрим дробь $\frac{17}{26}$. Очевидно, что $\frac{17}{26} < \frac{17}{25}$. Теперь сравним ее с дробью $\frac{16}{25}$. Так как $16 \cdot 26 < 17 \cdot 25$, то $\frac{16}{25} < \frac{17}{26}$. Таким образом, $\frac{16}{25} < \frac{17}{26} < \frac{17}{25}$.

30. а) Предложите учащимся выделить из каждой дроби $\frac{1}{2}$ и сравнить оставшиеся доли.

б) Первая дробь меньше половины на $\frac{1}{48}$, вторая — на $\frac{1}{36}$, третья — на $\frac{1}{72}$, т. е. наибольшая из дробей — третья.

32. Задача на совместную работу:

1) $1 : 12 = \frac{1}{12}$ — такую часть забора красят за 1 ч при совместной работе;

2) $1 : 21 = \frac{1}{21}$ — такую часть забора красит отец за 1 ч;

3) $\frac{1}{12} - \frac{1}{21} = \frac{1}{28}$ — такую часть забора красит сын за 1 ч;

4) $1 : \frac{1}{28} = 28$ (ч) — время работы сына.

34. а) См. рисунок 54. Отрезок разделен на 6 частей: $MC = EN, AC = BE, AD = DB$. *Дополнительный вопрос:* «Сколько получилось отрезков?»

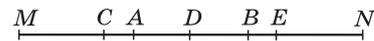


Рис. 54

б) $MC = \frac{1}{4} MN, AC = \frac{1}{12} MN, AD = \frac{1}{6} MN$.

35. Веревку длиной $\frac{2}{3}$ м нужно разрезать на два куска, один из которых равен $\frac{1}{2}$ м. Чему равен второй кусок? $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ (м).

Какую часть от всей длины веревки составляет кусок длиной $\frac{1}{6}$ м? Так как $\frac{2}{3}$ — это $\frac{4}{6}$, то $\frac{1}{6}$ м — это четверть от $\frac{2}{3}$ м, т. е. четверть всей веревки.

Теперь понятно, как получить $\frac{1}{2}$ м: можно сложить веревку пополам и одну половину еще раз пополам, а затем отрезать получившуюся четверть веревки; оставшийся кусок будет равен $\frac{1}{2}$ м.

1.2. «Многоэтажные» дроби

Методический комментарий

При изучении этого пункта учащиеся приобретают важный для дальнейшего опыт записи частного с помощью дробной черты. При вычислении значения «многоэтажной» дроби учащиеся могут действовать любым удобным для них способом: выполнять вычисления по действиям, записывая каждое из них отдельно либо ведя запись цепочкой; упрощать дробь с помощью основного свойства.

1.3. Основные задачи на дроби

Методический комментарий

В этом пункте повторяются известные учащимся из 5 класса методы решения основных задач на дроби. Их два: опора на смысл понятия дроби и умножение или деление на дробь. При первом способе вычисления выполняются в два шага, смысл каждого из которых учащимся понятен. Если ученик верно решает задачу этим способом, то нет оснований для снижения ему отметки. Однако надо пояснить, что второй способ делает решение задачи короче и что некоторые более сложные задачи можно решить только вторым способом (например, № 68—69).

Следует иметь в виду, что три основные задачи на дроби будут основой для обучения школьников решению задач на проценты, начиная уже со следующего пункта учебника.

Комментарий к упражнениям

50. При решении этой и следующих задач полезно, как и в 5 классе, использовать схематические рисунки.

58. Учащиеся могут предложить разные способы решения. Например:

1-й способ. 1) $126 : 2 = 63$ (м) — всего надо покрасить;

2) $63 \cdot \frac{2}{3} = 42$ (м) — покрасил первый брат;

3) $63 - 42 = 21$ (м) — покрасил второй брат.

2-й способ. 1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ — такую часть забора покрасил первый брат;

2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ — такую часть забора покрасил второй брат;

3) $126 \cdot \frac{1}{3} = 42$ (м) — покрасил первый брат;

4) $126 \cdot \frac{1}{6} = 21$ (м) — покрасил второй брат.

60. а) Решая задачи такого типа, учащиеся должны сначала выражать ответ дробью, а потом, если удастся, сокра-

щать ее: 24 000 человек от 30 000 человек составляют $\frac{24\,000}{30\,000}$;

$$\frac{24\,000}{30\,000} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}.$$

63. Рекомендуется рассмотреть два способа решения.

1-й способ. 1) $75 \cdot \frac{3}{5} = 45$ (с.) — прочитал в первый день;

2) $75 - 45 = 30$ (с.) — осталось прочитать после первого дня;

3) $30 \cdot \frac{2}{5} = 12$ (с.) — прочитал во второй день;

4) $30 - 12 = 18$ (с.) — столько страниц осталось прочитать.

2-й способ. 1) $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ — такую часть книги осталось про-

читать после первого дня;

2) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$ — такую часть книги прочитал во второй день;

3) $\frac{2}{5} - \frac{4}{25} = \frac{6}{25}$ — такую часть книги осталось прочитать после

двух дней;

4) $75 \cdot \frac{6}{25} = 18$ (с.) — столько страниц осталось прочитать.

68. 1) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ — такая часть круга закрашена синим цветом;

2) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ — такая часть круга закрашена красным цветом.

74. 1) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$ — такую часть забора покрасила сестра;

2) $2\frac{1}{2} : \frac{1}{10} = 25$ (м) — такова длина забора;

3) $\frac{2}{5} - \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ — такую часть забора покрасила Таня. Заме-

тим, что это $7\frac{1}{2}$ м.

75. Для ответа на первый вопрос задачи можно записать выражение $6 : \left(\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{4}\right) = 14$ (кг) — таков урожай ягод. Но тогда при-

дется и для ответа на второй вопрос задачи тоже записать выражение в виде $\frac{4}{7} - \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{4}$, или в виде $\frac{4}{7} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right)$, получим $\frac{1}{7}$ — такую

часть урожая собрала мама.

76. Сравним результаты, выраженные частью попаданий: $\frac{60}{80}$, т. е. $\frac{3}{4}$, и $\frac{50}{60}$, т. е. $\frac{5}{6}$. Так как $\frac{3}{4}$ меньше $\frac{5}{6}$ то результат второго стрелка выше.

1.4. Что такое процент

Методический комментарий

При изучении материала данного пункта можно выделить четыре блока: первый имеет цель сформировать понимание процента как специального способа выражения доли величины

(№ 81—90 из учебника, № 12—18 из рабочей тетради); второй — создать представление у учащихся о целом как 100% величины (№ 91—97 из учебника, № 19 из рабочей тетради); третий — научить находить процент величины и несколько процентов величины (№ 98—106 из учебника, № 20—22 из рабочей тетради); четвертый — расширить представления учащихся о практических ситуациях, связанных с использованием понятия «процент» (№ 107—112 из учебника).

Учителю необходимо иметь в виду, что материал данного пункта лишь первый этап в изучении этой темы и здесь следует сосредоточить усилия учащихся на главном: понять, что такое процент, и научиться решать задачу на нахождение нескольких процентов величины. Такие задачи, как и соответствующие задачи на дроби, должны решаться в два действия.

Желательно, чтобы учащиеся постепенно запоминали некоторые числовые факты. Например, что 50% — это $\frac{1}{2}$, 10% — $\frac{1}{10}$, 25% — $\frac{1}{4}$, 75% — $\frac{3}{4}$, 20% — $\frac{1}{5}$. А как результат выполнения упражнения № 115 можно рекомендовать запомнить такой факт: 33% — это примерно $\frac{1}{3}$. Полезно обратить внимание на то, что, например, 20% величины вдвое больше, чем ее 10%, что 30% — это 3 раза по 10% и т. д. Поэтому иногда удобнее найти сначала не 1% величины, а ее 10%, а затем 20% (№ 102, 109, 111).

Определенное внимание уделяется работе с «большими» процентами. Это выражается, прежде всего, в формировании умения найти 125%, 200%, 250% величины. Кроме того, начинает формироваться понимание того, что, например, увеличение на 100% — это то же самое, что увеличение в 2 раза.

Комментарий к упражнениям

114. а) Закрашено $\frac{11}{25}$ площади квадрата, т. е. $\frac{44}{100}$ — это 44% его площади.

117. Первая строка таблицы выглядит так:

3000 р. 300 р. 2700 р. 405 р. 2295 р.

118—119. В первой задаче находят разные проценты от одной и той же величины, а поэтому сравнивать можно число процентов: во второй день картофеля продали больше в $\frac{45}{30}$ раза, т. е. в полтора раза.

Во второй задаче надо обязательно найти количество овощей: $3000 : 100 \cdot 30 = 900$ (кг) картофеля и $900 : 100 \cdot 45 = 405$ (кг) помидоров, а потом сравнивать. Картофеля продано в $2\frac{2}{9}$ раза больше, чем помидоров.

124. Стоимость проезда возросла на 200%, иначе говоря, была 100%, а стала 300%. Стоимость проезда повысилась в $\frac{300}{100} = 3$ раза.

126. в) Стоимость товара 100%, а после уценки на 98% стала $100\% - 98\% = 2\%$, т. е. уменьшилась в $\frac{100}{2} = 50$ раз.

1.5. Столбчатые и круговые диаграммы

Методический комментарий

Продолжается формирование умения работать с диаграммами. С этой целью рассматриваются более сложные по конструкции столбчатые диаграммы. Кроме того, учащиеся знакомятся с новым видом диаграмм — круговыми. Они получают представление о том, что на круговых диаграммах удобно изображать информацию, характеризующую соотношение между частями целого, которая обычно выражена в процентах.

В данном пункте рассматриваются столбчатые диаграммы нового вида, которые позволяют наглядно представить развитие некоторого явления или процесса. Затем на основе рассмотрения типичной для нашей жизни ситуации вводятся круговые диаграммы. Учащиеся получают некоторое представление о приеме построения круговых диаграмм с помощью распределения площади круга на сектора, площади которых отвечают величинам данных, выраженных в процентах. Однако главным остается развитие умения читать готовые диаграммы.

При объяснении материала и выполнении упражнений особое внимание обращается на формирование умения делать выводы и принимать решения. Развитию данного умения способствует проведение несложных социологических исследований, тематика которых доступна учащимся этого возраста. С приемами их проведения учащиеся познакомились в 5 классе. В рабочей тетради дается тема такого исследования и приводится таблица для записи получаемой информации. При желании можно выбрать любую другую тему, отвечающую интересам класса. В малоинициативном классе такие исследования можно провести на уроке под руководством учителя. В более активном классе лучше всего сбор и представление данных поручить самим учащимся, сформировав для этого рабочие группы.

Комментарий к упражнениям

131. 55% (больше половины) — подходит диаграмма 3.

134. Ответ: достоверное — 9%, возможное — 50%, невозможное — 40%.



Для тех, кому интересно

Аликвотные дроби

Методический комментарий

Материал этого пункта вызывает живой интерес у учащихся. Он непосредственно связан с изученной темой, его задачи занимательны и доступны. Желательно выделить часть учебного времени для знакомства ребят с аликутными дробями и решить несколько задач со всеми учащимися класса.

Комментарий к упражнениям

140. а) $\frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$;

в) $\frac{4}{5} = \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{6}{10} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{5}{10} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2}$.

143. В левой стороне первого неравенства каждая дробь больше $\frac{1}{8}$, следовательно, $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} > \frac{1}{8} \cdot 4 = \frac{1}{2}$. Во втором неравенстве каждая дробь больше $\frac{1}{16}$. Третье неравенство будет таким:

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{31} > \frac{1}{2}.$$

Глава 2. ПРЯМЫЕ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ (6 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
2.1	Пересекающиеся прямые	№ 1—6	2	У: № 145—149, 151, 152; РТ: № 1—5
2.2	Параллельные прямые	№ 7—15	2	У: № 158—163, 167(а); РТ: № 7—10, 14
2.3	Расстояние	№ 16—25	2	У: № 173—183; РТ: № 16—23, 25

Основные цели: создать у учащихся зрительные образы основных конфигураций, связанных с взаимным расположением прямых; научить строить параллельные и перпендикулярные прямые; научить находить расстояния от точки до прямой и между двумя параллельными прямыми; научить находить углы, образованные двумя пересекающимися прямыми.

Обзор главы. Основные рассматриваемые в главе конфигурации, связанные с прямыми, изображены на рисунке 55.

Учащиеся учатся распознавать и воспроизводить эти конфигурации и решать несложные задачи, связанные с ними.

В 5 классе учащиеся научились строить и измерять углы, устанавливать их равенство. Теперь они должны научиться видеть пары равных углов, образующихся при пересечении двух прямых, а также пары углов, дополняющих друг друга до развернутого угла. Целесообразно, чтобы эти факты были установлены учащимися опытным путем. Для этого надо взять лист бумаги, провести на нем две пересекающиеся прямые, обозначить получившиеся углы цифрами 1, 2, 3, 4 и разрезать лист по этим прямым. Теперь с этими углами надо организовать практическую работу: убедиться наложением в равенстве углов, составить различные развернутые углы. После этого надо обратиться к чертежу и поработать с ним: закрасить одним и тем же цветом равные углы или отметить их одинаковыми дужками и др.

Заметим, что в текст вводится термин «вертикальные углы», а в задачу № 156 — термин «смежные углы».

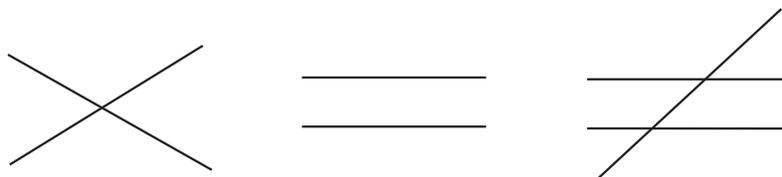


Рис. 55

При выполнении упражнений, связанных с углами, образованными пересекающимися прямыми, учащимся необходимо восстановить навыки работы с транспортиром и угольником, вспомнить о свойствах клетчатой бумаги, полезно также попрактиковаться в определении и изображении углов на глаз без использования чертежных инструментов.

Наиболее сложной из указанных конфигураций является третья. Она выступает в качестве основы для рассмотрения способа построения параллельных прямых. При желании учитель может ввести оборот речи «две параллельные и секущая», однако называть специальными терминами образовавшиеся углы не следует. Умение указывать равные углы в данной конфигурации является скорее желаемым результатом, чем обязательным.

Кроме того, в данном разделе расширяется понятие «расстояние» за счет введения понятия «расстояние от точки до фигуры» и его частного случая — расстояния от точки до прямой, расстояния между параллельными прямыми, а также расстояния от точки до плоскости. Учащиеся учатся строить точки на заданном расстоянии от прямой, проводить параллельные прямые с заданным расстоянием между ними и др. Следует обратить внимание, что задачи, связанные с расстоянием между двумя точками, будут рассматриваться и в дальнейшем в различных конфигурациях. Это будут не просто две произвольные «одинокие» точки плоскости, а центры окружностей, середины отрезков; множество точек, удаленных от заданной на расстояние, определяемое равенством или неравенством; точка, равноудаленная от двух других точек, и др.

Принципиально важный случай, требующий особого внимания, — это расстояние от точки до прямой. Рассмотрение его необходимо организовать в виде практической работы. Понятно, что ближайшей к точке A точкой прямой будет та, которой «достигнет» одна из окружностей с центром в точке A (рис. 56) — как круги на воде от брошенного камня. (Ведь все точки окружности одинаково удалены от центра, точки внутри круга расположены ближе к центру, а точки вне круга — дальше от центра.) Учащиеся сами с помощью угольника должны убедиться, что прямая, проходящая через центр окружности и найденную ближайшую точку на этой прямой, ей перпендикулярна. Отсюда ясно, что расстояние от точки до прямой измеряется по перпендикуляру. Этот вывод надо запомнить и пользоваться им в дальнейшем.

В описанном фрагменте учащиеся, по сути дела, встретились с понятием «касательная к окружности». В явном виде это понятие вводится в п. 5.1 «Прямая и окружность».

Развитие пространственных представлений в процессе изучения материала этой главы происходит

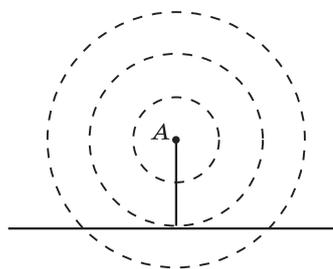


Рис. 56

при работе с каркасной моделью куба, в ходе которой используются изученные в теме понятия (поиск параллельных ребер куба, пересекающихся, скрещивающихся; сопоставление длины диагонали грани и ее стороны и др.).

Комментарий к упражнениям

2.1. Пересекающиеся прямые

153. При пересечении двух прямых образуются четыре угла, сумма которых равна $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$. Значит, четвертый угол равен $360^\circ - 254^\circ = 106^\circ$.

157. Задача приводит к следующей гипотезе: угол между биссектрисами смежных углов равен 90° .

Очень хорошо, если учащиеся придут к такой гипотезе; доказательство в общем виде, вообще говоря, не предполагается. Однако если учитель сочтет возможным рассмотреть обоснование в общем случае, то это можно сделать так: предложить учащимся закрасить угол AOC , например, красным цветом, а угол COB — синим. Тогда два красных и два синих угла составляют развернутый угол, а искомый угол NOM — его половину, так как составлен из половины красного угла и половины синего.

2.2. Параллельные прямые

167. Целесообразно начать с аналогичного задания из рабочей тетради, при выполнении которого учащиеся смогут подписывать величины углов непосредственно на рисунке (рис. 57). Эта и другие подобные задачи должны всегда начинаться с анализа данной конфигурации — две параллельные прямые пересечены третьей.

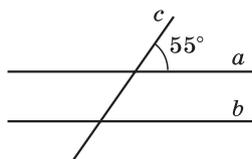


Рис. 57

Прямая c пересекает прямую a под углом, равным 55° . Значит, и прямую b она пересекает под таким же углом. (Учащиеся показывают соответствующий угол на чертеже и подписывают его величину.) Теперь мы можем обратиться к другой знакомой конфигурации — две пересекающиеся прямые.

172. 1) Начать рассуждение надо с того, что среди трех прямых могут быть параллельные прямые. Если все три прямые параллельны друг другу, то число точек пересечения равно 0. Если среди них есть одна пара параллельных прямых, то третья прямая пересечет каждую из них и число точек пересечения будет равно 2. Теперь рассмотрим три прямые, среди которых нет параллельных. Если две прямые пересекаются, то третья прямая, пересекающая первые две, может проходить или не проходить через их точку пересечения. В первом случае имеем одну точку пересечения, во втором — три.

2) Надо проанализировать все случаи пересечения трех прямых и «увидеть», что наибольшее число точек пересечения получается тогда, когда никакие две прямые не параллельны друг другу и не проходят через уже имеющуюся точку пересечения. Следовательно, чтобы получить максимально возможное число точек пересечения четырех прямых, нужно начертить три прямые, пересекающиеся в трех точках, и провести четвертую прямую, пересекающую каждую из первых трех. Понятно, что к трем точкам пересечения, уже имеющимся, добавятся еще три (по числу прямых). Итого 6 точек.

2.3. Расстояние

189. Идея задачи (и ряда задач, ей аналогичных) заключается в том, что если от каждой части целого взять половину, то вместе они составят половину от целого. В данном случае расстояние между серединами отрезков AC и CB составляет половину длины отрезка AB , так как равно длине оставшейся его части. Чтобы сделать идею решения более наглядной, можно обвести отрезок AC , например, красным карандашом, а CB — синим. Легко видеть, что отрезок между серединами отрезков и остальная часть отрезка AB состоят из половины красного и половины синего отрезков, а следовательно, их длины равны и составляют половину длины отрезка AB .

Глава 3. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ (9 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
3.1	Как записывают и читают десятичные дроби	О—11, О—12; П—9	№ 23—27, 30—37	3	У: № 197—212; ДМ: О—11, О—12; РТ: № 23—27, 33—35
3.2	Перевод обыкновенной дроби в десятичную	О—13	№ 28—29	1	У: № 216—221, 227; ДМ: О—13; РТ: № 28—29
3.3	Десятичные дроби и метрическая система мер	О—14		1	У: № 228—237; ДМ: О—14
3.4	Сравнение десятичных дробей	О—15; П—10; «Проверь себя сам!»	№ 38—44	2	У: № 242—262; ДМ: О—15; РТ: № 38—44
3.5	Задачи на уравнивание			1	У: № 271—274
	Зачет № 2			1	

Основные цели: ввести понятие десятичной дроби, выработать навыки чтения, записи и сравнения десятичных дробей, представления обыкновенных дробей десятичными.

Обзор главы. Закладываются первоначальные представления о связи десятичных и обыкновенных дробей. Учащиеся должны понимать, что любую десятичную дробь можно записать в виде обыкновенной; в то же время не всякая обыкновенная дробь может быть представлена в виде десятичной; они должны знать критерий обращения обыкновенной дроби в десятичную. Дальнейшее развитие вопроса о связи десятичных и обыкновенных дробей получит в 7 классе.

Кроме формирования у учащихся навыков чтения, записи и сравнения десятичных дробей, раскрывается их связь с метрической системой мер и рассматривается вопрос об изображении десятичных дробей точками на координатной прямой.

Продолжается решение задач арифметическим способом: знакомый учащимся из курса 5 класса прием уравнивания величин используется в более сложных ситуациях.

3.1. Как записывают и читают десятичные дроби

Методический комментарий

Усвоение материала этого вводного пункта чрезвычайно важно для успешного изучения всей темы. Если, например, ученик не

научится под диктовку правильно записывать такие дроби, как 0,07; 30,105 и т. д., то понятно, что в дальнейшем у него будут постоянные затруднения. Здесь закладываются умения для того, чтобы правильно выражать величину десятичной дроби, сравнивать десятичные дроби, отмечать их на координатной прямой. Поэтому теории и практике этого пункта надо уделить достаточное внимание.

Материал излагается в следующей последовательности. Сначала акцентируется внимание на названии десятичных разрядов. В ходе разбора упражнений (№ 197—199) названия разрядов усваиваются и становится естественным переход к чтению десятичных дробей «с добавлением названия последнего разряда их десятичной записи». Целесообразность такого перехода подтверждается сокращением числа ошибок у учащихся при записи десятичных дробей под диктовку — они проверяют себя чтением результата получившейся записи. Важно подчеркнуть еще одну возможность самоконтроля при записи десятичных дробей: совпадение числа цифр в десятичной записи с числом нулей в записи знаменателя обыкновенной дроби (№ 27, 28 из рабочей тетради, а затем № 202—205 из учебника).

Второй фрагмент пункта связан с изображением десятичных дробей точками на координатной прямой. Упражнения на «чтение» точек координатной прямой позволяют более глубоко осознать поразрядный состав десятичной дроби, готовят к изучению вопроса о сравнении десятичных дробей.

Комментарий к упражнениям

197—199. Основное назначение этих упражнений — усвоение названий разрядов. *Дополнительное задание:* назовите последний разряд в записи десятичной дроби.

200. Целесообразно использовать игровую ситуацию, аналогичную предложенной, при изучении записи натуральных чисел. Учитель предлагает каждому из вызванных к доске 5—7 учеников взять лист с нарисованной на нем цифрой, а одному ученику — лист с нарисованной на нем запятой. Учащиеся составляют и показывают классу какую-нибудь десятичную дробь. Задача класса — прочитать дробь. Затем «запятая» переходит на любое другое место, образуя новое число. Ту же игровую ситуацию можно в дальнейшем использовать при изучении умножения и деления десятичной дроби на 10, 100, 1000, ..., но к имеющимся листам нужно будет добавить несколько листов с написанными на них нулями.

215. Сначала, соблюдая условие, составим все натуральные числа из цифр 1, 2 и 3: 1; 2; 3; 12; 21; 13; 31; 23; 32; 123; 132; 213; 231; 312; 321 — это 15 чисел. Теперь, используя полученный числовой ряд, запишем десятичные дроби: 1,2; 2,1; 1,3; 3,1, 2,3; 3,2; 1,23; 12,3; ... — это 18 десятичных дробей.

3.2. Перевод обыкновенной дроби в десятичную

Методический комментарий

На данном этапе изучения дробей специально в качестве самостоятельного фрагмента выделяется вопрос о представлении обыкновенных дробей десятичными. К данному моменту учащиеся уже понимают, что десятичную дробь всегда можно представить в виде обыкновенной. Полезно подчеркнуть эту мысль еще раз. Здесь на конкретных примерах учащимся показывается, что обыкновенная дробь не всегда представима в виде десятичной. При этом ставится задача научиться определять по знаменателю обыкновенной дроби, обращается ли она в десятичную.

В результате изучения пункта учащиеся должны научиться в несложных случаях обращать обыкновенные дроби в десятичные, если это, конечно, возможно, а также запомнить некоторые факты (десятичные эквиваленты дробей $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{3}{4}$ и т. п., невозможность представления в виде десятичной дроби числа $\frac{1}{3}$). Запоминанию помогут упражнения № 28—29 из рабочей тетради.

Комментарий к упражнениям

222. г) Нет, так как дробь $\frac{53}{750}$ — несократимая, а знаменатель 750, кроме простых множителей 2 и 5, содержит еще множитель 3.

227. Упражнение требует умения соотнести равные обыкновенные и десятичные дроби: $\frac{3}{4}$ — это 0,75; 0,5 — это $\frac{1}{2}$, т. е. $\frac{3}{4} - 0,5 = 0,75 - \frac{1}{2}$ и т. д.

3.3. Десятичные дроби и метрическая система мер

Методический комментарий

По ходу анализа различных метрических единиц измерения отмечается, что десятичные соотношения между ними отражаются в их названиях. Лучшему усвоению и запоминанию «приставок» к основным единицам измерения, означающих их увеличение или уменьшение, поможет выполнение заданий № 1—3 из работы О—14 дидактических материалов. Заметим, что это не единственное место в курсе, где уделяется специальное внимание переводу одних единиц измерения в другие. Похожие задачи будут решаться другим способом после изучения умножения и деления десятичных дробей на 10, 100, 1000, ...

Комментарий к упражнениям

Упражнения на переход от одних единиц измерения к другим выполняются, опираясь на смысловое обозначение «приста-

вок» к основной единице измерения. Чтобы учащиеся лучше освоили умение переходить от одних единиц измерения к другим, важно показывать им четкие и понятные образцы рассуждений.

230. а) Выразим в метрах 53 см.

Решение: 1 см — это $\frac{1}{100}$ м; 53 см — это $\frac{53}{100}$ м, т. е. 0,53 м.

3.4. Сравнение десятичных дробей

Методический комментарий

Рассматриваются два вопроса: вначале вопрос о возможности приписывания или отбрасывания нулей в конце десятичной дроби, а затем вопрос о сравнении десятичных дробей. Заметим, что здесь и далее все новые сведения о десятичных дробях будут выводиться из уже известных сведений об обыкновенных дробях.

Комментарий к упражнениям

246. Идея «уравнивания» числа цифр после запятой может быть использована при сравнении дробей. Этот прием понадобится при изучении действий с дробями.

252. Целесообразно сначала выполнить упражнения № 40—42 из рабочей тетради.

255. Надо напомнить учащимся, как располагают числа в порядке возрастания или убывания, используя для этой цели упражнения № 43—44 из рабочей тетради.

258. а) Запишем данные дроби в виде 2,70 и 2,80. Теперь понятно, что любое из чисел 2,71; 2,72; ...; 2,79 заключено между 2,7 и 2,8. Желательно, чтобы учащиеся назвали еще какие-нибудь дроби с тремя цифрами после запятой.

263. В случаях «в» и «г» имеется несколько решений, полезно рассмотреть все случаи.

266. Например, $0,12 = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$.

270. Это задание отличается от № 215. Здесь присутствует 0, который, с одной стороны, уменьшает перебор натуральных чисел, но, с другой стороны, позволяет далее рассматривать дроби, начинающиеся с «0 целых». Имеем 1; 2; 10; 20; 12; 21; 120; 210; 102; 201 — это 10 натуральных чисел. Далее 0,1; 0,2; 0,12; 0,21; 1,0; 2,0; 1,2; 2,1; 1,02; 2,01; 12,0; 21,0; 10,2; 20,1 — это 14 десятичных дробей.

3.5. Задачи на уравнивание

Методический комментарий

Здесь рассматриваются задачи, которые могут быть решены методом уравнивания некоторых количеств. Необходимо иметь в виду, что многие из них уже разбирались школьниками и основное назначение соответствующих пунктов — явно познакомить с применяе-

мым методом, а также порешать более сложные задачи, которые впоследствии будут решаться с помощью системы уравнений. Этот материал не является обязательным (хотя он очень полезен для математического и интеллектуального развития). Поэтому при недостатке времени его можно опустить или же включать понемногу в дальнейшем, например в ходе изучения геометрических вопросов.

Комментарий к упражнениям

271—274. При решении подобных задач учащиеся часто допускают ошибки, связанные с тем, что они забывают отнять (или прибавить) нужное число перед тем, как получить ответ, или же неправильно «уравнивают» данные и пр. Поэтому полезно научить их после получения ответа проверить (как правило, устно), выполнятся ли при полученных результатах условие задачи. Например в № 273а, получив ответ: «17 человек, 20 человек и 15 человек», — ученик рассуждает: «17 на 3 меньше, чем 20; 20 на 5 больше, чем 15; $17 + 20 + 15 = 52$. Все условия выполнены».

279. Если бы на дворе бегали только куры, то у них было бы $20 \cdot 2 = 40$ (ног). Но ног на $52 - 40 = 12$ больше, так как у каждого поросенка на 2 ноги больше, чем у курицы. $12 : 2 = 6$ (поросят) и $20 - 6 = 14$ (кур).

280. 1) $33 : 3 = 11$ (игроков) — стало в каждой команде;

2) $11 - 2 = 9$ (игроков) — было в третьей команде первоначально;

3) $11 + 1 = 12$ (игроков) — было в первой команде первоначально;

4) $11 + 2 - 1 = 12$ (игроков) — было во второй команде первоначально.

282. Пусть стоимость тетради составляет 1 часть. Стоимость всех тетрадей составляет 4 части, стоимость блокнота — 9 таких же частей. Если бы альбом был на 10 р. дороже, то его стоимость составила бы тоже 9 частей, а стоимость всей покупки была бы равна $210 + 10 = 220$ (р.). Тогда 220 р. приходится на $4 + 9 + 9 = 22$ (части), т. е. по $220 : 22 = 10$ (р.) — на 1 часть (это стоимость 1 тетради). Книга стоит $9 \cdot 10 = 90$ (р.), альбом стоит $90 - 10 = 80$ (р.).

Для тех, кому интересно

Еще раз задачи на уравнивание

Методический комментарий

При решении задач пункта выполняются те же действия, которые впоследствии учащиеся будут выполнять при решении систем уравнений с двумя неизвестными.

Задачи довольно трудные, поэтому можно ограничиться решением только некоторых из них, не ставя цели научить всех учащихся решать их самостоятельно.

Процесс решения большинства задач состоит в том, чтобы найти цепочку преобразований, которые позволили бы свести данные к одному предмету или к нескольким одинаковым предметам, а после этого решить стандартную задачу в несколько действий. Первый этап решения можно проводить путем проб. Не каждый ученик сможет увидеть нужные ходы. Но после того как требуемый результат получен, ко второму этапу решения можно привлекать уже всех учащихся.

Комментарий к упражнениям

283. При решении задачи (так же как и последующих) полезно объяснить «физический» смысл выполняемых действий, а не просто записывать формальные вычисления:

3 ручки и 2 карандаша — 17 р.,

3 ручки и 3 карандаша — 18 р.

Ученик рассуждает: «Стоимость второй покупки больше стоимости первой, так как в ней на один карандаш больше. Значит, разница в стоимости составляет цену одного карандаша: 1 карандаш стоит 1 р., 2 карандаша стоят 2 р., 3 ручки стоят 15 р., и, значит, 1 ручка стоит 5 р.»

286. 5 яблок и 3 груши — 810 г,

3 яблока и 5 груш — 870 г.

Отсюда следует, что

8 яблок и 8 груш — 1680 г,

1 яблоко и 1 груша — 210 г,

3 яблока и 3 груши — 630 г.

Сравнивая условия, имеем

5 яблок и 3 груши — 810 г,

3 яблока и 3 груши — 630 г.

Видим, что яблоко весит $(810 - 630) : 2 = 90$ (г), а одна груша — 120 г.

287. 3 гвоздя и 2 шурупа — 40 г,

5 гвоздей и 3 шурупа — 65 г.

Тогда

2 гвоздя и 1 шуруп — 25 г.

Удвоим этот набор:

4 гвоздя и 2 шурупа — 50 г.

Сопоставим с первой строкой и найдем массу одного гвоздя: $50 - 40 = 10$ (г).

288. Один колесный трактор заменяет 2 гусеничных, а 2 колесных трактора заменяют 4 гусеничных. Тогда можно считать, что $4 + 4 = 8$ гусеничных тракторов вспахали 16 га, а каждый из них вспахал по $16 : 8 = 2$ (га). Тогда колесный трактор вспахал $2 \cdot 2 = 4$ (га).

289. Заменяем каждую большую коробку двумя маленькими. Тогда $3 \cdot 2 + 2 = 8$ маленьких коробок дороже $2 \cdot 2 + 3 = 7$ маленьких коробок на 30 р., значит, одна маленькая коробка стоит 30 р., а большая коробка стоит 60 р.

Глава 4. ДЕЙСТВИЯ С ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ (31 урок)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
4.1	Сложение и вычитание десятичных дробей	О—16, О—17, О—18, О—19; П—11, П—12; «Проверь себя сам!»	№ 45—52	6	У: № 290—322; ДМ: О—16, О—19; РТ: № 45—50
4.2	Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000, ...	О—20, О—21; П—13	№ 53—54	2	У: № 333—343; ДМ: О—20, О—21; РТ: № 53—54
4.3	Умножение десятичных дробей	О—22; П—14; «Проверь себя сам!»	№ 55—60	5	У: № 350—377; ДМ: О—22; РТ: № 55—59
4.4	Деление десятичных дробей	О—23, О—24; П—15, П—16	№ 61—65	6	У: № 391—417; ДМ: О—23, О—24; РТ: № 61—65
4.5	Деление десятичных дробей (продолжение)	О—25, О—26; П—18, П—19; «Проверь себя сам!»	№ 66—70	5	У: № 434—442; ДМ: О—25, О—26; РТ: № 66—70
4.6	Округление десятичных дробей	О—27, О—28; П—21	№ 73—74	2	У: № 448—456, 461—463; ДМ: О—27, О—28; РТ: № 73—74
4.7	Задачи на движение	О—29, О—30; «Проверь себя сам!»		4	У: № 471—481, 486; ДМ: О—29, О—30
	Зачет № 3			1	

Основные цели: сформировать навыки действий с десятичными дробями, а также развить навыки прикидки и оценки.

Обзор главы. Алгоритмы действий с десятичными дробями вводятся на основе соответствующих алгоритмов действий с обыкновенными дробями. Полезно отметить для учащихся мотивационную сторону введения десятичных дробей, объяснив, что оперировать с десятичными дробями (сравнивать их, складывать, вычитать и т. д.) легче, чем с обыкновенными. Подчеркивается, что сложение, вычитание и умножение десятичных дробей выполняются практически так же, как и соответствующие действия с натураль-

ными числами. Иначе обстоит дело с действием деления: частное десятичных дробей не всегда выражается десятичной дробью.

Отметим, что в связи с широким распространением в быту калькуляторов снизилась практическая значимость трудоемких письменных вычислений с десятичными дробями и на первый план выдвинулись умения прикидки и оценки результата действий, быстрого обнаружения ошибки. В соответствии с этим навыки письменных вычислений с десятичными дробями предлагается отрабатывать на несложных примерах. В то же время серьезное внимание следует уделить упражнениям, направленным на формирование таких умений, как прикидка результата, определение цифры старшего разряда, проверка результата по последней цифре и др.

Формируемые в данной теме навыки округления десятичных дробей находят применение при вычислении приближенных десятичных значений обыкновенных дробей. Работа ориентирована на то, чтобы учащиеся поняли, в каких практических ситуациях округляют десятичные дроби, и научились выполнять округление десятичных дробей при ответе на содержательные вопросы.

Продолжается решение текстовых задач арифметическим способом, рассматриваются новые виды задач на движение. Задачи на движение рекомендуется в этом месте курса решить лишь частично, а к оставшимся можно вернуться при изучении следующих тем курса.

4.1. Сложение и вычитание десятичных дробей

Методический комментарий

Правило сложения десятичных дробей фактически выводится путем дедуктивного рассуждения; рассуждения, проведенные на частном примере, носят общий характер (с. 67, пример 1).

Сначала надо поупражняться в сложении дробей, имеющих одинаковое число знаков после запятой, затем — имеющих разное число знаков после запятой. В последнем случае не надо спешить отказываться от уравнивания числа знаков. Развитию навыков самоконтроля помогут упражнения на обнаружение ошибок (№ 293 из учебника и № 46 из рабочей тетради), где учащиеся увидят, что в записи надо следить за постановкой запятой, за правильным расположением разрядов слагаемых, за правильностью сложения натуральных чисел. Те же рекомендации относятся и к действию вычитания десятичных дробей.

В упражнениях встречаются задания, в которых промежуточные действия могут быть выполнены устно (№ 324, 332 из учебника). Продолжается развитие умений производить оценку суммы двух-трех чисел (№ 312—313, 319—320 из учебника).

Как и при изучении обыкновенных дробей, здесь и далее на всех уроках решаются текстовые задачи. Сюжеты задач знакомы учащимся. Однако использование дробных данных может затруднить понимание условия задачи. Поэтому рекомендуется исполь-

зовать тот же прием, что и при изучении обыкновенных дробей: заменить в условии задачи дробные числа «маленькими» целыми числами и наметить план решения задачи, а затем использовать его для решения данной задачи.

Комментарий к упражнениям

309—311. Полезно сделать проверку.

315, 328. Заметим, что текстовые задачи на движение по реке включены в п. 4.7, но в этом месте курса желательно напомнить учащимся, как изменяется скорость движения объекта по реке в зависимости от скорости ее течения.

317. а) Здесь поможет переформулировка условия задачи: «В кувшине 1,25 л молока. В бидоне на 2,7 л, а в ведре на 1,5 л молока больше, чем в кувшине...»

Запишем выражение и вычислим:

$$1,25 + (1,25 + 2,7) + (1,25 + 1,5) = 7,95.$$

Ответ: всего 7,95 л молока.

327. Нужен схематический рисунок.

331. а) $0,75 + \frac{1}{28} + \frac{5}{7} = \frac{3}{4} + \frac{1}{28} + \frac{5}{7} = \frac{42}{28} = 1\frac{14}{28} = 1,5;$

б) $0,256 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = 0,256 + 0,5 - 0,75 = 0,006.$

332. Воспользуемся свойствами сложения.

а) $0,1 + 0,2 + 0,3 + \dots + 0,9 = 1 \cdot 4 + 0,5 = 4,5.$

4.2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000, ...

Методический комментарий

Здесь выделен особый случай действий над десятичными дробями. Он встречается при решении проблем, связанных с увеличением или уменьшением величины в 10, 100 и т. д. раз, в частности с переводом одних единиц измерения в другие. Кроме того, к умножению числа на 10, 100 и т. д. сводится деление этого числа на 0,1; 0,01 и т. д., а к делению числа на 10, 100 и т. д. сводится умножение данного числа на 0,1; 0,01 и т. д. А главное, что умножение десятичных дробей на 10, 100 и т. д. имеет существенное значение для овладения навыком деления десятичных дробей.

Желательно, чтобы через упражнения учащиеся встретились с разнообразными ситуациями, возникающими при переносе запятой. Чтобы, например, не оказалось проблемы «недостатка нулей» (справа и слева).

Комментарий к упражнениям

333—339. Полезно постоянно показывать целесообразность сравнения данного числа и результата, полученного при его умножении (или делении) на 10, 100 и т. д., и использовать такое сравнение как прием для самоконтроля.

340—341. Можно воспользоваться образцом, приведенным в работе О—21 дидактических материалов.

4.3. Умножение десятичных дробей

Методический комментарий

Основное внимание уделяется алгоритмической стороне вопроса умножения десятичных дробей. В учебнике формулируется одно правило, применимое как в случае умножения двух десятичных дробей, так и в случае, когда один из множителей — натуральное число.

Система упражнений включает умножение двух чисел, умножение нескольких чисел, использование переместительного и сочетательного свойств умножения, комбинированные примеры на сложение, вычитание и умножение со скобками и без скобок, решение текстовых задач, требующее применения умножения десятичных дробей. Обращается внимание на то, что при умножении величины на дробь, меньшую единицы, получается величина, меньшая исходной (№ 362—364).

Среди текстовых задач специально выделяются задачи на нахождение части, выраженной десятичной дробью, от данной величины (№ 371—374). Продолжается решение заданий на прикидку и оценку результатов вычислений (№ 375—376).

Комментарий к упражнениям

350. Сначала полезно выполнить упражнения № 55—56 из рабочей тетради.

358—360. Предварительно рекомендуется выполнить № 57—58 из рабочей тетради.

370. а) По условию задачи можно составить любое из двух выражений:

$$0,7 \cdot 20 + 0,7 \cdot 15 + 0,7 \cdot 10 \text{ или } 0,7 \cdot (20 + 15 + 10).$$

Вычислив, получим 31,5 кг орехов.

373. Желательно вспомнить оба способа рассуждений:

1-й способ. 1) $15 \cdot 0,3 = 4,5$ (м) — такой кусок ленты отрезали;

2) $15 - 4,5 = 10,5$ (м) — такой кусок ленты остался.

2-й способ. 1) $1 - 0,3 = 0,7$ — такая часть ленты осталась;

2) $15 \cdot 0,7 = 10,5$ (м) — такой кусок ленты остался.

388. Задача на части. Если возраст внука принять за 1 часть, то возраст бабушки выражается так: $1 \cdot 2,5 \cdot 2 = 5$ (частей), т. е. бабушка старше внука в 5 раз.

390. Ответ полезно проиллюстрировать рисунком. Для этого нужно начертить квадрат и разделить его на четыре равных квадрата. Очевидно, что если сторона большого квадрата равна 0,4 дм, то сторона маленького равна $0,4 : 2 = 0,2$ (дм).

4.4. Деление десятичных дробей

Методический комментарий

В теоретической части данного пункта выделяются два блока: деление десятичной дроби на натуральное число и деление десятичной дроби на десятичную дробь. Прежде чем обратиться к алгоритмам деления, советуем еще раз напомнить учащимся, что они владеют техникой вычисления с обыкновенными дробями и этого уже достаточно, чтобы разделить десятичные дроби. Но в одних случаях результат, выраженный обыкновенной дробью, можно представить в виде десятичной, а в других нет (см. учебник, с. 81). Если частное выражается десятичной дробью, то его можно вычислить, используя деление уголком. Другой случай рассматривается при изучении следующего пункта учебника.

Процесс деления десятичной дроби на натуральное число естествен, так как десятичная запись дроби вполне допускает операции, аналогичные действиям с десятичной записью натурального числа. В упражнениях, направленных на отработку соответствующего навыка, рекомендуется придерживаться последовательности, определенной примерами 1—3 учебника. Вначале рассматривается случай, когда выполняется поразрядное деление без приписывания нулей к делимому, и случай, когда делимое меньше делителя. Затем рассматривается случай, когда требуется раздробить единицы младшего разряда делимого, чтобы завершить операцию деления.

В упражнениях особо выделен случай деления двух натуральных чисел (№ 395) и сводящийся к нему случай представления обыкновенной дроби в виде десятичной (№ 396).

Отработка умения делить на десятичную дробь сопровождается решением численных примеров и текстовых задач, требующих умения проверить результат деления умножением.

Комментарий к упражнениям

410. Для решения задачи выполняется действие деление, но в отличие от предыдущих задач (№ 406—407) результат деления еще не является ответом на вопрос задачи. В качестве ответа берут ближайшее к полученной десятичной дроби целое число с недостатком или с избытком в зависимости от условия задачи.

а) $23 : 2,5 = 9,2$, т. е. из 23 м получится 9 кусков ленты по 2,5 м;

б) $4,6 : 0,5 = 9,2$, т. е., чтобы разлить 4,6 л молока в бутылки емкостью 0,5 л, потребуется 10 бутылок.

417. б) Решение можно не записывать, а рассуждать так: если в меньшем пакете 1 часть кофе, то в большем 2 части кофе, а вместе 3 части кофе; делением 3,75 кг на 3 находим, что в меньшем пакете 1,25 кг кофе, тогда в большем 2,5 кг кофе.

427. Типичная ошибка — приписывание наименования: «0,3 ч». В таких случаях следует вернуться к решению задачи № 373.

428. Комбинированная задача, в которой требуется сначала найти часть от числа, выраженную десятичной дробью, а затем решить задачу на части.

4.5. Деление десятичных дробей (продолжение)

Методический комментарий

В учебнике на конкретном примере показано, как разрешить проблему деления двух десятичных дробей, когда при делении уголком процесс оказывается бесконечным. Рассматриваются два приема. В первом используют замену десятичных дробей обыкновенными, во втором — другое обозначение действия деления (дробную черту) и преобразование полученной записи с опорой на основное свойство дроби.

Обратим внимание на числовые выражения, заключающие упражнения группы Б. Здесь показаны приемы вычисления значений дробных выражений. С подобными выражениями учащиеся встретятся еще раз в вычислениях с рациональными числами. Желательно с образцами вычисления числовых выражений, рассмотренными в № 444—445, познакомить всех учащихся класса.

Комментарий к упражнениям

434. г) Найдем ответ двумя способами. Получим $\frac{3}{2}$ — это 1,5.

438. Здесь, как и при решении № 410, требуется интерпретация полученного результата и подбор в соответствии с этим правильного ответа.

а) Разделив 100 на 0,33, получим $303\frac{1}{3}$. Ответ: 303 полные банки.

443. а) Электричка была в пути 12 мин, т. е. 0,2 ч. Найдем скорость электрички: $\frac{12,5}{0,2} = \frac{125}{2} = 62\frac{1}{2} = 62,5$ (км/ч).

4.6. Округление десятичных дробей

Методический комментарий

Предварительно надо повторить разряды десятичной дроби и изображение десятичной дроби на координатной прямой. Выполнение упражнений типа № 448—450 поможет более сознательно использовать такие утверждения, как «число ... заключено между дробями», «дробь ... ближе к числу ..., чем к числу ...», при изучении округления десятичных дробей.

Термин «округление» знаком учащимся. Уже в начале 5 класса округление отождествлялось с заменой первоначального числа круглым, т. е. числом с нулями на конце. При округлении десятичных дробей точно так же часть цифр справа в десятичной записи заменяется нулями, в результате получается дробь с меньшим числом десятичных знаков.

тичных знаков или целое число. Вначале округление осуществляется на содержательном уровне — по смыслу (с. 91 учебника), а затем механически — по правилу округления (с. 92 учебника).

Комментарий к упражнениям

454. Решение можно оформить в виде таблицы, аналогичной приведенной в упражнении № 74 из рабочей тетради.

457. $2,5 : 8 = 0,3125$ (м), т. е. примерно 31 см.

467. *Дополнительный вопрос:* «В каком случае допущена меньшая ошибка округления, в каком — бóльшая?»

468. Сделать рисунок и показать разные способы вычисления площади футбольного поля вместе с дорожками.

Например, $(75 + 8)(110 + 8) = 83 \cdot 118 = 9794$ (м²) — это 0,9794 га \approx 1 га.

469. $26 \cdot 0,724 = 18,824$ (р.), т. е. 19 р.;

$26 \cdot 0,615 = 15,99$ (р.), т. е. 16 р.;

$26 \cdot 0,83 = 21,58$ (р.), т. е. 22 р.

4.7. Задачи на движение

Методический комментарий

При изучении данного пункта учащиеся развивают свои умения в решении задач на движение, которые составляют большой пласт текстовых задач в школьной математике. Здесь решаются несколько более сложные, чем в 5 классе, задачи, а кроме того, в условиях используются десятичные дроби.

В тексте учебника рассмотрены задачи на движение двух объектов в одном направлении. Надо уметь найти скорость их сближения, а затем, если известно расстояние между ними, то уметь найти время их встречи, а если известно время их движения — найти расстояние, которое было между ними до встречи.

Комментарий к упражнениям

479. Здесь повторяются основные понятия, связанные с движением по реке. Полезно также предложить учащимся вопрос: «На сколько скорость катера по течению больше скорости катера против течения?» Этот факт будет применяться для решения ряда задач из раздела Б (например, № 490).

483. Надо предупредить возможную ошибку учащихся: скорость дана в километрах в час, а расстояние — в метрах, поэтому необходимо привести данные к какой-либо одной единице; здесь легче 400 м выразить в километрах.

Полученный в задаче ответ «0,04 ч» целесообразно выразить в минутах, чтобы можно было реально представить себе необходимое время.

После того как задача решена, можно развить ее, добавив вопрос: «За сколько минут инспектор проедет от головного автобуса

до последнего, если будет ехать навстречу колонне и все данные задачи останутся прежними?»

484. Полезно разобрать разные способы решения задачи.

1-й способ. 1) $4,5 \cdot 0,5 = 2,25$ (км) — прошел пешеход до выезда велосипедиста;

2) $5,4 - 2,25 = 3,15$ (км) — осталось пройти пешеходу;

3) $3,15 : 4,5 = 0,7$ (ч) — время движения пешехода после выезда велосипедиста;

4) $5,4 : 12 = 0,45$ (ч) — время движения велосипедиста;

5) $0,7 - 0,45 = 0,25$ (ч) — на столько часов велосипедист прибыл на станцию раньше пешехода.

2-й способ. 1) $5,4 : 4,5 = 1,2$ (ч) — время движения пешехода;

2) $5,4 : 12 = 0,45$ (ч) — время движения велосипедиста;

3) $1,2 - 0,5 = 0,7$ (ч) — время движения пешехода после выезда велосипедиста;

4) $0,7 - 0,45 = 0,25$ (ч) — на столько часов велосипедист прибыл на станцию раньше пешехода.

Полученный ответ надо предложить учащимся устно перевести в минуты: $0,25$ ч — это четверть часа, или 15 мин.

486. Если учащиеся будут затрудняться с решением задачи, то можно задать наводящий вопрос, который поможет свести задачу к предыдущим (№ 477, например): «Какое расстояние будет между Винни Пухом и Кристофером Робин, когда Кристофер Робин начнет движение?»

487. Полезно получить ответ на вопрос задачи (т. е. выполнить последнее действие) разными способами: а) умножить скорость движения Пятачка на время его движения (10 мин); б) умножить скорость движения Винни Пуха на время его движения (12 мин). В этом случае будет повод подчеркнуть, что время движения Винни Пуха больше времени движения Пятачка на 2 мин.

489. Эту задачу так же, как и предыдущую, следует решить разными способами. В одном случае учащиеся могут рассуждать следующим образом: «Скорость сближения поездов до встречи и скорость удаления их после встречи 140 км/ч. Значит, они сближаются или удаляются друг от друга на 70 км за 0,5 ч. Значит, расстояние в 70 км будет между ними за полчаса до встречи и через полчаса после встречи. Остается узнать, через какое время поезда встретятся».

При другом способе решения надо определить сумму расстояний, которые пройдут два поезда до того момента, как между ними будет 70 км. До их встречи эта сумма составит $350 - 70 = 280$ км, а после встречи $350 + 70 = 420$ км.

490. Можно обратить внимание учащихся на то, что скорость плота равна скорости течения реки, поэтому, чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти скорость течения реки.

Эту же задачу можно решить, не пользуясь условием «30 км».

- 1) $1 : 3 = \frac{1}{3}$ — такую часть проплывает лодка против течения за 1 ч;
 2) $1 : 2 = \frac{1}{2}$ — такую часть проплывает лодка по течению за 1 ч;
 3) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : 2 = \frac{1}{12}$ — такую часть проплывает плот за 1 ч;
 4) $1 : \frac{1}{12} = 12$ (ч) — время движения плота.

492. Можно решить задачу стандартным способом. После этого можно спросить учащихся: нет ли в задаче лишних данных? Хорошо, если в итоге обсуждения будет получено примерно следующее рассуждение: «Лодка плывет против течения, поэтому ее относит назад на одно и то же расстояние в час, но шляпу за 1 ч сносит по течению на то же самое расстояние. Значит, лодка удаляется от шляпы со своей собственной скоростью. Скорость течения реки — лишнее условие». Ответ: 1,5 км.

493. Можно предложить учащимся решить задачу самостоятельно. Если они предложат обычный, стандартный путь решения, то надо разобрать его. После этого можно обсудить такое рассуждение: «После того как сын уронил шляпу, лодка удалялась от нее со своей собственной скоростью (течение сносит лодку на 2,4 км в час, но и шляпу оно несет вдогонку за лодкой с такой же скоростью). Когда лодка поплыла навстречу шляпе, скорость их сближения осталась той же, равной собственной скорости лодки (течение относит лодку в противоположном направлении на 2,4 км в час, но и шляпа в это время приближается к лодке на 2,4 км в час). Значит, чтобы встретить шляпу, понадобится то же самое время, в течение которого лодка удалялась от шляпы».

Однако это рассуждение достаточно трудное, и если класс не готов к нему, можно его не проводить, ограничившись стандартным решением и не отвечая на вопрос о лишних данных. Ответ: 30 мин; скорость лодки и течения — лишние данные.

494. а) Возможны разные способы решения. Целесообразно показать также наиболее короткий. Учащимся достаточно понять, что расстояние, пройденное до встречи Винни Пухом, в сумме с расстоянием, пройденным Пятачком, равно удвоенному расстоянию между домами, т. е. 2 км, или 2000 м. Показать это легче с помощью рисунка 58.

Эта мысль станет еще нагляднее, если представить, что расстояние, равное расстоянию между домами, Пятачок шел навстречу Винни Пуху (рис. 59). Ответ: 16 мин.

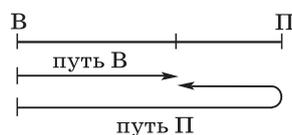


Рис. 58

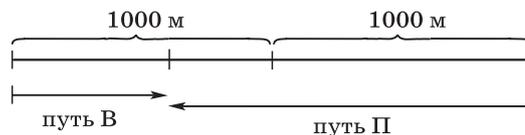


Рис. 59

б) Винни Пух был в пути $1000 : 50 = 20$ (мин). За это время Пятачок прошел $75 \cdot 20 = 1500$ (м).

в) Первый раз они встретятся через $1000 : (75 + 50) = 1000 : 125 = 8$ (мин).

Наиболее короткий способ определения времени второй встречи: когда они встретятся во второй раз, то расстояние, пройденное до встречи Винни Пухом, в сумме с расстоянием, пройденным Пятачком, составит утроенное расстояние между их домами, т. е. 3000 м. $3000 : 125 = 24$ (мин).



Для тех, кому интересно

«Длинные» выражения с десятичными дробями

Методический комментарий

Рассматривается новый вид записи математического выражения, в которой многоточие используется дважды: для обозначения многократного повторения одного и того же действия с чуть отличающимися компонентами, а также для обозначения многократного повторения этого отличия (в данном случае увеличение числа нулей в записи десятичных дробей). Для вычисления значения такого выражения надо сначала предугадать, каким будет вид результата, а потом, опираясь на правила вычисления с десятичными дробями, уточнить ответ.

Комментарий к упражнениям

495. б) Запишем данные числа в виде десятичных дробей:
 $0,1^{10} = 0,\underbrace{00\dots01}_{10 \text{ цифр}}$, $0,1^{11} = 0,\underbrace{00\dots01}_{11 \text{ цифр}}$, ..., $0,1^{20} = 0,\underbrace{00\dots01}_{20 \text{ цифр}}$.

Очевидно, что при сложении таких дробей в результате получится дробь вида $0,00\dots011\dots1$. В этом числе нулей должно быть столько же, сколько у первого слагаемого, а далее приписываются единицы столько раз, сколько всего слагаемых: $0,\underbrace{00\dots011\dots1}_{9 \text{ нулей и } 11 \text{ единиц}}$.

Произведение данных чисел имеет вид числа $0,00\dots01$, в котором десятичных знаков должно быть столько же, сколько их содержится во всех множителях вместе, т. е. $10 + 11 + \dots + 20 = 30 \cdot 5 + 15 = 165$.

496. б) $1 - 0,1 = 0,9$; $1 - 0,1 - 0,01 = 0,89$; $1 - 0,1 - 0,01 - 0,001 = 0,889$; Можно догадаться, что значение выражения имеет вид $0,88\dots89$, где число восьмерок равно $10 - 1$, т. е. 9.

497. Для двух слагаемых сумма равна $0,21$, для трех — $0,321$, для четырех — $0,4321$, ..., для девяти — $0,987654321$, для десяти — $1,0987654321$, для одиннадцати (с переходом через десяток) — $1,20987654321$, для двенадцати — $1,320987654321$ и т. д.

Глава 5. ОКРУЖНОСТЬ (8 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
5.1	Прямая и окружность	№ 26—31	2	Можно полностью опустить
5.2	Две окружности на плоскости	№ 32—38	2	У: № 507—511; РТ: № 32—35, 37, 38
5.3	Построение треугольника	№ 39—46	2	У: № 517—523; РТ: № 39—41, 43, 45
5.4	Круглые тела	№ 92, 93	2	У: № 530—538; РТ: № 92, 93

Основные цели: создать у учащихся зрительные образы основных конфигураций, связанных с взаимным расположением двух окружностей, прямой и окружности; научить строить касательную к окружности; научить выполнять построение треугольника по заданным элементам; познакомить с новыми геометрическими телами — шаром, цилиндром, конусом — и ввести связанную с ними терминологию.

Обзор главы. Обсуждение вопроса о взаимном расположении двух окружностей целесообразно организовать так, чтобы учащиеся по ходу объяснения учителя выполняли соответствующие чертежи, а не рассматривали бы умозрительно рисунок, данный в учебнике.

Собственно говоря, работа ученика с теоретической частью пункта и заключается в том, чтобы он сам изобразил все разобранные в нем конфигурации.

При изучении пункта «Построение треугольника» учащиеся могут выполнять любые необходимые им измерения и использовать для построения различные инструменты — транспортир, линейку, угольник, циркуль. При этом представление о том, каких трех элементов достаточно для того, чтобы задача на построение треугольника решалась однозначно, формируется интуитивно. Проблема равенства вообще не должна обсуждаться.

Основным результатом изучения данного пункта должны стать умения строить треугольник по трем сторонам, по двум сторонам и углу между ними, и, как частные случаи, равностороннего и равнобедренного треугольников. Кроме того, они должны понимать, что не любая тройка чисел может стать сторонами треугольника.

При этом надо помнить, что все построения целесообразно выполнять на нелинованной бумаге с тем, чтобы линии сетки не мешали восприятию создаваемой конфигурации. При таких построениях клетчатый фон не несет никакой смысловой нагрузки,

однако он отвлекает на себя внимание учащихся, у них возникает желание «привязаться» к этому фону: провести сторону треугольника по линии сетки, взять вершину в ее узле. Все это частные случаи расположения, а нам необходимо сформировать прежде всего общие случаи основных геометрических конфигураций.

Важный аспект данной темы — это взаимосвязи между сторонами и углами треугольника. К его обсуждению учащиеся должны подойти, уже имея некоторый опыт построения треугольников.

При изучении материала данной главы происходит дальнейшее развитие пространственных представлений и воображения учащихся. Этому, в частности, служит материал п. 5.4 «Круглые тела».

Главная идея здесь — рассматривать предметные модели круглых тел и сопоставлять их с соответствующими проекционными изображениями. Учащиеся должны иметь возможность промоделировать все ситуации, заданные в этом пункте. Они могут работать с готовыми моделями, вылепленными из пластилина или свернутыми из бумаги. Научите их сворачивать цилиндрическую поверхность из прямоугольного листа бумаги (разберите два случая), используйте различные упаковочные коробочки.

Комментарий к упражнениям

5.1. Прямая и окружность

499. Посоветуйте учащимся сделать к этому упражнению схематический рисунок.

502. Если учащиеся испытывают затруднения при решении задачи, отошлите их: а) к рисунку 86 учебника; б) к рисунку 85 учебника.

503. Опорой может служить рисунок 87 учебника.

506. Помогут свойства клетчатой сетки и рисунок 87 учебника.

5.2. Две окружности на плоскости

509. а) Если учащиеся затрудняются при решении второй задачи, можно посоветовать им воспроизвести рисунок в тетради в натуральную величину, обозначить точки касания, надписать на рисунке длины известных отрезков. Если и это не поможет, пусть выполнят измерения и после этого сделают вывод.

б) Можно поступить аналогично случаю «а».

512. Попросите учащихся найти эти случаи на рисунке 88 учебника. Если сделать это им не удастся, пусть выполнят рисунок для каждого случая.

515. Прежде чем приступить к решению этой задачи, нужно рассмотреть для каждого случая взаимного расположения двух

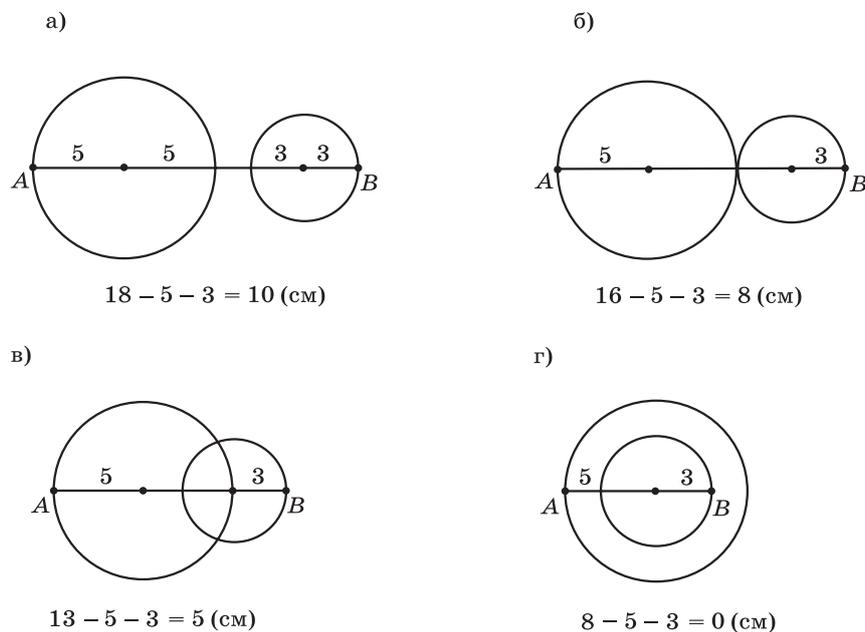


Рис. 60

окружностей (рис. 88 учебника), какие точки окружностей наиболее удалены друг от друга. Ответ: см. рисунок 60.

5.3. Построение треугольника

524. Можно предложить учащимся найти прямоугольные треугольники на рисунке 98 учебника и назвать известные элементы.

528. Задание требует аккуратности и четкости построений, терпения.

529. Развитие этой идеи можно найти в рабочей тетради — № 43, 44.

5.4. Круглые тела

539. Для моделирования ситуации можно взять небольшую коробочку и полоску бумаги прямоугольной формы. Размеры соблюдать необязательно, это будет качественная модель. Основная трудность здесь — понять, что диаметр основания равен стороне квадрата.

544. Для создания этой конструкции можно взять 4 теннисных шарика и соединить их в точках касания с помощью пластилина. А для создания многогранника можно взять тонкие пластиковые трубочки, которые хорошо соединяются, если проташить

через отверстия в них нитку. Начать надо с трех шаров, их центры образуют треугольник — сделайте треугольник из трубочек. Затем добавьте четвертый шар — теперь можно представить многоугольник. Что за многоугольник получается? Добавьте в вашу конструкцию необходимые трубочки — ребра многогранника.

545. Целесообразно сделать модель конуса из пластилина и выполнить необходимые действия. Далее можно изобразить в тетради конус, воспользовавшись рисунком 110, б учебника, и уже на нем «отсечь» верхнюю часть. Эти построения можно выполнять тонко заточенным простым карандашом, а затем обвести усеченный конус цветным карандашом.

Глава 6.

ОТНОШЕНИЯ И ПРОЦЕНТЫ (15 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
6.1	Что такое отношение	О—31; П—22	№ 79—80	3	У: № 553—569; ДМ: О—31; РТ: № 79—80
6.2	Деление в данном отношении	О—32; П—23		3	У: № 570—586; ДМ: О—32
6.3	«Главная» задача на проценты	О—33; П—24		4	У: № 592—606; ДМ: О—33
6.4	Выражение отношения в процентах	О—34, О—35; П—25; «Проверь себя сам!»	№ 75—78	4	У: № 621—636; ДМ: О—34, О—35; РТ: № 75—78
	Зачет № 4			1	

Основные цели: ввести понятие отношения, продолжить изучение процентов, развить навыки прикидки и оценки.

Обзор главы. Понятие отношения вводится в ходе рассмотрения некоторых жизненных ситуаций. В результате изучения материала учащиеся должны научиться находить отношение двух величин, а также решать задачи на деление величины в данном отношении.

Продолжается развитие представлений учащихся о процентах. Теперь проценты рассматриваются в связи с десятичными дробями. Учащиеся должны научиться выражать процент десятичной дробью, переходить от десятичной дроби к процентам, решать задачи на вычисление процента от некоторой величины, а также выражать отношение двух величин в процентах.

Большое место среди задач учебника продолжают занимать задачи на прикидку, на выработку «ощущения» процента как определенной доли величины.

6.1. Что такое отношение

Методический комментарий

Введению термина «отношение» предшествует обсуждение важного практического вопроса о различных способах сравнения чисел и величин. Пример 1 (учебник, с. 121) служит иллюстрацией сравнения величин путем нахождения их отношений. В ходе

упражнений учащиеся от термина «частное» переходят к термину «отношение», учатся составлять отношения, объяснять смысл каждого из составленных отношений. Заметим, что в этом пункте рассматриваются отношения как одноименных, так и разноименных величин. Надо подчеркнуть, что в действиях с одноименными величинами данные сначала выражают в одних единицах и затем находят отношение (число); в действиях с разноименными величинами получают новую величину (№ 563—564, 573). С понятием «отношение» непосредственно связано понятие «масштаб». Выполнение упражнений (№ 566—567, 574—575), включенных в этот пункт, будет способствовать формированию необходимых практических навыков, используемых в смежных дисциплинах.

Комментарий к упражнениям

559. а) *Дополнительный вопрос:* «Что показывает каждое из отношений?» Например, отношение $\frac{AB}{AC}$ показывает, во сколько раз длина AB больше длины AC , а отношение $\frac{AC}{AB}$ — какую часть длина AC составляет от длины AB .

561. б) Так как отношение меньше 1, то AC меньше BC , а поэтому точку C надо отметить ближе к A .

г) Так как отношение равно 2, то AC в 2 раза больше BC . Разделим отрезок AB на 3 равные части и отметим точку C возле второй метки.

568—569. Выполняются устно. Ученик должен объяснить смысл каждого из отношений.

571. Равны отношения сторон и периметров квадратов. Полезно выполнить рисунок и еще раз проиллюстрировать тот факт, что отношение площадей квадратов не равно отношению их сторон. Можно предложить учащимся еще несколько аналогичных задач, изменив числовые данные.

577. а) Составим отношения и сравним их: $\frac{7}{18} < \frac{5}{12}$, следовательно, результат лучше у Бориса.

6.2. Деление в данном отношении

Методический комментарий

Умение решать задачи на деление в данном отношении базируется на умении решать задачи на части. Поэтому в слабом классе, прежде чем рассматривать пример (учебник, с. 127), предложим подготовительное упражнение. Оно заключается в следующем:

1) Возьмем отрезок AB и разделим его на 5 равных частей. Вторую метку обозначим буквой C . В каком отношении точка C делит отрезок AB (рис. 61)?

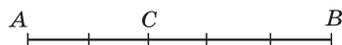


Рис. 61

2) Понятно, что $AC : CB = 2 : 3$. Если длина AB равна 15 см, то можно найти длины образовавшихся частей: $AC = 15 : 5 \cdot 2 = 6$ (см), $CB = 15 : 5 \cdot 3 = 9$ (см).

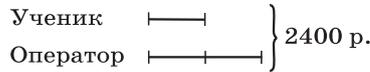


Рис. 62

Деление величин в данном отношении удобно иллюстрировать с помощью рисунков. Советуем на первом этапе чаще «рисовать» задачу. Например, к задаче № 579 можно сделать схематический рисунок (рис. 62). К таким схемам учащиеся привыкли уже в 5 классе, решая задачи на части.

Комментарий к упражнениям

580. б) В слабом классе советуем сразу выразить 1,5 ч в минутах. С сильными учениками можно рассмотреть разные приемы вычисления, например такие: $\frac{1,5 \cdot 4}{9} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (ч) = 40 (мин); $\frac{1,5 \cdot 5}{9} = \frac{5}{6}$ (ч) = 50 (мин).

581. а) Выразим массу в одних единицах измерения: 2 кг 550 г = 2550 г, или 2 кг 550 г = 2,55 кг.

Обратим внимание учащихся на то, что в ответе к этой задаче в отличие от предыдущих задач указываем только одну величину: 1 кг 200 г (1,2 кг).

582. Это одна задача, а ответы для случаев «а», «б», «в», «г» должны быть выделены при сравнении величин и вывода. В таком случае целесообразно решить задачу на доске, разделив ее на 4 части. В тетради решение можно представить наглядно, изображая прямоугольники в масштабе, т. е. за длину периметра принять, например, 36 клеточек.

583. Сначала найдем, сколько частей приходится на отрезок CB : $5 - 3 = 2$ (части). Отсюда получаем: а) $AC : CB = 3 : 2$; б) $CB : AB = 2 : 5$.

584. Требуется понимание того, что целое может быть выражено в тех же частях. Так, если отношение числа мальчиков к числу девочек равно $5 : 4$, то число мальчиков составляет 5 частей, девочек — 4 такие же части, а число всех учащихся школы — 9 таких же частей. Поэтому мальчики от числа всех учащихся школы составляют $\frac{5}{9}$, а девочки $\frac{4}{9}$.

585. Сначала надо найти отношение, в котором хозяин разделил корм: 9 кг к 3 кг — это $9 : 3$, т. е. $3 : 1$. Ответ: $\frac{1}{4}$.

586. Это подготовительная задача для решения задач группы Б. Надо уметь определять, какая из двух величин, заданных в отношении, дана в условии, уметь выразить разницу двух данных величин «в частях». Целесообразно в классе последовательно решить все задачи под этим номером.

589. Все число карандашей надо выразить в частях. Если число карандашей в маленькой коробке — 5 частей, то в трех ма-

леньких коробках 15 частей. Если число карандашей в большой коробке 9 таких же частей, то в двух больших коробках 18 частей. Имеем: на $15 + 18 = 33$ (части) приходится 66 карандашей, а на 1 часть — 2 карандаша. Итак, в маленькой коробке $2 \cdot 5 = 10$ (кар.), в большой коробке $2 \cdot 9 = 18$ (кар.).

591. Задача трудная, поэтому для лучшего понимания на доске желательно выполнить рисунок (рис. 63). Теперь становится понятно, что в первом случае отрезок (число ужей) принимается за 4 части, а во втором этот же отрезок (число ужей) принят за 2 части. Естественно, что это разные части, тогда на следующий отрезок (число ежей) приходится две «первые» части. Получаем: число чижей — 5 частей, ужей — 4 части, ежей — 2 части, а всего 11 частей. Ответ: 50 чижей, 40 ужей и 20 ежей.

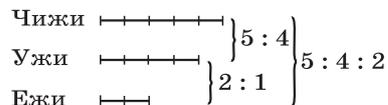


Рис. 63

6.3. «Главная» задача на проценты

Методический комментарий

Изучение темы является продолжением работы, начатой в начале учебного года, когда было введено понятие «процент» и учащиеся познакомились с широким спектром задач, в которых оно встречалось. Напомним, что задачи решались преимущественно содержательно, на основе понимания смысла процента. Следующий этап в овладении понятием процента — ознакомление учащихся с возможностью связать проценты с десятичными дробями и находить процент числа умножением на дробь. Заметим, что умение применять такой прием не является обязательным, а при решении задач, в которых требуется найти проценты от числа, способ решения ученик выбирает сам.

Знание наизусть некоторых фактов (20% — это $\frac{1}{5}$, 25% — это $\frac{1}{4}$ и т. п.) используется в решении задач, и, в частности, оно очень полезно для решения задач на прикидку (№ 617—619).

Задачи, включающие увеличение (уменьшение) величины на несколько процентов, желательно решать двумя способами, как показано в примере 2 (с. 130 учебника), но в слабом классе можно ограничиться лишь первым способом.

Комментарий к упражнениям

595. С помощью диаграммы можно получать дополнительную информацию. Круг представляет общую продажу овощей, т. е. 100% , а следовательно, на долю продажи картофеля приходится $100 - (25 + 10 + 12 + 20) = 33\%$. Далее задачу можно решать разными способами. Желательно, чтобы при определении

25% от 6 т овощей учащиеся находили четверть величины (1,5 т), 10% — десятую часть, а 20% — удвоением полученного числа.

602. Надо пояснить учащимся, что речь идет об увеличении вклада на 9%.

607. Решение аналогично заданию № 126 (глава 1).

611. Эту задачу, а также задачу № 609 полезно решить разными способами. Вот возможное решение:

1) $0,78 \cdot (1 - 0,05) = 0,741$ — такую часть всех книг составляют художественная литература и справочники на русском языке;

2) $98\,000 \cdot 0,741 = 72\,618$ (книг) — столько было художественной литературы и справочников на русском языке;

3) $72\,618 : (5 + 2) \cdot 2 = 20\,748$ (книг) — столько было справочников на русском языке.

615—616. Формальная постановка вопроса может оказаться сложной. Поэтому рекомендуется, используя данные задачи, сделать их «сюжетными». Например, найдите площадь, 3% которой равны 60 м^2 (№ 615а); найдите промежуток времени, 50% которого равны 18 мин (№ 615в); 15% расстояния равны 12 км, найдите 5% этого расстояния (№ 616а).

619. а) 19% — это примерно 20%; ответ: около 24 кг;
б) 52% — это чуть больше половины; ответ: примерно 350 р.

6.4. Выражение отношения в процентах

Методический комментарий

В центре материала данного пункта находится задача: определить, сколько процентов одна величина составляет от другой. Принят подход, в соответствии с которым сначала находим, какую часть одна величина составляет от другой, а затем эту часть выражаем в процентах. Поэтому важно акцентировать два момента: повторить решение задач, рассмотренных в начале года (п. 1.3 учебника, задачи типа № 60—62), и отработать умение перейти от десятичной и обыкновенной дроби к процентам (№ 621—623).

Решение задач № 624—628 целесообразно проводить в два этапа: выразить часть (долю) величины дробью и выразить дробь в процентах.

При решении задач № 629—630, а также № 643—644 рекомендуется сделать проверку ответа составлением и решением обратной задачи. Например, решив задачу № 643, получим ответ: цена акции снизилась на 20%. Теперь можно составить и решить такие задачи: «В сентябре акция стоила 250 р., а в октябре ее цена снизилась на 20%. Какой стала цена акции в октябре?» или «В октябре цена акции равна 200 р. Она на 20% ниже той, что была в сентябре. Какой была цена акции в сентябре?».

Значительное внимание уделяется заданиям на прикидку, нацеленным на выработку «ощущения» процента как определенной доли величины (№ 632—634). Кроме того, на таких заданиях (с выбором ответа) можно учить сопоставлению ответа и условия задачи.

Комментарий к упражнениям

623. В данном примере перейти от обыкновенной дроби к десятичной целесообразно, используя основное свойство дроби.

624—628. Необходимо добиться отчетливого понимания того, что для ответа на вопрос задачи следует сначала ответить на вопрос: «Какую часть ...?»

629—630. Первый вопрос: «На какую часть ...?»; второй — «На сколько процентов ...?»

634. Рассуждать можно так: а) заштрихованная часть чуть больше четверти круга и значительно меньше его половины, т. е. ответом может быть В — 27%; г) заштрихована треть фигуры, т. е. примерно 33% — ответ Б; е) заштриховано менее 50% круга, т. е. надо выбрать ответ В — 45%.

643—644. Требуется пояснения момент выбора величины, часть которой выражается в процентах.

645—646. Рекомендуем повторить решение задачи № 584 (п. 6.2).



Для тех, кому интересно

Бесконечное деление

Полезно еще раз обратиться к вопросу о представлении обыкновенной дроби десятичной. Опытным путем учащиеся убеждаются, что в случае, когда обыкновенная дробь не обращается в десятичную, она представима в виде периодической бесконечной дроби. Упражнения не требуют каких-либо новых вычислительных навыков. Для их выполнения необходимы лишь аккуратность, терпение и наблюдательность.

Комментарий к упражнениям

648. Выполним деление:

$$7 : 27 = 0,259259259\dots$$

В полученном частном на 1-м месте после запятой стоит цифра 2, на 2-м — 5, на 3-м — 9. Начиная с четвертого знака после запятой, повторяется период из трех цифр 2, 5 и 9. Следовательно, на 12-м месте после запятой стоит цифра 9, на 20-м — цифра 5, на 100-м — цифра 2.

651. Для каждой дроби достаточно сначала определить первый знак после запятой, т. е. первую цифру периода, а затем выделить еще 5 цифр периода, опираясь на запись приведенной в условии дроби.

$$652. \text{ д) } 0,444\dots \cdot 9 = 0,111\dots \cdot 4 \cdot 9 + \frac{1}{9} \cdot 4 \cdot 9 = 4.$$

Глава 7. СИММЕТРИЯ (8 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
7.1	Осевая симметрия	№ 47—50	2	У: № 653—657, 658 (а, в), 659 (а, б), 660—662; РТ: № 47—49
7.2	Ось симметрии фигуры	№ 51—56	3	У: № 669—673, 675—676, 679—680; РТ: № 51—56
7.3	Центральная симметрия	№ 57—65	3	У: № 690—696, 700; РТ: № 57—61, 63

Основные цели: дать представление о симметрии в окружающем мире; познакомить с основными видами симметрии на плоскости и в пространстве; приобрести опыт построения симметричных фигур; расширить представления об известных фигурах, познакомив со свойствами, связанными с симметрией; показать возможности использования симметрии при решении различных задач и построениях.

Обзор главы. В главе рассматриваются осевая, центральная, а также зеркальная симметрии. В отдельный пункт «Для тех, кому интересно» выделен вопрос о применении симметрии к решению некоторых геометрических задач, где приводится традиционная для занимательной математики задача о пауке и мухе. Его целесообразно разобрать с сильными учащимися.

Изучение осевой и центральной симметрии строится по одной и той же схеме: в ходе физического действия вводится понятие точек, симметричных относительно прямой (центра); анализируются особенности их расположения относительно оси (центра) симметрии и на основе этого формулируется способ построения симметричных точек; рассматриваются фигуры, симметричные относительно прямой (точки), и фиксируется факт их равенства; вводится понятие оси (центра) симметрии фигуры; устанавливается наличие у известных фигур осей (центра) симметрии.

Изучение видов симметрии и ее свойств опирается на фактические действия и физический эксперимент. Для осевой симметрии — это перегибание по оси симметрии, для центральной — поворот на 180° , для зеркальной — опыт с зеркалом. Являясь основным средством формирования представлений о симметрии, эти действия должны быть постоянной составляющей всех уроков.

Так, введение понятия точек, симметричных относительно прямой (точки), должно сопровождаться практическими действиями, описанными в учебнике (с. 141, 152). Точно так же с помо-

щью реально выполненного наложения учащиеся должны убедиться в равенстве симметричных фигур. (Для этого удобно перенести рисунок на кальку и выполнить перегибание или поворот на 180° .) К опытной проверке целесообразно прибегать и для того, чтобы подтвердить или опровергнуть вывод, к которому пришел ученик в результате мысленных действий. Так, например, чтобы убедиться, что треугольники в задаче № 654 несимметричны, можно перенести рисунок на кальку и выполнить перегибание по заданной прямой.

Одно из основных умений, которым должны овладеть учащиеся, — это построение фигуры (точки, отрезка, треугольника и др.), симметричной данной. Заметим, что наряду с обучением построению симметричных фигур по точкам с помощью инструментов следует стремиться к тому, чтобы учащиеся могли представить симметричный образ целиком, нарисовать его от руки (см., например, РТ, с. 74). Подчеркнем, что при построении симметричных точек учащиеся имеют право пользоваться любыми инструментами. Что же касается построений циркулем и линейкой, то их надо рассматривать как дополнительный материал, с которым целесообразно ознакомить сильных учащихся.

Обращаем внимание учителя на то, что из двух видов симметрии — осевой и центральной — большую сложность для усвоения представляет центральная симметрия. В связи с этим к обязательным результатам обучения не отнесено умение построить фигуру, симметричную данной относительно центра. Основная цель изучения данного материала — сформировать представление о центральной симметрии как о повороте на 180° . В связи с этим необходимо убедиться, что учащиеся понимают оборот речи «поворот на 180° » и могут этот поворот выполнить. При повороте на 180° точка занимает положение, противоположное относительно центра, т. е. она оказывается на той же прямой (проходящей через нее и через центр), но по другую сторону от центра.

Полезно, чтобы учащиеся поэкспериментировали с различными центрально-симметричными фигурами. Например, можно начертить в тетради прямоугольник, провести его диагонали и убедиться, что точки их пересечения — центр симметрии прямоугольника. Для этого надо перевести рисунок на кальку, закрепить его в точке пересечения диагоналей и повернуть прямоугольник на кальке вокруг этой точки на 180° . Оба прямоугольника опять совместятся. Далее следует обсудить, какие вершины при этом повороте совместились, какие стороны, углы и т. д.

Среди фигур, с которыми экспериментируют учащиеся, должен быть и равносторонний треугольник. Путем перегибаний учащиеся могут убедиться, что у него три оси симметрии. Если перегибания будут выполнены аккуратно, то учащиеся получат точку пересечения осей симметрии. Здесь же можно убедиться, что эта точка не является его центром симметрии.

Комментарий к упражнениям

7.1. Осевая симметрия

654—655. Можно перенести рисунок на кальку и выполнить перегибание.

656. Напоминаем, что на клетчатой бумаге построения выполняются с использованием ее свойств.

660—661. При выполнении этих заданий можно воспользоваться зеркалом, расположив его на оси симметрии.

663. Попросите учащихся сначала объяснить, как должна проходить ось симметрии относительно двух симметричных точек.

667. Наиболее быстрым будет то окрашивание, при котором после первого перегибания получатся 2 окрашенных квадрата, после второго — 4, после третьего — 8, а четвертое будет последним — окажутся окрашенными все 16 квадратов. Один из возможных вариантов окраски изображен на рисунке 64. (Число внутри квадрата показывает, в результате какого перегибания квадрат оказался окрашенным.)

	1	3	3
2	2	3	3
4	4	4	4
4	4	4	4

Рис. 64

При желании ответ можно получить с помощью эксперимента. Для этого на отдельном листе бумаги нужно воспроизвести рисунок и закрасить черный квадрат очень мягким карандашом.

7.2. Ось симметрии фигуры

676. Ответ целесообразно проиллюстрировать перегибанием вырезанного из бумаги равностороннего треугольника.

683. Начать решение надо с рассмотрения рисунка 160 (с. 150 учебника). Из рисунка видно, что вершина, не принадлежащая основанию, лежит на оси симметрии треугольника.

Последовательность построений будет такой: строится отрезок, равный 6 см; через его середину проводится прямая, перпендикулярная этому отрезку; на этой прямой выбирается любая точка и соединяется с концами отрезка. Построение может быть выполнено с помощью любых инструментов, а также на клетчатой бумаге с использованием ее свойств.

684. См. комментарий к № 683.

686. Сначала с помощью двух перегибаний получаем две перпендикулярные прямые. Третьим перегибанием нужно загнуть образовавшийся прямой угол. Развернув лист бумаги, мы увидим четыре равнобедренных треугольника, один из которых надо обвести карандашом. Полезно отметить его равные стороны и равные углы.

687. Можно поступить так: сначала перегибанием построим прямую AB ; затем двумя перегибаниями строим две прямые, перпендикулярные AB и проходящие через точки A и B ; далее двумя

перегибаниями строим две оси симметрии квадрата, проходящие через вершины A и B ; в результате находим еще две его вершины и, наконец, строим прямую, проходящую через две найденные вершины.

688. У первого тела две плоскости симметрии, у второго — одна, у третьего — ни одной, у четвертого — одна.

7.3. Центральная симметрия

691. Если в каких-то случаях учащимся проще построить точку, симметричную относительно заданной точки, не по клеткам, а с помощью линейки, они могут это сделать.

696. Учащимся, возможно, будет проще выполнять построения, если они обозначат вершины фигуры буквами.

698. Воспользуйтесь рисунком 180 учебника.

702. Можно воспользоваться рисунками 159—183 учебника.

704. См. рисунок 65.

Для тех, кому интересно

Задача о пауке и мухе

708. См. рисунок 66.

709. См. рисунок 67.

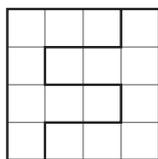


Рис. 65

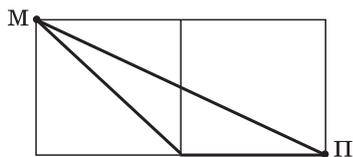


Рис. 66

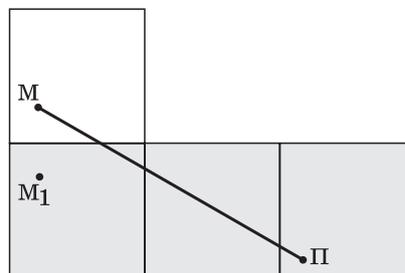


Рис. 67

Глава 8. ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА (14 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
8.1	Какие числа называют целыми		№ 81—92	1	У: № 710—723; РТ: № 81—92
8.2	Сравнение целых чисел		№ 93—101	2	У: № 725—736; РТ: № 93—101
8.3	Сложение целых чисел	О—36; П—26	№ 102—104	2	У: № 738—757; ДМ: О—36; РТ: № 102—104
8.4	Вычитание целых чисел	О—37; П—27	№ 105—106	2	У: № 764—780, 783—785; ДМ: О—37; РТ: № 105—106
8.5	Умножение целых чисел	О—38; П—28	№ 107—109	2	У: № 794—811; ДМ: О—38; РТ: № 107—109
8.6	Деление целых чисел	О—39; П—29, П—30; «Проверь себя сам!»	№ 110—119	2	У: № 822—833; ДМ: О—39; РТ: № 110—119
8.7	Множества			2	У: № 838—847
	Зачет № 5			1	

Основные цели: мотивировать введение положительных и отрицательных чисел, сформировать умение выполнять действия с целыми числами, познакомить с понятием множества и операциями объединения и пересечения множеств.

Обзор главы. Выделение в начале изучения положительных и отрицательных чисел специального блока «Целые числа» позволяет на простом материале познакомить учащихся практически со всеми основными понятиями. В результате последующее изучение рациональных чисел является уже «вторым проходом» всех принципиальных вопросов, что облегчает восприятие материала и способствует прочности приобретаемых навыков.

Рассмотрение действий с целыми числами полезно предварить выполнением заданий из рабочей тетради, нацеленных на выработку умений использовать знаки «+» и «-» при обозначении величины, на создание содержательной основы для последующего изучения действий с целыми числами. Вообще, особенностью принятого в учебнике подхода является широкая опора на жизненные ситуации: выигрыш — проигрыш, доход — расход и пр. Роль формальных приемов на этом этапе невелика.

Введение понятия множества и операций над множествами опирается на рассмотрение разнообразных примеров из области натуральных и целых чисел. Новой символикой учащиеся смогут воспользоваться при рассмотрении не только множества рациональных чисел, но и других множеств, в частности множества многоугольников.

8.1. Какие числа называют целыми

Методический комментарий

Подходы к изучению данного материала существенно отличаются от принятых в школьных учебниках математики. Прежде всего вводится подготовительный этап, в ходе которого с помощью игровых упражнений учащиеся получают наглядно-интуитивные представления о положительных и отрицательных числах, включая сложение целых чисел с одинаковыми и разными знаками.

Основное дидактическое средство — игра с кубиками «Выигрыш — проигрыш» (кубики можно сделать из бумажных заготовок). Соответствующие упражнения приводятся в рабочей тетради (в разделе «Введение в целые числа»). Эти упражнения (как и остальные в этом разделе) следует выполнить с учащимися до того, как вы приступите к рассмотрению материала учебника.

При выполнении упражнений, в которых фактически выполняется сложение целых чисел, желательно поощрять учащихся к рассуждениям вслух. Они могут быть, например, такими: «Запись $(-5) + (+2)$ означает, что проигрышных очков выпало 5, а выигрышных — 2. Общий счет — проигрышный, так как проигрыш „перевешивает“. Общий счет равен -3 ».

Комментарий к упражнениям

713. Результаты можно сравнить с данными, приведенными в географическом атласе мира.

Название горы	Высота над уровнем моря (м)	Название моря	Наибольшая глубина (м)
Эльбрус	5642	Каспийское	1025
Монблан	4807	Черное	2210
Этна	3340	Красное	3039
Олимп	2917	Японское	3720
Везувий	1281		

717. С помощью знака « $-$ » записывается число, противоположное данному.

718. Возможны такие рассуждения: а) записано число, противоположное числу $+11$, — это число -11 ; в) записано число, противоположное числу -7 , — это число $+7$.

721. Сначала можно определить доход (убыток) для каждой картины:

+50 р., -100 р., -200 р., +200 р., -50 р.,

а затем подвести итог: -100 (р.).

8.2. Сравнение целых чисел

Методический комментарий

К моменту изучения темы учащиеся должны правильно понимать и употреблять в речи термины: положительное число, отрицательное число, целые числа, противоположное число; замечать, что два данных числа (не равные нулю) либо числа одного знака, либо числа разных знаков.

Вопрос о сравнении целых чисел связывается с их расположением в ряду целых чисел, который предполагается изобразить на рисунке (схематично), а впоследствии можно представлять мысленно. Отработке навыка сравнения чисел способствуют упражнения № 93—101 из рабочей тетради, где все внимание учащихся привлекается к существованию рассматриваемого вопроса.

Комментарий к упражнениям

734. Ответ записывается в виде «фрагмента» ряда целых чисел:

б) -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

737. б) Ответ: $-a > -b$.

Действительно, пусть $a = -3$, $b = -2$, т. е. $a < b$, тогда $-a = -(-3) = 3$, $-b = -(-2) = 2$, $3 > 2$, т. е. $-a > -b$.

8.3. Сложение целых чисел

Методический комментарий

К изучению темы ученики подготовились в ходе предварительного этапа, когда они играли с кубиками в игре «Выигрыш — проигрыш». Понятие модуля числа будет введено позже, здесь же предполагается, что учащиеся будут опираться на тот образ (выигрыш — проигрыш, или доход — расход, или какой-либо иной), который был сформирован на предварительном этапе. При выполнении серии упражнений № 738—739 основное внимание привлекается к определению знака суммы в зависимости от знака слагаемых. Правильность усвоения этого проверяется в ходе рассуждений, которые ученики проводят при выполнении упражнения № 740.

Специальное внимание уделяется сложению с использованием переместительного и сочетательного законов сложения. Сначала выполняется упражнение № 104 из рабочей тетради, а потом похожие на него упражнения из учебника (№ 754, 757). Это поможет в дальнейшем восприятию выражений вида $-3 + 4 - 8 - 11 + 2$ как суммы, что весьма непросто для учащихся.

Здесь и далее в вычислениях с целыми и рациональными числами привлекается внимание к числовым подстановкам в буквенное выражение. В упражнении № 762 приводится образец для выполнения.

Комментарий к упражнениям

745, 746, 748, 749. Все данные числа — компоненты действия — записываются в скобках.

751. Это очень важное упражнение. Оно нацелено на формирование умений записывать сумму положительных и отрицательных чисел, опуская скобки там, где это возможно, а также понимать соответствующие записи. Полезно сопоставить такие записи: $(+6) + (-7)$ и $6 + (-7)$, $(-7) + (-3)$ и $-7 + (-3)$, $(-8) + (+4)$ и $-8 + 4$. В первом случае положительное число записано без знака «+»; во втором случае отрицательное слагаемое, стоящее на первом месте, записано без скобок; в третьем случае первое отрицательное слагаемое записано без скобок, положительное слагаемое без знака «+» (знак «+» в выражении $-8 + 4$ — это знак действия сложения).

756. Решается подбором.

$$\begin{aligned} \mathbf{763.} \text{ в)} & (-70) + (-69) + (-68) + \dots + (-51) + (-50) + \dots + \\ & + (-1) + 0 + 1 + \dots + 50 = (-70) + (-69) + (-68) + \\ & + \dots + (-51) = ((-70) + (-51)) \cdot 10 = -1210. \end{aligned}$$

8.4. Вычитание целых чисел

Методический комментарий

Успех изучения темы определяется пониманием важной идеи — возможности замены действия вычитания действием сложения. Поэтому примеры, аналогичные представленным на с. 170 учебника, должны быть разобраны и записаны на доске и в тетради.

Упражнения № 764—769 помогут освоить умение перейти от разности чисел к их сумме и закрепить навык сложения чисел с одинаковыми знаками и с разными знаками. Особое внимание привлекается к «длинным» выражениям (№ 777—780).

Комментарий к упражнениям

765. Здесь и далее полезна промежуточная запись, выполняемая одновременно с произносимым вслух правилом вычитания.

778. Упражнению предшествует заполнение таблицы в № 106 рабочей тетради. Здесь учащиеся сначала называют положительные слагаемые и записывают их сумму, а затем называют отрицательные слагаемые и записывают их сумму.

785. Усложнение за счет увеличения числа слагаемых.

786. б) Желательно заметить противоположные слагаемые 12 и -12 , 27 и -27 , сумма которых равна 0, а затем найти сумму: $9 + (-49) + 38 = -2$.

8.5. Умножение целых чисел

Методический комментарий

Важнейшим моментом при рассмотрении умножения являются так называемые правила знаков. Их мотивировка естественна в случаях умножения на положительное число и требует некоторой догадки и домысливания при умножении на отрицательное число. Камнем преткновения может оказаться случай умножения двух отрицательных чисел. Поэтому в учебнике приводятся две мотивировки (с. 174—176) целесообразности принятого правила.

Запоминанию правил способствуют разнообразные упражнения, приводимые в учебнике и в особенности специально направленные, — № 797, 799 из учебника и № 107—108 из рабочей тетради. Хорошо, если в ходе последующих упражнений учащиеся усвоят, что произведение будет положительным или отрицательным в зависимости от того, четное или нечетное число отрицательных множителей входит в его состав (№ 818—819).

Комментарий к упражнениям

800—801. Вывод: чтобы умножить число на -1 , надо изменить знак этого числа на противоположный.

803. а) $-100 = 1 \cdot (-100) = 2 \cdot (-50) = 4 \cdot (-25) = 5 \cdot (-20) = 10 \cdot (-10) = -1 \cdot 100 = -2 \cdot 50 = -4 \cdot 25 = -5 \cdot 20 = -10 \cdot 10$.

812. а) $-1 \cdot 1 \cdot 60 = -1 \cdot 2 \cdot 30 = 1 \cdot (-2) \cdot 30 = 1 \cdot 2 \cdot (-30) = -2 \cdot 2 \cdot 15 \dots$

8.6. Деление целых чисел

Методический комментарий

Правила знаков для деления целых чисел объясняются просто, если хорошо усвоены правила знаков для умножения. Можно выписать 4 пары равенств:

так как $2 \cdot 3 = 6$, то $2 = 6 : 3$;

так как $2 \cdot (-3) = (-6)$, то $2 = (-6) : (-3)$;

так как $(-2) \cdot 3 = (-6)$, то $-2 = (-6) : 3$;

так как $(-2) \cdot (-3) = 6$, то $-2 = 6 : (-3)$.

Рассмотрев правые равенства, можно сформулировать вывод, приведенный на с. 179 учебника, затем выполнить задания № 111—112 из рабочей тетради и упражнения № 822—823 из учебника. Навыки умножения и деления целых чисел закрепляются в упражнениях № 829—830 из учебника и № 113—114 из рабочей тетради.

В ходе изучения следующего пункта — «Множества» целесообразно продолжить выполнять упражнения на все действия с целыми числами (типа № 829, 832), чтобы к моменту изучения рациональных чисел учащиеся свободно оперировали числами со знаком.

Комментарий к упражнениям

835. Все ответы имеют один и тот же знак — знак «+».

Полезно еще раз обратить внимание учащихся на то, как влияет на ответ расстановка скобок: в случаях «а» и «б» она существенна и ответы разные 18 и 2, а в случаях «в» и «г» — нет и ответ один и тот же 450.

836. Найти неизвестный множитель можно подбором.

а) $25 \cdot (-4) = -100$, $-100 \cdot x = 2000$ при $x = -20$.

8.7. Множества

Методический комментарий

В пункте рассматриваются два блока вопросов. В первом блоке вводится понятие «множество» и его обозначение. Учащиеся знакомятся с обозначением множеств буквами латинского алфавита, учатся записывать множество с помощью фигурных скобок, называть число, принадлежащее множеству, и число, ему не принадлежащее, обозначать пустое множество специальным символом. На конкретных примерах раскрываются возможности для описания конечных и бесконечных множеств, а также смысл равенства двух множеств. Усвоению этих вопросов помогут упражнения № 838—845, 848. Второй блок вопросов связан с выполнением операций над множествами: их объединением и пересечением. В качестве опоры для объяснения, а также при решении задач № 851—854 используются круги Эйлера.

Комментарий к упражнениям

839. б) Число записывается с помощью трех цифр 2, 3 и 5. Множество, состоящее из трех цифр, может быть записано с помощью фигурных скобок следующими способами:

$\{2, 3, 5\}$, $\{2, 5, 3\}$, $\{3, 2, 5\}$, $\{3, 5, 2\}$, $\{5, 2, 3\}$, $\{5, 3, 2\}$.

845. Учащиеся могут предложить, например, такие варианты: A — множество четных двузначных чисел, $A \subset N$; B — множество четных чисел, $B \subset N$; $C = \{-1, 0, 1\}$, $C \subset Z$; D — множество целых отрицательных чисел, $D \subset Z$. Тогда можно отметить, что верно и $A \subset Z$, $B \subset Z$.

846. Это упражнение полезно для пояснения смысла иллюстрации соотношения между множествами кругами Эйлера, хотя, конечно, учащиеся могут выполнить упражнение, не используя их.

850. а) $A \subset A \cup B$; б) $A \supset A \cap B$.

852. Области 1 соответствуют натуральные числа, делящиеся на 2, но не делящиеся на 3; области 2 — натуральные числа, делящиеся на 3, но не делящиеся на 2; области 3 — натуральные числа, делящиеся и на 2, и на 3; области 4 — натуральные числа, не делящиеся ни на 3, ни на 2.

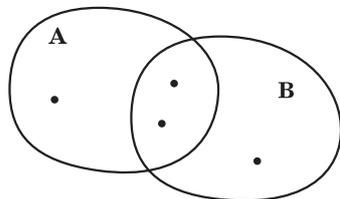


Рис. 68

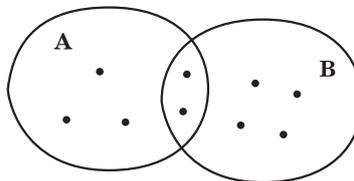


Рис. 69

853. Ответ можно показать с помощью кругов Эйлера (рис. 68).

854. Ответ: 9 элементов (рис. 69).

Для тех, кому интересно

Решение задач с помощью кругов Эйлера

Методический комментарий

Учащимся предлагается десяток арифметических задач, при решении которых они смогут воспользоваться уже знакомым аппаратом — кругами Эйлера. Первую задачу желательно разобрать вместе с учителем (в учебнике она разобрана на с. 185—186), обращая внимание на ход рассуждения и соответствующую иллюстрацию: сначала выделяем множества, о которых идет речь в задаче, и выясняем, образуют ли они пересечение или объединение; затем рисуем круги Эйлера, определяем, какие числа соответствуют каждой из областей, на которые разбивается большой круг, и делаем вывод. Предлагаемые далее задачи помогут учащимся научиться «читать» круги Эйлера (№ 855, 860) и использовать их в рассуждениях.

Комментарий к упражнениям

857. Решение можно пояснить с помощью схем. Тем и другим видом спорта занимаются 4 мальчика (рис. 70). Если один из мальчиков вообще не занимается спортом, то ответ изменится: тем и другим видом спорта занимаются 5 мальчиков (рис. 71).

858. Ответ: 10 человек (рис. 72).

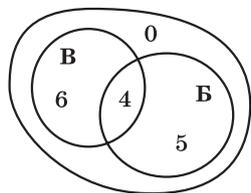


Рис. 70

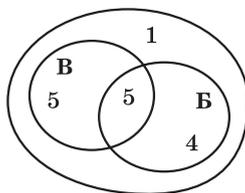


Рис. 71

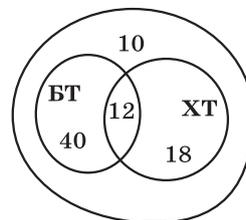


Рис. 72

Глава 9. КОМБИНАТОРИКА. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ (8 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
9.1	Логика перебора	№ 8—12	2	У: № 864—871,874; РТ: № 8—12
9.2	Правило умножения	№ 13—15	2	У: № 887—892; РТ: № 13—15
9.3	Сравнение шансов	№ 16	2	У: № 900—907; РТ: № 16
9.4	Эксперименты со случайными исходами	№ 17—20	2	У: № 912, 914; РТ: № 17—20

Основные цели: развить умения решать комбинаторные задачи методом полного перебора вариантов, ознакомить с приемом решения комбинаторных задач умножением, продолжить формирование представлений о случайных событиях, ознакомить с методикой проведения случайных экспериментов для оценки возможности наступления случайных событий.

Обзор главы. Как и в 5 классе, здесь продолжается решение задач путем систематического перебора возможных вариантов. Однако при этом учащиеся имеют дело с большим количеством элементов и в более сложных ситуациях. Они знакомятся с кодированием как способом представления информации, который позволяет упростить записи. Продвижением вперед является знакомство на содержательном уровне с комбинаторным правилом умножения. Задачи решаются как с опорой на зрительный образ, которым служит дерево, изображенное на бумаге или представленное мысленно, так и с помощью только логических рассуждений.

Особенностью, принятой в учебнике методики, является статистический подход к понятию вероятности как наиболее наглядной, опирающейся на деятельность ученика и его опыт. Вероятность случайного события оценивается по его частоте, значение которой получено на основе экспериментальных данных. Этот подход требует реального проведения таких экспериментов в ходе учебного процесса. Причем для стабилизации частоты необходимо провести достаточно большую серию экспериментов.

Поэтому хотя вопрос оценки вероятности по частоте будет рассматриваться в 7 классе, но в пропедевтическом плане знакомство учащихся с технологией проведения экспериментов включено в 6 класс.

На данной стадии изучения темы главным является дать учащимся представление о приемах проведения и форме записи результатов случайных экспериментов, а также об использовании

полученных результатов для составления обоснованной оценки вероятности случайного события и сравнения вероятностей событий на качественном уровне.

9.1. Логика перебора

Методический комментарий

Материал данного пункта является отчасти повторением соответствующей темы 5 класса. Акцент при систематическом переборе вариантов делается на выборе рационального способа кодирования и наиболее удобного способа перебора. При этом важно, чтобы ученик мог объяснить выбранный способ перебора.

Начать объяснение материала можно с задачи 1 или 2 из объяснительной части пункта. Отметим, что наряду с решением задач с помощью построения дерева учащиеся получают представление об использовании других способов систематического перебора (задачи 2—4).

В задаче 3 рассматривается решение перебором вариантов известного класса комбинаторных задач, подразумевающих составление пар из некоторого множества элементов. Этот класс содержит такие задачи, как однокруговые турниры, рукопожатия, число отрезков, соединяющих пары точек, и др. В 7 классе будет рассмотрен другой способ решения подобных задач.

Комментарий к упражнениям

864. Имеется в виду, что полосы материи одинаковы по длине и ширине, а каждый флаг сшивается из трех полос разного цвета.

874. Решение аналогично приведенному в задаче 3 п. 9.1.

875. Согласно содержанию пункта предпочтительнее решать задачу путем систематического перебора, но допустимы и другие верные способы решения. Например, с помощью рассуждений (из каждой точки надо провести по 4 отрезка, всего 5 точек, значит, получится $4 \cdot 5 = 20$ отрезков, каждый из которых учитывался дважды, следовательно, всего $20 : 2 = 10$ отрезков); систематическим перебором (AB, AC, AD, \dots); непосредственным построением в тетради всех возможных отрезков.

877. Следует подчеркнуть, что в случае «а» для обоих слов получилось одно и то же число вариантов.

879. Можно рассмотреть возможные варианты, когда первый господин получит чужую шляпу. Таких вариантов только два. Это и будет решение.

882. Достаточно рассмотреть все возможные варианты, как положить монеты в один карман, не забывая при этом, что можно в него ничего не положить.

885. б) Удобно построить дерево возможных вариантов, записывая на конце ветви имя того мальчика, который выиграл данную партию. Дерево будет иметь следующий вид: А — Андрей, Е — Егор (рис. 73).

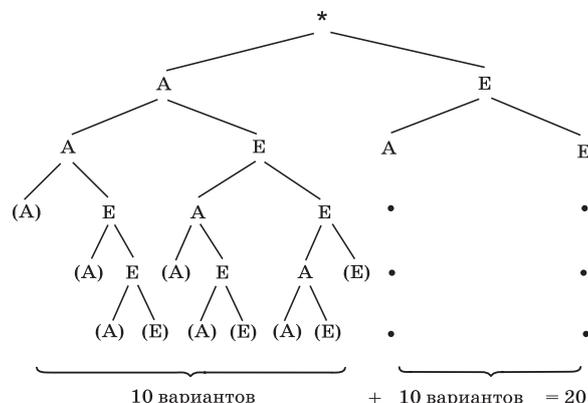


Рис. 73

886. а) Рассмотреть, сколько имеется различных вариантов выбора из четырех друзей того, кто не пойдет на матч, и осознать, что это и есть решение.

9.2. Правило умножения

Методический комментарий

При введении правила умножения на наглядно-содержательной основе учащимся предлагаются задачи с большим числом вариантов решения, когда построение дерева оказывается технически трудоемким. При этом обращается внимание на то, что, если дерево симметричное или, как говорят, «правильное», его легко представить себе по отдельному фрагменту. Подсчитав число решений для выделенного фрагмента, нетрудно с помощью умножения определить число всех возможных вариантов решения. Термин «правило умножения» здесь не вводится, и какое-либо формальное правило действия не предлагается. Учащиеся остаются на уровне содержательного подхода.

Целесообразно в классе разобрать задачу 3, рассмотренную в объяснительном тексте, и задачу 13 из рабочей тетради (с. 105), так как они решаются с помощью логических рассуждений, которые можно использовать в дальнейшем при решении задач данного типа (№ 887—889 и др.).

Для предупреждения неправильного стереотипа действий в систему задач включены задания, в которых использование умножения неправомерно.

Комментарий к упражнениям

889. Старосту и заместителя можно выбрать $6 \cdot 5 = 30$ способами.

897. Надо подсчитать отдельно количество наборов из одного, двух, трех, четырех и пяти знаков и затем сложить.

9.3. Сравнение шансов

Методический комментарий

Основное назначение данного пункта — систематизировать сведения, полученные в 5 классе, в частности повторить базовые термины: случайные события, достоверные, невозможные, равновероятные события и др. Закрепление этих терминов проводится с опорой на качественную оценку вероятности случайного события (маловероятное, очень вероятное и т. п.) и сравнительную оценку на качественном уровне возможности наступления различных случайных событий (более вероятно, менее вероятно и т. п.).

При обсуждении в классе возможны различные правильные ответы на один и тот же вопрос, если наступление события связано с личностью конкретного ученика и, следовательно, зависит от данной им аргументации.

9.4. Эксперименты со случайными исходами

Методический комментарий

Основное содержание пункта состоит в проведении экспериментов со случайными исходами. В объяснительном тексте объектом для проведения эксперимента выбрана кнопка. Здесь возможны два варианта исхода эксперимента: «падение острием вверх» и «падение острием вниз», они не равновероятны. В этом случае только проведение серии случайных экспериментов позволит получить данные о том, какой из двух исходов происходит чаще.

Так как для стабилизации частоты необходимо большое число экспериментов, то на уроке целесообразно использовать такую форму работы, как работа в малых группах. Каждая из выделенных групп проводит свои эксперименты, а затем результаты всех групп объединяются. Для фиксирования результатов экспериментов удобно использовать таблицы, которые помещены в рабочей тетради (см. таблицы к заданию № 20 на с. 110). Проведение экспериментов можно поручить учащимся и в качестве домашнего задания. Полученные ими результаты можно объединить в классе и на их основе сделать соответствующие выводы. При этом следует иметь в виду, что если эксперименты проводятся с «неправильными» предметами (№ 914), то результаты суммировать нельзя.

Проведение экспериментов со случайными исходами служит прежде всего для формирования представлений о проявлении закономерностей в случайных ситуациях. Например, кнопка чаще падает острием вверх. При этом очень важно полученные в эксперименте сведения о наступлении события использовать для получения доступных для учащихся выводов. Например, из результатов проведенного с кнопкой эксперимента следует вывод о том, что судья не может использовать ее вместо монеты, так как у команд будут неравные шансы начать игру.

Глава 10. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА (16 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
10.1	Какие числа называют рациональными		№ 120—124	2	У: № 926—945; РТ: № 120—124
10.2	Сравнение рациональных чисел. Модуль числа	О—40; П—31		2	У: № 950—966; ДМ: О—40
10.3	Действия с рациональными числами	О—41, О—42, П—32, П—33; «Проверь себя сам!»		5	У: № 978—1008, 1021—1022; ДМ: О—41, О—42
10.4	Решение задач на «обратный ход»	О—43		1	У: № 1027—1033
10.5	Что такое координаты			2	У: № 1039—1046
10.6	Прямоугольные координаты на плоскости		№ 125—131	3	У: № 1049—1057; РТ: № 125—131
	Зачет № 6			1	

Основные цели: выработать навыки действий с положительными и отрицательными числами, сформировать представление о координатах, познакомить с прямоугольной системой координат на плоскости.

Обзор главы. Основное внимание при изучении рациональных чисел уделяется обобщению и развитию знаний, полученных учащимися в ходе изучения целых чисел. При этом уровень сложности вычислительных заданий существенно ограничен: он не выходит за рамки необходимого для дальнейшего применения. Учащиеся должны научиться сравнивать рациональные числа, аргументируя свой ответ любым подходящим образом, изображать числа точками на координатной прямой, выполнять арифметические действия над положительными и отрицательными числами.

Здесь же продолжается линия арифметических задач. Учащиеся знакомятся с одним из общих приемов рассуждения — с идеей решения задачи «с конца», важной для их общего и математического развития.

Для более отчетливого понимания собственно идеи координат в учебнике рассматриваются примеры различных систем координат.

нат. Важно, чтобы ученики поняли сущность координат как способ записи и определения положения того или иного объекта. Основным результатом обучения при изучении данного пункта является умение определять координаты точки в прямоугольной системе координат на плоскости, а также отмечать точку по заданным координатам.

10.1 Какие числа называют рациональными

Методический комментарий

В ходе изучения пункта целесообразно стремиться к тому, чтобы учащиеся научились правильно употреблять и понимать все известные им термины, связанные с числами: натуральное, дробное, положительное, отрицательное, рациональное число.

Координатная прямая играет исключительно важную роль при дальнейшем изложении материала. Необходимо, чтобы учащиеся понимали, что построение координатной прямой требует выбора единичного отрезка и положительного направления. В результате ученики должны уметь строить точку по ее координатам, а также решать обратную задачу. Полезно в классе иметь модель координатной прямой из бумаги или узкой фанеры, чтобы использовать ее при изучении этой и следующей темы.

Комментарий к упражнениям

934. Вывод: противоположным числам соответствуют точки, расположенные по разные стороны от точки начала отсчета и на одном и том же расстоянии от нее. Вывод используется в упражнениях № 939, 948.

940—941. При выполнении упражнений надо обсудить с учениками, почему выбран указанный единичный отрезок (варианты ответов: чтобы чертеж был достаточно крупным; умещался на странице тетради; удобно было отмечать дробные числа).

10.2. Сравнение рациональных чисел. Модуль числа

Методический комментарий

Материал пункта может быть разделен на две части: содержательно-интуитивную — сравнение чисел с опорой на расположение чисел на координатной прямой, и формализованную — сравнение чисел с использованием понятия «модуль числа».

Первой части соответствует выполнение упражнений № 950—956, которые основываются на факте: из двух чисел больше то, которое на координатной прямой расположено правее, и меньше то, которое на координатной прямой расположено левее. Кроме того, их выполнение поможет заметить следующие свойства: любое отрицательное число меньше нуля и любое положительное число больше нуля (№ 952), любое положительное число больше любого отрицательного (№ 953—954) и т. п.

Определение модуля числа и его геометрическая интерпретация приводятся в учебнике (с. 214); сознательному усвоению этого понятия поможет система специальных упражнений (№ 957, 961—963). Теперь сравнение отрицательных чисел можно выполнить формально: из двух отрицательных чисел меньше то, у которого модуль больше.

Комментарий к упражнениям

970—977. Эти упражнения полезны для развития обобщенных представлений о рациональных числах. Выводы целесообразно предварять числовыми примерами. Например, в упражнении № 973 можно рассуждать так: числа a и b по условию отрицательные, поэтому на координатной прямой расположены левее нуля. Так как по условию $a < b$, то a расположено левее b , и, следовательно, a дальше от нуля, чем b . Поэтому $|a| > |b|$.

10.3. Действия с рациональными числами

Методический комментарий

Изучение темы подразделяется на три блока: сложение и вычитание рациональных чисел, умножение и деление рациональных чисел, совместные действия с рациональными числами.

Вся трудность усвоения действий над положительными и отрицательными числами состоит в том, что до сих пор ученик оперировал с конкретными количествами, которые мог свободно представить и реально производить операции над ними. Теперь приходится сделать переход к выполнению действий по формальным алгоритмам. Учителю надо иметь в виду, что для некоторых учеников такой переход труден, они долго «цепляются» за содержательные представления и не могут действовать формально. Здесь требуется индивидуальный подход, в частности привлечение материалов, аналогичных первым заданиям О—41 и О—42 из дидактических материалов.

При выполнении заданий на вычисление суммы (произведения, частного) двух чисел учащиеся должны последовательно отвечать на вопросы: какой знак имеет сумма (произведение, частное)? Как найти модуль суммы (произведения, частного)?

Не следует спешить с использованием различных возможностей для вычислений, в частности, рассмотренной в учебнике на с. 219, где равенство $-\frac{5}{6} = \frac{-5}{6} = \frac{5}{-6}$ позволяет показать «третью» запись для примера 1, а именно: $\frac{1}{6} + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{1}{6} + \frac{-5}{6} = \frac{1+(-5)}{6} = \frac{-4}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$.

Комментарий к упражнениям

981. По ходу вычислений можно ставить вопросы: какое слагаемое имеет больший модуль? Какой знак имеет это слагаемое?

Какой знак имеет сумма? Как найти модуль суммы, модули слагаемых?

984. Отрабатываются различные случаи вычитания отрицательного числа. Случаи вычитания положительного числа рассматриваются далее — № 986.

1001—1002. Надо напомнить учащимся, что любое выражение, содержащее лишь знаки сложения и вычитания, можно рассматривать как сумму. Упрощение вычисления значения выражения основывается на применении законов сложения.

1004—1006. Упражнения необходимо дополнить выполнением упражнений на совместные действия О—42 из дидактических материалов.

1018. Упражнение выполняется, если учащиеся смогли заметить закономерность для выражений, рассмотренных в № 1016—1017.

1019. Можно обратить внимание учащихся на похожее задание, выполненное в № 724.

1020. Полезен вывод: четная степень отрицательного числа — положительное число, нечетная степень отрицательного числа — отрицательное число.

1025. Это упражнение подготовит учащихся к выполнению № 1026.

1) Вывод: если в данном выражении изменить знак перед каждым числом на противоположный, то получится выражение, значение которого противоположно значению данного выражения;

2) а) $-(-15 + 8) = 15 - 8$.

10.4. Решение задач на «обратный ход»

Методический комментарий

Одного урока, отведенного планированием, не хватит для решения всех задач этого пункта. Но такую цель и не надо ставить. Задача учителя в данный момент — показать способ решения задач «обратным ходом», решить несколько задач с учащимися в классе и дома, а остальные задачи использовать в дальнейшей работе со всем классом или с отдельными учащимися. Следует иметь в виду, что обсуждаемый способ решения является одним из общих способов рассуждений. Поэтому основной целью является не отработка навыков решения конкретных задач, а овладение учащимися идеей решения задачи «с конца», важной для их общего и математического развития.

Комментарий к упражнениям

1027—1028. Задачи решаются по аналогии с задачами 1 и 2 учебного текста.

1034. Целесообразно разобрать разные способы организации рассуждений, каждый из которых по своей сути является рассуждением «обратным ходом».

1-й способ. 12 р. составляют $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ остатка, значит, остаток равен $12 : \frac{1}{2} = 24$ р.

24 р. составляют $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ суммы, которая равна $24 : \frac{2}{3} = 36$ р.

2-й способ. Решение задачи хорошо проиллюстрировать рисунком, из которого видно, что искомая сумма равна $12 \cdot 3 = 36$ р. (рис. 74).

3-й способ. Используем схему, аналогичную приведенной в объяснительном тексте. Будем прямоугольниками обозначать остатки денег после покупок (рис. 75).

1035. Из рисунка 76 видно, что в каждый из трех месяцев расходовали $\frac{1}{6}$ всего запаса кормов, следовательно, израсходовали $3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ всего запаса кормов и $\frac{1}{2}$ запаса осталась. Значит, было запасено $30 : \frac{1}{2} = 60$ ц.

Если это решение окажется непонятным, то можно рассуждать так:

После 1-го месяца осталось $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ запаса. Во 2-й месяц истратили $\frac{1}{5}$ остатка, осталось $\frac{4}{5}$ от $\frac{5}{6}$ запаса, т. е. $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2}{3}$ от первоначального запаса. В 3-й месяц истратили $\frac{1}{4}$ нового остатка, осталось $\frac{3}{4}$ от второго остатка, т. е. $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ от первоначального запаса, и т. д.

Третье решение основано на идее «обратного хода». 30 ц составляют $\frac{3}{4}$ от второго остатка, который равен $30 : \frac{3}{4} = 40$ ц; 40 ц составляют $\frac{4}{5}$ от первого остатка, который равен $40 : \frac{4}{5} = 50$ ц; 50 ц составляют $\frac{5}{6}$ от первоначального запаса, который равен $50 : \frac{5}{6} = 60$ ц. Можно для наглядности дать рисунок, на котором прямоугольниками изображены последовательные остатки кормов.

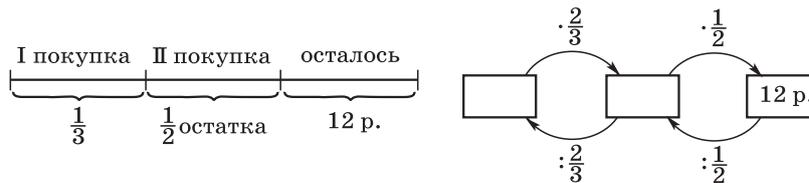


Рис. 74

Рис. 75

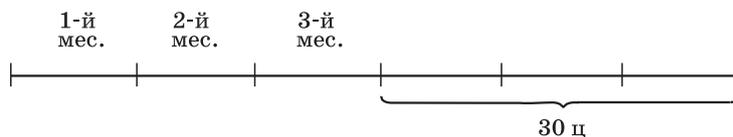


Рис. 76

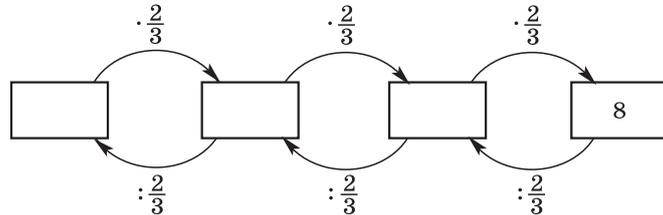


Рис. 77

1036. У брата осталось $\frac{2}{3}$ от $\frac{1}{2}$ его денег, т. е. $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ его денег. У сестры осталась $\frac{1}{2}$ от $\frac{2}{3}$ ее денег, т. е. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ ее денег. 50 р. составляют $\frac{1}{3}$ от денег брата и $\frac{1}{3}$ от денег сестры. Значит, денег у них было поровну.

1037. Надо обратить внимание учащихся на то, что подобные задачи уже встречались, но их решение значительно облегчается при рассуждении «обратным ходом»:

8 картофелин — это $\frac{2}{3}$ остатка, т. е., перед тем как проснулся третий путник, было $8 : \frac{2}{3} = 12$ (картофелин).

12 картофелин — это $\frac{2}{3}$ картофеля, оказавшегося на блюде, когда проснулся второй путник, а значит, на блюде было $12 : \frac{2}{3} = 18$ (картофелин).

18 картофелин — это $\frac{2}{3}$ картофеля, который был на блюде, перед тем как проснулся первый путник, т. е. всего было подано $18 : \frac{2}{3} = 27$ (картофелин).

Решение задачи иллюстрируется рисунком 77.

Дополнительный вопрос: «Как нужно разделить оставшийся картофель?»

Оставшийся картофель надо делить так, чтобы каждый получил всего $27 : 3 = 9$ картофелин. Так как 1-й съел $27 \cdot \frac{1}{3} = 9$ картофелин, 2-й съел $(27 - 9) \cdot \frac{1}{3} = 6$ картофелин, 3-й съел $(27 - 9 - 6) \cdot \frac{1}{3} = 4$ картофелины, то надо 2-му дать $9 - 6 = 3$ картофелины, а 3-му — $9 - 4 = 5$ картофелин.

10.5. Что такое координаты

Методический комментарий

Основная цель — познакомить учащихся с идеей системы координат, привлекая доступные для их понимания примеры. В дополнение к упражнениям учебника можно выполнить работу по

туристической схеме какого-нибудь города. На листе со схемой обычно приводится список достопримечательностей с указанием места расположения каждой из них (в виде записи координат квадрата, в котором отмечена достопримечательность). Учитель может предложить по указанным координатам определить положение той или иной достопримечательности, а также отметить место расположения школы (почты, стадиона и т. п.) и определить ее координаты.

Комментарий к упражнениям

1047. Для упражнения понадобятся транспортир и линейка. Маршрут: палатка, 50° , 80 м; озеро, 0° , 120 м; вырубка, 65° , 60 м; сухое дерево, 50° , 90 м; белый камень, 35° , 170 м.

10.6. Прямоугольные координаты на плоскости

Методический комментарий

Учащиеся должны уметь отмечать на координатной плоскости точку по заданным координатам, уметь читать координаты отмеченной точки.

При объяснении материала фрагмент, связанный с определением координат точки, показанный в учебнике в виде серии рисунков (рис. 235), целесообразно воспроизвести на доске и в тетради на одном и том же рисунке, например для точки $A(5; -3)$, акцентируя внимание на каждом шаге. Особое внимание учащихся следует обратить на то, что если переставить местами координаты точки, то получится другая точка (кроме случая, когда координаты равны), а также на то, что нельзя определить положение точки, зная только одну ее координату.

При построении точки по ее координатам полезно приучить учащихся к определенному порядку. Пусть, например, надо отметить точку $A(5; -3)$. Для этого читаем первую координату «5» и от начала координат кончиком карандаша проходим вправо 5 единиц; читаем вторую координату «-3» и продолжаем движение кончиком карандаша — опускаемся вниз на 3 единицы; отмечаем точку A .

Комментарий к упражнениям

1050—1052. Желательно, чтобы учащиеся еще до построения точки с заданными координатами могли указать, в какой координатной четверти она расположена.

1052. *Дополнительный вопрос:* «Через какие координатные четверти проходит прямая AB ? прямая DE ? прямая CK ?»

1054. б) *Дополнительное задание.* Укажите примерные координаты точки пересечения диагоналей построенного четырехугольника.

Системы счисления

Методический комментарий

Изучение этого материала имеет общеобразовательное значение. Рассматривая различные системы счисления, можно показать учащимся, что развитие счета — исторически сложившийся процесс, возникший и развивающийся в зависимости от потребностей общества.

Принцип построения позиционных систем счисления хорошо иллюстрируется известной десятичной системой счисления. Учащимся понятна сущность записи числа: запись числа в десятичной системе счисления означает его представление в виде суммы степеней десяти, взятых с некоторыми коэффициентами.

На примере числа, записанного в пятеричной системе счисления, показывается, как читаются числа в недесятичной системе, и что при переводе чисел из недесятичной системы в десятичную используется представление числа в виде суммы степеней основания с коэффициентами, меньшими основания.

Далее отмечается, что к представлению числа как суммы степеней основания новой системы счисления можно прийти с помощью приема, основанного на подборе — сравнении заданного числа с различными степенями нового основания. При этом используется таблица степеней основания, а поэтому такой способ называют табличным.

Более детально рассматривается двоичная система счисления. Дополнительно к примерам практического использования двух символов учащимся можно напомнить об азбуке Морзе, в которой точкой и тире записывается любой текст.

Комментарий к упражнениям

1065. Обратим внимание учащихся на то, что число можно «читать» по рисунку: количество точек — два десятка и три, т. е. 23_{10} , или количество точек — четыре пятерки и три, т. е. 43_5 .

1066. а) $2301_4 = 2 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 1 = 177_{10}$.

1068. $7 \cdot 12 = 84_{10} = 70_{12} = 220_6$.

1070. Натуральный ряд в троичной системе начинается так: $1_3, 2_3, 10_3, 11_3, 12_3, 20_3, 21_3, 22_3, 100_3, 101_3, 102_3, 110_3, 111_3, 112_3, 120_3$.

Действительно, $120_3 = 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 = 15_{10}$.

1072. Операция сложения двух чисел, представленных в двоичной системе счисления, ведется поразрядно, начиная с низшего разряда: если при сложении цифр одна цифра 0, другая 1, тогда в разряде суммы будет 1; если в рассматриваемом разряде обоих чисел стоит 1, тогда в разряде суммы будет 0, а 1 (в уме) переносится в следующий разряд. Ответ: а) 101_2 ; б) 1110_2 ; в) 10000_2 .

Глава 11. БУКВЫ И ФОРМУЛЫ (15 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Дидактические материалы	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
11.1	О математическом языке	О—44; П—34	3	У: № 1075—1094; ДМ: О—44
11.2	Составление формул	П—35	3	У: № 1103—1115
11.3	Вычисления по формулам	О—45; П—36	2	У: № 1123—1130; ДМ: О—45
11.4	Формулы длины окружности и площади круга		1	У: № 1134—1136, 1138—1140
11.5	Что такое уравнение	О—46; П—37; «Проверь себя сам!»	5	У: № 1142—1156; ДМ: О—46
	Зачет № 7		1	

Основные цели: сформировать первоначальные навыки использования букв при записи математических выражений и предложений.

Обзор главы. В ходе изучения темы учащиеся научатся записывать и понимать буквенные выражения, составлять в несложных случаях формулы, выполнять вычисления по формулам, а также получат первоначальные навыки использования формулы для вычисления значений входящих в нее величин.

Здесь учащиеся записывают в виде формул знакомые правила нахождения периметра и площади прямоугольника, объема прямоугольного параллелепипеда, знакомятся с формулами длины окружности и площади круга. Обращаем внимание на то, что в 6 классе числовые подстановки выполняются преимущественно в содержательные формулы и не делается акцента на вычисление значений отвлеченных буквенных выражений.

Завершается тема рассмотрением вопроса о составлении уравнений по условию задачи. Здесь уравнения решаются уже известным приемом на основе зависимости между компонентами действий или подбором. Этот фрагмент курса является лишь вводным этапом в тему «Уравнения», изучаемую в 7 классе.

11.1. О математическом языке

Методический комментарий

Учащиеся в ходе изучения всего предыдущего материала уже встречались с использованием букв для записи простейших выражений, свойств арифметических действий, для обозначения неизвестного числа. Здесь начинается непосредственное введение в

алгебру, и это используется для того, чтобы систематизировать знания учащихся о математическом языке и расширить «языковые возможности», показав применение букв для обозначения чисел.

Вся работа в этом пункте проводится как деятельность «по переводу» с обычного русского языка на математический и обратно. Серьезное внимание следует обратить на интерпретацию буквенных выражений (№ 1077, 1089, 1093, 1096). Задания, аналогичные № 1077, целесообразно предлагать и впоследствии в устных упражнениях. Например: «Укажите, какую последовательность действий и над какими числами следует выполнить: $\frac{2a}{a+b}$, $\frac{x-y}{4}$, $\frac{x}{4} - y$, $(m+3)(n-1)$, $m+3n-1$, $a^2 - c$, $(a-c)^2$, $a - c^2$ ».

Такая работа в значительной степени способствует формированию умений правильно записывать буквенные выражения, а также правильно выполнять числовые подстановки в буквенные выражения.

Комментарий к упражнениям

1081. б) Необходимо обратить внимание учащихся на возможность разных записей: $\frac{1}{2}a$, $a : 2$, $\frac{a}{2}$.

1099. Каждое следующее целое число на единицу больше предыдущего. Если произвольное целое число обозначено буквой n , то следующее за ним нужно записать так: $n + 1$.

а) $n(n+1)$; б) $n + (n+1)$.

11.2. Составление формул

Методический комментарий

Необходимо обратить внимание на то, что здесь ставятся две цели: а) научить учащихся составлять несложные буквенные формулы; б) ввести формулы периметра и площади прямоугольника и квадрата, а также объема прямоугольного параллелепипеда, правила нахождения которых учащимся знакомы. В ходе выполнения упражнений формируется важное умение «расшифровывать» формулу, а именно объяснять, что означает та или иная буква в конкретной формуле.

Обучаясь составлять формулы, учащиеся идут по пути «от конкретного к абстрактному»: сначала составляется несколько выражений для конкретных числовых значений величин, о которых идет речь в задаче, а затем эти конкретные значения заменяются буквой. Целесообразно научить учащихся пользоваться указанным приемом и в дальнейшем: если они затрудняются при составлении формулы или выражения, описывающего некоторую содержательную ситуацию, то могут взять вместо букв несложные числа и составить числовое выражение, а затем уже на его основе — буквенное.

В этом пункте начинается работа по формированию умения выполнять числовые подстановки в буквенные формулы и находить значения «главной» величины, для которой составлена формула. Практика показывает, что это довольно трудный для учащихся момент и он требует внимания, аккуратности, понимания. Поэтому не следует спешить переходить к следующим этапам, надо внимательно и с пояснениями выполнить все предложенные здесь и в дидактических материалах упражнения. Эта работа будет продолжена и в следующем пункте.

Комментарий к упражнениям

1104. а) Рассуждать можно по-разному. Например: $P = x + x + x + x + a + a = x \cdot 4 + a \cdot 2 = 4x + 2a$. Или следующим образом: четыре стороны имеют длину x , т. е. в сумме их длина составляет $4x$; две стороны имеют длину a , т. е. в сумме их длина составляет $2a$. Значит, $P = 4x + 2a$.

1113. Следует обратить внимание учащихся на то, что прописная и строчная буквы (A и a) означают разные величины, а не одну и ту же.

1116—1118. Целесообразно при решении этих упражнений спрашивать учащихся, что означают те или иные буквы, значения которых даны, а также предлагать им формулировать конкретную задачу, которую они решают при подстановке вместо букв данных значений.

1119. Можно применять различные буквы для обозначения величин. Важно, чтобы учащиеся не только записывали саму формулу, но и знали, что обозначают введенные ими буквы.

1122. Многие учащиеся затрудняются при подстановке в данные формулы числовых значений, так как одна буква входит в формулу дважды. Чтобы предупредить ошибки, целесообразно предложить учащимся «расшифровать» формулу: указать, какую последовательность действий и над какими числами следует выполнить.

11.3. Вычисления по формулам

Методический комментарий

В этом пункте учащиеся обучаются важным умениям работы с формулами, а именно: вычислениям по формулам, которые предполагают, во-первых, непосредственное нахождение по формуле «основной» величины, для которой составлена формула (эта работа уже была начата в предыдущем пункте), а во-вторых, нахождение значений других величин, входящих в формулу.

На данном этапе следует стремиться к тому, чтобы ученики поняли принципиальную возможность использования формулы для нахождения любой из входящих в нее величин и могли бы сделать это в простейших случаях (в формулах типа $S = nt$, $A = M - m$). При этом ученики могут действовать любым из удоб-

ных им способов: или выразить одну величину через другую, а затем выполнить числовую подстановку, или сразу подставить в данную формулу значения букв и после этого найти искомую величину. В любом из этих случаев для выражения из формулы какой-либо величины они могут опираться на правила нахождения неизвестных компонентов. Однако более полезно на данном этапе содержательное решение задачи. Например, чтобы выразить из формулы периметра треугольника $P = a + b + c$ сторону b , ученик может рассуждать так: если известны периметр и две стороны треугольника a и c , то, чтобы найти сторону b , надо из периметра вычесть длины сторон a и c , т. е. $b = P - a - c$.

Комментарий к упражнениям

1132. Надо обратить внимание учащихся на то, что в новых формулах, как и в данных, должен использоваться знак приближенного равенства (\approx).

■ 11.4. Формулы длины окружности и площади круга ■

Методический комментарий

Проведение эксперимента, предлагаемого в учебнике в начале пункта, способствует формированию интуитивного представления о длине окружности. Заметим, что до этого учащиеся имели понятие только о длине отрезков. Несколько результатов, полученных при делении длины окружности на ее диаметр, выписывается на доске. Делается вывод: в каждом случае отношение выражается приближенно числом, близким к 3. Учащимся сообщается как факт, что это число не может быть записано конечной десятичной дробью или обыкновенной дробью и что для записи самого числа ввели специальное обозначение — греческую букву π .

Теперь внимание учащихся привлекается к тому факту, что из формулы $\frac{C}{d} = \pi$ следуют две формулы длины окружности: $C = \pi d$ и $C = 2\pi r$.

Формула площади круга $S = \pi r^2$, как и формула длины окружности, сообщается учащимся без доказательства. Упражнения, предлагаемые в этом пункте, направлены на обучение работе с формулами.

Комментарий к упражнениям

1134—1136. В этих задачах даны указания относительно округления числа π и результата вычислений.

1139. Решение задачи рекомендуем использовать для обучения составлению формул. Сначала составим формулу для вычисления длины дорожки вокруг стадиона: $\pi d + 2d \approx 5,14d$, а потом — формулу для вычисления площади стадиона: $\pi r^2 + 4r^2 \approx 7,14r^2$.

11.5. Что такое уравнение

Методический комментарий

Основная цель материала на данном этапе — научить учащихся записывать условия задач на языке уравнений. Это непростой момент, который в практике часто проходится излишне быстро, что отрицательно сказывается на формировании умений решать задачи методом составления уравнений. Поэтому не надо стремиться сразу переходить к решению уравнений, составленных по условиям задач. Нужно достаточно продолжительное время ограничиваться первым этапом: вводить буквенные обозначения и составлять равенства, описывающие соотношения между данными задачи. При этом необходимо составлять разные уравнения для одной и той же задачи, когда это возможно.

Полезно в дополнение к упражнениям учебника предложить учащимся придумать задачи, по условиям которых может быть составлено данное уравнение. Например, можно предложить задачу, условие которой может быть описано с помощью следующего уравнения: $x - 12 - 73 = 8$; $(x + 20) : 5 = 2$; $25 - x - 2x = 7$; $(x - 18) : 3 = 1$.

Принятый подход позволяет на данном этапе составлять уравнения не только для тривиальных ситуаций, но и в более сложных случаях, когда получаются уравнения, которые учащиеся не умеют решать. Такие задачи довольно часто встречаются в разделе Б.

Необходимо также помнить, что решение уравнений в данном пункте осуществляется на основе правил нахождения неизвестных компонентов действий; алгебраические приемы будут введены в 7 классе.

Комментарий к упражнениям

1144. Дополнительно к упражнениям учебника рекомендуем решить уравнения типа:

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------|------------------|
| а) $2x = \frac{4}{7}$; | и) $5b = 3$; | с) $3x = -6$; |
| б) $10a = \frac{2}{5}$; | к) $10a = 17$; | т) $-5x = 20$; |
| в) $3x = \frac{1}{3}$; | л) $12x = 9$; | у) $-4a = -36$; |
| г) $\frac{1}{2}k = 4$; | м) $4k = 10$; | ф) $-2x = 5$; |
| д) $\frac{1}{6}a = 3$; | н) $2,5x = 7,5$; | х) $5y = -4$; |
| е) $\frac{2}{3}b = 6$; | о) $1,2y = 1,8$; | ц) $-9c = -6$; |
| ж) $\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}$; | п) $0,3b = 3$; | ч) $-3x = 10$; |
| з) $\frac{2}{9}y = 0$; | р) $2,6x = 0$; | ш) $-5a = 0$. |

Все такие уравнения решаются на основе правила нахождения неизвестного множителя.

1156. а) Не имеет. Действительно, значение выражения в правой части всегда на 2 больше значения выражения в левой части. Учащиеся должны в этом убедиться опытным путем, подставив в уравнение вместо x несколько чисел.

Дополнительное задание: придумайте свое уравнение, не имеющее решения.

1157. Пусть у продавца первоначально было x кг яблок. Тогда перед обедом у него осталось $\frac{1}{3}x$ кг яблок, а после обеда $\left(\frac{1}{3}x - 55\right)$ кг яблок. Известно, что осталось 14 кг яблок. Поэтому

$$\frac{1}{3}x - 55 = 14.$$

б) Пусть в банке сначала было x г молока. Тогда в первый раз отлили $\frac{1}{2}x$ г, а во второй — 300 г молока. После этого осталось 100 г молока. Получаем уравнение $x - \frac{1}{2}x - 300 = 100$.

Уравнение можно составить иначе: $100 + \frac{1}{2}x + 300 = x$.

1159. а) Учащиеся могут предложить разные варианты составления уравнения.

Если обозначить через x меньшее количество карандашей, то можно составить такое уравнение: $x + (x + 5) = 27$.

Если обозначить через x большее количество карандашей, то получим уравнение $x + (x - 5) = 27$.

Можно рассуждать иначе. Пусть в одной коробке x карандашей, тогда в другой $(27 - x)$ карандашей. Далее составляются разные уравнения в зависимости от того, что принято за x — большее или меньшее количество карандашей: $x - (27 - x) = 5$ или $(27 - x) - x = 5$.

Желательно, чтобы был рассмотрен первый вариант составления уравнения, так как он наиболее предпочтителен при решении задач такого рода.



Для тех, кому интересно

Задачи, решаемые в целых числах

Методический комментарий

При обсуждении задачи, разобранный в тексте, нужно обратить внимание учащихся на то, что данные величины и искомые выражаются положительными целыми числами. Это важная особенность рассматриваемой задачи; она позволяет получить ответ путем простого перебора возможных вариантов. Перебор удобен и возможен еще и потому, что рассматриваемые величины выражаются небольшими числами. В дальнейшем при решении задач рекомендуем фиксировать результаты перебора в заранее заготовленной таблице.

Заметим, что с задачами, решаемыми в целых числах, учащиеся встретятся еще раз, но уже при изучении основного материала курса — темы «Уравнения и системы уравнений с двумя переменными» в 8 классе.

Комментарий к упражнениям

1163. Можно идти по формальному пути: перебрать всевозможные тройки целых неотрицательных чисел, сумма которых равна 8. Но лучше рассуждать содержательно и сократить перебор.

Понятно, что выигрыши у команды были, так как за счет одних только ничьих она не смогла бы набрать 20 очков. Высокий результат говорит о том, что команда выиграла более половины игр (если бы она победила во всех восьми матчах, то набрала бы 24 очка). Поэтому есть смысл начать перебор с 5 побед.

О т в е т: у команды 6 побед, 0 поражений и 2 игры она сыграла вничью.

1164. Ответ: 1) два способа выкладывания фигур: 2 треугольника и 6 квадратов; 6 треугольников и 3 квадрата; 2) один способ выкладывания фигур: 1 треугольник и 3 квадрата.

1166. Все камни можно разложить в две шкатулки двумя способами: в 3 большие и 8 маленьких или в 6 больших и 4 маленькие. По условию задачи подходит только второй способ.

1167. Переберем возможные варианты таких пар чисел, составляющих в сумме 100, в которых первое число делится на 7; найдем среди них те, у которых второе число делится на 3:

Первое число	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
Второе число	86	79	72	65	58	51	44	37	30	23	16
Делимость второго числа на 3	–	–	+	–	–	+	–	–	+	–	–

О т в е т: Маша отыскала числа 28 и 72, 49 и 51, 70 и 30. Пример дополнительного условия, при котором задача имела бы одно решение: «...отгадать два нечетных двузначных числа...».

Глава 12. МНОГОУГОЛЬНИКИ И МНОГОГРАННИКИ (10 уроков)

№ п/п	Название пункта учебника	Рабочая тетрадь	Число уроков	Комментарий к минимальному курсу
12.1	Сумма углов треугольника	№ 66—68	2	У: № 1168—1173
12.2	Параллелограмм	№ 69—78	3	У: № 1181—1188, 1191(а), 1196, 1198(а); РТ: № 69—72. Построение параллелограмма по его диагоналям не рассматривать
12.3	Правильные многоугольники	№ 79—80, 94	1	У: № 1200, 1205, 1207; РТ: № 79. Можно ограничиться рассмотрением теоретической части и выполнением описанных в ней построений
12.4	Площади	№ 81—87	3	У: № 1208—1210, 1212—1215; РТ: № 81—84. Ввести понятие равновесия фигур. Рассмотреть в качестве практических работ нахождение площади параллелограмма путем перекраивания его в прямоугольник и площади прямоугольного треугольника путем достраивания его до прямоугольника
12.5	Призма	№ 90—92	1	У: № 1223—1227; РТ: № 90—91

Основные цели: обобщить и расширить знания о треугольниках и четырехугольниках, познакомить с новыми геометрическими объектами — параллелограммом и призмой.

Обзор главы. Данный раздел является обобщающим, собирательным разделом в геометрической линии курса 5—6 классов. Здесь происходит новый виток в изучении вопросов, рассмотренных ранее. Расширяются представления учащихся о многоугольниках: они знакомятся с новым видом четырехугольников — параллелограммом; с новыми свойствами треугольников; приобретают новые графические умения по построению многоугольников и более сложные конструктивные умения. Расширя-

ются представления учащихся о площади — они учатся находить площади различных фигур путем их перекраивания.

Задачи в этом разделе часто носят комплексный характер, так как они предполагают владение многими фактами. В связи с этим особенно важным становится выбор из общей системы упражнений тех задач, которые адекватны возможностям учащихся. Подчеркнем также необходимость сохранения практической ориентации при изучении теории и решении задач.

Приведем некоторые рекомендации по изучению конкретных вопросов данного раздела.

Тот факт, что сумма углов треугольника равна 180° , согласно учебнику устанавливается экспериментально, а не путем рассуждений. Упражнения в этом пункте — это задачи на вычисление; запись решения не является обязательной, так как она может оказаться сложнее самого решения. Некоторые пояснения можно давать устно, а величины найденных углов записывать прямо на чертеже. В ходе решения задач надо акцентировать внимание учащихся на некоторых часто употребляемых фактах: углы равнобедренного треугольника равны 60° ; сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° ; сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360° .

Особое внимание необходимо уделить равнобедренному треугольнику. С тем фактом, что у него равны не только стороны, но и углы при основании, учащиеся столкнулись уже при изучении осевой симметрии. Теперь они должны запомнить, что в треугольнике против равных сторон лежат равные углы, а против равных углов — равные стороны. Этому, в частности, будут способствовать упражнения из рабочей тетради. Целесообразно, чтобы учащиеся сами построили несколько различных (тупоугольных, прямоугольных, остроугольных) равнобедренных треугольников и отметили их равные стороны и равные углы. Иными словами, учащиеся должны понимать, что если в треугольнике есть пара равных сторон, то обязательно есть и пара равных углов; если они обнаружили пару равных углов, то это треугольник равнобедренный, так как у него есть и пара равных сторон.

Параллелограмм вводится как четырехугольник, образуемый двумя парами параллельных прямых. Это задает и основной способ построения. Используя способ построения параллельных прямых с помощью угольника и линейки, учащиеся должны уметь чертить различные параллелограммы, уметь строить параллелограмм с заданными сторонами. Уже из этих построений учащимся открываются некоторые свойства параллелограмма, например, они видят, что его противоположные стороны не только параллельны, но и равны. На этом этапе работы могут быть выполнены упражнения № 1181—1184, 1186а, 1188, 1197.

Дальнейшее знакомство со свойствами параллелограмма основано на том, что он является центрально-симметричной фигурой. Напомним, что все описанные эксперименты должны быть проведены практически: не следует надеяться на то, что достаточ-

но мысленного выполнения описанных действий. Важно, чтобы учащиеся, каждый раз поворачивая параллелограмм, следили за тем, как ведет себя тот или иной его элемент, например, где окажется сторона AB , угол A , диагональ AC , треугольник ABD .

Подчеркнем, что рассмотрение свойств параллелограмма в данном курсе — способ знакомства с этой интересной фигурой. В связи с этим задание типа «перечислите свойства параллелограмма» является неправомерным. В ходе решения задачи то или иное свойство актуализируется в совместной работе учителя и учеников.

Заметим, что через систему задач учащиеся знакомятся с некоторыми способами построения параллелограмма, предполагающими использование различных инструментов. При этом обязательно нужно поддерживать и поощрять фантазию учащихся. Способ построения параллелограмма, основанный на свойстве его диагоналей, не является обязательным и может не рассматриваться в слабом классе или при недостатке времени.

Материал, связанный с классификацией параллелограммов, служит цели систематизации знаний. Важно здесь не только то, что давно знакомый прямоугольник относится к более широкому классу параллелограммов, но и то, что квадрат, оказывается, является частным случаем прямоугольника. Учащимся полезно сравнить свойства параллелограмма и прямоугольника, прямоугольника и квадрата и выделить те из них, которые присущи соответственно только прямоугольнику или только квадрату. Естественно, все это делается с опорой на чертеж в ходе совместного обсуждения.

Материал пункта «Правильные многоугольники» носит развивающий характер. При работе с ним активно используются знания, связанные со свойствами углов многоугольников. Задания, связанные с паркетами из многоугольников, служат развитию пространственного мышления учащихся, их воображения, способствуют своей эстетикой развитию интереса к математике. Однако при недостатке времени этот материал может быть опущен.

Материал пункта «Площади» может быть разделен на две части: теоретическую и практическую.

В теоретической части вводятся новые понятия: равновеликие и равноставленные фигуры, и новый факт — равноставленные фигуры равновелики. Заметим, что учащиеся могут не сразу усвоить эти термины, на чем и не надо настаивать. При необходимости следует просто терпеливо «расшифровывать» эти термины.

Не следует оба новых понятия вводить сразу. Сначала нужно напомнить учащимся, как находятся площади прямоугольника и квадрата, а также более сложных фигур, составленных из прямоугольников, и выполнить упражнения № 1208, 1209 из учебника, а также № 86 из рабочей тетради, где используется термин «равновеликие фигуры».

Следующий этап — равенство площадей равноставленных фигур. Для изображения равноставленных фигур используется клетчатая бумага: по клеточкам легко подсчитать площадь фигуры, разбить на две фигуры, на одинаковые части и др.

Практическое значение данного материала состоит в том, что теперь учащиеся смогут находить площади параллелограмма и треугольника путем перекраивания. Обращаем внимание учителя на то, что формулы для нахождения площадей этих фигур не вводятся и никакие правила не формулируются. Учитель может предложить составить формулу для вычисления площади прямоугольного треугольника — упражнение № 1215. Естественно, что умение перекроить (практически или мысленно) одну фигуру в другую не может быть отнесено к обязательным.

Комментарий к упражнениям

12.1. Сумма углов треугольника

1171. а) Скорее всего, учащиеся начнут построение с прямого угла треугольника, а затем и остальных его углов. Не зная величины катетов, они зайдут в тупик. Подскажите им начать построение с других известных элементов; постепенно они дойдут до гипотенузы.

1173. В треугольнике все стороны равны, а значит, и все его углы равны.

1174. а) $124^\circ, 28^\circ, 28^\circ$ — одно решение, если угол, противолежащий основанию, тупой; $48^\circ, 66^\circ, 66^\circ$ или $48^\circ, 48^\circ, 84^\circ$ — два решения, если угол острый. Предложите учащимся другую аналогичную пару значений и пусть этот вывод они сделают сами.

б) Учащиеся должны понимать, что это может быть угол при основании треугольника или при его вершине, противолежащий основанию.

1175. Имеет смысл разбирать с учащимися эту задачу, если они знакомы со смежными углами.

1178. Можно разрешить подписывать величины углов прямо на рисунке в учебнике. Начать надо с равностороннего треугольника, а затем перейти к равнобедренным треугольникам, расположенным от него справа и слева.

12.2 Параллелограмм

1182. б) Воспользоваться надо двумя параллельными ребрами линейки.

1184. б) Двумя способами: параллелограммы $ABCD$ и $ABDC$.

1191. б) Сначала лист бумаги нужно дважды перегнуть так, чтобы линии сгиба были перпендикулярны друг другу. Затем нужно загнуть образовавшийся прямой угол.

1196. а) 5; б) рисунок задачи интересен сам по себе. Полезно отыскать на нем всевозможные параллелограммы (их всего

16), найти и пометить мягким карандашом равные отрезки, указать параллельные отрезки.

1197. Известны длины сторон шестиугольника. Внутри шестиугольника заключены три параллелограмма. Решение основано на том, что противоположные стороны параллелограмма равны. При определении длин отрезков внутри шестиугольника можно подписывать их на чертеже карандашом.

12.3. Правильные многоугольники

1202. Ответ: у треугольника — 3, четырехугольника — 4, пятиугольника — 5, шестиугольника — 6 и т. д.; с четным числом сторон.

1203. б) Аналогично случаю «а»; известно, как построить правильный четырехугольник, разделив окружность на 4 равные части (см. рис. 292 учебника); далее делим каждую дугу пополам (см. рис. 295).

1205. *Дополнительный вопрос:* «Какие еще правильные многоугольники легко построить, воспользовавшись предложенным алгоритмом?»

Ответ: правильный многоугольник, число сторон которого является делителем числа 360 (5, 6, 8, 10, 12, 15, 18 и т. д.).

12.4. Площади

1210. Надо провести линию разреза и показать стрелкой, как переложить отрезанную часть. Получившийся квадрат можно выделить цветом.

1213. Ситуацию можно промоделировать: перевести параллелограмм на кальку, разрезать его по синей линии и сложить из получившихся частей прямоугольник. После чего надо сопоставить длины сторон прямоугольника с исходными данными.

12.5. Призма

1225, 1226. Для выполнения задания нужны модели.

1227. а) Можно попросить учащихся показать на проекционном изображении куба, как прошла плоскость распила, а также нарисовать рядом одну из получившихся призм.

Содержание

Введение	3
Методические рекомендации к курсу 5 класса	12
Глава 1. Линии	12
Глава 2. Натуральные числа	20
Глава 3. Действия с натуральными числами	30
Глава 4. Использование свойств действий при вычислениях	45
Глава 5. Многоугольники	54
Глава 6. Делимость чисел	64
Глава 7. Треугольники и четырехугольники	74
Глава 8. Дроби	83
Глава 9. Действия с дробями	93
Глава 10. Многогранники	103
Глава 11. Таблицы и диаграммы	114
Методические рекомендации к курсу 6 класса	117
Глава 1. Обыкновенные дроби	117
Глава 2. Прямые на плоскости и в пространстве	126
Глава 3. Десятичные дроби	130
Глава 4. Действия с десятичными дробями	136
Глава 5. Окружность	146
Глава 6. Отношения и проценты	150
Глава 7. Симметрия	156
Глава 8. Целые числа	160
Глава 9. Комбинаторика. Случайные события	167
Глава 10. Рациональные числа	171
Глава 11. Буквы и формулы	179
Глава 12. Многоугольники и многогранники	186

Учебное издание

Суворова Светлана Борисовна
Кузнецова Людмила Викторовна
Минаева Светлана Станиславовна
Рослова Лариса Олеговна

МАТЕМАТИКА, 5—6

Книга для учителя

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Т. Г. Войлокова*
Младший редактор *Н. В. Ноговицина*
Художник *О. П. Богомолова*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *Г. М. Дмитриев*
Технический редактор *Н. В. Лукина*
Корректор *М. А. Теренььева*