

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2010 года

11 класс

Вариант №1

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

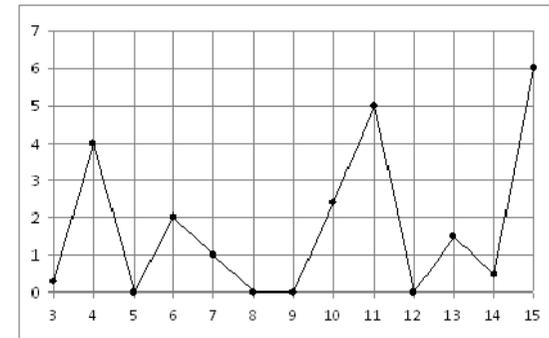
Часть 1

Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

В1 Шоколадка стоит 25 рублей. В супермаркете проходит рекламная акция: оплатив две шоколадки, покупатель получает три (одну шоколадку в подарок). Какое наибольшее число шоколадок получит покупатель на 480 рублей?

Ответ: _____

В2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало более 3 миллиметров осадков.



Ответ: _____

В3 Найдите корень уравнения: $\sqrt{\frac{10}{4x-26}} = \frac{1}{7}$.

Ответ: _____

В4 В равнобедренном треугольнике ABC (сторона AC — основание) $\cos A = \frac{4}{5}$, высота BH равна 12. Найдите AC .

Ответ: _____

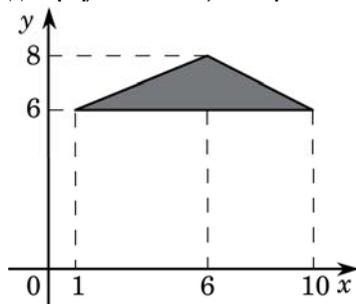
В5 В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой будет самый дешевый заказ. Сколько рублей будет стоить заказ?

Фирма такси	Подача машины	Длительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх минимальной поездки
1	200 руб.	Нет	14 руб.
2	Бесплатно	15 мин. 300 руб.	17 руб.
3	120 руб.	10 мин. 200 руб.	16 руб.

*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Ответ:

В6 Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

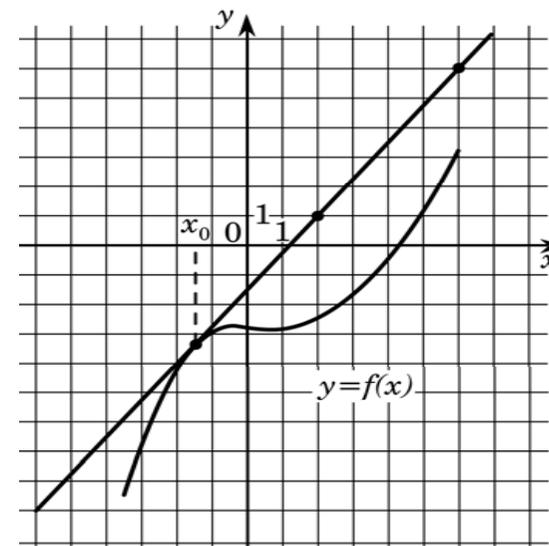


Ответ:

В7 Найдите значение выражения $5^{\log_{25} 16}$.

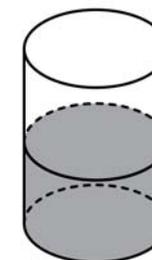
Ответ:

В8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ:

В9 В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 125 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 5 раз больше первого?



Ответ:

В10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию q (единиц в месяц) от её цены p (тыс. руб.) задаётся формулой: $q = 100 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 240 тыс. руб.

Ответ:

В11 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = (x - 22)e^{x-21}$ на отрезке $[20; 22]$.

Ответ:

В12 Из А в В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 15 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 90 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 54 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{\cos y} \sqrt{6x - x^2 - 8} = 0, \\ \sqrt{\sin x} \sqrt{2 - y - y^2} = 0. \end{cases}$$

С2

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой BD_1 .

С3

Решите неравенство $7^{-|x-3|} \cdot \log_2(6x - x^2 - 7) \geq 1$.

С4

Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

С5

Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$ является отрезок.

С6 Найдите несократимую дробь $\frac{p}{q}$ такую, что

$$\frac{p}{q} = \frac{1234567 \overbrace{888\dots 8}^{2000} 87654321}{12345678 \overbrace{999\dots 9}^{1999} 87654321}.$$

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2010 года

11 класс

Вариант №2

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

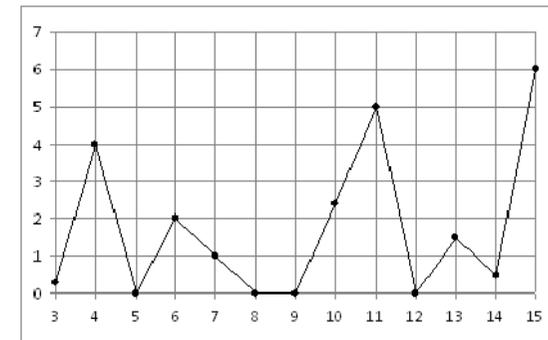
Часть 1

Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

В1 Шоколадка стоит 20 рублей. В супермаркете проходит рекламная акция: оплатив две шоколадки, покупатель получает три (одну шоколадку в подарок). Какое наибольшее число шоколадок получит покупатель на 210 рублей?

Ответ: _____

В2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 5 миллиметров осадков.



Ответ: _____

В3 Найдите корень уравнения: $\sqrt{2x + 48} = 6$.

Ответ: _____

В4 В равнобедренном треугольнике ABC (сторона AC — основание), $\cos A = \frac{5}{13}$, высота BH равна 24. Найдите AC .

Ответ: _____

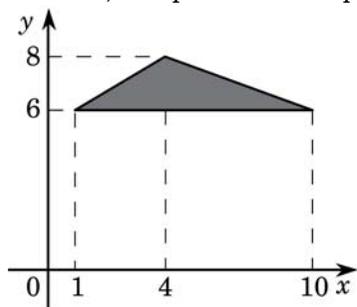
В5 В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет самый дешевый. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Длительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх минимальной поездки
1	200 руб.	Нет	17 руб.
2	Бесплатно	15 мин. 300 руб.	19 руб.
3	200 руб.	10 мин. 200 руб.	16 руб.

*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Ответ:

В6 Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

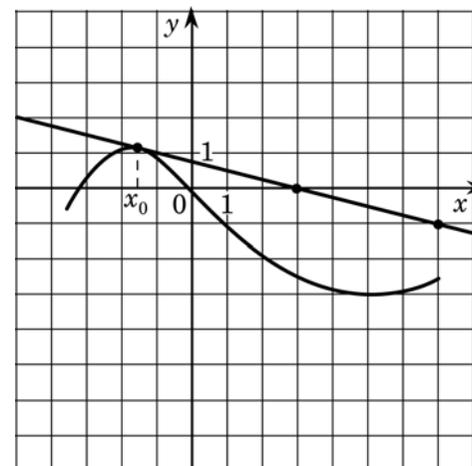


Ответ:

В7 Найдите значение выражения $2^{\log_4 36}$.

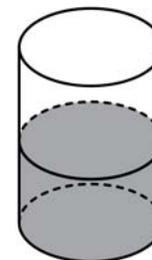
Ответ:

В8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ:

В9 В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 12 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого?



Ответ:

В10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от её цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 165 - 15p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 420 тыс. руб.

Ответ:

В11 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = (x - 18)e^{x-17}$ на отрезке $[16; 18]$.

Ответ:

В12 Из А в В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 12 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 72 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 45 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2\cos 2x + 3\sin x = 1, \\ y^2 \cos x + y \cos x + \frac{\sqrt{15}}{2} = 0. \end{cases}$$

С2

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой AD_1 .

С3

Решите неравенство $5^{-|x-2|} \cdot \log_2(4x - x^2 - 2) \geq 1$.

С4

Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 31 и 17, а расстояние между центрами окружностей равно 50.

С5

Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

С6

Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа А за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа В за несколько рейсов, причём в этом случае число рейсов каждого автобуса типа В будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа А. В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа В входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа А?

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2010 года

11 класс

Вариант №3

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

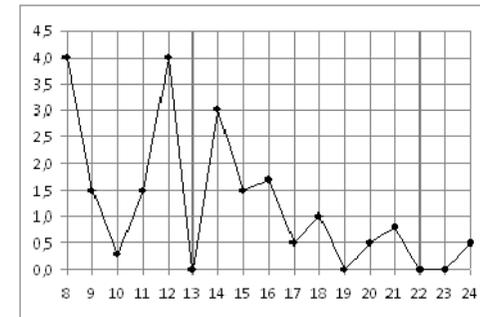
Часть 1

Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

В1 Шоколадка стоит 35 рублей. В супермаркете проходит рекламная акция: оплачивая три шоколадки, покупатель получает четыре (одну шоколадку в подарок). Какое наибольшее число шоколадок получит покупатель на 220 рублей?

Ответ: _____

В2 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое наибольшее количество осадков выпадало за данный период. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: _____

В3 Найдите корень уравнения: $\sqrt{\frac{1}{4x-19}} = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____

В4 В равнобедренном треугольнике ABC (сторона AC – основание), $\cos A = \frac{3}{5}$, высота BH равна 16. Найдите AC .

Ответ: _____

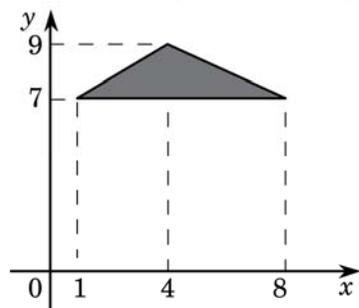
В5 В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 40 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет самый дешевый. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Длительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх минимальной поездки
1	250 руб.	Нет	11 руб.
2	Бесплатно	15 мин. 300 руб.	17 руб.
3	120 руб.	10 мин. 200 руб.	13 руб.

*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Ответ:

В6 Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

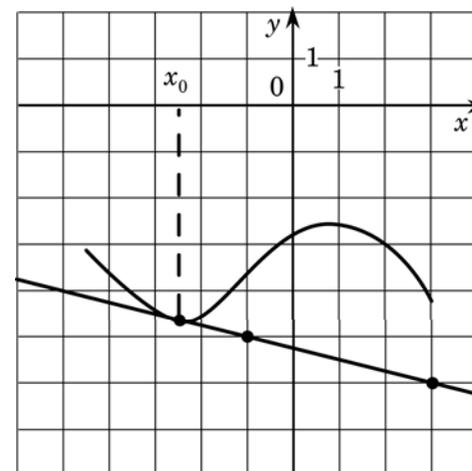


Ответ:

В7 Найдите значение выражения $6^{\log_{36} 16}$.

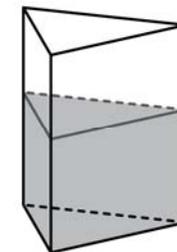
Ответ:

В8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ:

В9 Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1500 см^3 воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 20 см до отметки 25 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см^3 .



Ответ:

В10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объёма спроса на продукцию q (единиц в месяц) от её цены p (тыс. руб.) задаётся формулой: $q = 40 - 5p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 75 тыс. руб.

Ответ:

В11 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = (x - 12)e^{x-11}$ на отрезке $[10; 12]$.

Ответ:

В12 Из А в В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 33 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 22 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{\cos y} \sqrt{6x - x^2 - 8} = 0, \\ \sqrt{\sin x} \sqrt{2 - y - y^2} = 0. \end{cases}$$

С2

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой BD_1 .

С3

Решите неравенство $7^{-|x-3|} \cdot \log_2(6x - x^2 - 7) \geq 1$.

С4

Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

С5

Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$ является отрезок.

С6

Найдите несократимую дробь $\frac{p}{q}$ такую, что

$$\frac{p}{q} = \frac{1234567 \overbrace{888\dots 8}^{2000} 7654321}{12345678 \underbrace{999\dots 9}_{1999} 87654321}.$$

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2010 года

11 класс

Вариант №4

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

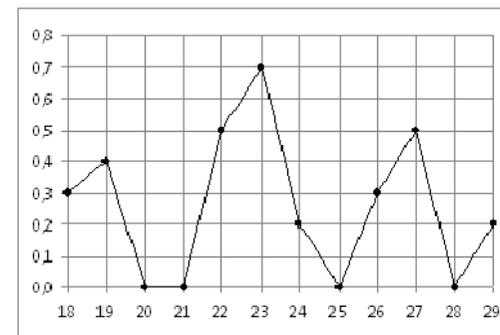
Часть 1

Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

- В1** Шоколадка стоит 25 рублей. В супермаркете проходит рекламная акция: оплачивая две шоколадки, покупатель получает три (одну шоколадку в подарок). Какое наибольшее число шоколадок получит покупатель на 420 рублей?

Ответ:

- В2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа выпало наибольшее количество осадков.



Ответ:

- В3** Найдите корень уравнения: $\sqrt{2x + 41} = 7$.

Ответ:

- В4** В равнобедренном треугольнике ABC (сторона AC – основание), $\cos A = \frac{12}{13}$, высота BH равна 16. Найдите AC .

Ответ:

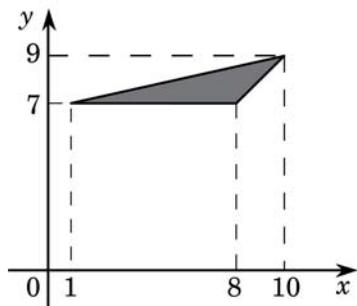
В5 В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 50 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет самый дешевый. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Длительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх минимальной поездки
1	250 руб.	Нет	11 руб.
2	Бесплатно	10 мин. 200 руб.	16 руб.
3	180 руб.	15 мин. 300 руб.	13 руб.

*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

Ответ:

В6 Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

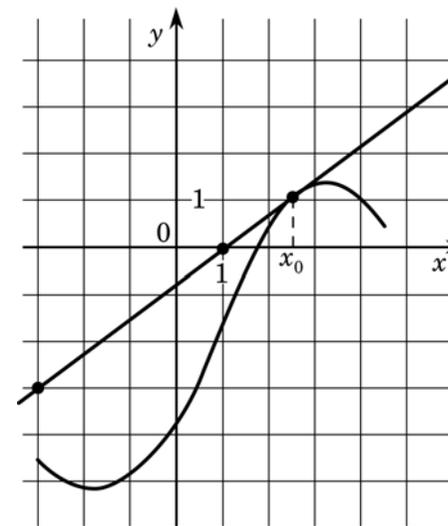


Ответ:

В7 Найдите значение выражения $7^{\log_{49} 36}$.

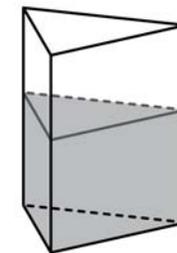
Ответ:

В8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ:

В9 Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1900 см^3 воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 20 см до отметки 22 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см^3 .



Ответ:

В10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от её цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 150 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 440 тыс. руб.

Ответ:

В11 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = (x - 5)e^{x-4}$ на отрезке $[3; 5]$.

Ответ:

В12 Из А в В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2\cos 2x + 3\sin x = 1, \\ y^2 \cos x + y \cos x + \frac{\sqrt{15}}{2} = 0. \end{cases}$$

С2

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой AD_1 .

С3

Решите неравенство $5^{-|x-2|} \cdot \log_2(4x - x^2 - 2) \geq 1$.

С4

Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 31 и 17, а расстояние между центрами окружностей равно 50.

С5

Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

С6

Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа А за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа В за несколько рейсов, причём в этом случае число рейсов каждого автобуса типа В будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа А. В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа В входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа А?

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2010 года

11 класс

Вариант №5

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

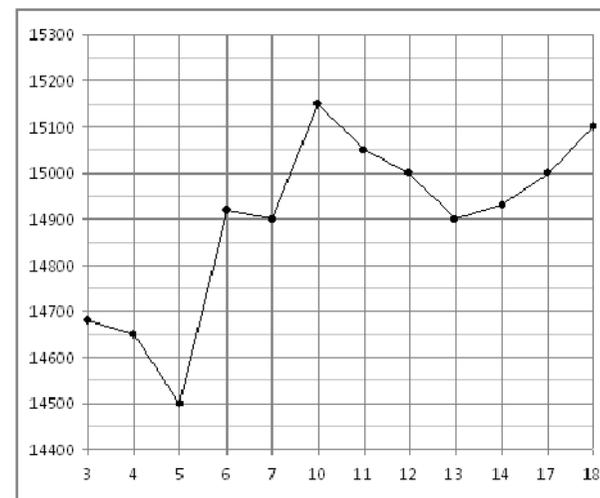
Часть 1

Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

В1 В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?

Ответ:

В2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.



Ответ:

В3 Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{3}}(6 - 3x) = -4$.

Ответ:

В4 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 5$, $BC = 5\sqrt{3}$. Найдите $\cos A$.

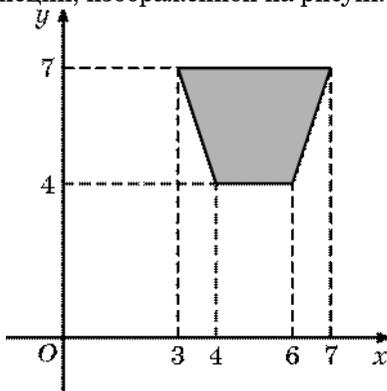
Ответ:

В5 Строительной фирме нужно приобрести 40 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	3800	10300	
Б	4500	8300	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	3900	8300	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно

Ответ:

В6 Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.

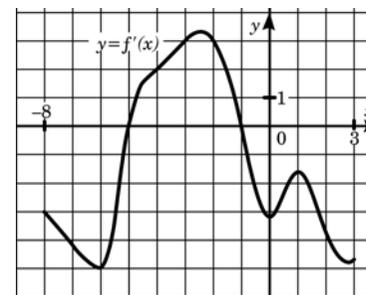


Ответ:

В7 Найдите значение выражения: $6^{\sqrt{\pi}+5} \cdot 6^{-3-\sqrt{\pi}}$.

Ответ:

В8 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 10$ или совпадает с ней.



Ответ:

В9 Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если при том же основании высоту пирамиды увеличить в четыре раза?

Ответ:

В10 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ:

В11 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 5\sin x + \frac{36}{\pi}x + 6$ на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$.

Ответ:

В12 Заказ на изготовление 154 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{\cos y} \sqrt{6x - x^2 - 8} = 0, \\ \sqrt{\sin x} \sqrt{2 - y - y^2} = 0. \end{cases}$$

С2

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой BD_1 .

С3

Решите неравенство $7^{-|x-3|} \cdot \log_2(6x - x^2 - 7) \geq 1$.

С4

Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

С5

Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$ является отрезок.

С6

Найдите несократимую дробь $\frac{p}{q}$ такую, что

$$\frac{p}{q} = \frac{1234567 \overbrace{888 \dots 8}^{2000} 7654321}{12345678 \overbrace{999 \dots 9}^{1999} 87654321}.$$

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2010 года

11 класс

Вариант №6

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

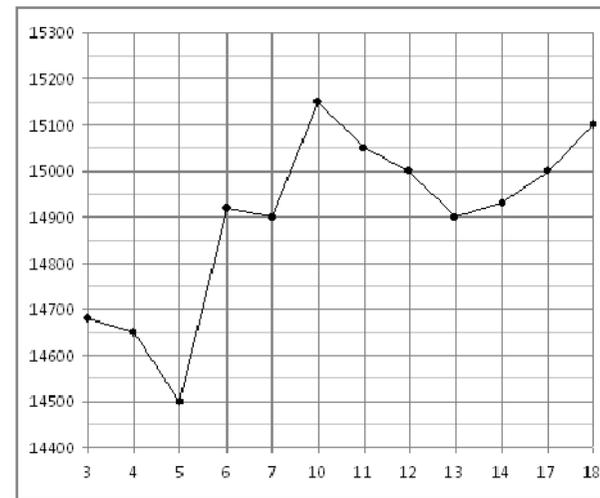
Часть 1

Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

В1 В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1300 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?

Ответ:

В2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



Ответ:

В3 Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{9}}(9 - 6x) = -2$.

Ответ:

В4 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 6$, $BC = 3\sqrt{21}$. Найдите $\cos A$.

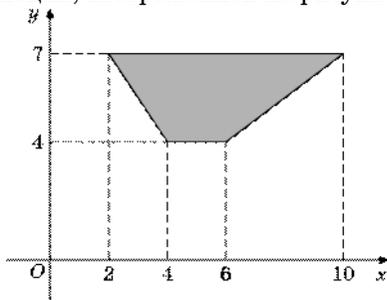
Ответ:

В5 Строительной фирме нужно приобрести 40 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	3600	10700	
Б	4100	8700	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	3700	8700	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно

Ответ:

В6 Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.

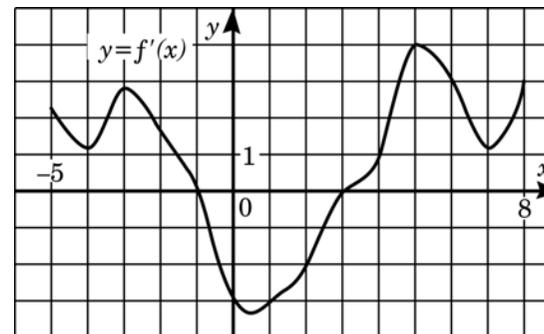


Ответ:

В7 Найдите значение выражения: $8^{\sqrt{8}+6} \cdot 8^{-5-\sqrt{8}}$.

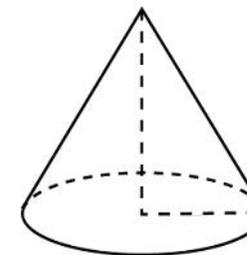
Ответ:

В8 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 9$ или совпадает с ней.



Ответ:

В9 Во сколько раз увеличится объем конуса, если радиус его основания увеличить в 1,5 раза?



Ответ:

В10 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 20$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 15 до 40 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ:

В11 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 3\sin x + \frac{30}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

Ответ:

В12 Заказ на 130 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2\cos 2x + 3\sin x = 1, \\ y^2 \cos x + y \cos x + \frac{\sqrt{15}}{2} = 0. \end{cases}$$

С2 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой AD_1 .

С3 Решите неравенство $5^{-|x-2|} \cdot \log_2(4x - x^2 - 2) \geq 1$.

С4 Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 31 и 17, а расстояние между центрами окружностей равно 50.

С5 Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

С6 Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа А за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа В за несколько рейсов, причём в этом случае число рейсов каждого автобуса типа В будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа А. В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа В входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа А?

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2010 года

11 класс

Вариант №7

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

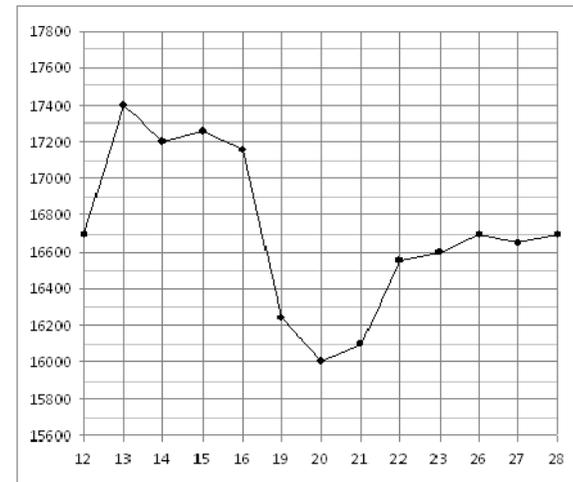
Часть 1

Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

В1 В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 3 недели?

Ответ:

В2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 12 по 28 ноября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Ответ:

В3 Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{8}}(4 - 2x) = -2$.

Ответ:

В4 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 5$, $BC = 10\sqrt{6}$. Найдите $\cos A$.

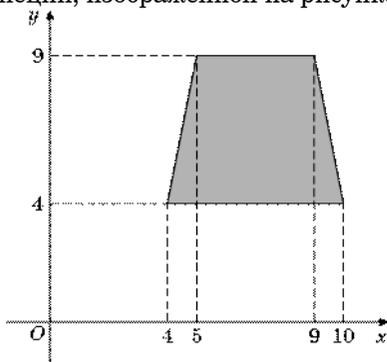
Ответ:

В5 Строительной фирме нужно приобрести 50 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	3500	9900	
Б	4500	7900	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	3600	7900	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно

Ответ:

В6 Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.

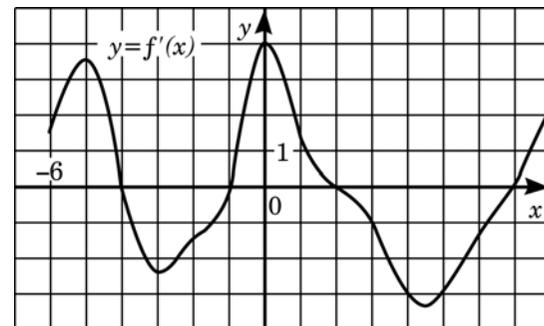


Ответ:

В7 Найдите значение выражения: $4^{\sqrt{2}+2} \cdot 4^{2-\sqrt{2}}$.

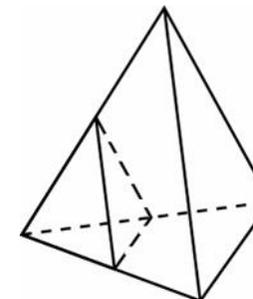
Ответ:

В8 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 7$ или совпадает с ней.



Ответ:

В9 Во сколько раз увеличится площадь поверхности пирамиды, если все ее ребра увеличить в 2 раза?



Ответ:

В10 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 35$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 35 до 60 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 240 до 280 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ:

В11 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 2\sin x - \frac{36}{\pi}x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

Ответ:

В12 Заказ на 460 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{\cos y} \sqrt{6x - x^2 - 8} = 0, \\ \sqrt{\sin x} \sqrt{2 - y - y^2} = 0. \end{cases}$$

С2

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой BD_1 .

С3

Решите неравенство $7^{-|x-3|} \cdot \log_2(6x - x^2 - 7) \geq 1$.

С4

Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

С5

Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$ является отрезок.

С6

Найдите несократимую дробь $\frac{p}{q}$ такую, что

$$\frac{p}{q} = \frac{1234567 \overbrace{888\dots 8}^{2000} 87654321}{12345678 \underbrace{999\dots 9}_{1999} 87654321}$$

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2010 года

11 класс

Вариант №8

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

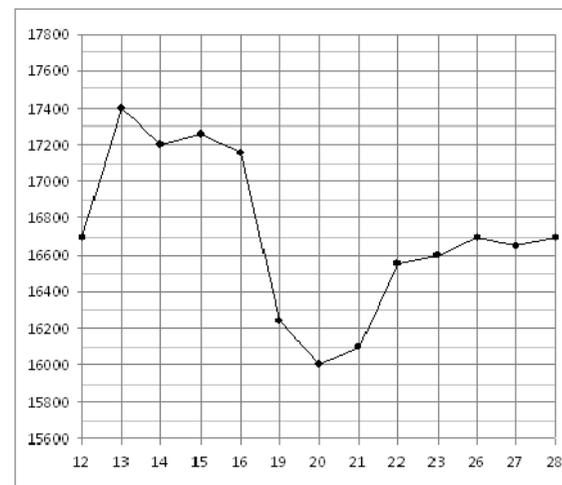
Часть 1

Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

В1 В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 900 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 8 недель?

Ответ: _____

В2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 12 по 28 ноября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Ответ: _____

В3 Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{2}}(2 - 3x) = -5$.

Ответ: _____

В4 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 3$, $BC = \sqrt{91}$. Найдите $\cos A$.

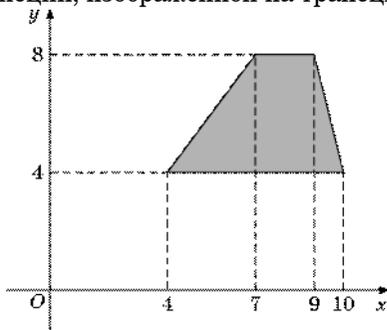
Ответ: _____

В5 Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1 м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	3600	10600	
Б	4500	8600	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	3700	8600	При заказе на сумму больше 200 000 руб. доставка бесплатно

Ответ:

В6 Найдите площадь трапеции, изображенной на трапеции.

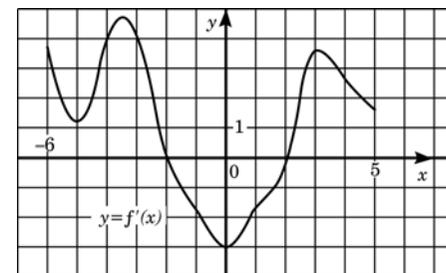


Ответ:

В7 Найдите значение выражения: $7^{\sqrt{11}+7} \cdot 7^{-5-\sqrt{11}}$.

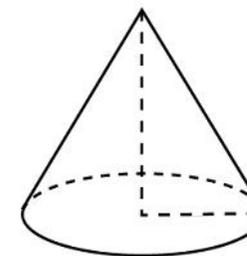
Ответ:

В8 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y = -x + 1$ или совпадает с ней.



Ответ:

В9 Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 3 раза?



Ответ:

В10 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 45$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 50 до 70 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 200 до 270 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ:

В11 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 5\sin x + \frac{36}{\pi}x + 3$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

Ответ:

В12 Заказ на 140 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 4 детали больше?

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2\cos 2x + 3\sin x = 1, \\ y^2 \cos x + y \cos x + \frac{\sqrt{15}}{2} = 0. \end{cases}$$

С2

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой AD_1 .

С3

Решите неравенство $5^{-|x-2|} \cdot \log_2(4x - x^2 - 2) \geq 1$.

С4

Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 31 и 17, а расстояние между центрами окружностей равно 50.

С5

Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

С6

Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа А за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа В за несколько рейсов, причём в этом случае число рейсов каждого автобуса типа В будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа А. В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа В входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа А?

Диагностическая работа по алгебре 11 класса,

17 февраля 2010 года

Ответы к задачам части В

Вариант 1

B1	B2	B3	B4	B5	B6
28	3	129	32	1040	9
B7	B8	B9	B10	B11	B12
4	1,25	5	6	-1	60

Вариант 2

B1	B2	B3	B4	B5	B6
15	11	-6	20	1345	9
B7	B8	B9	B10	B11	B12
6	-0,25	3	7	-1	48

Вариант 3

B1	B2	B3	B4	B5	B6
8	4	7	24	690	7
B7	B8	B9	B10	B11	B12
4	-0,25	375	5	-1	44

Вариант 4

B1	B2	B3	B4	B5	B6
8	4	7	24	690	7
B7	B8	B9	B10	B11	B12
6	0,75	190	11	-1	32

Вариант 5

B1	B2	B3	B4	B5	B6
9	5	-25	0,5	162300	9
B7	B8	B9	B10	B11	B12
36	4	4	36	-26,5	11

Вариант 6

B1	B2	B3	B4	B5	B6
32	10	-12	0,4	154700	15
B7	B8	B9	B10	B11	B12
8	6	2,25	24	4	10

Вариант 7

B1	B2	B3	B4	B5	B6
8	16000	-30	0,2	184900	25
B7	B8	B9	B10	B11	B12
256	4	4	40	5	20

Вариант 8

B1	B2	B3	B4	B5	B6
29	17400	-10	0,3	222000	16
B7	B8	B9	B10	B11	B12
49	2	3	54	-29,5	14

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

C1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{\cos y} \sqrt{6x - x^2 - 8} = 0, \\ \sqrt{\sin x} \sqrt{2 - y - y^2} = 0. \end{cases}$$

Решение.

Из неравенства $6x - x^2 + 8 \geq 0$ получаем: $2 \leq x \leq 4$.

1 случай. Пусть $x = 2$ или $x = 4$. Если $x = 4$, то $\sin x < 0$; если $x = 2$, то $\sin x > 0$. Из второго уравнения получаем: $2 - y - y^2 = 0$, откуда $y = -2$ или $y = 1$.

Если $y = -2$, то $\cos y < 0$. Если $y = 1$, то $\cos y > 0$. Значит, $x = 2, y = 1$.

2 случай. Пусть теперь $2 < x < 4$. Тогда $6x - x^2 - 8 > 0$, и поэтому из первого уравнения получаем: $\cos y = 0$.

Учтем, что $2 - y - y^2 \geq 0$. Тогда $-2 \leq y \leq 1$. Из всех решений уравнения $\cos y = 0$ этому условию удовлетворяет только $y = -\frac{\pi}{2}$. При этом $2 - y - y^2 > 0$ и, из второго уравнения получаем: $\sin x = 0$. Из всех решений этого уравнения интервалу $2 < x < 4$ принадлежит только $x = \pi$. Значит $x = \pi, y = -\frac{\pi}{2}$.

Ответ: $(2; 1), (\pi; -\frac{\pi}{2})$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Получен ответ, возможно, неверный, но только из-за вычислительной ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

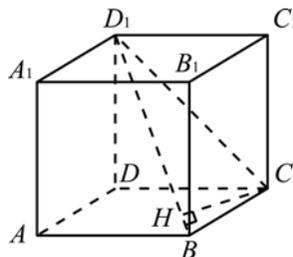
C2 В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой BD_1 .

Решение.

Проведем отрезок CD_1 и опустим перпендикуляр CH на BD_1 . Искомое расстояние равно высоте CH прямоугольного треугольника BCD_1 с прямым углом C :

$$CH = \frac{CD_1 \cdot BC}{BD_1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{3}$.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Способ нахождения искомого расстояния верен, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

C3 Решите неравенство $7^{-|x-3|} \cdot \log_2(6x - x^2 - 7) \geq 1$.

Решение.

Так как $0 < 7^{-|x-3|} \leq 1$ и $\log_2(6x - x^2 - 7) = \log_2(2 - (x-3)^2) \leq 1$,

переходим к системе

$$\begin{cases} \log_2(2 - (x-3)^2) = 1, \\ 7^{-|x-3|} = 1. \end{cases}$$

Получаем: $x = 3$

Ответ: $x = 3$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Не сделана оценка $7^{- x-3 } > 0$ или не рассмотрен случай отрицательных множителей. Ответ верный	2
Получен верный ответ равносильными преобразованиями или с помощью оценок, но не доказано отсутствие других решений. Или при верном ходе решения ответ неверный, или отсутствует за счет вычислительной ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

C4 Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 23 и 7, а расстояние между центрами окружностей равно 34.

Решение.

Пусть центры окружностей O_1 и O_2 , а точки касания A и B . Проведем через точку B прямую, параллельную O_1O_2 . Точку пересечения этой прямой с O_1A обозначим K . Треугольник KAB прямоугольный.

Возможны два случая расположения окружностей и общей касательной.

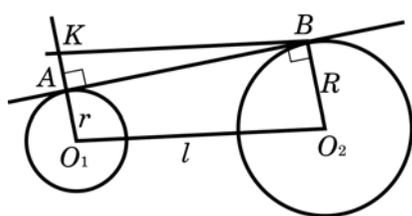


Рис. 1

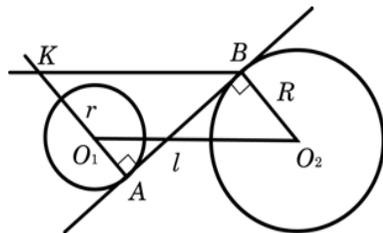


Рис. 2

1. Окружности лежат по одну сторону от касательной (рисунок 1).
 2. Окружности лежат по разные стороны от касательной (рисунок 2).
 Обозначим радиусы окружностей R и r , расстояние между центрами окружностей l .
 В первом случае $AK = R - r$, во втором случае $AK = R + r$.

Из прямоугольного треугольника KAB находим:
 в первом случае $AB = \sqrt{l^2 - (R - r)^2} = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30$,
 во втором случае $AB = \sqrt{l^2 - (R + r)^2} = \sqrt{34^2 - 30^2} = 16$.

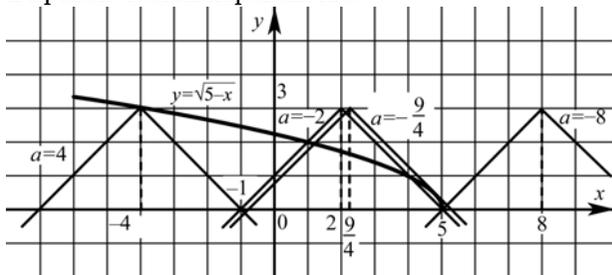
Ответ: 30 или 16.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

С5 Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$ является отрезок.

Решение.

Перепишем неравенство в виде $\sqrt{5-x} \leq 3 - |x+a|$, и нарисуем эскизы графиков левой и правой частей неравенства.



Рассматривая взаимное расположение графиков при разных a , получаем:

$$-8 < a \leq -\frac{9}{4} \text{ или } -2 < a < 4.$$

Ответ: $\left(-8; -\frac{9}{4}\right] \cup (-2; 4)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Либо получен верный ответ, но при его обосновании допущены ошибки, либо обоснованно получен ответ, отличный от верного только из-за потери или приобретения одного из значений параметра	3
Получен ответ: $-8 < a < 4$ (возможно включение концов). В решении представлена правильная графическая интерпретация или соответствующие ей равносильные преобразования	2
Ответ, возможно, отсутствует или неверен, но в решении с помощью верного рассуждения найдены промежутки, содержащие правильные значения параметра	1
Все ситуации, отличные от описанных выше	0

С6 Найдите несократимую дробь $\frac{p}{q}$ такую, что

$$\frac{p}{q} = \frac{1234567 \overbrace{888\dots 87654321}^{2000}}{12345678 \overbrace{999\dots 987654321}^{1999}}$$

Решение.

Рассмотрим число $a = \overbrace{11\dots 1}^{2007}$ и сложим «в столбик» числа: $a, 10a, 10^2a, \dots, 10^7a$ – получим числитель исходной дроби m ; а складывая числа: $a, 10a, 10^2a, \dots, 10^7a, 10^8a$ – получим знаменатель n , где $m = ap, n = aq$ ($p = 11\ 111\ 111, q = 111\ 111\ 111$) и числа p, q – взаимно простые.

Ответ: $\frac{11111111}{111111111}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
Ответ верный, но не доказано, что полученная дробь несократима	3
Метод решения правильный, но ответ неверен из-за вычислительной ошибки	2
Решение дано для дроби с меньшим числом 8 в числителе и 9 в знаменателе и сделан верный, но необоснованный вывод относительно данной дроби	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

C1

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2\cos 2x + 3\sin x = 1, \\ y^2 \cos x + y \cos x + \frac{\sqrt{15}}{2} = 0. \end{cases}$$

Решение.

Из первого уравнения получаем: $2 - 4\sin^2 x + 3\sin x = 1$, откуда $4\sin^2 x - 3\sin x - 1 = 0$.
Значит, $\sin x = 1$ или $\sin x = -\frac{1}{4}$.

Если $\cos x = 0$, то второе уравнение не имеет решений. При $\cos x \neq 0$ рассмотрим второе уравнение как квадратное относительно y . Дискриминант равен $\cos^2 x - 2\sqrt{15}\cos x = \cos x(\cos x - 2\sqrt{15})$. Чтобы уравнение имело действительные решения, нужно, чтобы дискриминант был неотрицателен. Выражение $\cos x - 2\sqrt{15}$ отрицательно при всех возможных x , значит, $\cos x < 0$.

Следовательно, случай $\sin x = 1$ невозможен, а из $\sin x = -\frac{1}{4}$ находим:
 $x = \pi + \arcsin \frac{1}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

При этом $\cos x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$. Второе уравнение принимает вид: $-\frac{\sqrt{15}}{4}y^2 - \frac{\sqrt{15}}{4}y + \frac{\sqrt{15}}{2} = 0$, откуда: $y^2 + y - 2 = 0$. Значит, $y = 1$ или $y = -2$.

Ответ: $(\pi + \arcsin \frac{1}{4} + 2\pi k; -2); (\pi + \arcsin \frac{1}{4} + 2\pi k; 1), k \in \mathbb{Z}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Получен ответ, возможно, неверный, но только из-за вычислительной ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

C2

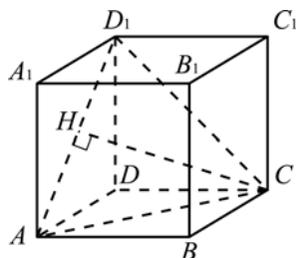
В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние от точки C до прямой AD_1 .

Решение.

Проведем отрезки CD_1 и AC . Искомое расстояние равно длине перпендикуляра CH , проведенного к прямой AD_1 . Этот перпендикуляр является медианой равностороннего треугольника ACD_1 со стороной $\sqrt{2}$.

$$CH = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2}$.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Способ нахождения искомого расстояния верен, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

C3

Решите неравенство $5^{-|x-2|} \cdot \log_2(4x - x^2 - 2) \geq 1$.

Решение.

Так как $0 < 5^{-|x-2|} \leq 1$ и $\log_2(4x - x^2 - 2) = \log_2(2 - (x-2)^2) \leq 1$,

приходим к системе
$$\begin{cases} \log_2(4x - x^2 - 2) = 1, \\ 5^{-|x-2|} = 1. \end{cases}$$
 Получаем: $x = 2$.

Ответ: $x = 2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Не сделана оценка $5^{- x-2 } > 0$ или не рассмотрен случай отрицательных множителей. Ответ верный	2
Получен верный ответ равносильными преобразованиями или с помощью оценок, но не доказано отсутствие других решений. Или при верном ходе решения ответ неверный, или отсутствует за счет вычислительной ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

C4

Найдите длину отрезка общей касательной к двум окружностям, заключенного между точками касания, если радиусы окружностей равны 31 и 17, а расстояние между центрами окружностей равно 50.

Решение.

Пусть центры окружностей O_1 и O_2 , а точки касания A и B . Проведем через точку B прямую, параллельную $O_1 O_2$. Точку пересечения этой прямой с $O_1 A$ обозначим K . Треугольник KAB прямоугольный.

Возможны два случая расположения окружностей и общей касательной.

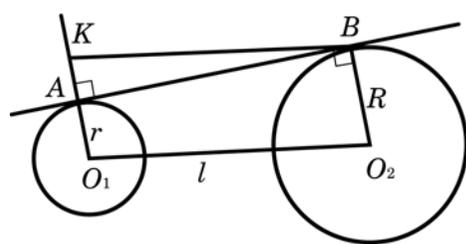


Рис. 1

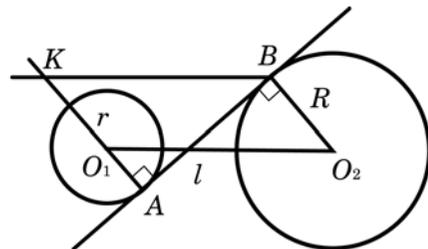


Рис. 2

- Окружности лежат по одну сторону от касательной (рисунок 1).
 - Окружности лежат по разные стороны от касательной (рисунок 2).
- Обозначим радиусы окружностей R и r , расстояния между центрами окружностей l . В первом случае $AK = R - r$, во втором случае $AK = R + r$.

Из прямоугольного треугольника KAB находим:

в первом случае $AB = \sqrt{l^2 - (R - r)^2} = \sqrt{50^2 - 14^2} = 48$,

во втором случае $AB = \sqrt{l^2 - (R + r)^2} = \sqrt{50^2 - 48^2} = 14$.

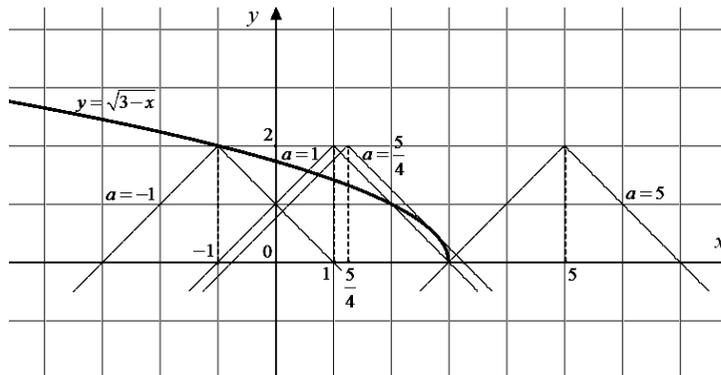
Ответ: 48 или 14.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

С5 Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{3-x} + |x-a| \leq 2$ является отрезок.

Решение.

Перепишем неравенство в виде $\sqrt{3-x} \leq 2 - |x-a|$, и нарисуем эскизы графиков левой и правой частей неравенства.



Рассматривая взаимное расположение графиков при разных a , получаем: $-1 < a < 1$ или $1,25 \leq a < 5$.

Ответ: $(-1; 1) \cup \left[\frac{5}{4}; 5\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Либо получен верный ответ, но при его обосновании допущены ошибки, либо обоснованно получен ответ, отличный от верного только из-за потери или приобретения одного из значений параметра	3
Получен ответ: $-1 < a < 5$ (возможно включение концов). В решении представлена правильная графическая интерпретация или соответствующие ей равносильные преобразования	2
Ответ, возможно, отсутствует или неверен, но в решении с помощью верного рассуждения найдены промежутки, содержащие правильные значения параметра	1
Все ситуации, отличные от описанных выше	0

С6 Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа А за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа В за несколько рейсов, причём в этом случае число рейсов каждого автобуса типа В будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа А. В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа В входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа А?

Решение.

Тип А: 2 автобуса n – рейсов каждый $m + 7$ – человек в автобусе
 Тип В: 3 автобуса $n - 1$ – рейс m – человек

$$3(n - 1)m = 2n(m + 7)$$

$$3mn - 3m = 2nm + 14n$$

$$mn - 3m = 14n$$

$$m(n - 3) = 14n$$

$$m = \frac{14n}{n-3} = \frac{14(n-3) + 42}{n-3} = 14 + \frac{42}{n-3}, \text{ следовательно надо найти делители } 42.$$

$$n - 3 = 1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42.$$

Если $n - 3 = 1$, то получаем $n = 4$, $m = 56$, а всего школьников 504.

$n = 5$, $m = 35$, то школьников 420;

$n = 6$, $m = 28$, то школьников 420;

$n = 9$, $m = 21$, то школьников 504;

$n = 10$, $m = 20$, то школьников 540;

$n = 17$, $m = 17$, то школьников 816;

$n = 45$, $m = 15$, то школьников 1980.

Ответ: 1980.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
Ответ, возможно, неверный из-за арифметической ошибки, но правильно обозначена идея перебора, основанная на свойствах делимости	3
Ответ, возможно, неверен, однако есть попытка провести перебор с использованием аналитических соображений	2
Решения ищутся прямым перебором без обоснований и ограничений. Ответ верный	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0