

**Диагностическая работа  
по МАТЕМАТИКЕ**

**9 декабря 2010 года**

**11 класс**

**Вариант № 5 (без производной)**

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и записать ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

***Желаем успеха!***

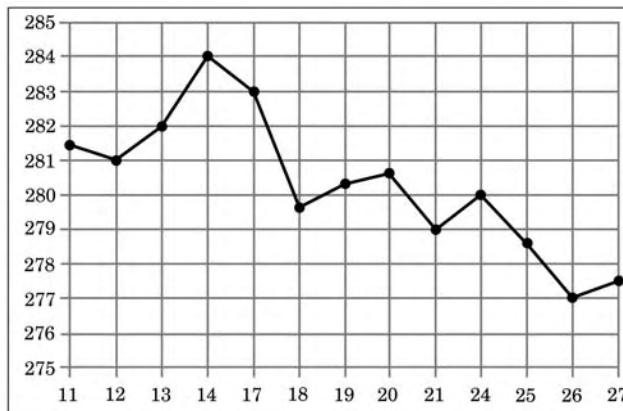
**Часть 1**

**Ответом на задания B1 – B12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.**

- B1** 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 10 копеек. Счетчик электроэнергии 1 ноября показывал 7061 киловатт-час, а 1 декабря показывал 7249 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь?

**Ответ:**

- B2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.



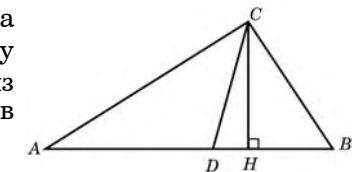
**Ответ:**

- B3** Найдите корень уравнения  $3^{2x-4} = 81$ .

**Ответ:**

**B4**

Острые углы прямоугольного треугольника равны  $77^\circ$  и  $13^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



**Ответ:**

- B5** Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона (см. табл.1).

Табл.1

Фирма-производитель	Процент от выручки, поступающей в доход салона	Примечания
«Альфа»	6 %	Изделия ценой до 30 000 р.
«Альфа»	4 %	Изделия ценой свыше 30 000 р.
«Бета»	4,5 %	Все изделия
«Омикрон»	5 %	Все изделия

В прейскуранте (табл.2) приведены цены на четыре серванта. Определите, продажа какого серванта наиболее выгодна для салона. В ответе запишите сумму (в рублях), которая поступит в доход салона от продажи этого серванта.

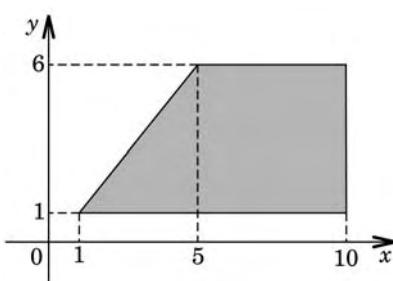
Табл.2

Фирма-производитель	Изделие	Цена
«Альфа»	Сервант «Фантазия»	21 000 р.
«Альфа»	Сервант «Феерия»	32 000 р.
«Бета»	Сервант «Фабула»	28 000 р.
«Омикрон»	Сервант «Феникс»	25 000 р.

**Ответ:**

**B6**

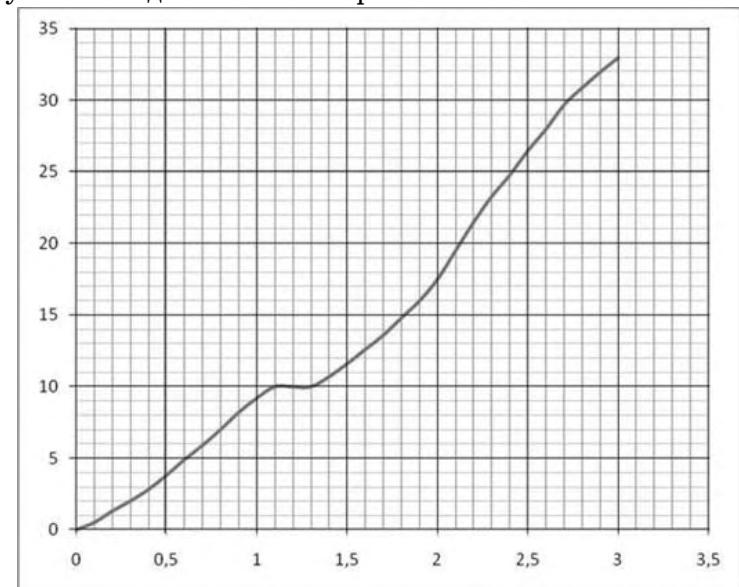
Найдите площадь прямоугольной трапеции, вершины которой имеют координаты  $(1;1)$ ,  $(10;1)$ ,  $(10;6)$ ,  $(5;6)$ .

**Ответ:** **B7**

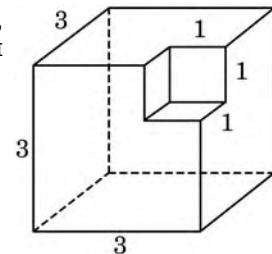
Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Ответ:** **B8**

На рисунке показана зависимость расстояния при движении лыжника по маршруту от начального пункта. На оси абсцисс откладывается время в часах, на оси ординат – пройденный путь в километрах. Найдите среднюю скорость лыжника на этом маршруте. Ответ дайте в километрах в час.

**Ответ:** **B9**

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

**Ответ:**

**B10** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 16$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 7,2 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ:

**B11** Найдите наименьшее значение функции  $y = -\frac{8}{x^2 - 10x + 29}$  на отрезке  $[0; 8]$ .

Ответ:

**B12** В среду акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а в четверг подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 25% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в среду?

Ответ:

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** Решите уравнение  $(2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$ .

**C2** Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка  $BC_1$  до плоскости  $AB_1D_1$ .

**C3** Решите неравенство

$$\log_3(x^2 + 7x + 10) + \log_{\frac{1}{3}}\frac{x+5}{9} + 1 \geq \log_3(3x^2 + 16x + 20)$$

**C4** Расстояние между параллельными прямыми равно 12. На одной из них лежит точка  $C$ , а на другой — точки  $A$  и  $B$ , причем треугольник  $ABC$  — остроугольный равнобедренный и его боковая сторона равна 13. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 4x - 9y + 20 = 0, \\ y = ax + 1, \\ x > 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**C6** Каждое из чисел 2, 3, ..., 7 умножают на каждое из чисел 13, 14, ..., 21 и перед каждым из полученных произведений произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего все 54 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

**Диагностическая работа  
по МАТЕМАТИКЕ**

**9 декабря 2010 года**

**11 класс**

**Вариант № 6 (без производной)**

Математика. 11 класс. Вариант 6 (без производной)

2

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и записать ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

***Желаем успеха!***

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

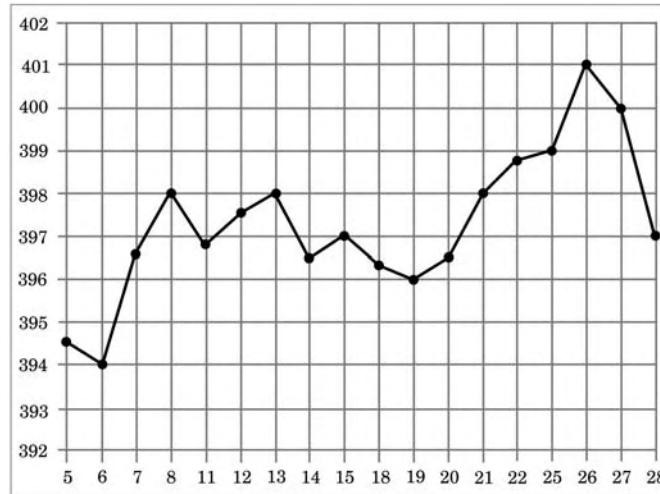
**Часть 1**

**Ответом на задания B1 – B12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.**

- B1** 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 90 копеек. Счетчик электроэнергии 1 августа показывал 10507 киловатт-часов, а 1 сентября показывал 10689 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за август?

**Ответ:**

- B2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.

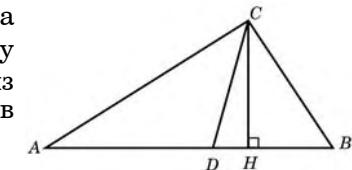


**Ответ:**

- B3** Найдите корень уравнения  $7^{3x+2} = \frac{1}{7}$ .

**Ответ:**

- B4** Острые углы прямоугольного треугольника равны  $58^\circ$  и  $32^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



**Ответ:**

- B5** Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона (см. табл.1).

Табл.1

Фирма-производитель	Процент от выручки, поступающий в доход салона	Примечания
«Альфа»	7 %	Изделия ценой до 30 000 р.
«Альфа»	3 %	Изделия ценой свыше 30 000 р.
«Бета»	4 %	Все изделия
«Омикрон»	5 %	Все изделия

В прейскуранте (табл.2.) приведены цены на четыре шкафа-купе. Определите, продажа какого шкафа-купе наиболее выгодна для салона. В ответе запишите сумму (в рублях), которая поступит в доход салона от продажи этого шкафа-купе.

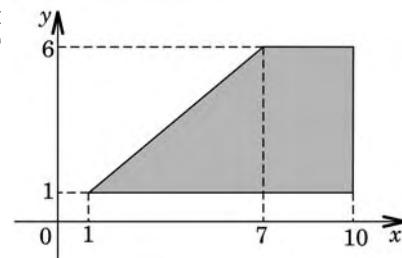
Табл.2

Фирма-производитель	Изделие	Цена
«Альфа»	Шкаф-купе «Аполлон-240»	22 000 р.
«Альфа»	Шкаф-купе «Анафора»	34 000 р.
«Бета»	Шкаф-купе «Абстракция»	29 000 р.
«Омикрон»	Шкаф-купе «Аллюзия»	24 000 р.

Ответ:

**B6**

Найдите площадь прямоугольной трапеции, вершины которой имеют координаты  $(1;1)$ ,  $(10;1)$ ,  $(10;6)$ ,  $(7;6)$ .



Ответ:

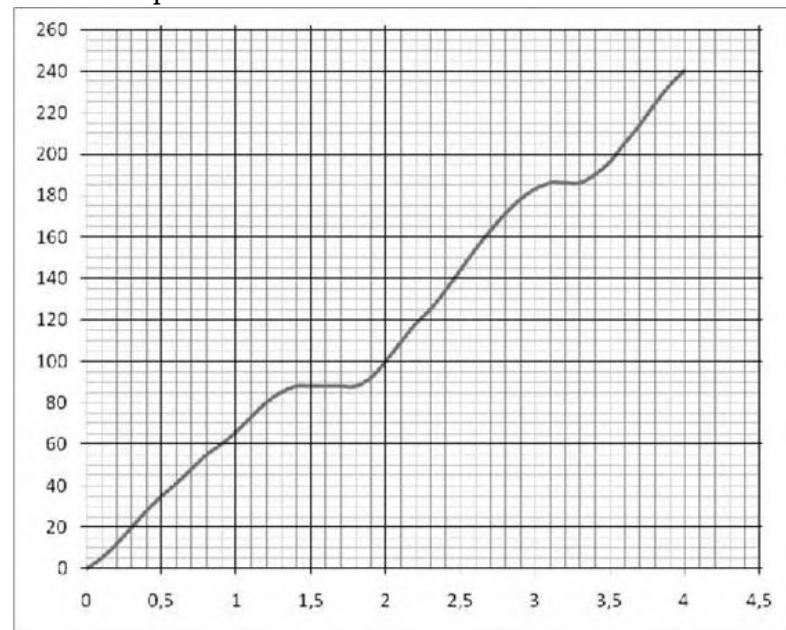
**B7**

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

Ответ:

**B8**

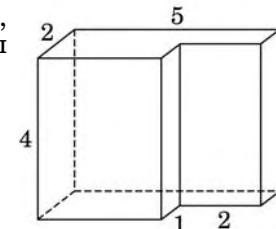
На рисунке показана зависимость расстояния от времени при движении катера по маршруту от начального пункта. На оси абсцисс откладывается время в часах, на оси ординат – пройденный путь в километрах. Найдите среднюю скорость движения катера. Ответ дайте в километрах в час.



Ответ:

**B9**

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ:

**B10** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 12$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3,6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ:

**B11** Найдите наименьшее значение функции  $y = -\frac{12}{x^2 - 14x + 52}$  на отрезке  $[2; 10]$ .

Ответ:

**B12** В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 1% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Ответ:

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** Решите уравнение  $(2\cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$ .

**C2** Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ .

Найдите угол между плоскостями  $AB_1D_1$  и  $ACD_1$ .

**C3** Решите неравенство

$$\log_2(x^2 + 4x) + \log_{0,5} \frac{x}{4} + 2 \geq \log_2(x^2 + 3x - 4).$$

**C4** Расстояние между параллельными прямыми равно 4. На одной из них лежит точка  $C$ , а на другой — точки  $A$  и  $B$ , причем треугольник  $ABC$  — остроугольный равнобедренный, и его боковая сторона равна 5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 7x - 14y + 49 = 0, \\ y = ax + 1, \\ x \geq 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**C6** Найдите все тройки натуральных чисел  $k$ ,  $m$  и  $n$ , удовлетворяющие уравнению  $2 \cdot k! = m! - 2 \cdot n!$  ( $1! = 1$ ;  $2! = 1 \cdot 2 = 2$ ;  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ ).

**Диагностическая работа  
по МАТЕМАТИКЕ**

**9 декабря 2010 года**

**11 класс**

**Вариант № 7 (без производной)**

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и записать ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

***Желаем успеха!***

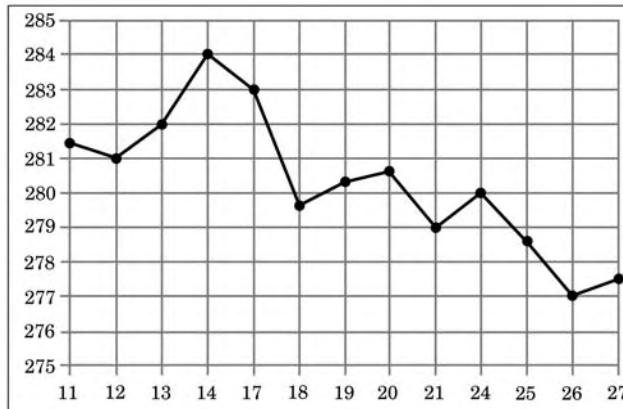
**Часть 1**

**Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.**

- В1** 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 70 копеек. Счетчик электроэнергии 1 января показывал 72452 киловатт-часа, а 1 февраля показывал 72611 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за январь?

**Ответ:**

- В2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



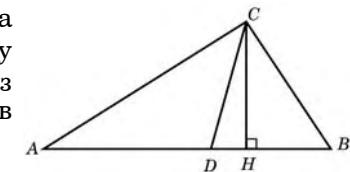
**Ответ:**

- В3** Найдите корень уравнения  $5^{x+7} = 25$ .

**Ответ:**

**В4**

Острые углы прямоугольного треугольника равны  $55^\circ$  и  $35^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



**Ответ:**

- В5** Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона (см. табл.1).

Табл.1

Фирма-производитель	Процент от выручки, поступающей в доход салона	Примечания
«Альфа»	5 %	Изделия ценой до 30 000 р.
«Альфа»	3 %	Изделия ценой свыше 30 000 р.
«Бета»	3,5 %	Все изделия
«Омикрон»	4 %	Все изделия

В прейскуранте (табл.2.) приведены цены на четыре кровати. Определите, продажа какой кровати наиболее выгодна для салона. В ответе запишите сумму (в рублях), которая поступит в доход салона от продажи этой кровати.

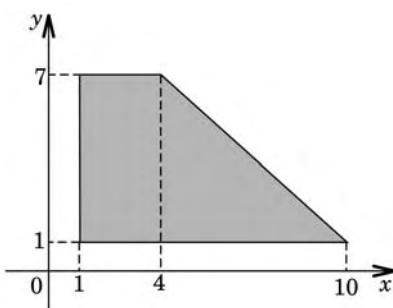
Табл.2

Фирма-производитель	Изделие	Цена
«Альфа»	Кровать «Восторг»	22 000 р.
«Альфа»	Кровать «Валентина»	33 000 р.
«Бета»	Кровать «Виталий»	28 000 р.
«Омикрон»	Кровать «Виктория»	26 000 р.

**Ответ:**

**B6**

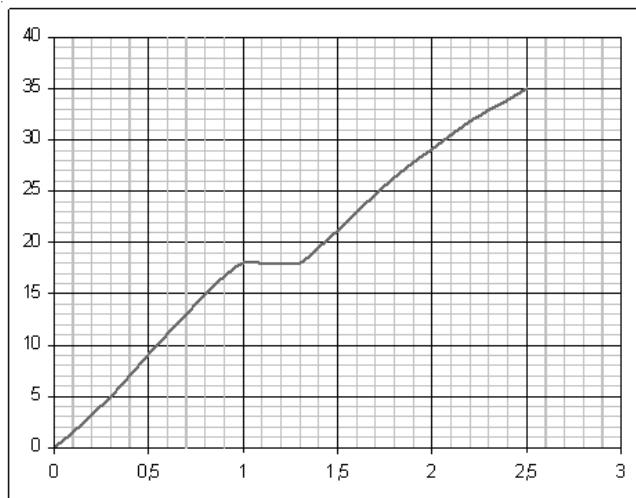
Найдите площадь прямоугольной трапеции, вершины которой имеют координаты  $(1;1)$ ,  $(10;1)$ ,  $(4;7)$ ,  $(1;7)$ .

**Ответ:** **B7**

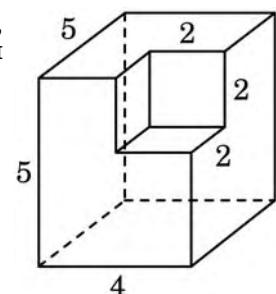
Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Ответ:** **B8**

На рисунке показана зависимость расстояния от времени при движении бегуна на длинные дистанции от места старта. На оси абсцисс откладывается время в часах, на оси ординат – пройденное расстояние в километрах в час. Найдите среднюю скорость движения бегуна на этой дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

**Ответ:** **B9**

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

**Ответ:** **B10**

При температуре  $0^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 13$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^{\circ}$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 7,8 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

**Ответ:** **B11**

Найдите наименьшее значение функции  $y = -\frac{11}{x^2 + 4x + 15}$  на отрезке  $[-5; 0]$ .

**Ответ:** **B12**

В четверг акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а в пятницу подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

**Ответ:**

**Часть 2**

**Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.**

**С1** Решите уравнение  $(2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$ .

**С2** Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка  $BC_1$  до плоскости  $AB_1D_1$ .

**С3** Решите неравенство

$$\log_3(x^2 + 7x + 10) + \log_{\frac{1}{3}}\frac{x+5}{9} + 1 \geq \log_3(3x^2 + 16x + 20)$$

**С4** Расстояние между параллельными прямыми равно 12. На одной из них лежит точка  $C$ , а на другой – точки  $A$  и  $B$ , причем треугольник  $ABC$  – остроугольный равнобедренный и его боковая сторона равна 13. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**С5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 4x - 9y + 20 = 0, \\ y = ax + 1, \\ x > 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**С6** Каждое из чисел 2, 3, ..., 7 умножают на каждое из чисел 13, 14, ..., 21 и перед каждым из полученных произведений произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего все 54 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

**Диагностическая работа  
по МАТЕМАТИКЕ**

**9 декабря 2010 года**

**11 класс**

**Вариант № 8 (без производной)**

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и записать ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

***Желаем успеха!***

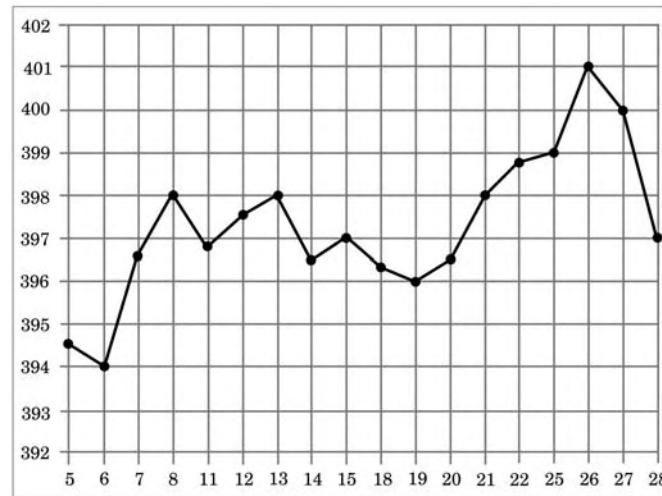
**Часть 1**

**Ответом на задания В1 – В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.**

- В1** 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 20 копеек. Счетчик электроэнергии 1 февраля показывал 71181 киловатт-час, а 1 марта показывал 71324 киловатт-часа. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за февраль?

**Ответ:**

- В2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



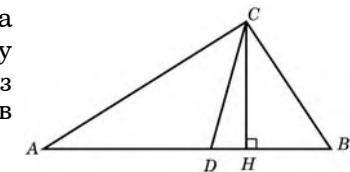
**Ответ:**

- В3** Найдите корень уравнения  $2^{3x-7} = 32$ .

**Ответ:**

**В4**

Острые углы прямоугольного треугольника равны  $74^\circ$  и  $16^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



**Ответ:**

- В5** Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона (см. табл.1).

Табл.1

Фирма-производитель	Процент от выручки, поступающей в доход салона	Примечания
«Альфа»	7 %	Изделия ценой до 30 000 р.
«Альфа»	3,5 %	Изделия ценой свыше 30 000 р.
«Бета»	5 %	Все изделия
«Омикрон»	6 %	Все изделия

В прейскуранте (табл.2.) приведены цены на четыре обеденных гарнитура. Определите, продажа какого гарнитура наиболее выгодна для салона. В ответе запишите сумму (в рублях), которая поступит в доход салона от продажи этого гарнитура.

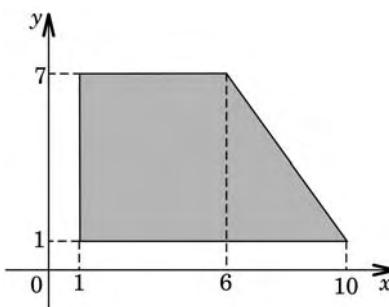
Табл.2

Фирма-производитель	Изделие	Цена
«Альфа»	Гарнитур «Эвклид»	24 000 р.
«Альфа»	Гарнитур «Эрдёш»	38 000 р.
«Бета»	Гарнитур «Эйлер»	29 000 р.
«Омикрон»	Гарнитур «Эрмит»	27 000 р.

**Ответ:**

**B6**

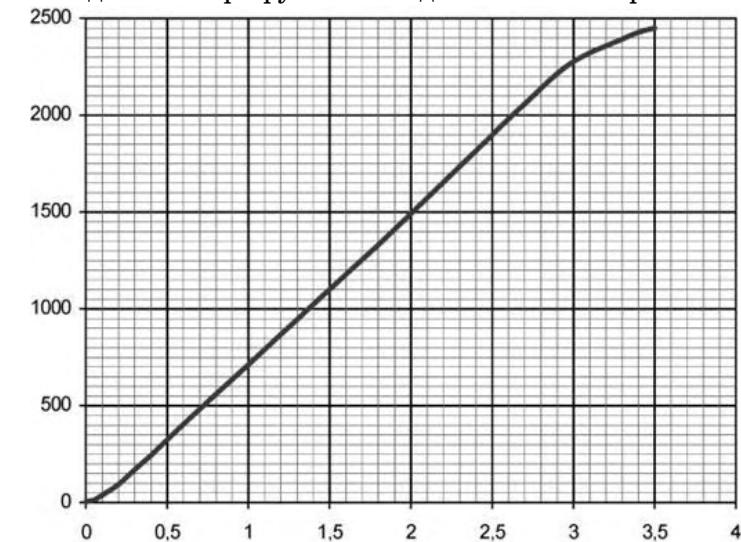
Найдите площадь прямоугольной трапеции, вершины которой имеют координаты  $(1;1)$ ,  $(10;1)$ ,  $(6;7)$ ,  $(1;7)$ .

**Ответ:** **B7**

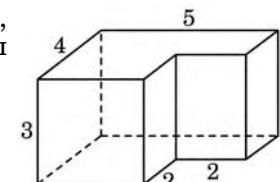
Найдите  $\cos\alpha$ , если  $\sin\alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

**Ответ:** **B8**

На рисунке показана зависимость расстояния от времени при движении самолета по маршруту от начального пункта. На оси абсцисс откладывается время в часах, на оси ординат – пройденное расстояние в километрах. Найдите среднюю скорость движения самолета на данном маршруте. Ответ дайте в километрах в час

**Ответ:** **B9**

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

**Ответ:**

**B10** При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 17$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 5,1 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ:

**B11** Найдите наименьшее значение функции  $y = -\frac{14}{x^2 - 6x + 16}$  на отрезке  $[1; 6]$ .

Ответ:

**B12** В четверг акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а в пятницу подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 36% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

Ответ:

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания С1 – С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** Решите уравнение  $(2\cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$ .

**C2** Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ .

Найдите угол между плоскостями  $AB_1D_1$  и  $ACD_1$ .

**C3** Решите неравенство

$$\log_2(x^2 + 4x) + \log_{0,5} \frac{x}{4} + 2 \geq \log_2(x^2 + 3x - 4).$$

**C4** Расстояние между параллельными прямыми равно 4. На одной из них лежит точка  $C$ , а на другой — точки  $A$  и  $B$ , причем треугольник  $ABC$  — остроугольный равнобедренный, и его боковая сторона равна 5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

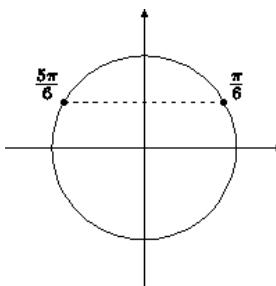
**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 7x - 14y + 49 = 0, \\ y = ax + 1, \\ x \geq 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**C6** Найдите все тройки натуральных чисел  $k$ ,  $m$  и  $n$ , удовлетворяющие уравнению  $2 \cdot k! = m! - 2 \cdot n!$  ( $1! = 1$ ;  $2! = 1 \cdot 2 = 2$ ;  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ ).

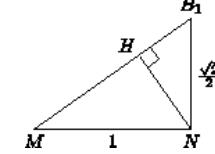
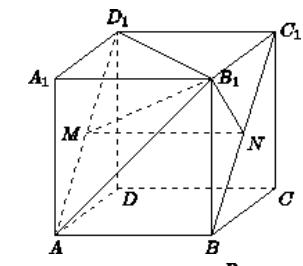
<b>Bap</b>	<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>B5</b>	<b>B6</b>	<b>B7</b>	<b>B8</b>	<b>B9</b>	<b>B10</b>	<b>B11</b>	<b>B12</b>
<b>1</b>	206,8	26	-2	32	1280	35	-0,1	-0,25	54	37,5	0,5	50
<b>2</b>	345,8	6	9	128	1540	30	-0,2	-0,25	72	25	0,25	10
<b>3</b>	270,3	14	-3	10	1100	36	-0,4	-0,75	130	50	-0,25	30
<b>4</b>	171,6	26	5	56	1680	42	-0,4	-0,5	86	25	-0,5	60
<b>5</b>	206,8	26	4	32	1280	35	-0,1	11	54	37,5	-2	50
<b>6</b>	345,8	6	-1	13	1540	30	-0,2	60	72	25	-4	10
<b>7</b>	270,3	14	-5	10	1100	36	-0,4	14	130	50	-1	30
<b>8</b>	171,6	26	4	29	1680	42	-0,4	700	86	25	-2	60
<b>9</b>	105	5	13	36	342	16	-0,3	0,5	80	840	4	44036
<b>10</b>	77	25	15	125	540	12	-0,5	0,5	58	460	6	35316
<b>11</b>	55	10	10	56	443	16	-0,2	0,25	130	550	8	21216
<b>12</b>	42	15	4	128	505	10	-0,9	0,5	36	950	2	66780
<b>13</b>	105	5	-26	36	342	16	-0,3	750	80	840	2	44036
<b>14</b>	77	25	-58	44	540	12	-0,5	60	58	460	1,5	35316
<b>15</b>	55	10	-21	40	443	16	-0,2	7	130	550	3	21216
<b>16</b>	42	15	-24	92	505	10	-0,9	9	36	950	1	66780

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом****C1** Решите уравнение  $(2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$ .**Решение:**Левая часть уравнения имеет смысл при  $\cos x \leq 0$ .Выражение  $\sqrt{-\cos x} + 1$  положительно при всех допустимых  $x$ .Значит,  $2\sin x - 1 = 0$ ;  $\sin x = \frac{1}{2}$ ;  $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .Так как  $\cos x \leq 0$ , числа  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  не являются решениями уравнения.**Ответ:**  $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Содержание критерия оценивания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Верно найдены все значения переменной $x$ , при которой равен нулю множитель $2\sin x - 1$ . Имеется указание на то, что второй множитель отличен от нуля, но отбор найденных значений либо не произведен, либо произведен неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C2** Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка  $BC_1$  до плоскости  $AB_1D_1$ .**Решение:** $M$  – середина  $AD_1$ ,  $N$  – середина  $BC_1$ .Проведем перпендикуляр  $NH$  из точки  $N$  к плоскости  $AB_1D_1$ ,  $NM \perp AD_1$ , Значит  $NM \perp AD_1$ .Поэтому точка  $H$  лежит на отрезке  $MB_1$ , перпендикулярном  $AD_1$ .Искомый отрезок  $NH$  является высотой прямоугольного треугольника  $MNB_1$  с прямым углом  $N$ . Поэтому

$$NH = \frac{NB_1 \cdot NM}{MB_1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Задача обоснованно сведена к планиметрической, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C3** Решите неравенство

$$\log_3(x^2 + 7x + 10) + \log_{\frac{1}{3}}\frac{x+5}{9} + 1 \geq \log_3(3x^2 + 16x + 20)$$

**Решение:**

Неравенство имеет смысл при

$$\begin{cases} x^2 + 7x + 10 > 0, \\ x + 5 > 0, \\ 3x^2 + 16x + 20 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (x+2)(x+5) > 0, \\ x+5 > 0, \\ (3x+10)(x+2) > 0; \end{cases} \quad x > -2.$$

Для таких  $x$  получаем:

$$\log_3((x+2)(x+5)) - \log_3\frac{x+5}{9} + 1 \geq \log_3((x+2)(3x+10));$$

$$\log_3(x+2) + \log_3(x+5) - \log_3(x+5) + 3 \geq \log_3(x+2) + \log_3(3x+10);$$

$$\log_3(3x+10) \leq 3; 3x+10 \leq 27; x \leq \frac{17}{3}.$$

Значит,  $-2 < x \leq \frac{17}{3}$ .**Ответ:**  $\left(-2; \frac{17}{3}\right]$ .

Содержание критерия оценивания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Решение содержит обоснованный переход от исходного неравенства к простейшему логарифмическому неравенству, при решении которого допущены вычислительные неточности, в результате которых ответ может быть неверным.	2
Или верно найдены все значения переменной, при которых неравенство имеет смысл и произведен верный переход к неравенству относительно логарифмов с одинаковым основанием;	1
Или без верного учета положительности выражений под знаками логарифмов получено простейшее логарифмическое неравенство, являющееся следствием исходного неравенства.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**C4** Расстояние между параллельными прямыми равно 12. На одной из них лежит точка  $C$ , а на другой – точки  $A$  и  $B$ , причем треугольник  $ABC$  – остроугольный равнобедренный и его боковая сторона равна 13. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .**Решение:**Пусть  $r$  – искомый радиус, а точка  $H$  – основание высоты  $CH$  треугольника  $ABC$ .1 случай. Точка  $C$  – вершина равнобедренного треугольника (см. рис.1). Тогда  $AC = BC = 13$ , и  $CH$  – медиана треугольника  $ABC$ .Из прямоугольного треугольника  $AHC$  находим:

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5, AB = 2AH = 10.$$

Тогда, если  $p$  – полупериметр треугольника, то

$$r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{AH \cdot CH}{\frac{1}{2}(AB + BC + CA)} = \frac{60}{18} = \frac{10}{3}.$$

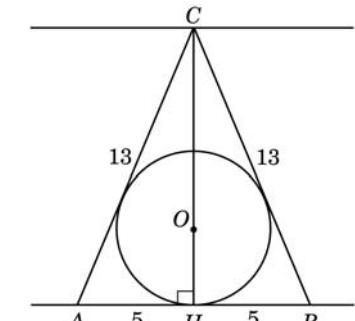


Рис.1

2 случай. Вершина равнобедренного треугольника – одна из точек  $A$  или  $B$ . Пусть, для определенности, вершина в точке  $B$ .Проведем высоту  $CH$ . Если  $H$  находится на продолжении стороны  $AB$ , то треугольник  $ABC$  тупоугольный. Этот случай противоречит условию. Если  $H$  лежит на стороне  $AB$  (см. рис. 2), то из прямоугольного треугольника  $BHC$  находим:

$$BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5, AH = 13 - 5 = 8.$$

Из прямоугольного треугольника  $AHC$  находим:

$$AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = 4\sqrt{13}.$$

Тогда

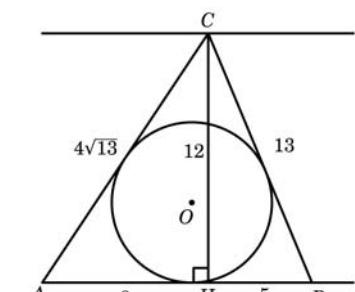


Рис.2

$$r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot CH}{\frac{1}{2}(AB + BC + CA)} = \frac{13 \cdot 6}{\frac{1}{2}(26 + 4\sqrt{13})} = \frac{13 \cdot 6}{13 + 2\sqrt{13}} = \frac{26 - 4\sqrt{13}}{3}.$$

**Ответ:**  $\frac{26 - 4\sqrt{13}}{3}$  или  $\frac{10}{3}$ .

Содержание критерия оценивания	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 4x - 9y + 20 = 0, \\ y = ax + 1, \\ x > 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**Решение:**

Преобразуем систему:

$$\begin{cases} (y-4)(x+y-5) = 0, \\ y = ax + 1, \\ x > 2 \end{cases}$$

Уравнение  $(y-4)(x+y-5) = 0$  задает пару пересекающихся прямых  $y = 4$  и  $y = 5 - x$ .

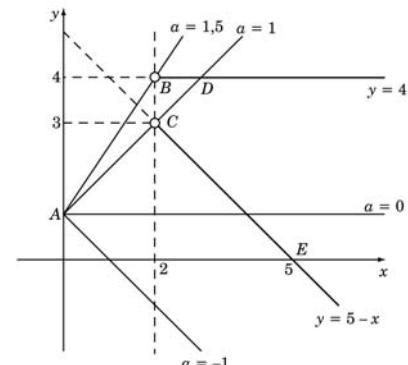
Система

$$\begin{cases} (y-4)(x+y-5) = 0, \\ x > 2 \end{cases}$$

задает части этих прямых, расположенные правее прямой  $x = 2$ , т.е. лучи  $BD$  и  $CE$  без точек  $B$  и  $C$  (см. рис.). Уравнение  $y = ax + 1$  задает прямую  $m$  с угловым коэффициентом  $a$ , проходящую через точку  $A(0; 1)$ . Следует найти все значения  $a$ , при каждом из которых прямая  $m$  имеет единственную общую точку с объединением лучей  $BD$  и  $CE$ .

- Прямая  $AB$  задается уравнением  $y = 1,5x + 1$ . Поэтому при  $a \geq 1,5$  прямая  $m$  не пересекает ни луч  $BD$ , ни луч  $CE$ .
- Прямая  $AC$  задается уравнением  $y = x + 1$ . Поэтому при  $1 \leq a < 1,5$  прямая  $m$  пересекает луч  $BD$ , но не пересекает луч  $CE$ .
- При  $0 < a < 1$  прямая  $m$  пересекает и луч  $BD$ , и луч  $CE$ .
- Наконец, при  $-1 < a \leq 0$  прямая  $m$  пересекает только луч  $CE$ , а при  $a \leq -1$  она не пересекает ни луч  $BD$ , ни луч  $CE$ .

**Ответ:**  $-1 < a \leq 0$ ,  $1 \leq a < 1,5$ .



Содержание критерия оценивания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
Решение в целом верное. Обоснованно найдены оба промежутка значений параметра из ответа к задаче, при этом возможны неточности с (не)включением концов и(или) вычислительная погрешность	3
Обоснованно найден хотя бы один промежуток значений параметра из ответа к задаче, при этом возможны неточности с (не)включением концов и(или) вычислительная погрешность	2
Решение содержит: - или верное описание расположения двух лучей и прямой из условия задачи; - или верное получение квадратного уравнения с параметром а относительно одной из переменных	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Содержание критерия оценивания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, не доказано, что либо сумма отлична от 0, либо что она может быть равна 1)	3
Верно найдено наибольшее значение суммы и доказано, что сумма всегда отлична от 0	2
Верно найдено только наибольшее значение суммы или только доказано, что сумма всегда отлична от 0	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**C6** Каждое из чисел 2, 3, ..., 7 умножают на каждое из чисел 13, 14, ..., 21 и перед каждым из полученных произведений произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего все 54 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

**Решение:**

1. Если все произведения взяты со знаком плюс, то их сумма максимальна и равна

$$(2 + \dots + 7)(13 + \dots + 21) = \left(\frac{2+7}{2} \cdot 6\right) \cdot \left(\frac{13+21}{2} \cdot 9\right) = 27 \cdot 153 = 4131.$$

2. Так как сумма оказалась нечетной, то число нечетных слагаемых в ней – нечетно, причем это свойство всей суммы не меняется при смене знака любого ее слагаемого. Поэтому любая из получающихся сумм будет нечетной, а значит, не будет равна 0.

3. Значение 1 сумма принимает, например, при такой расстановке знаков у произведений, которая получится при раскрытии следующих скобок:

$$(-2 + 3 - 4 + 5 - 6 - 7)(-13 - 14 - 15 - 16 + 17 - 18 + 19 + 20 + 21) = 1 \cdot 1 = 1.$$

**Ответ:** 1 и 4131.

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**C1** Решите уравнение  $(2\cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$ .

**Решение:**

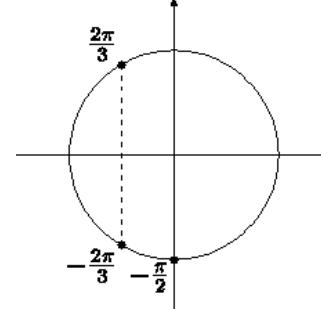
Левая часть уравнения имеет смысл при  $\sin x \leq 0$ .

Если  $\sqrt{-\sin x} - 1 = 0$ , то  $\sin x = -1$ ;  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Если  $\sqrt{-\sin x} - 1 \neq 0$ , то  $2\cos x + 1 = 0$ ;  $\cos x = -\frac{1}{2}$ ;  
 $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Так как  $\sin x \leq 0$ , числа  $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  не являются решениями уравнения.

**Ответ:**  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ ,  $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .



**C2** Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

Найдите угол между плоскостями  $AB_1 D_1$  и  $ACD_1$ .

**Решение:**

Пусть  $M$  – середина  $AD_1$ , и пусть ребро куба равно 1.

Поскольку треугольники  $AB_1 D_1$  и  $ACD_1$  правильные,  $B_1 M \perp AD_1$  и  $CM \perp AD_1$ , то есть угол  $CM B_1$  – линейный угол искомого двугранного угла.

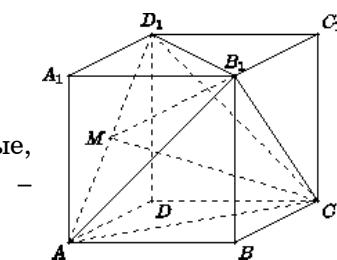
Найдем стороны треугольника  $CM B_1$ :

$$B_1 C = \sqrt{2}, CM = MB_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Применяя к этому треугольнику теорему косинусов, находим:

$$\cos \angle CM B_1 = \frac{MB_1^2 + CM^2 - B_1 C^2}{2MB_1 \cdot CM} = \frac{3 - 2}{3} = \frac{1}{3}.$$

**Ответ:**  $\arccos \frac{1}{3}$ .



Содержание критерия оценивания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Верно найдены все значения переменной $x$ , при которых равен нулю множитель $2\cos x + 1$ или множитель $\sqrt{-\sin x} - 1$ , но отбор найденных значений либо не произведен, либо произведен неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Содержание критерия оценивания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Задача обоснованно сведена к планиметрической, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**C3** Решите неравенство

$$\log_2(x^2 + 4x) + \log_{0,5} \frac{x}{4} + 2 \geq \log_2(x^2 + 3x - 4).$$

**Решение:**

Неравенство имеет смысл при

$$\begin{cases} x^2 + 4x > 0, \\ x > 0, \\ x^2 + 3x - 4 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x(x+4) > 0, \\ x > 0, \\ (x-1)(x+4) > 0; \end{cases} \quad x > 1.$$

Для таких  $x$  получаем:

$$\log_2(x(x+4)) - \log_2 \frac{x}{4} + 2 \geq \log_2((x-1)(x+4));$$

$$\log_2 x + \log_2(x+4) - \log_2 x + 4 \geq \log_2(x-1) + \log_2(x+4);$$

$$\log_2(x-1) \leq 4; x-1 \leq 16; x \leq 17.$$

Значит,  $1 < x \leq 17$ .**Ответ:** (1; 17].

Содержание критерия оценивания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Решение содержит обоснованный переход от исходного неравенства к простейшему логарифмическому неравенству, при решении которого допущены вычислительные неточности, в результате которых ответ может быть неверным.	2
Или верно найдены все значения переменной, при которых неравенство имеет смысл и произведен верный переход к неравенству относительно логарифмов с одинаковым основанием;	1
Или без верного учета положительности выражений под знаками логарифмов получено простейшее логарифмическое неравенство, являющееся следствием исходного неравенства.	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**C4**

Расстояние между параллельными прямыми равно 4. На одной из них лежит точка  $C$ , а на другой – точки  $A$  и  $B$ , причем треугольник  $ABC$  – остроугольный равнобедренный, и его боковая сторона равна 5. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

**Решение:**

Пусть  $r$  – искомый радиус, а точка  $H$  – основание высоты  $CH$  треугольника  $ABC$ .

1 случай. Точка  $C$  – вершина равнобедренного треугольника (см. рис.1). Тогда  $AC = BC = 5$ , и  $CH$  – медиана треугольника  $ABC$ . Из прямоугольного треугольника  $AHC$  находим:

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3, AB = 2AH = 6.$$

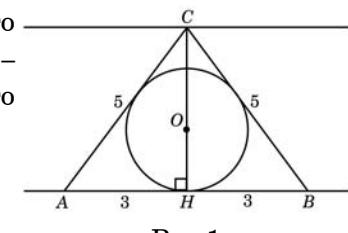


Рис.1

Тогда, если  $p$  – полупериметр треугольника, то

$$r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{AH \cdot CH}{\frac{1}{2}(AB + BC + CA)} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}.$$

2 случай. Вершина равнобедренного треугольника – одна из точек  $A$  или  $B$ . Пусть, для определенности, вершина в точке  $B$ . Проведем высоту  $CH$ . Если  $H$  находится на продолжении стороны  $AB$ , то треугольник  $ABC$  тупоугольный. Этот случай противоречит условию. Если  $H$  лежит на стороне  $AB$  (см. рис. 2), то из прямоугольного треугольника  $BHC$  находим:

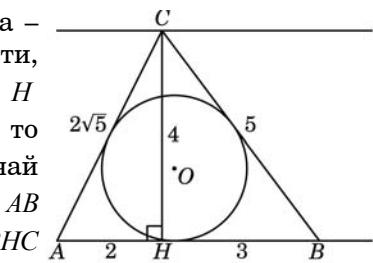


Рис.2

$$BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3, AH = 5 - 3 = 2.$$

Из прямоугольного треугольника  $AHC$  находим:

$$AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$$

Тогда

$$r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot CH}{\frac{1}{2}(AB + BC + CA)} = \frac{5 \cdot 2}{\frac{1}{2}(10 + 2\sqrt{5})} = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}.$$

**Ответ:**  $\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$  или  $\frac{3}{2}$ .

Содержание критерия оценивания	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 7x - 14y + 49 = 0, \\ y = ax + 1, \\ x \geq 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**Решение:**

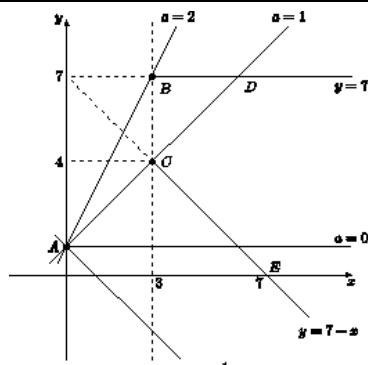
Преобразуем систему:

$$\begin{cases} (y-7)(x+y-7) = 0, \\ y = ax + 1, \\ x \geq 3. \end{cases}$$

Уравнение  $(y-7)(x+y-7) = 0$  задает пару пересекающихся прямых  $y = 7$ ,  $y = 7 - x$ .

Система

$$\begin{cases} (y-7)(x+y-7) = 0, \\ x \geq 3 \end{cases}$$



задает части этих прямых, расположенные в полуплоскости  $x \geq 3$ , т.е. лучи  $BD$  и  $CE$ , включая точки  $B$  и  $C$  (см. рис.). Уравнение  $y = ax + 1$  задает прямую  $m$  с угловым коэффициентом  $a$ , проходящую через точку  $A(0; 1)$ .

Следует найти все значения  $a$ , при каждом из которых прямая  $m$  имеет единственную общую точку с объединением лучей  $BD$  и  $CE$ .

а) Прямая  $AB$  задается уравнением  $y = 2x + 1$ . Поэтому при  $a > 2$  прямая  $m$  не пересекает ни луч  $BD$ , ни луч  $CE$ , а при  $a = 2$  есть только одна точка пересечения – точка  $B$ .

б) Прямая  $AC$  задается уравнением  $y = x + 1$ . Поэтому при  $1 < a < 2$  прямая  $m$  пересекает луч  $BD$ , но не пересекает луч  $CE$ , т.е. условие задачи выполнено. При  $a = 1$  есть две точки пересечения:  $C$  и  $D$ .

в) При  $0 < a < 1$  прямая  $m$  пересекает и луч  $BD$ , и луч  $CE$ .

г) При  $-1 < a \leq 0$  прямая  $m$  не пересекает луч  $BD$ , но пересекает луч  $CE$ , а при  $a \leq -1$  прямая  $m$  не пересекает ни луч  $BD$ , ни луч  $CE$ .

**Ответ:**  $-1 < a \leq 0, 1 < a \leq 2$ .

Содержание критерия оценивания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
Решение в целом верное. Обосновано найдены оба промежутка значений параметра из ответа к задаче, при этом возможны неточности с (не)включением концов и(или) вычислительная погрешность	3
Обоснованно найден хотя бы один промежуток значений параметра из ответа к задаче, при этом возможны неточности с (не)включением концов и(или) вычислительная погрешность.	2
Решение содержит: – или верное описание расположения двух лучей и прямой из условия задачи; – или верное получение квадратного уравнения с параметром $a$ относительно одной из переменных	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**C6** Найдите все тройки натуральных чисел  $k$ ,  $m$  и  $n$ , удовлетворяющие уравнению  $2 \cdot k! = m! - 2 \cdot n!$  ( $1! = 1$ ;  $2! = 1 \cdot 2 = 2$ ;  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ ).

**Решение:**

1. Так как  $m! = 2 \cdot k! + 2 \cdot n!$ , верны неравенства  $n < m$  и  $k < m$ .
2. Пусть  $k \leq n$ . Тогда  $4 \cdot n! \geq 2 \cdot k! + 2 \cdot n! = m! \geq (n+1) \cdot n!$ , откуда  $4 \geq n+1$ , и  $k \leq n \leq 3$ .
3. Пусть  $k > n$ . Тогда  $4 \cdot k! \geq 2 \cdot k! + 2 \cdot n! = m! \geq (k+1) \cdot k!$ , откуда  $4 \geq k+1$ , и  $n < k \leq 3$ .
4. Далее конечным перебором значений  $1 \leq n \leq 3$ ,  $1 \leq k \leq 3$  находим все решения.

**Ответ:**  $k = 1, n = 2, m = 3$ ;  $k = n = 3, m = 4$ ;  $k = 2, n = 1, m = 3$ .

Содержание критерия оценивания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
Ответ правилен, и конечность перебора обоснована. Однако при переборе допущены арифметические ошибки или пробелы	3
Ответ правилен и получен конечным перебором. Однако конечность перебора не обоснована	2
Приведен хотя бы один из правильных наборов и проверено, что при подстановке в уравнение получается верное числовое равенство	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4