

**Вариант 66      Часть 1**

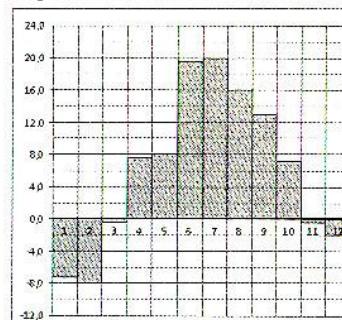
**B1** В сентябре 1 кг огурцов стоил 40 рублей, в октябре огурцы подорожали на 25%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после подорожания в ноябре?

**B2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.

**B3** Найдите корень уравнения:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2+x} = 64$$

**B4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 26$ ,  $AC = 10$ . Найдите  $\tg A$ .

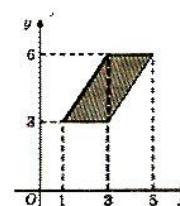


**B5** Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План "0"	Нет	0,8 руб. за 1 Мб
План "200"	208 руб. за 200 Мб трафика в месяц	0,6 руб. за 1 Мб сверх 200 Мб
План "800"	736 руб. за 800 Мб трафика в месяц	0,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

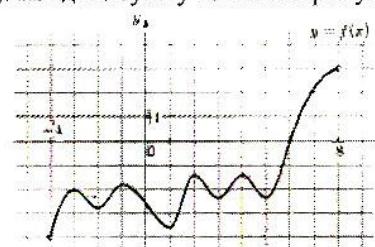
Пользователь предполагает, что его трафик составит 550 Мб в месяц и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 550 Мб?

**B6** Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.

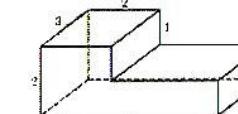


**B7** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} - 5x + 1$  при  $x = 3$ .

**B8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 8)$ . Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$



**B9** Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



**B10** К источнику с ЭДС  $\mathcal{E} = 130$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задается формулой  $U = \frac{\mathcal{E}R}{R+r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 120 В? Ответ выразите в Омах.

**B11** Найдите наибольшее значение функции  $y = (x+6)^2 e^{-4-x}$  на отрезке  $[-6; -1]$ .

**B12** Расстояние между пристанями А и В равно 189 км. Из А в В по течению реки отплыл плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 50 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

### Часть 2

**C1** Решите уравнение  $(\sqrt{-\operatorname{tg} x} - 1)(2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3) = 0$

**C2** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 12 см. Найдите расстояние от центра основания до боковой грани, если двугранный угол при ребре основания равен  $\frac{\pi}{3}$ .

**C3** Решите неравенство  $1 - \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} \frac{x+5}{x+3} \geq \log_9 (x+1)^2$

**C4** На стороне ВС параллелограмма ABCD выбрана точка Е, делящая эту сторону в отношении 2 : 3 . Отрезок DE пересекает диагональ АС в точке F . Какую часть площади параллелограмма ABCD составляет площадь треугольника AFD?

**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система имеет решения.

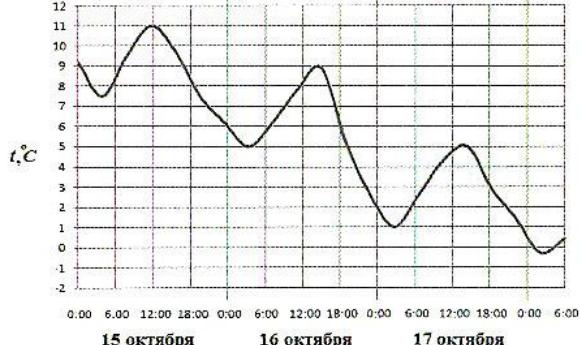
$$\begin{cases} \log_2(4y + 4a - 3) = 1 + \log_2(a - x) \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$$

**C6** Найдите все натуральные значения  $m, n, p$ , для которых выполняется условие  $mnp = m + n + p$ .

### Вариант 73      Часть 1

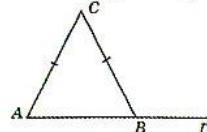
**B1** Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Дыня стоит в магазине 50 рублей. Пенсионер заплатил за дыню 49 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

**B2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 16 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**B3** Найдите корень уравнения:  $x = \frac{-7x - 15}{x + 1}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

**B4** В треугольнике  $ABC$ ,  $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $62^\circ$ . Найдите внешний угол  $CBD$ .

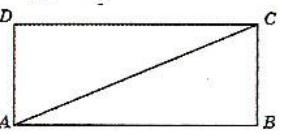


Ответ дайте в градусах.

**B5** Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
Повременный	Нет	0,4 руб.
Комбинированный	180 руб. за 400 мин. в месяц	0,3 руб. за 1 мин. сверх 400 мин. в месяц.
Безлимитный	245 руб. в месяц	

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 500 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 500 минут? Ответ дайте в рублях.

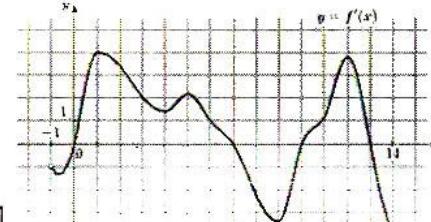
**B6** Периметр прямоугольника равен 34, а площадь равна 60. 

Найдите диагональ этого прямоугольника.

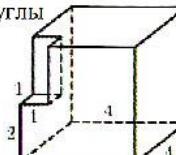
**B7** Найдите  $\log_a \frac{a^6}{b^4}$ , если  $\log_a b = -2$ .

**B8** На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-1; 14)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ .

В ответе укажите длину наибольшего из них.



**B9** Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы — прямые).



**B10** Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры:  $P = \sigma S T^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  — постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  — в градусах Кельвина.

Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{2} \cdot 10^{18} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $2,85 \cdot 10^{26}$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

**B11** Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{x^2 + 25}{x}$  на отрезке  $[1; 10]$ .

**B12** Коля и Митя выполняют одинаковый тест. Коля отвечает за час на 12 вопросов текста, а Митя — на 21. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Коля закончил свой тест позже Мити на 105 минут. Сколько вопросов содержит тест?

**C1** Решите уравнение  $(\sqrt{-\sin x} - 1)(\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 2) = 0$

**C2** В правильной четырехугольной пирамиде двугранный угол при ребре основания равен  $\frac{\pi}{3}$ . Найдите расстояние от стороны основания до противоположной боковой грани, если высота пирамиды 4 см.

**C3** Решите неравенство  $1 + \log_6 \frac{x+3}{x+7} \leq \frac{1}{4} \log_{\sqrt{6}} (x-1)^2$       **Часть 2**

**C4** Дан параллелограмм ABCD. Биссектрисы его углов A и D делят сторону BC на три равные части. Вычислите стороны параллелограмма, если его периметр равен 40.

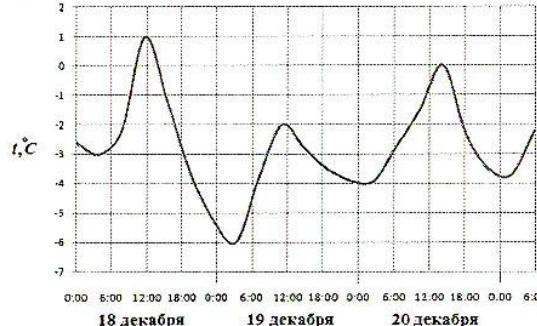
**C5** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система имеет решения. 
$$\begin{cases} 1 + \log_2(a-2-y) = \log_2(a-x) \\ y + 2\sqrt{x} = 1 \end{cases}$$

**C6** Найдите все натуральные значения  $m, n, p$ , для которых выполняется условие  $2mp = m^2 + n^2 + p^2$ .

**Вариант 80**

**Часть 1**

- B1** Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 2%. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?
- B2** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 19 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.

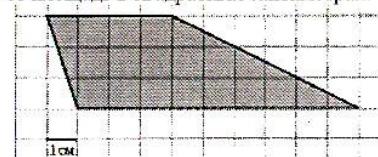


- B3** Найдите корень уравнения  $\log_5(5 - 5x) = 2 \log_5 2$ .
- B4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 6\sqrt{6}$ ,  $BC = 3$ . Найдите  $\sin A$ .

- B5** Строительная фирма планирует купить  $80 \text{ м}^3$  пеноблоков у одного из трех поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей будет стоить самая дешевая покупка с доставкой?

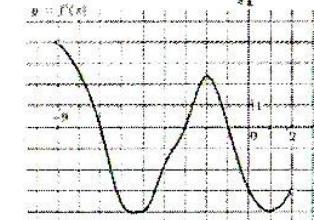
Поставщик	Цена пеноблоков (руб. за $1 \text{ м}^3$ )	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия доставки
A	3200	10200	
Б	3400	8200	При заказе товара на сумму свыше 150000 рублей доставка бесплатно.
В	3300	8200	При заказе товара на сумму свыше 200000 рублей доставка бесплатно.

- B6** На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

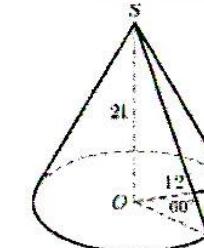


- B7** Найдите значение выражения:  $14 \sin 120^\circ \cdot \cos 150^\circ$ .

- B8** На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 2)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -x - 12$  или совпадает с ней.



- B9** Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V / \pi$ .



- B10** На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho g l^3$ , где  $l$  — длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 9,8 \text{ Н/кг}$ ). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем  $78,4 \text{ Н}$ ? Ответ выразите в метрах.

- B11** Найдите наибольшее значение функции  $y = 7x - 6 \sin x + 8$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$

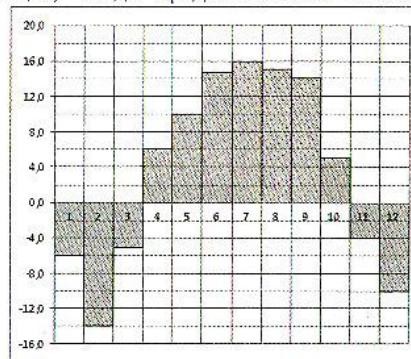
- B12** Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно  $80 \text{ км}$ . На следующий день он отправился обратно со скоростью на  $2 \text{ км/ч}$  больше прежней. По дороге он сделал остановку на  $2$  часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в  $\text{км/ч}$ .

**Часть 2**

- C1** Решите уравнение  $(\sqrt{-\cos x} - 1)(2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3) = 0$
- C2** В правильном тетраэдре ABCD точка M середина ребра DC. Найдите угол между прямой BM и плоскостью ABC.
- C3** Решите неравенство  $\log_{3-x}(x^2 - 10x + 25) \leq 2 \log_{3-x}(4x - x^2 + 5) - 2$
- C4** Трапеция ABCD с основаниями AD и BC вписана окружность с центром в точке O. Найдите высоту трапеции, если ее средняя линия равна 3, и  $\sin \angle AOB = \frac{3}{5}$
- C5** При каких значениях параметра  $c$  уравнение  $2 \cos^2(2^{2x-x^2}) = c + \sqrt{3} \sin(2^{2x-x^2+1})$  имеет решения?
- C6** Найдите все целые значения  $x$  и  $y$ , для которых верно равенство  $y^2 - 1 = 3 \cdot 2^x$

# Вариант 97      Часть 1

- B1** Каждый день во время конференции расходуется 70 пакетиков чая. Конференция длится 9 дней. Чай продается в пачках по 100 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?
- B2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура не превышала 8 градусов Цельсия.

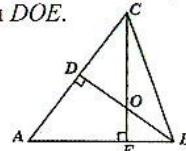


- B3** Найдите корень уравнения

$$\log_2(7+x) = 8$$

- B4** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $81^\circ$ , а углы  $B$  и  $C$  острые.  $BD$  и  $CE$  — высоты, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $DOE$ .

Ответ дайте в градусах.

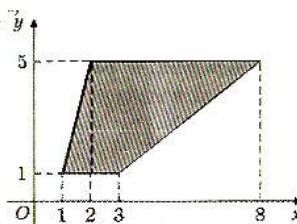


- B5** Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
Повременный	Нет	0,3 руб.
Комбинированный	180 руб. за 400 мин. в месяц	0,2 руб. за 1 мин. сверх 400 мин. в месяц.
Безлимитный	255 руб. в месяц	

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 700 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 700 минут? Ответ дайте в рублях.

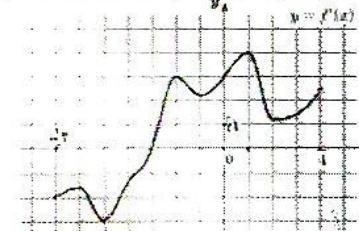
- B6** Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



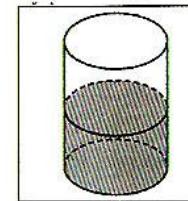
- B7** Найдите значение

$$81^{\log_9 \sqrt{8}}$$

- B8** На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 4)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащую отрезку  $[-6; 1]$ .



- B9** В цилиндрический сосуд налили  $2800 \text{ см}^3$  воды. Уровень воды при этом достигает высоты 16 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 13 см. Чему равен объем детали?
- Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .



- B10** Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ $\text{ч}^2$ , вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в  $\text{км}/\text{ч}^2$ .

- B11** Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ .

- B12** На изготовление 621 детали первый рабочий затрачивает на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 675 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

## Часть 2

- C1** Решите уравнение  $(\sqrt{-\operatorname{tg} x} - \sqrt[4]{3})(2\cos^2 x + 3\cos x - 2) = 0$ .

- C2** В правильной четырехугольной пирамиде SABCD все ребра равны 1. Точка M середина бокового ребра SC. Найдите угол между прямой BM и плоскостью основания.

- C3** Решите неравенство  $\log_{5-x}(x^2 - 14x + 49) \leq 2 \log_{5-x}(8x - x^2 - 7) - 2$ .

- C4** Найдите радиус окружности, вписанной в угол MKN равный  $2\arcsin 0,6$  и касающейся окружности, радиуса 4 также вписанной в угол MKN.

- C5** Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых корни уравнения  $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = b$  существуют и принадлежат отрезку  $[2; 17]$ .

- C6** Найдите все целые значения  $x$  и  $y$ , для которых верно равенство

$$x(x+1) = y^2.$$