

Фамилия \_\_\_\_\_ Имя \_\_\_\_\_  
 Школа \_\_\_\_\_ Класс \_\_\_\_\_

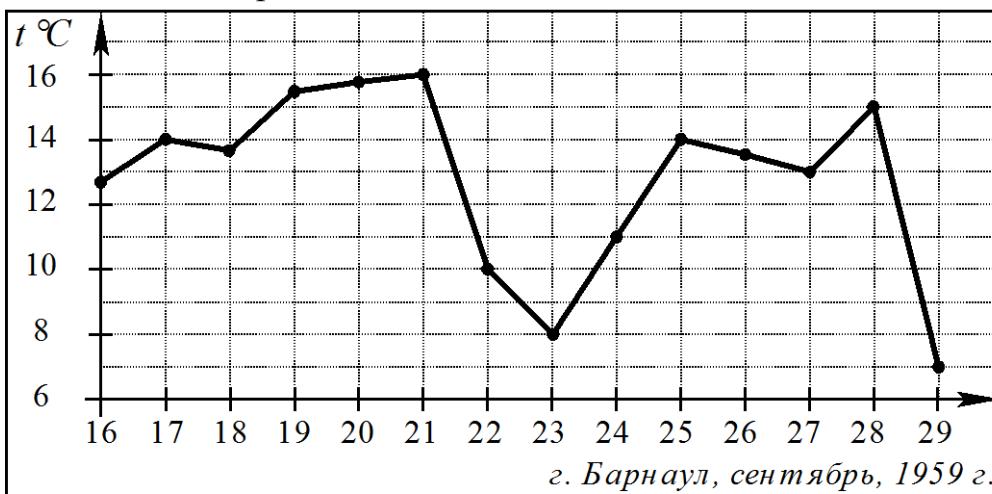
## Часть 1

**Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.**

- В1** Кружка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких кружек можно будет купить на 600 рублей после повышения цены на 10%?

**Ответ:** \_\_\_\_\_

- В2** На рисунке показано изменение средней дневной температуры в Барнауле во второй половине сентября 1959 г.



Определите по графику, сколько дней сентября средняя дневная температура находилась в пределах от 9 до 12 градусов Цельсия.

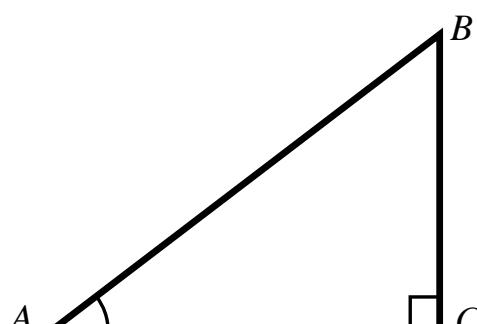
**Ответ:** \_\_\_\_\_

- В3** Найдите корень уравнения  $\log_2(3 - x) = 4$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

- В4** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 15$ ,  $\sin A = 0,8$ . Найдите длину стороны  $AC$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_



**B5**

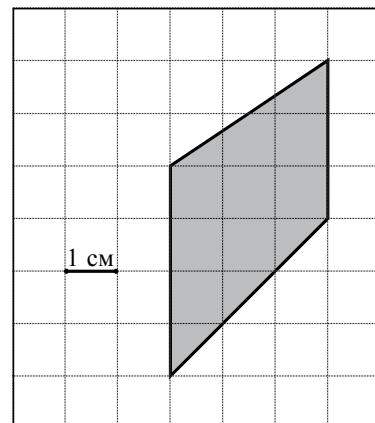
Строительной фирме нужно приобрести 20 тонн песка у одного из трех поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость (рублей за 1 тонну)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
A	650	2000	При заказе не менее 20 тонн скидка на доставку 50%
Б	710	2000	При заказе на сумму больше 10 000 руб. доставка бесплатно
В	610	2500	

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**B6**

Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**Ответ:** \_\_\_\_\_

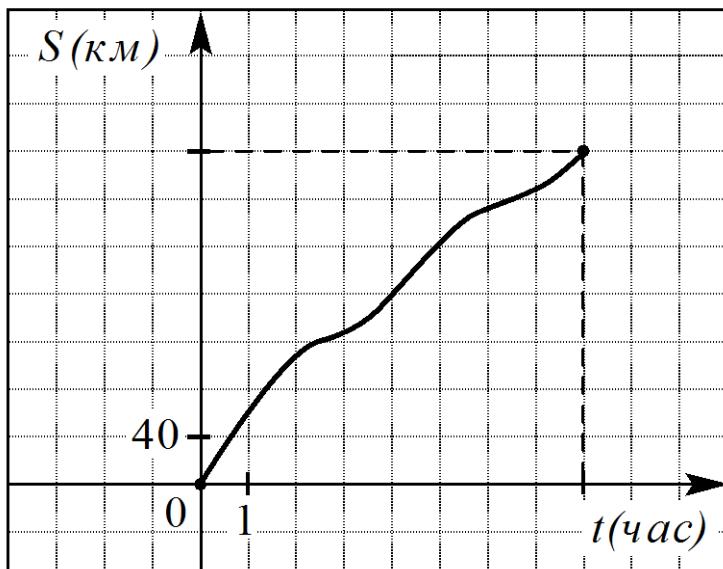
**B7**

Вычислите значение выражения  $\log_{\sqrt{5}} 8 - \log_{\sqrt{5}} 1,6$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**B8**

На рисунке изображен график движения грузового автопоезда между двумя городами. На оси абсцисс откладывается время в часах, а на оси ординат – пройденный путь в км.



По графику определите среднюю скорость автопоезда на всем пути. Ответ дайте в километрах в час.

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**B9**

Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда высотой 40 см. Чтобы наполнить его доверху, требуется 60 л воды. Сейчас в аквариуме от уровня воды до верхнего края 4 см. Сколько литров воды в аквариуме сейчас?

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**B10**

При температуре  $0^{\circ}\text{C}$  железнодорожный рельс имеет длину  $l_0 = 12,5$  м. При укладке железнодорожного полотна между двумя рельсами оставили зазор 6 мм. При нагреве происходит тепловое расширение металла, и длина рельса меняется по закону  $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^{\circ}$  — температура (в градусах Цельсия). При какой наименьшей температуре исчезнет зазор между рельсами? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**B11** Найдите корень уравнения  $25^x + 4 \cdot 5^x - 5 = 0$ .

**Ответ:** \_\_\_\_\_

**B12** Речной теплоход в 10:00 вышел из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Простояв в пункте В 1 час, теплоход отправился обратно и вернулся в А в 15:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если собственная скорость теплохода равна 16 км/ч.

**Ответ:** \_\_\_\_\_

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** Решите систему

$$\begin{cases} (2x^2 - 5x - 3)\sqrt{\cos y} = 0, \\ \sin y = x. \end{cases}$$

**C2** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между плоскостью  $A_1BC$  и прямой  $BC_1$ , если  $AA_1 = 8$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 15$ .

**C3** Решите неравенство  $\frac{\log_2 x - 5}{1 - 2\log_2 x} \geq 2\log_2 x$ .

**C4** В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AD$  и  $CE$ . Найдите длину отрезка  $DE$ , если  $AC = 6$ ,  $AE = 2$ ,  $CD = 3$ .

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых график функции  $f(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$  пересекает ось абсцисс менее чем в трех различных точках.

**C6** Найдите все пары натуральных чисел  $m$  и  $n$ , являющиеся решениями уравнения  $3^n - 2^m = 1$ .

<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>B5</b>	<b>B6</b>
13	2	-13	9	14000	10,5
<b>B7</b>	<b>B8</b>	<b>B9</b>	<b>B10</b>	<b>B11</b>	<b>B12</b>
2	35	54	40	0	4

**C1**

Решите систему

$$\begin{cases} (2x^2 - 5x - 3)\sqrt{\cos y} = 0, \\ \sin y = x. \end{cases}$$


---

Если  $\cos y = 0$ , то  $y = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ , при этом из второго уравнения следует, что  $x = (-1)^k$ .

Если  $\cos y > 0$ , то из первого уравнения находим:  $x = 3$  или  $x = -\frac{1}{2}$ .

При  $x = 3$  второе уравнение не имеет решений, а при  $x = -\frac{1}{2}$ , учитывая условие  $\cos y > 0$ , получаем:  $y = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

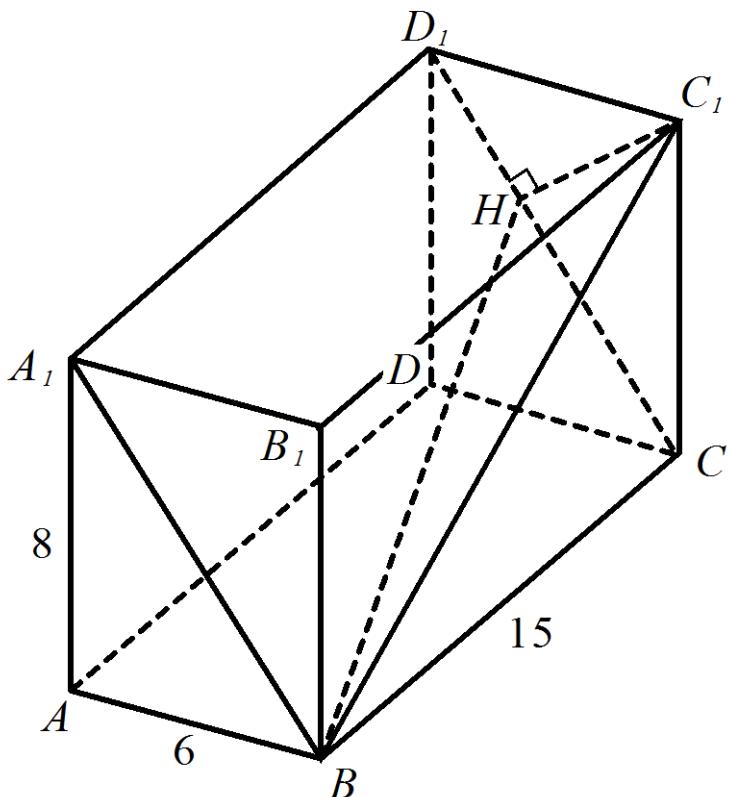
**Ответ:**  $((-1)^k; \frac{\pi}{2} + \pi k), (-\frac{1}{2}; -\frac{\pi}{6} + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$ .

**C2**

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  найдите угол между плоскостью  $A_1BC$  и прямой  $BC_1$ , если  $AA_1 = 8$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 15$ .

---

Сечение плоскостью  $A_1BC$  есть прямоугольник  $A_1BCD_1$ .



Из точки  $C_1$  проведем перпендикуляр  $C_1H$  к  $CD_1$ .  $BH$  – проекция  $BC_1$  на плоскость  $A_1BC$ . Значит, нужно найти угол  $C_1BH$ .

В прямоугольном треугольнике  $D_1C_1C$  находим:  $C_1H = \frac{D_1C_1 \cdot C_1C}{D_1C} = \frac{24}{5}$ .

В прямоугольном треугольнике  $BCC_1$  находим:  $BC_1 = 17$ .

В прямоугольном треугольнике  $C_1HB$  находим:  $\sin B = \frac{C_1H}{BC_1} = \frac{24}{85}$ .

**Ответ:**  $\arcsin \frac{24}{85}$ .

**C3** Решите неравенство  $\frac{\log_2 x - 5}{1 - 2\log_2 x} \geq 2\log_2 x$ .

Сделаем замену:  $y = \log_2 x$ . Получаем:  $\frac{y - 5}{1 - 2y} \geq 2y$ ;  $\frac{4y^2 - y - 5}{2y - 1} \leq 0$ ;

$$\frac{(y+1)(4y-5)}{2y-1} \leq 0.$$

Тогда  $y \leq -1$  или  $\frac{1}{2} < y \leq \frac{5}{4}$ .

Сделаем обратную замену:  $\begin{cases} \log x \leq -1, \\ 0,5 < \log x \leq 1,25; \end{cases} \begin{cases} 0 < x \leq \frac{1}{2}, \\ \sqrt{2} < x \leq \sqrt[4]{32}. \end{cases}$

**Ответ:**  $0 < x \leq \frac{1}{2}$ ,  $\sqrt{2} < x \leq \sqrt[4]{32}$ .

**C4**

В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AD$  и  $CE$ . Найдите длину отрезка  $DE$ , если  $AC = 6$ ,  $AE = 2$ ,  $CD = 3$ .

---

Обозначим  $BD = y$ ,  $BE = z$ . Тогда по свойству биссектрисы:  $\frac{3+y}{6} = \frac{z}{2}$  и  $\frac{z+2}{6} = \frac{y}{3}$ , откуда  $\begin{cases} y+3=3z, \\ z+2=2y; \end{cases} z=1,6; y=1,8,$

$AB = 3,6$ ,  $BC = 4,8$ .

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{3,6^2 + 4,8^2 - 6^2}{2 \cdot 3,6 \cdot 4,8} = 0. \text{ Значит, } \angle B = 90^\circ.$$

Тогда  $ED^2 = y^2 + z^2 = 1,6^2 + 1,8^2 = 5,8$ .

**Ответ:**  $\sqrt{5,8}$ .

**C5**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых график функции

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$$

пересекает ось абсцисс менее чем в трех различных точках.

Рассмотрим вспомогательную функцию  $g(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4|$ .

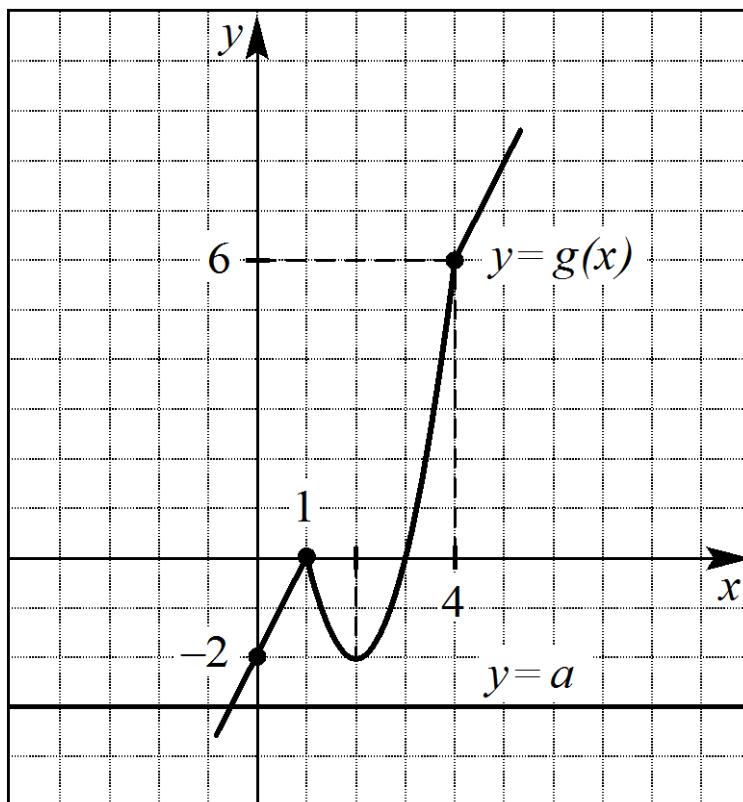


График функции  $f(x)$  пересекает ось абсцисс в двух или менее точках, если уравнение  $g(x) = a$  имеет менее трех различных корней.

Если  $x \leq 1$  или  $x \geq 4$ , то  $|x^2 - 5x + 4| = x^2 - 5x + 4$ , и  $g(x) = 2x - 2$ .

Если  $1 < x < 4$ , то  $|x^2 - 5x + 4| = -x^2 + 5x - 4$ , и  $g(x) = 2x^2 - 8x + 6$ .

График функции  $g(x)$  состоит из двух лучей и дуги параболы. На рисунке видно, что уравнение  $g(x) = a$  имеет менее трех корней, только если  $a \leq g(2)$  или  $a \geq g(1)$ .

$$g(2) = -2; g(1) = 0.$$

**Ответ:**  $a \leq -2, a \geq 0$ .

**C6**

Найдите все пары натуральных чисел  $m$  и  $n$ , являющиеся решениями уравнения  $3^n - 2^m = 1$ .

---

Пусть  $n$  – четное число  $n = 2k$ . Тогда  $2^m = 3^{2k} - 1 = (3^k - 1)(3^k + 1)$ . Правая часть – произведение двух последовательных четных чисел, каждое из которых является степенью числа 2. Значит,  $3^k - 1 = 2$  и  $3^k + 1 = 4$ , откуда  $k = 1$ , и  $n = 2$ . При этом  $2^m = 8$ , следовательно,  $m = 3$ .

Пусть теперь  $n$  – нечетное число. Все нечетные степени тройки ( $3, 27, 243, \dots$ ) делятся на 4 с остатком 3. Значит,  $3^n - 1$  делится на 4 с остатком 2. Из равенства  $2^m = 3^n - 1$  получаем, что в этом случае  $m = 1$  (если  $m \geq 2$ , то  $2^m$  делится на 4 без остатка). При этом  $3^n - 1 = 2$ , откуда  $n = 1$ .

**Ответ:**  $m = 3, n = 2$  или  $m = n = 1$ .