

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

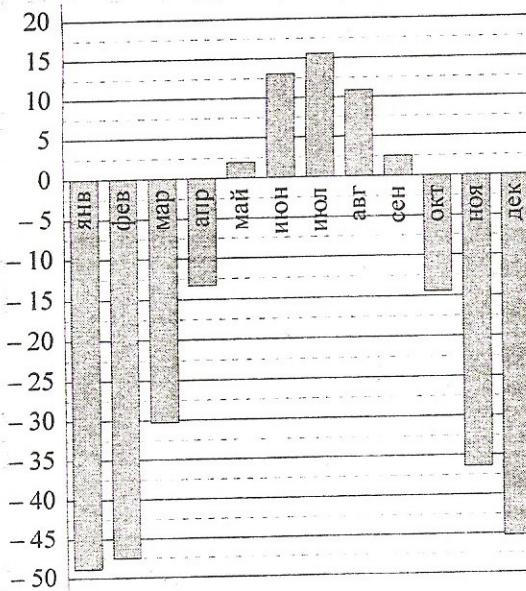
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

Теплоход рассчитан на 900 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

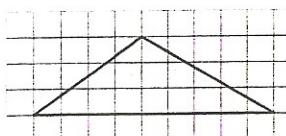
В2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Верхоянске по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Верхоянске ниже -15°C .



B3

Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



B4

Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	Нет	0,3 руб.
«Комбинированный»	110 руб. за 320 мин.	0,25 руб. (сверх 320 мин. в месяц)
«Безлимитный»	200 руб.	—

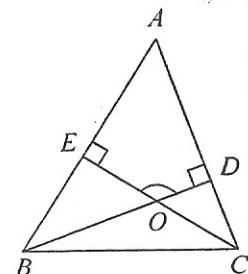
Абонент выбрал самый дешёвый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 800 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 800 минутам? Ответ дайте в рублях.

B5

Найдите корень уравнения $\log_2(x+6)=8$.

B6

В треугольнике ABC угол A равен 58° , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

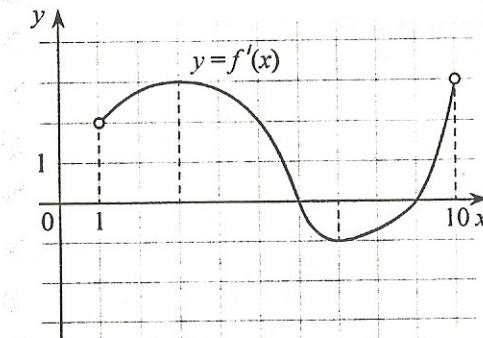


B7

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

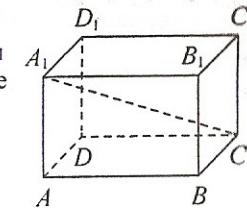
B8

На рисунке изображён график функции $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(1; 10)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



B9

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $CC_1=6$, $CD=17$, $AD=6$. Найдите длину диагонали CA_1 .



B10

В чемпионате по гимнастике участвуют 76 спортсменок: 30 из России, 27 из Украины, остальные из Белоруссии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Белоруссии.

B11

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 110 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

B13 Заказ на 247 деталей первый рабочий выполняет на 6 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 6 деталей больше?

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = (x-5)^2(x-3)+10$ на отрезке $[4; 8]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 Решите уравнение $\cos 2x + 0,75 = \cos^2 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

C2 В правильной четырёхугольной призме $ABCD_1B_1C_1D_1$ стороны основания равны 2, а боковые рёбра равны 5. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE : EA_1 = 3 : 2$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1 .

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{160-4^x}{32-2^x} \geq 5, \\ \log_{0,25x^2} \left(\frac{6-x}{4} \right) \leq 1. \end{cases}$$

C4 В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 7$, $BC = 9$, $AC = 10$. Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает прямые BA и BC соответственно в точках K и L , отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите длину отрезка KL .

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{5}{x} - 3 \right| = ax - 1$$

на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух корней.

C6 Каждый из группы учащихся ходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог ходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{2}{11}$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

- а) Могло ли быть в группе 9 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а) и б)?

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

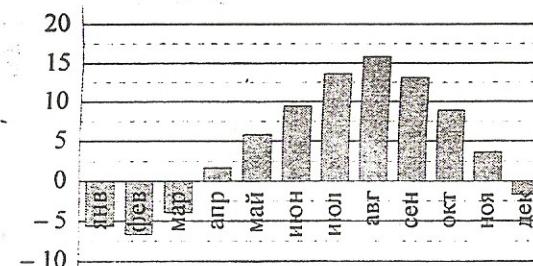
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

Теплоход рассчитан на 500 пассажиров и 15 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

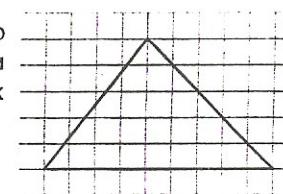
В2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Курильске по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Курильске положительна.



В3

Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



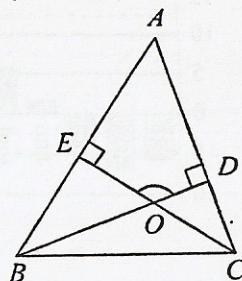
B4 Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	Нет	0,25 руб.
«Комбинированный»	90 руб. за 400 мин.	0,2 руб. (сверх 400 мин. в месяц)
«Безлимитный»	100 руб.	—

Абонент выбрал самый дешёвый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 370 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 370 минутам? Ответ дайте в рублях.

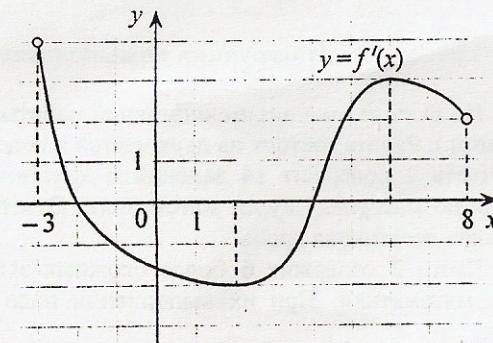
B5 Найдите корень уравнения $\log_4(x+7)=2$.

B6 В треугольнике ABC угол A равен 53° , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

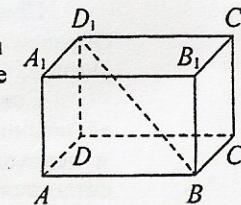


B7 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

B8 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите точку минимума функции $f(x)$.



B9 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AA_1=2$, $CD=1$, $A_1D_1=2$. Найдите длину диагонали BD_1 .



B10 В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменок: 16 из Чехии, 17 из Словакии, остальные из Австрии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Австрии.

B11 В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 216 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 6 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

B12 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 90 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 325 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

B13 Заказ на 260 деталей первый рабочий выполняет на 7 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 7 деталей больше?

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = (x-10)^2(x+10)-7$ на отрезке $[8; 18]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,25$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

C2 В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ стороны основания равны 2, а боковые рёбра равны 3. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE : EA_1 = 1 : 2$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1 .

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{320 - 4^{-x}}{64 - 2^{-x}} \geq 5, \\ \log_{0,25x^2} \left(\frac{x+6}{4} \right) \leq 1. \end{cases}$$

C4 В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$. Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает прямые BA и BC соответственно в точках K и L , отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите длину отрезка KL .

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{6}{x} - 2 \right| = ax - 1$$

на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух корней.

C6 Каждый из группы учащихся ходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог ходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{4}{13}$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

- а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или первьевых ручек.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

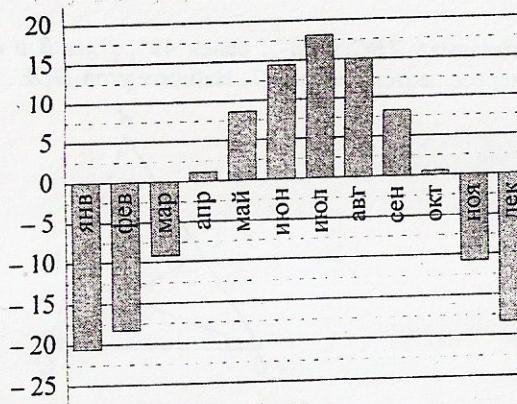
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1

Теплоход рассчитан на 900 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

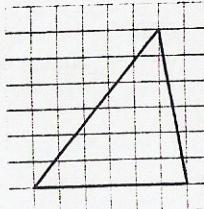
B2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Иркутске по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Иркутске ниже -5°C .



B3

Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



B4

Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	Нет	0,3 руб.
«Комбинированный»	200 руб. за 500 мин.	0,2 руб. (сверх 500 мин. в месяц)
«Безлимитный»	280 руб.	—

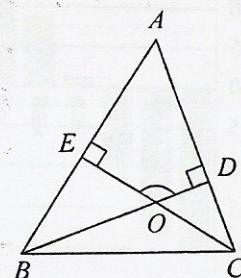
Абонент выбрал самый дешёвый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 800 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 800 минутам? Ответ дайте в рублях.

B5

Найдите корень уравнения $\log_6(x+4) = 2$.

B6

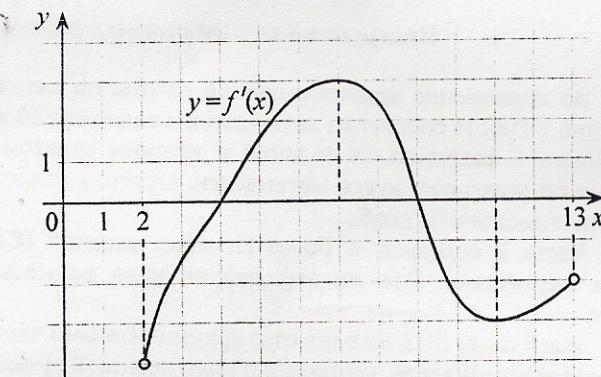
В треугольнике ABC угол A равен 49° , углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

**B7**

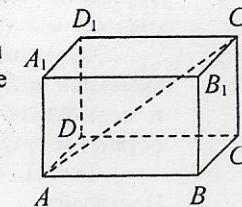
Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

B8

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(2; 13)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.

**B9**

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BB_1 = 16$, $A_1B_1 = 2$, $A_1D_1 = 8$. Найдите длину диагонали AC_1 .

**B10**

В чемпионате по гимнастике участвуют 70 спортсменок: 29 из Сербии, 27 из Хорватии, остальные из Словении. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Словении.

B11

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 64 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 4 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

B12 Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 170 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 600 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

B13 Заказ на 221 деталь первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 4 детали больше?

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = (x-6)^2(x+5) + 1$ на отрезке $[1; 15]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,5$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

C2 В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ стороны основания равны 3, а боковые рёбра равны 5. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE : EA_1 = 2 : 3$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1 .

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{36-9^x}{9-3^x} \geq 4, \\ \log_{x^2}(2-x) \leq 1. \end{cases}$$

C4 В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 4$, $BC = 6$, $AC = 5$. Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает прямые BA и BC соответственно в точках K и L , отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите длину отрезка KL .

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{5}{x} - 3 \right| = ax - 1$$

на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух корней.

C6 Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{3}{13}$ от общего числа учащихся группы, посетивших

театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{7}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

- Могло ли быть в группе 7 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
- Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а и б?