

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант №107

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняют яркими черными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задания, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

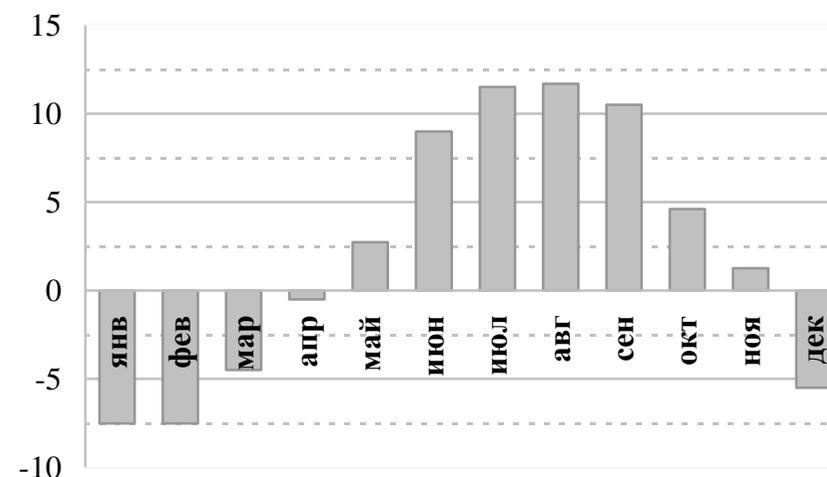
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**B1**

Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

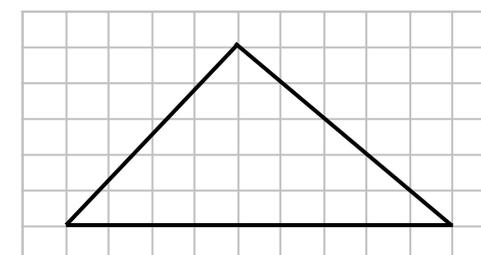
**B2**

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Хабаровске по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Хабаровске отрицательна.



**B3**

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



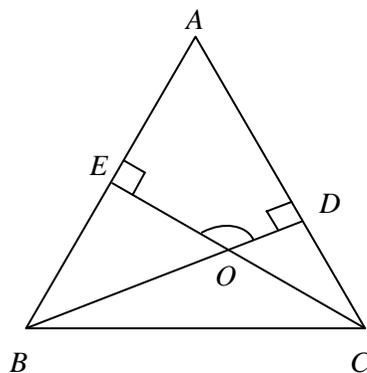
**В4** Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	135 руб.	0,3 руб.
«Комбинированный»	255 руб. за 450 мин.	0,13 руб. (сверх 450 мин. в месяц)
«Безлимитный»	380 руб.	—

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонного разговора составляет 650 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 650 минутам? Ответ дайте в рублях.

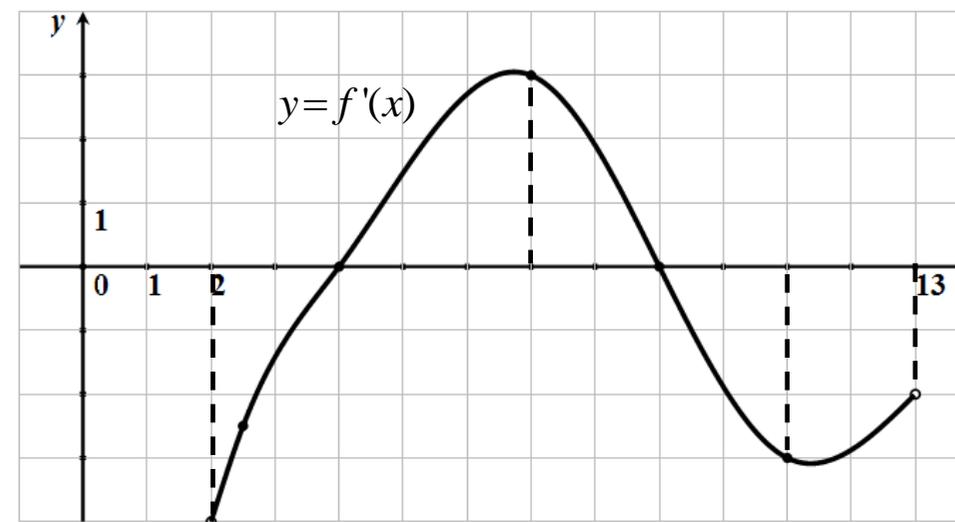
**В5** Найдите корень уравнения  $\log_5(x+4) = 2$ .

**В6** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $56^\circ$ , углы  $B$  и  $C$  — острые, высоты  $BD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $DOE$ . Ответ дайте в градусах.

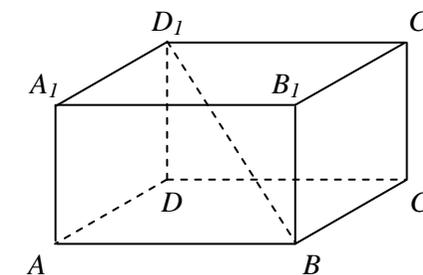


**В7** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

**В8** На рисунке изображен график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(2;13)$ . Найдите точку максимума функции  $f(x)$ .



**В9** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BB_1 = 9$ ,  $A_1 B_1 = 2$ ,  $A_1 D_1 = 6$ . Найдите длину диагонали  $BD_1$ .



**В10** В чемпионате по гимнастике участвуют 40 спортсменок: 10 из России, 14 из США, остальные из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии.

**В11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 12 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**В12** Зависимость объема спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задается формулой  $q = 170 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 600 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**В13** Заказ на 572 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа меньше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

**В14** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 5)^2(x + 6) - 8$  на отрезке  $[-5, 5; 1]$ .

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1.**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.**

**С1** а) Решите уравнение  $\cos 2x + 0,25 = \cos^2 x$ .

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$ .

**С2** В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  стороны основания равны 2, а боковые ребра равны 3. На ребре  $AA_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $AE : EA_1 = 1 : 2$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BED_1$ .

**С3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{320 - 4^{-x}}{64 - 2^{-x}} \geq 5, \\ \log_{0,25x^2} \left( \frac{x-6}{4} \right) \leq 1. \end{cases}$$

**С4** В треугольнике  $ABC$  известны стороны:  $AB = 7$ ,  $BC = 8$ ,  $AC = 9$ . Окружность, проходящая через точки  $A$  и  $C$ , пересекает прямые  $BA$  и  $BC$  соответственно в точках  $K$  и  $L$ , отличных от вершин треугольника. Отрезок  $KL$  касается окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ . Найдите длину отрезка  $KL$ .

**С5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{6}{x} - 2 \right| = ax - 1$$

на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет более двух корней.

**С6** Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них смог сходить и в кино и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более  $\frac{3}{13}$  от общего числа учащихся группы, сходивших в театр, а в кино мальчиков было не более  $\frac{2}{7}$  от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) могло ли быть в группе 7 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20.

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составить девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия а) и б).

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

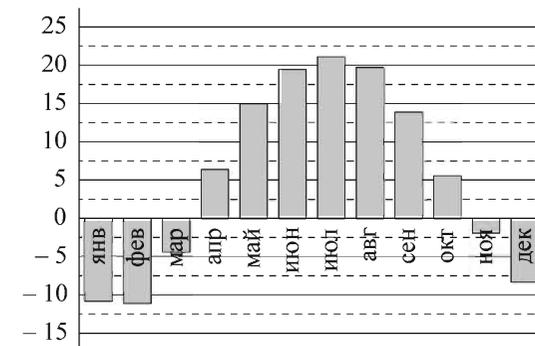
Желаем успеха!

## Часть 1

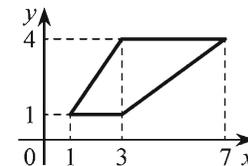
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1** Поезд Волгоград–Санкт-Петербург отправляется в 00:56, а прибывает в 12:56 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

**В2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Саратове по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Саратове отрицательна.



**В3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



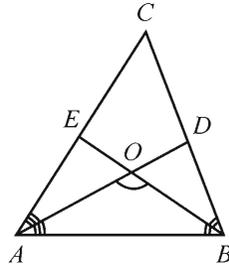
**B4** Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	Нет	0,4 руб.
«Комбинированный»	200 руб. за 400 мин.	0,3 руб. (сверх 400 мин. в месяц)
«Безлимитный»	285 руб.	—

Абонент выбрал самый дешёвый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 600 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 600 минутам? Ответ дайте в рублях.

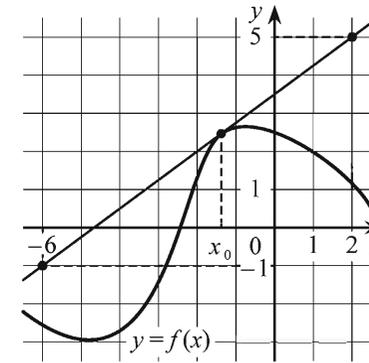
**B5** Найдите корень уравнения  $\log_3(x + 2) = 2$ .

**B6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $78^\circ$ , биссектрисы  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

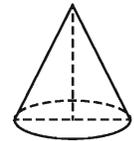


**B7** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{29}}{29}$  и  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**B8** На рисунке изображены график дифференцируемой функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**B9** Диаметр основания конуса равен 10, а длина образующей — 13. Найдите высоту конуса.



**B10** В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 6 из Венгрии, 21 из Румынии, остальные из Болгарии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Болгарии.

**B11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 324 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 9 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**В12** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 55 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 90 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**В13** На изготовление 720 деталей первый рабочий затрачивает на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 840 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

**В14** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 9)^2(x + 4) - 4$  на отрезке  $[7; 16]$ .

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**С1** а) Решите уравнение  $4 \cos^3 x + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 2\pi]$ .

**С2** В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 1, боковые рёбра равны 2, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .

**С3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 11^{x+1} + 3 \cdot 11^{-x} \leq 34, \\ \log_{2x} 0,25 \leq \log_2 32x - 1. \end{cases}$$

**С4** Основание равнобедренного треугольника равно 40, а высота, опущенная на боковую сторону равна 24. Внутри треугольника расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

**С5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 2| = \frac{3}{x + 1}$$

на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет ровно два корня.

**С6** Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 84 см, но не больше 88 см (назовём такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 21 стандартный кусок, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число  $l$ , что любой моток верёвки, длина которого больше  $l$  см, можно разрезать на стандартные куски.

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

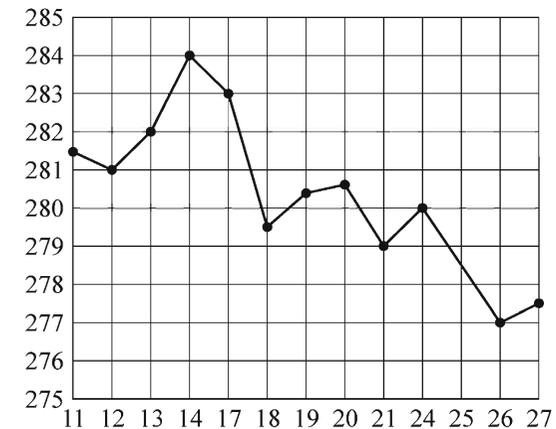
**Желаем успеха!**

## Часть 1

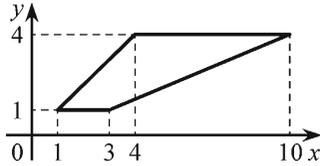
*Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**B1** Поезд Санкт-Петербург–Москва отправляется в 22:40, а прибывает в 07:40 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

**B2** На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 11 по 27 июля 2000 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



**B3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



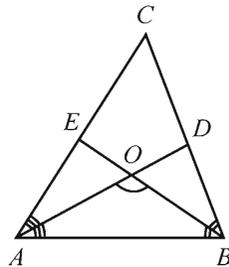
**B4** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 40 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	300 руб.	Нет	12 руб.
Б	Бесплатно	20 мин. — 300 руб.	14 руб.
В	200 руб.	15 мин. — 250 руб.	13 руб.

\*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

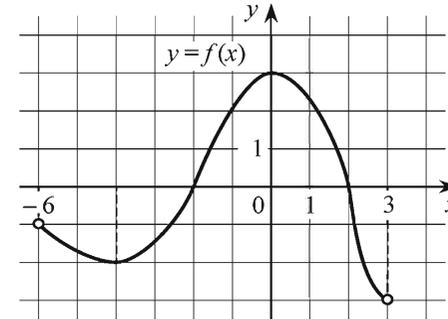
**B5** Найдите корень уравнения  $\log_7(x + 55) = 2$ .

**B6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $66^\circ$ , биссектрисы  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

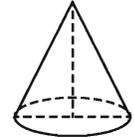


**B7** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{4\sqrt{41}}{41}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**B8** На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 3)$ . Найдите точку из отрезка  $[-5; -1]$ , в которой производная функции  $f(x)$  равна 0.



**B9** Диаметр основания конуса равен 24, а длина образующей — 13. Найдите высоту конуса.



**B10** В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменов: 6 из Венгрии, 21 из Румынии, остальные из Болгарии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Болгарии.

**B11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 72 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 6 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**В12** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 95 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 350 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**В13** На изготовление 696 деталей первый рабочий затрачивает на 5 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 725 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

**В14** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 8)^2(x - 2) - 3$  на отрезке  $[5; 17]$ .

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** а) Решите уравнение  $4\sin^3 x = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

**C2** В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 3, боковые рёбра равны 1, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3^{x+1} + 10 \cdot 3^{-x} \leq 31, \\ \log_{2x} 4 + 3 \leq \log_2 8x. \end{cases}$$

**C4** Дан треугольник со сторонами 80, 80 и 96. Внутри него расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 3| = \frac{5}{x + 2}$$

на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет ровно два корня.

**C6** Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 120 см, но не больше 124 см (назовём такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 30 стандартных кусков, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число  $l$ , что любой моток верёвки, длина которого больше  $l$  см, можно разрезать на стандартные куски.

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

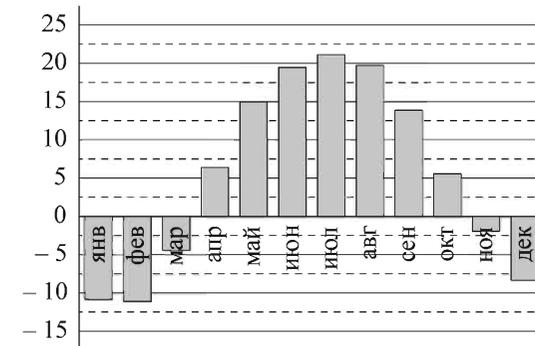
Желаем успеха!

## Часть 1

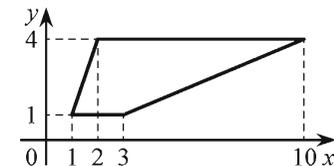
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**B1** Поезд Москва–Ижевск отправляется в 17:41, а прибывает в 10:41 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

**B2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Саратове по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Саратове отрицательна.



**B3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



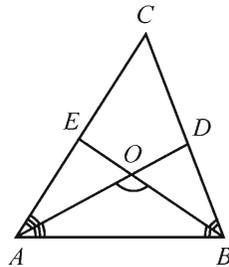
**B4** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	300 руб.	Нет	14 руб.
Б	Бесплатно	15 мин. — 225 руб.	17 руб.
В	120 руб.	20 мин. — 350 руб.	16 руб.

\*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

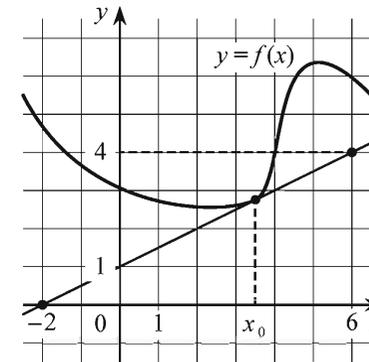
**B5** Найдите корень уравнения  $\log_3(x - 4) = 2$ .

**B6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $58^\circ$ , биссектрисы  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

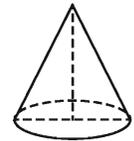


**B7** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

**B8** На рисунке изображены график дифференцируемой функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**B9** Диаметр основания конуса равен 14, а длина образующей — 25. Найдите высоту конуса.



**B10** В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

**B11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 192 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**В12** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 55 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 150 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**В13** На изготовление 572 деталей первый рабочий затрачивает на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 650 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

**В14** Найдите наибольшее значение функции  $y = (x+9)^2(x+6) - 5$  на отрезке  $[-10; -8]$ .

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**С1** а) Решите уравнение  $2 \cos^3 x = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\pi]$ .

**С2** В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 1, боковые рёбра равны 3, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .

**С3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2^x + 25 \cdot 2^{2-x} \leq 101, \\ \log_{3x} 27 \geq \log_3 9x - 3. \end{cases}$$

**С4** Дан треугольник со сторонами 115, 115 и 184. Внутри него расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

**С5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x-4| = \frac{5}{x+1}$$

на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет ровно два корня.

**С6** Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 168 см, но не больше 175 см (назовём такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 24 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число  $l$ , что любой моток верёвки, длина которого больше  $l$  см, можно разрезать на стандартные куски.

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

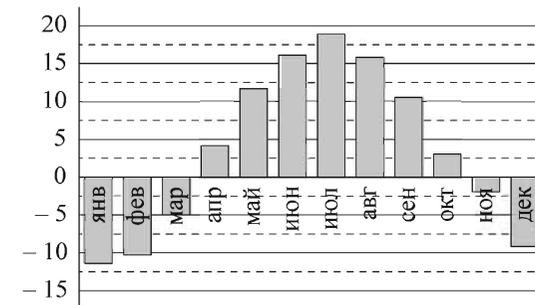
**Желаем успеха!**

## Часть 1

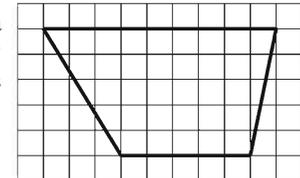
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1** В летнем лагере 236 детей и 28 воспитателей. В автобус помещается не более 49 пассажиров. Какое наименьшее количество автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

**В2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Нижнем Новгороде по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев, когда среднемесячная температура в Нижнем Новгороде положительна.



**В3** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



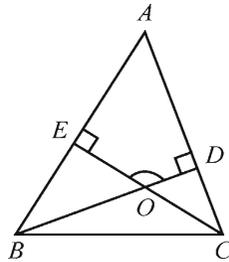
**B4** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	200 руб.	Нет	13 руб.
Б	Бесплатно	15 мин. — 225 руб.	15 руб.
В	180 руб.	20 мин. — 200 руб.	14 руб.

\*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

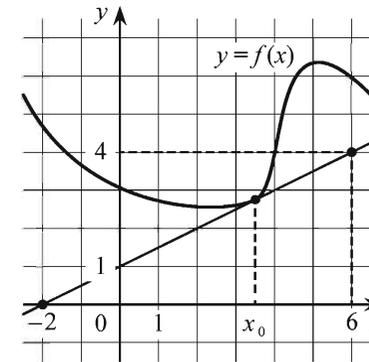
**B5** Найдите корень уравнения  $\log_2(x + 11) = 4$ .

**B6** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $65^\circ$ , углы  $B$  и  $C$  — острые, высоты  $BD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $DOE$ . Ответ дайте в градусах.

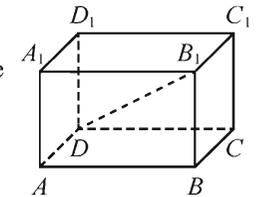


**B7** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{34}}{34}$  и  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**B8** На рисунке изображены график дифференцируемой функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**B9** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AA_1 = 10$ ,  $AB = 5$ ,  $A_1 D_1 = 10$ . Найдите длину диагонали  $DB_1$ .



**B10** В среднем из 900 садовых насосов, поступивших в продажу, 27 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

**B11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**В12** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 60 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 100 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**В13** На изготовление 540 деталей первый рабочий затрачивает на 12 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 600 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

**В14** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 8)^2(x - 7) - 8$  на отрезке  $[7, 5; 18]$ .

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**С1** а) Решите уравнение  $4\cos^3 x + 3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\pi]$ .

**С2** В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 2, боковые рёбра равны 3, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .

**С3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 11^{x+1} + 3 \cdot 11^{-x} \leq 34, \\ \log_{2x} 0,25 \leq \log_2 32x - 1. \end{cases}$$

**С4** Дан треугольник со сторонами 26, 26 и 20. Внутри него расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

**С5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 5| = \frac{2}{x + 1}$$

на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет ровно два корня.

**С6** Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 99 см, но не больше 102 см (назовём такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 33 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число  $l$ , что любой моток верёвки, длина которого больше  $l$  см, можно разрезать на стандартные куски.

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

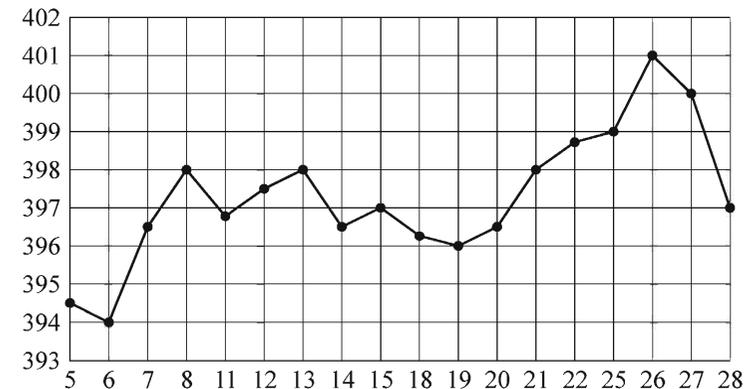
Желаем успеха!

## Часть 1

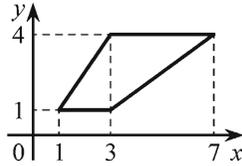
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1** Поезд Мурманск–Санкт-Петербург отправляется в 09:16, а прибывает в 12:16 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

**В2** На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



**B3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



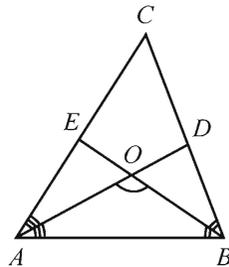
**B4** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	250 руб.	Нет	11 руб.
Б	Бесплатно	15 мин. — 225 руб.	14 руб.
В	120 руб.	20 мин. — 350 руб.	12 руб.

\*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

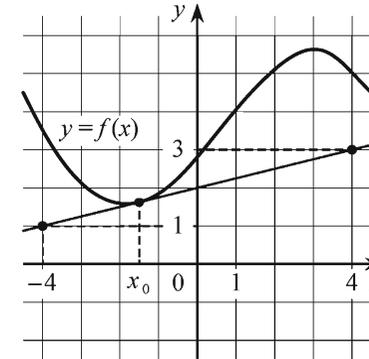
**B5** Найдите корень уравнения  $\log_3(x + 2) = 2$ .

**B6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $78^\circ$ , биссектрисы  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

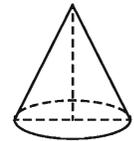


**B7** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{29}}{29}$  и  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**B8** На рисунке изображены график дифференцируемой функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**B9** Диаметр основания конуса равен 10, а длина образующей — 13. Найдите высоту конуса.



**B10** В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменов: 16 из Венгрии, 22 из Румынии, остальные из Болгарии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Болгарии.

**B11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 324 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 9 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**B12** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 200 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 840 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**B13** Заказ на 88 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 3 детали больше, чем второй?

**B14** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 9)^2(x + 4) - 4$  на отрезке  $[7; 16]$ .

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.*

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** а) Решите уравнение  $4\sin^3 x = \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**C2** В правильной треугольной призме  $ABC_1B_1C_1$  стороны основания равны 2, боковые рёбра равны 1, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3^{x+1} + 10 \cdot 3^{-x} \leq 31, \\ \log_{2x} 4 + 3 \leq \log_2 8x. \end{cases}$$

**C4** Дан треугольник со сторонами 30, 30 и 36. Внутри него расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 5| = \frac{3}{x + 1}$$

на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет ровно два корня.

**C6** Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 168 см, но не больше 175 см (назовём такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 24 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число  $l$ , что любой моток верёвки, длина которого больше  $l$  см, можно разрезать на стандартные куски.

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

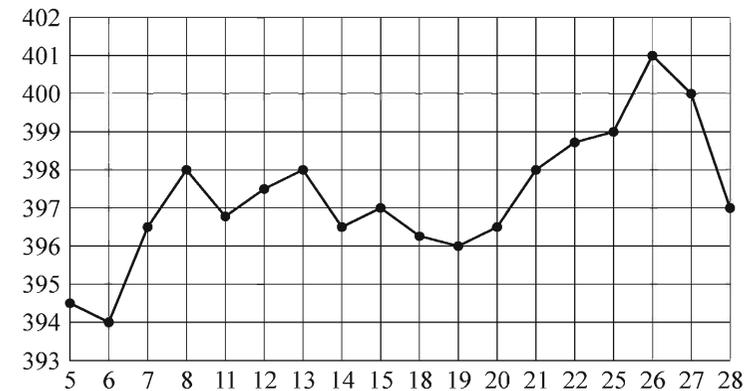
Желаем успеха!

## Часть 1

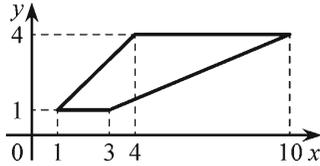
Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**В1** Поезд Москва–Ижевск отправляется в 17:41, а прибывает в 10:41 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

**В2** На рисунке жирными точками показана цена унции золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



**В3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



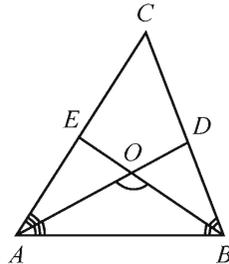
**В4** Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	Нет	0,4 руб.
«Комбинированный»	200 руб. за 400 мин.	0,3 руб. (сверх 400 мин. в месяц)
«Безлимитный»	285 руб.	—

Абонент выбрал самый дешёвый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 600 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 600 минутам? Ответ дайте в рублях.

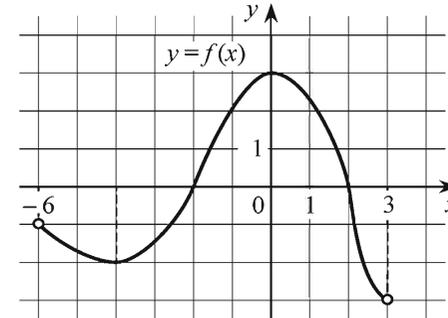
**В5** Найдите корень уравнения  $\log_7(x + 55) = 2$ .

**В6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $66^\circ$ , биссектрисы  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

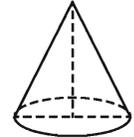


**В7** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{4\sqrt{41}}{41}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**В8** На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 3)$ . Найдите точку из отрезка  $[-5; -1]$ , в которой производная функции  $f(x)$  равна 0.



**В9** Диаметр основания конуса равен 24, а длина образующей — 13. Найдите высоту конуса.



**В10** В среднем из 900 садовых насосов, поступивших в продажу, 27 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

**В11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 72 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 6 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**B12** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 95 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 350 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**B13** Заказ на 176 деталей первый рабочий выполняет на 5 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 5 деталей больше, чем второй?

**B14** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 8)^2(x - 2) - 3$  на отрезке  $[5; 17]$ .

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** а) Решите уравнение  $2\sin^3 x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**C2** В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 3, боковые рёбра равны 2, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5^{x+2} + 2 \cdot 5^{-x} \leq 51, \\ \log_{2x} 0,25 \geq \log_2 32x - 1. \end{cases}$$

**C4** Основание равнобедренного треугольника равно 40, а высота, опущенная на боковую сторону равна 24. Внутри треугольника расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 5| = \frac{2}{x + 1}$$

на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет ровно два корня.

**C6** Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 99 см, но не больше 102 см (назовём такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 33 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число  $l$ , что любой моток верёвки, длина которого больше  $l$  см, можно разрезать на стандартные куски.

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

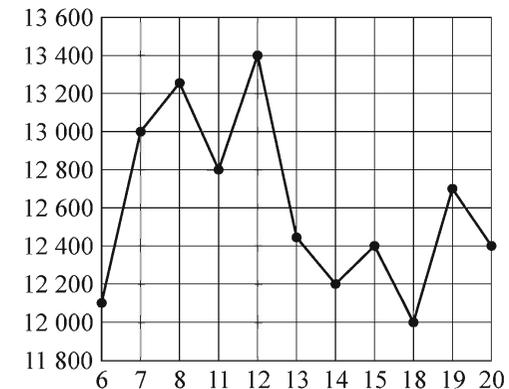
Желаем успеха!

## Часть 1

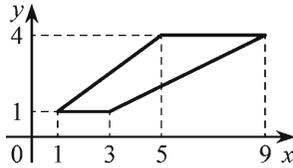
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**B1** Поезд Волгоград–Санкт-Петербург отправляется в 00:56, а прибывает в 12:56 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

**B2** На рисунке жирными точками показана цена тонны никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



**В3** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



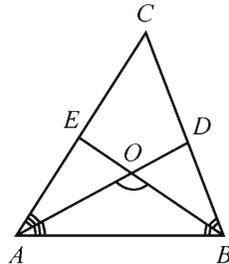
**В4** Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	Нет	0,3 руб.
«Комбинированный»	160 руб. за 420 мин.	0,2 руб. (сверх 420 мин. в месяц)
«Безлимитный»	255 руб.	—

Абонент выбрал самый дешёвый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 700 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 700 минутам? Ответ дайте в рублях.

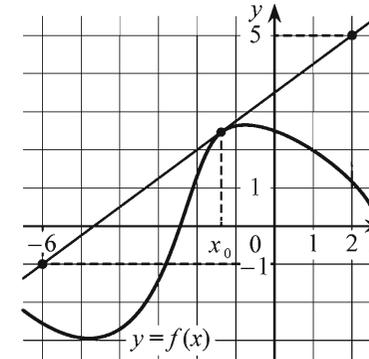
**В5** Найдите корень уравнения  $\lg(x+11)=1$ .

**В6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $74^\circ$ , биссектрисы  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

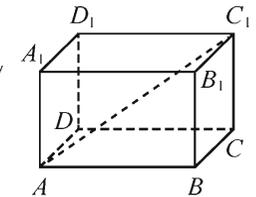


**В7** Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

**В8** На рисунке изображены график дифференцируемой функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**В9** В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $DD_1 = 3$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 6$ . Найдите длину диагонали  $AC_1$ .



**В10** В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 10 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

**В11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 32 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 4 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**B12** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 200 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 840 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**B13** Заказ на 176 деталей первый рабочий выполняет на 5 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 5 деталей больше, чем второй?

**B14** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 3)^2(x + 6) + 7$  на отрезке  $[-4; 1]$ .

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.*

**C1** а) Решите уравнение  $4 \cos^3 x + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; 2\pi]$ .

**C2** В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 1, боковые рёбра равны 3, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2^{x+1} + 17 \cdot 2^{-x} \leq 35, \\ \log_{2x} 8 \leq \log_2 4x - 3. \end{cases}$$

**C4** Основание равнобедренного треугольника равно 80, а высота, опущенная на боковую сторону равна 64. Внутри треугольника расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 3| = \frac{5}{x + 2}$$

на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет ровно два корня.

**C6** Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 93 см, но не больше 96 см (назовём такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 31 стандартный кусок, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число  $l$ , что любой моток верёвки, длина которого больше  $l$  см, можно разрезать на стандартные куски.

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

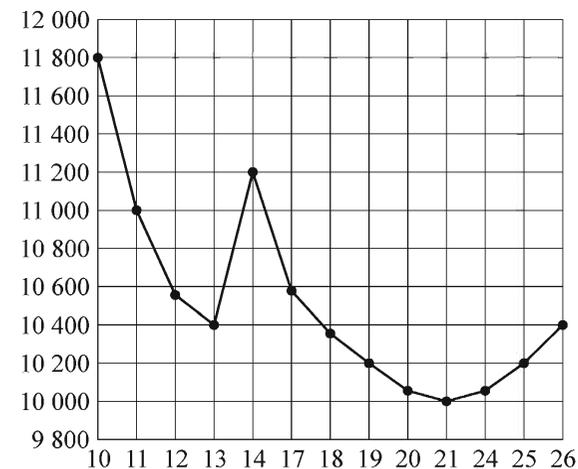
**Желаем успеха!**

## Часть 1

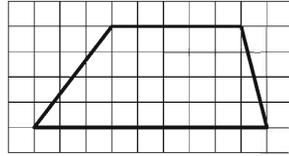
*Ответом на задания В1–В14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**В1** Поезд Санкт-Петербург–Москва отправляется в 22:40, а прибывает в 07:40 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

**В2** На рисунке жирными точками показана цена тонны никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой никеля на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



**B3** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



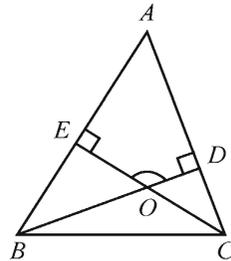
**B4** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
А	200 руб.	Нет	13 руб.
Б	Бесплатно	15 мин. — 225 руб.	15 руб.
В	180 руб.	20 мин. — 200 руб.	14 руб.

\*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

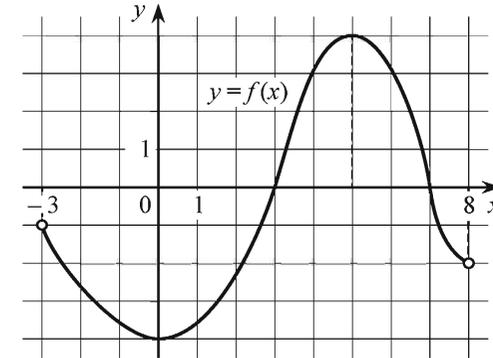
**B5** Найдите корень уравнения  $\log_3(x+1) = 2$ .

**B6** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $40^\circ$ , углы  $B$  и  $C$  — острые, высоты  $BD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $DOE$ . Ответ дайте в градусах.

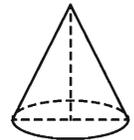


**B7** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{7}{25}$  и  $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$ .

**B8** На рисунке изображён график дифференцируемой функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите точку из отрезка  $[2; 7]$ , в которой производная функции  $f(x)$  равна 0.



**B9** Диаметр основания конуса равен 40, а длина образующей — 25. Найдите высоту конуса.



**B10** В среднем из 1200 садовых насосов, поступивших в продажу, 24 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

**B11** В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 98 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 7 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

**B12** Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 55 - 5p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = pq$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит 150 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**B13** На изготовление 572 деталей первый рабочий затрачивает на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 650 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

**B14** Найдите наибольшее значение функции  $y = (x + 10)^2 x + 2$  на отрезке  $[-11; -4]$ .

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

### Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

**C1** а) Решите уравнение  $4\sin^3 x = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

**C2** В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 1, боковые рёбра равны 2, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ . Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 5^{x+2} + 2 \cdot 5^{-x} \leq 51, \\ \log_{2x} 0,25 \geq \log_2 32x - 1. \end{cases}$$

**C4** Дан треугольник со сторонами 115, 115 и 184. Внутри него расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника. Найдите радиусы окружностей.

**C5** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 4| = \frac{5}{x + 1}$$

на промежутке  $[0; +\infty)$  имеет ровно два корня.

**C6** Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 115 см, но не больше 120 см (назовём такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 23 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число  $l$ , что любой моток верёвки, длина которого больше  $l$  см, можно разрезать на стандартные куски.