Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1-B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1-C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

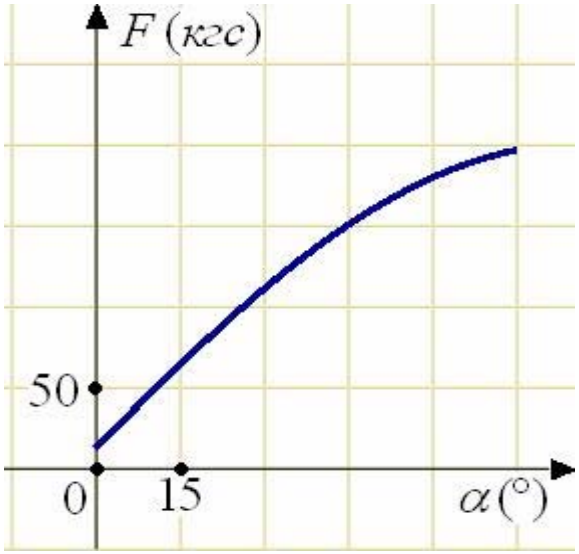
Вариант 1

Часть 1

Ответом на задания B1 — B14 является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 350 рублей после понижения цены на 15%?

B2. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортерной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъема в градусах, на оси ординат – сила натяжения транспортерной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.



B3. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами (1;0) и (0;12) .

B4. При строительстве сельского дома можно использовать один из двух типов фундамента: каменный или бетонный. Для каменного фундамента необходимо 11 тонн природного камня и 13 мешков цемента. Для бетонного фундамента необходимо 8 тонн щебня и 57 мешков цемента. Тонна камня стоит 1500 рублей, щебень стоит 690 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 250 рублей. Сколько рублей будет стоить материал для фундамента, если выбрать наиболее дешевый вариант?

B5. Найдите корень уравнения $\sqrt{-63-16x}=-x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

B6. В тупоугольном треугольнике ABC $AC=BC$, высота $AH=5\sqrt{15}$ равна $CH=5$. Найдите $cosACB$.

B7. Найдите значение выражения $\frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}}\cdot\frac{16}{a^{-1}b^{-4}}$

B8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{6}t^3-t^2+16$ где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t —

время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 96 м/с?

B9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро $AD=\sqrt{5}$, ребро $DD_1=2$, ребро $AB=2$. Точка K — середина ребра CC_1. Найдите площадь сечения, проходящего через точки $D_1, A_1, и\ K$.

B10. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из не пристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

B11. От треугольной призмы, объем которой равен 129, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объем оставшейся части.

B12. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi=\omega t+\frac{\beta t^2}{2}$,

где t — время в минутах, ω=75°/мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а β=10°/мин — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки достигнет φ=2250° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

B13. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 40 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 350 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 24 секундам. Ответ дайте в метрах

B14. Найдите наибольшее значение функции $y=2x^2-12x+8\ln x-8$ на отрезке $\left[\frac{12}{13};\frac{14}{13}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 — С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C_1 а) Решите уравнение $\sqrt{2}\sin^3 x-\sqrt{2}\sin x+\cos^2 x=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$

C_2 Точка E – середина ребра DD_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$.Найдите угол между прямыми CE и AC_1.

C_3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases}\dfrac{25\cdot 0{,}5^{x-1}-2^{x-2}}{2^{x+2}-4^x}\ge 0{,}5^{x+2}\\ \log_{6-x}\dfrac{x^4}{x^2-12x+36}\le 0\end{cases}$$

C_4 Угол C треугольника ABC равен 30°, D – отличная от A точка пересечения окружностей, построенных на сторонах AB и AC, как на диаметрах. Известно, что DB:DC=2:5. Найдите синус угла A.

C_5 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^{10}+(a-2|x|)^5+x^2-2|x|+a=0$ имеет более трех различных решений

C_6 В ряд выписаны числа: 1^2, 2^2, …, $(N-1)^2$, N^2. Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «–» и находят получившуюся сумму. Может ли такая сумма равняться:

А) 4, если N=12?

Б) 0, если N=69?

В) 0, если N=64?

Г) 5, если N=90?

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин.). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1-B14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1-C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

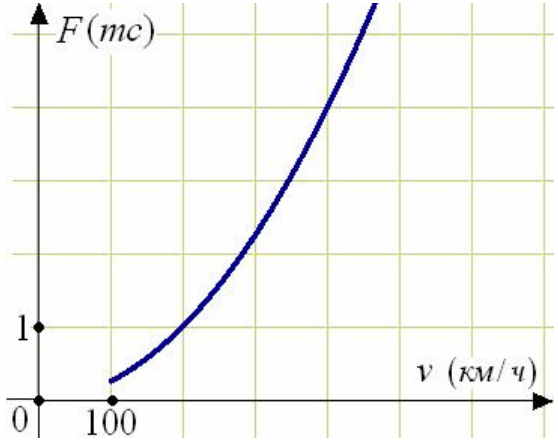
Вариант 2

Часть 1

Ответом на задания B1 — B14 является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 550 рублей после понижения цены на 15%?

B2. Когда самолет находится в горизонтальном полете, подъемная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолета. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат – сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъемная сила (в тоннах силы) при скорости 200 км/ч?



B3. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами (1;0) и (0;8) .

B4. При строительстве сельского дома можно использовать один из двух типов фундамента: каменный или бетонный. Для каменного фундамента необходимо 8 тонн природного камня и 13 мешков цемента. Для бетонного фундамента необходимо 6 тонн щебня и 43 мешка цемента. Тонна камня стоит 1400 рублей, щебень стоит 660 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 240 рублей. Сколько рублей будет стоить материал для фундамента, если выбрать наиболее дешевый вариант?

B5. Найдите корень уравнения $\sqrt{-56-15x}=-x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

B6. В тупоугольном треугольнике ABC $AC=BC$, высота $AH=9\sqrt{11}$, CH=3. Найдите $cosACB$.

B7. Найдите значение выражения $\frac{a^{-1}b^{7}}{(2a)^{2}b^{4}}\cdot\frac{6}{a^{-3}b^{3}}$

B8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=-\frac{1}{6}t^{3}+2t^{2}+2t-30$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t

— время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 10 м/с?

B9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ребро $CD = 2\sqrt{5}$, ребро $DD_1 = 4$, ребро $AD=4$. Точка K — середина ребра AA_1. Найдите площадь сечения, проходящего через точки $D_1, C_1, и\ K$.

B10. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,1. На столе лежит 10 револьверов, из них только 3 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

B11. От треугольной призмы, объем которой равен 84, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объем оставшейся части.

B12. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, ω=20°/мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а β=4°/мин — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки достигнет 1200°. Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

B13. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 85 км/ч и 50 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 600 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

B14. Найдите наибольшее значение функции $y = 2x^2 - 12x + 8\ln x - 5$ на отрезке $\left[\frac{12}{13}; \frac{14}{13}\right]$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1 — С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C_1 а) Решите уравнение $\sqrt{2}\sin^3 x - \sqrt{2}\sin x + \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

C_2 Точка E – середина ребра DD_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите угол между прямыми CE и AC_1.

C_3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \dfrac{25 \cdot 0{,}5^{x-1} - 2^{x-2}}{2^{x+2} - 4^x} \geq 0{,}5^{x+2} \\ \log_{6-x} \dfrac{x^4}{x^2 - 12x + 36} \leq 0 \end{cases}$$

C_4 Угол C треугольника ABC равен 30°, D – отличная от A точка пересечения окружностей, построенных на сторонах AB и AC, как на диаметрах. Известно, что DB:DC=2:5. Найдите синус угла A.

C_5 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение $x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$ имеет более трех различных решений.

C_6 В ряд выписаны числа: 1^2, 2^2, …, $(N-1)^2$, N^2. Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «–» и находят получившуюся сумму. Может ли такая сумма равняться:

А) 4, если N=12?

Б) 0, если N=69?

В) 0, если N=64?

Г) 5, если N=90?

Ответы к заданиям В пробного ЕГЭ по математике 22.03.2013

Задание №	Вариант1	Вариант2
В 1	20	16
В 2	45	1
В 3	-12	-8
В 4	19750	14280
В 5	-9	-8
В 6	-0,25	-0,1
В 7	0,25	1,5
В 8	16	4
В 9	5	20
В 10	0,52	0,66
В 11	86	56
В 12	15	20
В 13	450	750
В 14	-18	-15

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\sqrt{2}\sin^3 x-\sqrt{2}\sin x+\cos^2 x=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

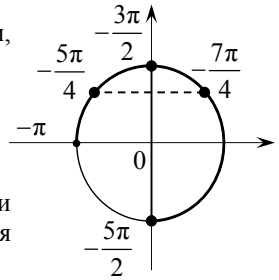
Решение.

а) Запишем уравнение в виде:

$$\sqrt{2}\sin x\left(\sin^2 x-1\right)+\cos^2 x=0;\ \cos^2 x\cdot\left(1-\sqrt{2}\sin x\right)=0.$$

Значит, или $\cos x=0$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{4}+2\pi k$ или $x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.



Получим числа $-\frac{5\pi}{2};-\frac{7\pi}{4};-\frac{3\pi}{2};-\frac{5\pi}{4}$.

Замечание. Отбор корней может быть обоснован и любым другим способом: с помощью графика, решения двойных неравенств и т.п.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{4}+2\pi k$, $\frac{3\pi}{4}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{2};-\frac{7\pi}{4};-\frac{3\pi}{2};-\frac{5\pi}{4}$.

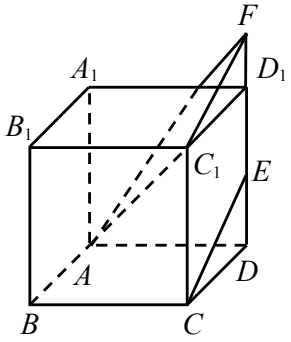
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 Точка E — середина ребра DD_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите угол между прямыми CE и AC_1.

Решение.

Примем ребро куба за единицу. Тогда $AC_1=\sqrt{3}$.

Проведем через точку C_1 прямую, параллельную CE. Она пересекает продолжение ребра DD_1 в точке F, причём $DF=\frac{1}{2}$. Искомый угол равен углу AC_1F (или смежному с ним).



© 2012 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Принадлежит сайту www.alexlarin.net
Копирование **не допускается**

В прямоугольном треугольнике CD_1F с прямым углом D_1

$$C_1F=\sqrt{C_1D_1^{\,2}+D_1F^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

В прямоугольном треугольнике ADF прямым углом D

$$AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=\frac{\sqrt{13}}{2}.$$

В треугольнике AC_1F

$$AF^2=AC_1^{\,2}+C_1F^2-2\cdot\cos\angle AC_1F\cdot AC_1\cdot C_1F,$$

откуда $\cos\angle AC_1F=\frac{AC_1^{\,2}+C_1F^2-AF^2}{2\cdot AC_1\cdot C_1F}=\frac{\sqrt{15}}{15}$.

$\left(\sin\angle AC_1F=\frac{\sqrt{210}}{15};\operatorname{tg}\angle AC_1F=\sqrt{14}.\right)$

Ответ: $\arccos\frac{\sqrt{15}}{15}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases}\dfrac{25\cdot 0{,}5^{x-1}-2^{x-2}}{2^{x+2}-4^x}\ge 0{,}5^{x+2},\\[2ex] \log_{6-x}\dfrac{x^4}{x^2-12x+36}\le 0.\end{cases}$$

Решение.

1. Решим первое неравенство системы. Сделаем замену $y=2^{-x}$, $y>0$.

$$\begin{cases}\dfrac{50y-\dfrac{1}{4y}}{\dfrac{4}{y}-\dfrac{1}{y^2}}\ge\dfrac{y}{4},\\ y>0;\end{cases}\quad\begin{cases}\dfrac{200y^3-y}{4y-1}\ge y,\\ y>0;\end{cases}\quad\begin{cases}\dfrac{4y^2(50y-1)}{4y-1}\ge 0,\\ y>0,\end{cases}$$

откуда находим: $0<y\le\frac{1}{50}$; $y>\frac{1}{4}$. Тогда $\left[\begin{array}{l}0<2^{-x}\le\frac{1}{50}\\ 2^{-x}>\frac{1}{4},\end{array}\right.$ откуда находим решение первого неравенства системы: $x<2$; $x\ge 1+2\log_2 5$.

© 2012 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Принадлежит сайту www.alexlarin.net
Копирование **не допускается**

2. Решим второе неравенство системы:

$$\log_{6-x}\frac{x^4}{(6-x)^2}\le 0;\ \log_{6-x}\frac{x^2}{6-x}\le 0;\ \log_{6-x}x^2\le 1.$$

Рассмотрим два случая

Первый случай: $6-x>1$.

$$\log_{6-x}x^2\le 1;\ 0<x^2\le 6-x;\ \begin{cases}x^2+x-6\le 0,\\ x\ne 0,\end{cases}$$

откуда находим: $-3\le x<0$; $0<x\le 2$. Все полученные значения переменной удовлетворяют условию $6-x>1$.

Второй случай: $0<6-x<1$.

$$\log_{6-x}x^2\le 1;\quad x^2\ge 6-x;\quad x^2+x-6\ge 0;\quad \left[\begin{array}{l}x\le -3\\ x\ge 2.\end{array}\right.$$

Учитывая условие $0<6-x<1$, получаем: $5<x<6$.

Решение второго неравенства исходной системы:

$$-3\le x<0;\quad 0<x\le 2;\quad 5<x<6.$$

3. Поскольку $5<1+2\log_2 5<6$, получаем решение исходной системы неравенств:

$$-3\le x<0;\quad 0<x<2;\quad 1+2\log_2 5\le x<6.$$

Ответ: $[-3;0);\ (0;2);\ [1+2\log_2 5;6)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4 Угол C треугольника ABC равен $30°$, D — отличная от A точка пересечения окружностей, построенных на сторонах AB и AC как на диаметрах. Известно, что $DB:DC=2:5$. Найдите синус угла A.

Решение.

Точка D лежит на окружности с диаметром AB поэтому $\angle ADB=90°$. Аналогично, $\angle ADC=90°$. Следовательно, точка D лежит на прямой BC.

Возможны два случая: точка D лежит либо на отрезке BC (рис. 1), либо на продолжении отрезка BC за точку B (рис. 2). Точка D не может лежать на продолжении отрезка BC за точку C, так как угол ACB — острый.

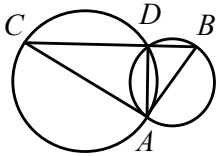


Рис. 1

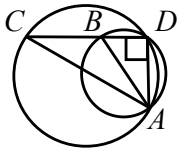


Рис. 2

© 2012 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Принадлежит сайту www.alexlarin.net
Копирование **не допускается**

Положим $DB=2t$, $DC=5t$. Из прямоугольных треугольников ADC и ADB находим:

$$AD=\frac{\sqrt{3}}{3}CD=\frac{5t\cdot\sqrt{3}}{3},\ AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{\frac{25}{3}t^2+4t^2}=t\cdot\frac{\sqrt{37}}{\sqrt{3}}.$$

Рассмотрим первый случай. По теореме синусов $\frac{\sin A}{BC}=\frac{\sin C}{AB}$, то есть

$$\frac{\sin A}{7t}=\frac{\frac{1}{2}}{t\cdot\frac{\sqrt{37}}{\sqrt{3}}},\ \text{откуда}\ \sin A=\frac{7\sqrt{111}}{74}.$$

Во втором случае $\frac{\sin A}{3t}=\frac{\frac{1}{2}}{t\cdot\frac{\sqrt{37}}{\sqrt{3}}}$, откуда $\sin A=\frac{3\sqrt{111}}{74}$.

Ответ: $\frac{7\sqrt{111}}{74};\frac{3\sqrt{111}}{74}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^{10}+\left(a-2|x|\right)^5+x^2-2|x|+a=0$$

имеет более трёх различных решений.

Решение.

Перепишем уравнение в виде

$$f\left(x^2\right)=f\left(2|x|-a\right),$$

где $f(t)=t^5+t$. Так как функция $f(t)$ монотонно возрастает, уравнение задачи эквивалентно уравнению

$$x^2=2|x|-a,$$

которое имеет решения при $a\le 1$. Эти решения являются решениями уравнений

$$|x|=1+\sqrt{1-a}\ \text{и}\ |x|=1-\sqrt{1-a}.$$

© 2012 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Принадлежит сайту www.alexlarin.net
Копирование **не допускается**

Первое уравнение даёт два различных решения при $a \le 1$, а второе уравнение даёт ещё два различных решения, отличных от решений первого, при $0 < a < 1$.

Ответ: $0 < a < 1$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

C6 В ряд выписаны числа: 1^2, 2^2, $\ldots, (N-1)^2$, N^2. Между ними произвольным образом расставляют знаки «+» и «−» и находят получившуюся сумму.

Может ли такая сумма равняться:

а) 4, если $N = 12$?

б) 0, если $N = 69$?

в) 0, если $N = 64$?

г) 5, если $N = 90$?

Решение.

а) При следующей расстановке знаков получается требуемая сумма:

$$1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 + 5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 + 11^2 - 12^2 = 4.$$

б) Среди выписанных 69 чисел — 34 чётных и 35 нечётных. Поэтому любая сумма, которую можно получить, будет нечётной и не может равняться 0.

в) Заметим, что $(a+3)^2 - (a+2)^2 - (a+1)^2 + a^2 = 4$. Значит, между 8 квадратами последовательных натуральных чисел можно расставить знаки так, что полученная сумма будет равняться 0:

$$(a+7)^2 - (a+6)^2 - (a+5)^2 + (a+4)^2 - (a+3)^2 + (a+2)^2 + (a+1)^2 - a^2 = 0.$$

При $N = 64$ можно разбить все данные числа на группы по 8 чисел в каждой так, что сумма чисел в каждой группе равна 0, а значит, и сумма всех чисел равна 0.

г) Как и в предыдущем пункте, расставим знаки между 88 числами 3^2, 4^2, ..., 89^2, 90^2 таким образом, чтобы их сумма равнялась 0. Перед 2^2 поставим знак «+». При такой расстановке знаков сумма равна

$$1^2 + 2^2 + 0 = 5.$$

Ответ: а) да; б) нет; в) да; г) да.

© 2012 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Принадлежит сайту www.alexlarin.net
Копирование **не допускается**

Содержание критерия	Баллы
Верно выполнены все пункты	4
Верно выполнены три пункта из четырёх	3
Верно выполнены два пункта из четырёх	2
Верно выполнен один пункт из четырёх	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

© 2012 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки Российской Федерации
Принадлежит сайту www.alexlarin.net
Копирование **не допускается**