

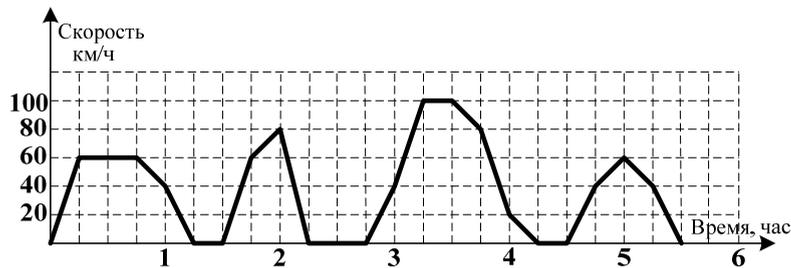
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 1

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Апельсины после праздников подешевели на  $\frac{1}{4}$ . Сколько килограмм апельсинов можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 3 кг?

**В2.** На рисунке показано изменение скорости движения рейсового автобуса на маршруте Краснодар – Ростов. Сколько остановок было сделано автобусом до прибытия в конечный пункт следования?



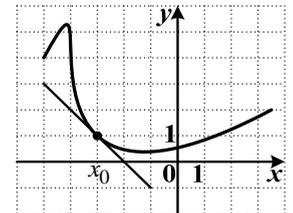
**В3.** Найдите решение уравнения  $2\sin x = 1$  (в градусах), принадлежащее интервалу  $[90^\circ; 180^\circ]$ .

**В4.** Найдите значение выражения  $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$ .

**В5.** Для ремонта квартиры планируется приобрести  $210 \text{ м}^2$  гипсокартона у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость гипсокартона (руб. за $\text{м}^2$ )	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	82	800	При заказе на сумму более 20000 руб. доставка бесплатная
Б	80	1000	При заказе на сумму более 15000 руб. доставка бесплатная
В	76	1200	

**В6.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** Имеется 10 литров 60-процентного раствора соли. Сколько литров воды нужно долить, чтобы получить 40-процентный раствор соли?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ , гипотенузой  $AB = 13$  и катетом  $BC = 5$ . Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ , если длина высоты  $SB$  равна 9.

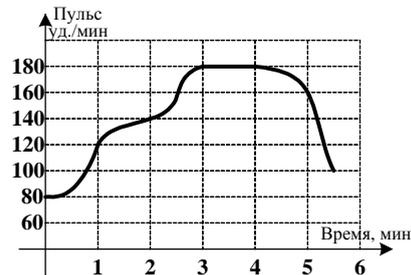
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 2

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Пачка печенья стоит 22 руб. Какое наибольшее число пачек печенья можно купить на 150 рублей?

**В2.** На рисунке показано изменение частоты пульса спортсмена во время его 5-минутного выступления. В течение скольких минут выступления его пульс был выше 140 ударов в минуту?



**В3.** Найдите наименьшее положительное решение уравнения  $\cos 2x = -\frac{1}{2}$  (в градусах).

**В4.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{30}}{2\sqrt{5}}$ .

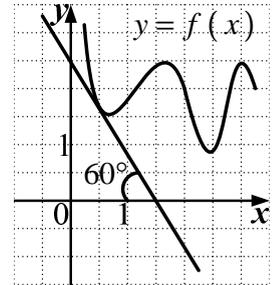
**В5.** Для оборудования новой гостиницы необходимо закупить 300 телевизоров и 200 холодильников. На конкурсе рассматривается предложения двух фирм, условия поставки которых приведены в таблице:

	Цена 1 телевизора (в тыс. руб.)	Цена 1 холодильника (в тыс. руб.)	Дополнительные условия
Фирма А	22	12	Скидка 4% при заказе, превышающем 5 млн. руб.
Фирма В	20	14	

Какую сумму (в тыс. руб.) сэкономит покупатель при выборе наиболее выгодного коммерческого предложения?

**В6.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{1}{2}$ .

Найдите значение выражения  $\sqrt{3} \cdot f'\left(\frac{1}{2}\right)$ .



**В7.** Бронза является сплавом меди и олова (в разных пропорциях). Кусок бронзы, содержащий  $\frac{1}{12}$  часть олова, сплавляется с другим куском, содержащим  $\frac{1}{10}$  часть олова. Полученный сплав содержит  $\frac{1}{11}$  часть олова. Найдите вес второго куска, если вес первого равен 84 кг.

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 4, а боковое ребро 3. Найдите расстояние от стороны основания до противоположного бокового ребра.

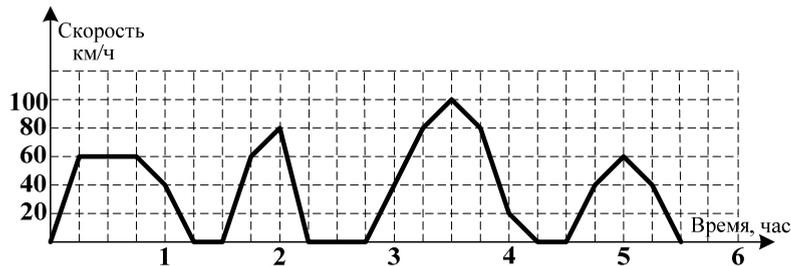
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 3

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Для детского утренника родительский комитет собирался закупить на оптовой базе 50 коробок конфет по 40 руб. за коробку. База объявила распродажу и 4 коробки конфет продает по цене трех. Какое максимальное число коробок можно закупить за выделенную сумму по новой цене, если в период распродажи конфеты продаются только упаковками по 4 коробки?

**В2.** На рисунке показано изменение скорости движения рейсового автобуса на маршруте Краснодар – Ростов. Сколько минут в течение всего пути скорость автобуса была больше 80 км/ч?



**В3.** Найдите наибольшее отрицательное решение уравнения  $\sin 2x = -1$  (в градусах).

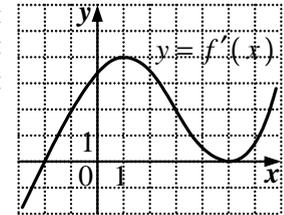
**В4.** Найдите значение выражения  $27^{\frac{1}{3}} \cdot a^2 \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^{-2} - 5^2$ .

**В5.** Из города А в город В автобус может проехать двумя путями: через поселок С, либо через поселок Д. Расстояния между населенными пунктами (в км) указаны в таблице:

	А	В
С	80	102
Д	150	50

Средняя скорость движения автобуса 60 км/ч. Сколько времени (в часах) сэкономит водитель автобуса, если выберет наиболее короткий путь?

**В6.** На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$ . Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .



**В7.** У хозяйки есть 5 литров сахарного сиропа 50% концентрации. Сколько литров воды необходимо добавить для получения сиропа 20% концентрации?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $B$  и катетом  $AB = 6\sqrt{2}$ . Найдите расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$ , если вершина пирамиды проектируется в середину ребра  $AB$  и  $SA = 9\sqrt{\frac{2}{7}}$ .

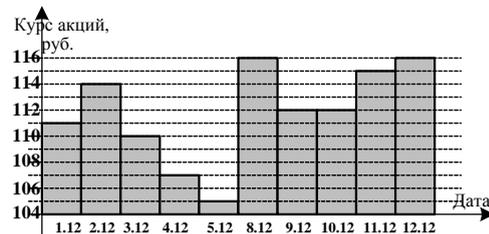
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 4

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Магазин продал  $\frac{3}{4}$  партии товара до Нового года на 90 тыс. рублей. Остальной товар уценили на 20% и продали после праздников. Найдите общую выручку магазина (в тыс. рублей) за эту партию товара.

**В2.** На рисунке показана котировка акций Газпрома за период с 1.12.2008 по 12.12.2008 года (в выходные дни торги по акциям не проводятся). Брокер купил 500 акций 3 декабря 2008 г. и продал их 11 декабря 2008 г. Какой доход (в рублях) он получил от этой сделки?



**В3.** Найдите решение уравнения  $2\cos x = -1$  (в градусах), принадлежащее интервалу  $[90^\circ; 180^\circ]$ .

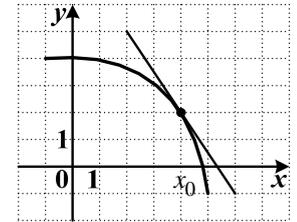
**В4.** Найдите значение выражения  $2^{3a} \cdot 2^{-a}$ , если  $a = \frac{1}{2}$ .

**В5.** Учреждению нужно приобрести 100 компьютеров и 50 комплектов лицензионного программного обеспечения. При проведении конкурса выбор делался между предложениями двух фирм, условия поставки которых приведены в таблице:

Цена 1 ПК (в тыс. руб.)	Цена комплекта ПО (в тыс. руб.)	Дополнительные условия
28	1	
31	Бесплатно	Каждый 11-й компьютер бесплатно

Какова цена (в тыс. руб.) наиболее выгодного предложения?

**В6.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится  $\frac{1}{3}$ , а во втором –  $\frac{1}{4}$  меди. Сплавляли 3 кг первого и 2 кг второго сплава, какую часть меди содержит новый сплав?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ . Вершина  $S$  проектируется в точку  $B$  основания, причем боковые ребра пирамиды равны соответственно:  $AS = 10$ ,  $BS = 7$ ,  $CS = 8$ . Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

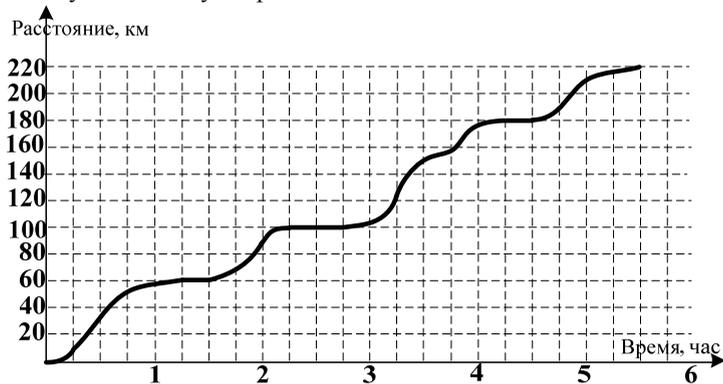
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 5

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Учитель организовал культпоход класса в кино. Билет для взрослого стоит 50 рублей, а билет школьника на  $\frac{2}{5}$  дешевле. Сколько рублей было затрачено на билеты, если в кино ходили вместе с учителем 20 учащихся?

**В2.** На рисунке показано изменение расстояния при движения рейсового автобуса от автостанции в зависимости от времени. Сколько километров прошел автобус к моменту второй остановки?



**В3.** Найдите наименьшее положительное решение уравнения  $2\sin 2x = \sqrt{3}$  (в градусах).

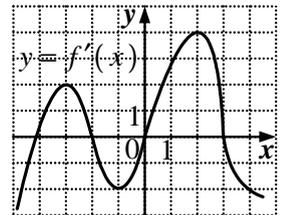
**В4.** Вычислите:  $\sqrt[3]{36 \cdot 24 \cdot 54}$ .

**В5.** Пользователь мобильного телефона делает в среднем за месяц 300 звонков, что дает 900 минут исходящих вызовов, и посылает 100 смс-сообщений. Оператор связи предоставляет на выбор 3 тарифных плана (с поминутной тарификацией), условия которых приведены в таблице:

Стоимость первой минуты (в руб.)	Стоимость каждой последующей минуты (в руб.)	Стоимость смс-сообщения (в руб.)
1	0,15	0,5
0,4	0,4	1
0,8	0,3	бесплатно

Каковы ежемесячные расходы абонента при наиболее выгодном тарифе?

**В6.** На рис. изображен график производной функции  $y = f'(x)$ . Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .



**В7.** Для консервирования 10 кг баклажан необходимо 0,5 л столового уксуса (10 % раствор уксусной кислоты). У хозяйки имеется уксусная эссенция (80 % раствор уксусной кислоты), из которой она готовит уксус, добавляя в нее воду. Сколько миллилитров уксусной эссенции понадобится хозяйке для консервирования 20 кг баклажан?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 3 и отстоит от противоположного ребра основания на расстояние  $\frac{2\sqrt{11}}{3}$ . Найдите длину стороны основания пирамиды, если она измеряется целым числом.

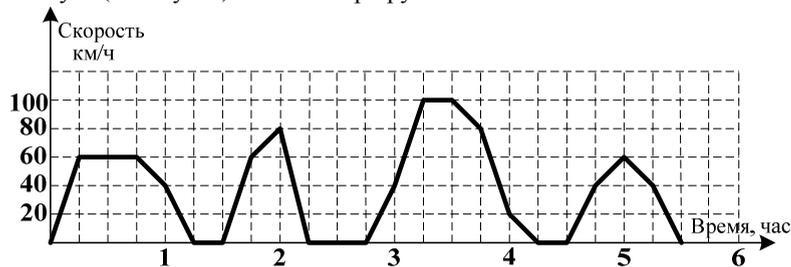
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 6

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Предприниматель находится на упрощенной системе налогообложения и уплачивает налог в размере 15% от полученной прибыли (торговой наценки). Купив у поставщика товар за 100 тыс. рублей, он продал его за 120 тысяч рублей и уплатил положенный налог. Какую чистую прибыль (в тыс. рублей) получил предприниматель от этой сделки?

**В2.** На рисунке показано изменение скорости движения рейсового автобуса на маршруте Краснодар – Ростов. Какова суммарная длительность остановок автобуса (в минутах) на этом маршруте?



**В3.** Найдите решение уравнения  $2\cos x = -\sqrt{3}$  (в градусах), принадлежащее интервалу  $[180^\circ; 270^\circ]$ .

**В4.** Найдите значение выражения  $(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$ .

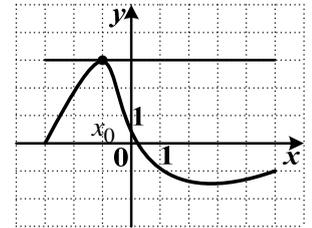
**В5.** Пользователю нужно скачать из интернета 5 гигабайт (Гб) информации. Провайдер предлагает 2 тарифных плана:

Тар. план 1	Абонентская плата 1000 руб. (включает 2 Гб трафика) + 50 коп. за каждый дополнительный мегабайт (Мб)
Тар. план 2	70 коп./Мб при трафике до 1 Гб + 40 коп./Мб за трафик свыше 1 Гб

Каковы будут затраты пользователя (в рублях) при выборе наиболее выгодного тарифного плана? (1 Гб = 1000 Мб).

**В6.** На рисунке изображен график функции и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .

Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** Бронза является сплавом меди и олова (в разных пропорциях). Кусок бронзы весом 96 кг, содержащий  $1/12$  часть олова, сплавил с другим куском, содержащим  $1/10$  часть олова. Сколько килограмм весит второй кусок, если полученный сплав содержит  $1/11$  часть олова?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с катетом  $BC=3$  и гипотенузой  $AC=5$ . Расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$  равно 3. Найдите длину ребра  $SA$ , если вершина пирамиды проектируется в середину ребра  $AB$ .

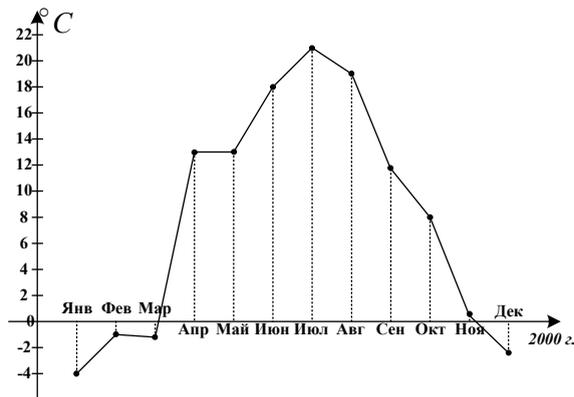
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 7

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Друзья в кафе купили себе две чашки кофе по 35 руб. пирожное за 40 руб. и бутерброд с колбасой за 46 руб. Сколько рублей сдачи они должны получить с 500 руб.?

**В2.** На графике приведены среднемесячные температуры воздуха в городе N в течение 2000 года. Для наглядности жирные точки соединены линиями.



Сколько месяцев в 2000 году среднемесячная температура была ниже 5 градусов?

**В3.** Найдите наименьшее положительное решение уравнения  $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  (в градусах).

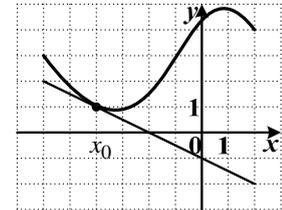
**В4.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{12}}{2\sqrt{7}}$ .

**В5.** Из города А в город В автобус может проехать двумя путями: через поселок С, либо через поселок Д. Расстояния между населенными пунктами (в км) указаны в таблице:

	А	В
С	80	130
Д	140	50

Средняя скорость движения автобуса 50 км/ч. Сколько времени сэкономит водитель автобуса, если выберет наиболее короткий путь? Ответ укажите в часах.

**В6.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** Смешали 30 %-ный раствор соляной кислоты с 10 %-ным и получили 600 г 15 %-ного раствора. Сколько граммов первого раствора было взято?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ , гипотенузой  $AB$ , равной 13 и катетом  $AC$ , равным 12. Вершина  $S$  пирамиды проектируется в точку  $B$  основания. Боковое ребро  $CS$  равно  $5\sqrt{5}$ . Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

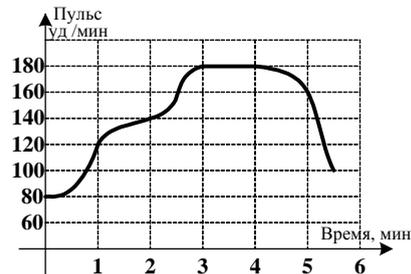
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 8

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Учитель организовал культпоход класса в музей. Билет для взрослого стоит 30 рублей, а билет школьника на 40% дешевле. Какая сумма будет затрачена на культпоход, если в кино пошли 25 школьников, учитель и двое родителей?

**В2.** На рисунке показано изменение частоты пульса спортсмена во время его 5-минутного выступления. Сколько минут в ходе выступления пульс был выше 120 уд./мин?



**В3.** Найдите наименьшее положительное решение уравнения  $\cos 3x = -1$  (в градусах).

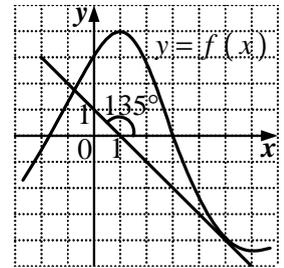
**В4.** Найдите значение выражения  $6^2 - 16^{\frac{1}{4}} \cdot x^2 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^{-2}$ .

**В5.** Акционерному обществу нужно приобрести 50 компьютеров и 30 принтеров. При проведении конкурса выбор делался между предложениями двух фирм, условия поставки которых приведены в таблице:

Цена 1 ПК (в тыс. руб.)	Цена принтера (в тыс. руб.)	Дополнительные условия
28	3,5	
31	5	Каждый 11-й компьютер бесплатно

Какова цена (в тыс. руб.) наиболее выгодного предложения?

**В6.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему. Чему равно значение производной функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0 = 5$ ?



**В7.** В одном литре медицинского этилового спирта содержится 40 мл воды. Долив в него дистиллированной воды, врач получил раствор, содержащий  $\frac{2}{5}$  части спирта. Найдите объем (в мл) получившегося раствора?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 4 и находится на расстоянии  $\frac{2\sqrt{23}}{3}$  от противоположного бокового ребра. Найдите длину бокового ребра.

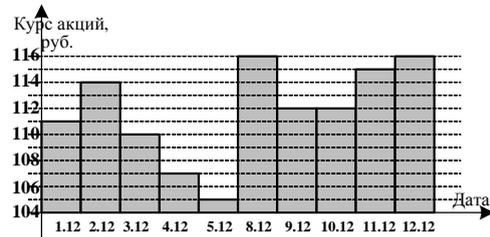
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 9

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Яблоки после праздников подешевели на  $\frac{1}{6}$ . Сколько килограмм яблок можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 2 кг?

**В2.** На рисунке показана котировка акций Газпрома за период с 1.12.2008 по 12.12.2008 года (в выходные дни торги по акциям не проводятся). Сколько дней курс акций был выше 112 рублей?



**В3.** Найдите наименьшее положительное решение уравнения  $\sin 3x = -1$  (в градусах).

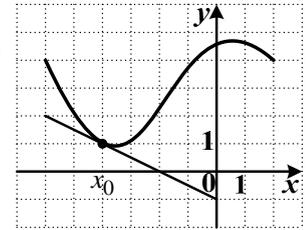
**В4.** Найдите значение выражения  $4^{6a} \cdot 4^{-4a}$ , если  $a = \frac{1}{4}$ .

**В5.** Пользователь мобильного телефона делает в среднем за месяц 250 звонков, что дает 750 минут исходящих вызовов, и посылает 100 смс-сообщений. Оператор связи предоставляет на выбор 3 тарифных плана (с поминутной тарификацией), условия которых приведены в таблице:

Стоимость первой минуты (в руб.)	Стоимость каждой последующей минуты (в руб.)	Стоимость смс-сообщения (в руб.)
1,5	0,15	0,5
0,6	0,6	1
1	0,4	бесплатно

Каковы ежемесячные расходы абонента при наиболее выгодном тарифе?

**В6.** На рисунке изображен график функции и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** Свежая клюква состоит на 99 % из воды. Заготовители собрали 500 кг клюквы и сдали ее на склад. После длительного хранения на складе содержание воды в клюкве уменьшилось до 96 %. Сколько килограммов весит клюква после хранения?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с катетом  $BC = 3$  и гипотенузой  $AC = 5$ . Найти расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$ , если вершина пирамиды проектируется в середину ребра  $AB$  и  $SA = 7$ .

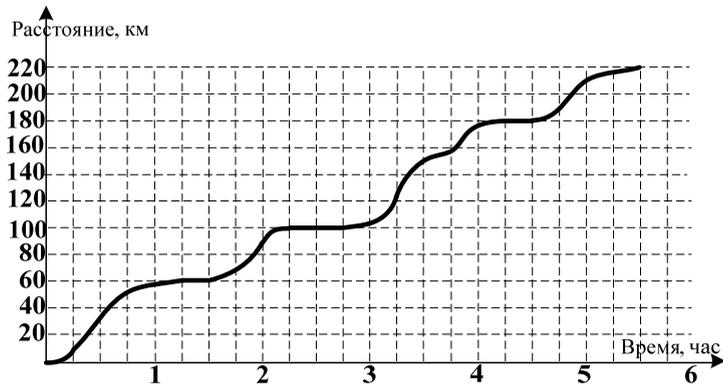
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 10

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Бабушка для своего внука купила 1 кг яблок по цене 78 руб. за килограмм, шоколадку за 22 руб. пачку печенья за 35 руб. Сколько рублей сдачи она должна получить с 1000 руб.?

**В2.** На рисунке показано изменение расстояния при движения рейсового автобуса от автостанции в зависимости от времени. Сколько остановок сделал автобус на маршруте?



**В3.** Найдите наибольшее отрицательное решение уравнения  $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (в градусах).

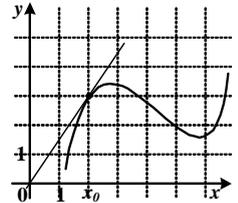
**В4.** Вычислите:  $\sqrt[3]{12 \cdot 32 \cdot 36}$ .

**В5.** Пользователю нужно скачать из интернета 5 гигабайт (Гб) информации. Провайдер предлагает 2 тарифных плана.

Тар. план 1	Абонентская плата 1000 руб. (включает 2,5 Гб трафика) + 50 коп. за каждый дополнительный мегабайт (Мб)
Тар. план 2	70 коп./Мб при трафике до 1 Гб + 40 коп./Мб за трафик свыше 1 Гб

Каковы будут затраты пользователя (в рублях) при выборе наиболее выгодного тарифного плана? (1 Гб = 1000 Мб).

**В6.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** Кусок сплава меди и цинка массой в 36 кг содержит 45 % меди. Сколько килограммов меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60 % меди?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ , гипотенузой  $AB$ , равной 12 и катетом  $BC$ , равным 8. Вершина  $S$  пирамиды проектируется в точку  $B$  основания. Боковое ребро  $AS$  равно 13. Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

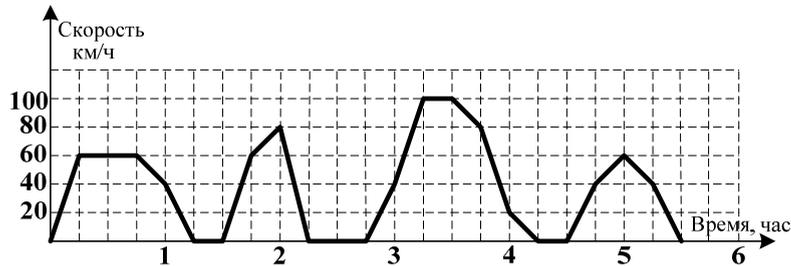
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 11

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Аня купила в магазине хлеб за 24 руб., сок за 43 руб. и два килограмма яблок по 68 руб. Сколько рублей сдачи она должны получить с 500 руб.?

**В2.** На рисунке показано изменение скорости движения рейсового автобуса на маршруте Краснодар – Ростов. Сколько минут автобус ехал со скоростью 100 км/ч?



**В3.** Найдите наименьшее положительное решение уравнения  $\sin 3x = 1$  (в градусах).

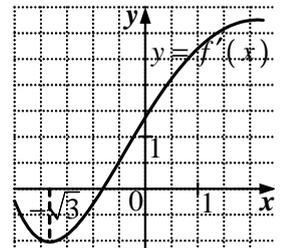
**В4.** Найдите значение выражения  $(\sqrt{5} - \sqrt{7})^2 + (\sqrt{7} + \sqrt{5})^2$ .

**В5.** Для оборудования новой гостиницы необходимо закупить 300 телевизоров и 200 холодильников. На конкурсе рассматривается предложения двух фирм, условия поставки которых приведены в таблице:

	Цена 1 телевизора (в тыс. руб.)	Цена 1 холодильника (в тыс. руб.)	Дополнительные условия
Фирма А	22	12	Скидка 5% при стоимости заказа, превышающей 4 млн. руб.
Фирма В	20	14	

Какую сумму (в тыс. руб.) сэкономит покупатель при выборе наиболее выгодного коммерческого предложения?

**В6.** На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ . Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0 = -\sqrt{3}$  к положительному направлению оси абсцисс.



**В7.** Свежие абрикосы содержат 80 % воды по массе, а курага (сухие абрикосы) – 12 % воды. Сколько понадобится килограммов свежих абрикосов, чтобы получить 10 кг кураги?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 3, а боковое ребро  $\sqrt{15}$ . Найдите расстояние от стороны основания до противоположного бокового ребра.

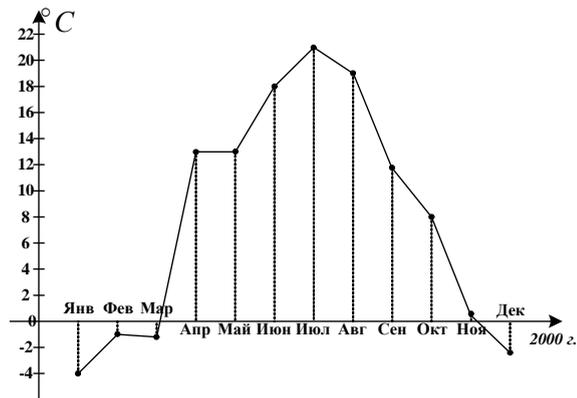
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 12

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Фермер в текущем году увеличил урожайность пшеницы на  $\frac{1}{8}$  и с площади в 50 га собрал 180 тонн зерна. Какой была урожайность пшеницы (в центнерах с гектара) в прошлом году?

**В2.** На графике приведены среднемесячные температуры воздуха в городе N в течение 2000 года. Для наглядности жирные точки соединены линиями. Сколько месяцев в 2000 году среднемесячная температура была выше 10 градусов?



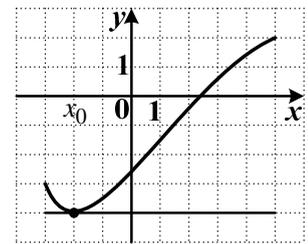
**В3.** Найдите наименьшее положительное решение уравнения  $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (в градусах).

**В4.** Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{22} \cdot \sqrt{18}}{3\sqrt{11}}$ .

**В5.** Для ремонта офиса планируется приобрести  $320 \text{ м}^2$  гипсокартона у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость гипсокартона (руб. за $\text{м}^2$ )	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	82	1000	При заказе на сумму более 25000 руб. доставка бесплатная
Б	80	1200	При заказе на сумму более 20000 руб. доставка бесплатная
В	76	1500	

**В6.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** По рецепту засолки огурцов на каждые 10 л рассола необходимо добавить 1 л столового уксуса (10 % раствор уксусной кислоты). У хозяйки имеется уксусная эссенция (80 % раствор уксусной кислоты), из которой она готовит уксус, добавляя в нее воду. Сколько миллилитров уксусной эссенции понадобится хозяйке для приготовления 5 л рассола?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $B$  и катетом  $AB = 6$ . Найдите расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$  если вершина пирамиды проектируется в середину ребра  $AB$ , а высота пирамиды равна 4.

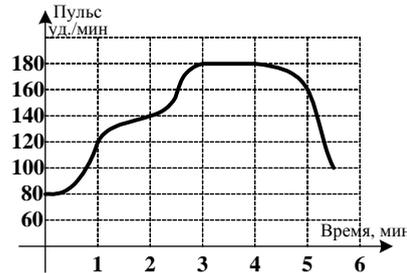
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 13

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Из партии в 120 упаковок  $\frac{4}{5}$  товара магазин продал до Нового года по цене 50 рублей за упаковку. Остальная часть партии была уценена в 2 раза и продана после праздников. Найдите общую выручку магазина (в рублях) за эту партию товара.

**В2** На рисунке показано изменение частоты пульса спортсмена во время его 5-минутного выступления. На сколько ударов в минуту увеличился пульс спортсмена за первые 3 минуты выступления?



**В3.** Найдите наименьшее положительное решение уравнения  $\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (в градусах).

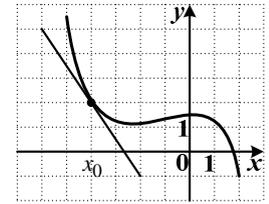
**В4.** Найдите значение выражения  $125^{\frac{1}{3}} \cdot b^3 \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^{-3} + 3^2$ .

**В5.** Учреждению нужно приобрести 100 компьютеров. При проведении конкурса выбор делался между предложениями двух фирм, условия поставки которых приведены в таблице:

	Цена 1 ПК (в тыс. руб.)	Дополнительные условия
Фирма А	26,5	Скидка 5% при сумме заказа > 2,5 млн.
Фирма В	28	Каждый 10-й компьютер бесплатно

Какова стоимость (в тыс. руб.) наиболее выгодного заказа на всю партию компьютеров.

**В6.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** Кислый маринад для консервирования овощей содержит 24% столового уксуса (10 % раствор уксусной кислоты). У хозяйки имеется уксусная эссенция (80 % раствор уксусной кислоты). Сколько процентов уксусной эссенции должно содержаться в аналогичном маринаде?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ , и катетом  $BC$ , равным  $b$ . Вершина  $S$  пирамиды проектируется в точку  $B$  основания. Боковые ребра  $SA$  и  $SB$  равны соответственно  $5\sqrt{5}$  и  $5$ . Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

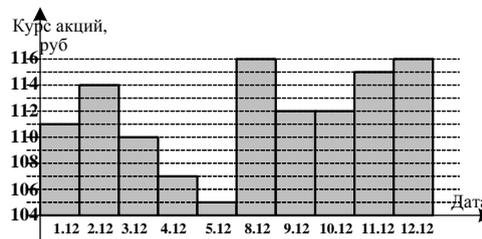
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 14

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Фермер в текущем году увеличил урожайность пшеницы на  $\frac{1}{10}$  и с площади в 60 га собрал 198 тонн зерна. Какой была урожайность пшеницы (в центнерах с гектара) в прошлом году?

**В2.** На рисунке показана котировка акций Газпрома за период с 1.12.2008 по 12.12.2008 года (в выходные дни торги по акциям не проводятся). Каким был наибольший ежедневный рост курса акций (в рублях) за этот период?



**В3.** Найдите решение уравнения  $2\cos x = \sqrt{3}$  (в градусах), принадлежащее интервалу  $[270^\circ; 360^\circ]$ .

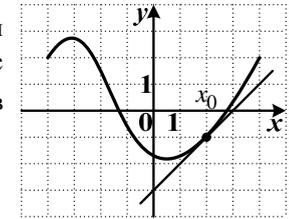
**В4.** Найдите значение выражения  $5^{6a} \cdot 5^{-3a}$ , если  $a = \frac{1}{3}$ .

**В5.** Пользователю нужно скачать из интернета 8 гигабайт (Гб) информации. Провайдер предлагает 2 тарифных плана.

Тар. план 1	Абонентская плата 1000 руб. (включает 2,5 Гб трафика) + 50 коп. за каждый дополнительный мегабайт (Мб)
Тар. план 2	70 коп./Мб при трафике до 1 Гб + 40 коп./Мб за трафик свыше 1 Гб

Какую сумму (в рублях) может сэкономить пользователь, выбрав наиболее выгодный тарифный план? (1 Гб = 1000 Мб).

**В6.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5 % и 40 %. Сколько нужно взять металла первого из этих сортов, чтобы получить 140 т стали с содержанием 30 % никеля?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна  $3\sqrt{3}$ , а высота 4. Найдите расстояние от бокового ребра до противоположной стороны основания.

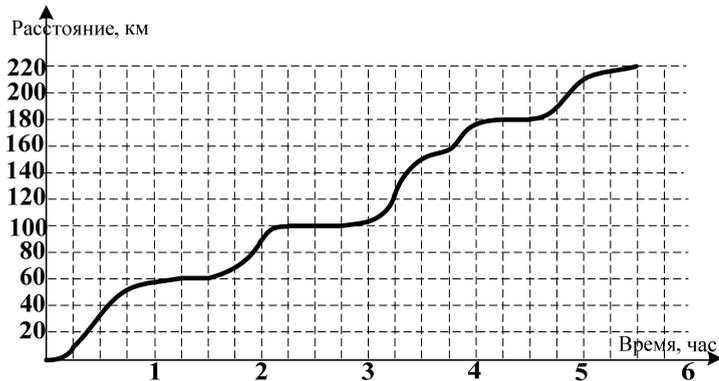
## Краевая диагностическая работа по МАТЕМАТИКЕ

## ВАРИАНТ № 15

*Ответом на задания В1-В7 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.*

**В1.** Предприниматель находится на упрощенной системе налогообложения и уплачивает налог в размере 6 копеек с каждого рубля полученной выручки. Купив у поставщика товар за 100 тыс. рублей, он продал его за 120 тысяч рублей и уплатил положенный налог. Какую чистую прибыль (в тыс. рублей) получил предприниматель от этой сделки?

**В2.** На рисунке показано изменение расстояния при движении рейсового автобуса от автостанции в зависимости от времени. Какое расстояние прошел автобус между первой и третьей остановками?



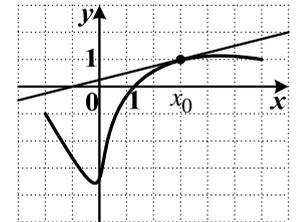
**В3.** Найдите решение уравнения  $2\sin x = -\sqrt{3}$  (в градусах), принадлежащее интервалу  $[180^\circ; 270^\circ]$ .

**В4.** Вычислите:  $\sqrt[3]{25 \cdot 60 \cdot 18}$ .

**В5.** Для ремонта офиса планируется приобрести  $270 \text{ м}^2$  гипсокартона у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой?

Поставщик	Стоимость гипсокартона (руб. за $\text{м}^2$ )	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	82	1000	При заказе на сумму более 25000 руб. доставка бесплатная
Б	80	1200	При заказе на сумму более 20000 руб. доставка бесплатная
В	76	1500	

**В6.** На рисунке изображен график функции и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В7.** Свежесрезанные грибы содержат 90 % воды. После длительного хранения 120 кг грибов на складе содержание воды в них уменьшилось до 84 %. Какой стала масса грибов после хранения?

*Для записи ответа на задание С1 используйте обратную сторону бланка ответов №1. Запишите сначала условие задания, а затем обоснованное решение.*

**С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $B$  и катетом  $AB=6$ . Найти расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$ , если вершина пирамиды проектируется в середину ребра  $AB$  и  $SB=8$ .

## ОТВЕТЫ

Вариант/ задания	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	C1
1	4	3	150	14	16800	- 1	5	7,2
2	6	3	60	3	160	- 3	70	$\frac{2\sqrt{11}}{3}$
3	64	30	- 45	- 13	0,3	4	7,5	4
4	114	2500	120	2	2821	- 1,5	0,3	$\frac{42}{\sqrt{85}}$
5	650	100	30	36	420	4	125	4
6	17	60	210	18	2300	0	80	$\frac{8}{\sqrt{7}}$
7	344	5	120	3	0,4	- 0,5	150	$\frac{60}{\sqrt{61}}$
8	540	4	60	18	1505	- 1	2400	6
9	2,4	4	90	2	450	- 0,5	125	$\frac{12\sqrt{5}}{7}$
10	865	3	- 15	24	2250	1,5	13,5	$\frac{20}{\sqrt{21}}$
11	297	15	30	24	250	- 1	44	$\frac{3\sqrt{15}}{5}$
12	32	6	15	2	25600	0	62,5	4,8
13	5400	100	15	49	2517,5	- 1,5	3	$\frac{40}{\sqrt{89}}$
14	30	11	330	5	250	1	40	3,6
15	12,8	120	240	30	21600	0,25	75	$\frac{3\sqrt{55}}{4}$

При проверке контрольной работы за каждое из первых семи заданий (B1 - B7), если ответ правильный, выставляется 1 балл, если нет - 0 баллов. За выполнение восьмого задания (C1), в зависимости от полноты и правильности ответа, выставляется от 0 до 2 баллов. Итого, максимальное количество баллов,  $7 \times 1 + 2 = 9$ .

## НОРМЫ ВЫСТАВЛЕНИЯ ОЦЕНОК

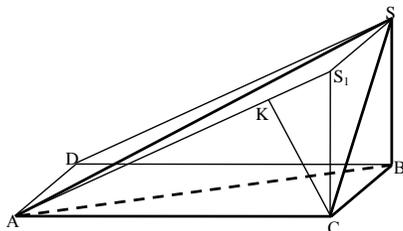
Баллы	0 - 3	4 - 5	6 - 7	8 - 9
Оценка	«2»	«3»	«4»	«5»

**КРИТЕРИИ И РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ С1**

**Варианты № 1, 4, 7, 10, 13**

**№ 1 С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ , гипотенузой  $AB = 13$  и катетом  $BC = 5$ . Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ , если длина высоты  $SB$  равна 9.

**Решение:** 1) Проведем  $AD \parallel BC$  в плоскости  $ABC$  и  $CS_1 \parallel BS$  в плоскости



$BSC$ . Плоскость  $ADSS_1$  проходит через  $AS$  и параллельна ребру  $BC$ , так что искомое расстояние равно расстоянию от этого ребра до плоскости. Расстояние между прямой  $BC$  и параллельной плоскостью равно длине перпендикуляра, проведенного к плоскости из любой точки прямой. Проведем  $CK \perp AS_1$ . Этот

перпендикуляр лежит в плоскости  $ACS_1$ , которая перпендикулярна ребру  $BC$  (так как  $BC \perp AC$  и  $BC \perp CS_1$ ). Значит,  $CK \perp SS_1$  и всей плоскости  $ADSS_1$ .

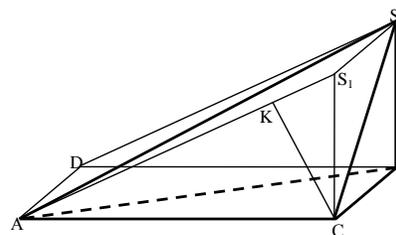
2) Найдем  $CK$ . Из треугольника  $ABC$  найдем катет  $AC$ :  $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$ . Гипотенуза  $AS_1$  треугольника  $ACS_1$  равна 15, и поскольку  $AS_1 \cdot CK = AC \cdot CS_1$ , то  $CK = \frac{12 \cdot 9}{15} = 7,2$ .

**Ответ:** 7,2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) верно построен отрезок, длина которого является расстоянием между заданными ребрами; 2) найдена длина построенного отрезка. Все построения и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Правильно построен чертеж, указан отрезок, длина которого является искомым расстоянием между скрещивающимися ребрами пирамиды. При нахождении длины отрезка допущены вычислительная ошибка и/или описка. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

**№ 4 С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ . Вершина  $S$  проектируется в точку  $B$  основания, причем боковые ребра пирамиды равны соответственно:  $AS = 10$ ,  $BS = 7$ ,  $CS = 8$ . Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

**Решение:** 1) Достроим основание пирамиды и боковую грань  $BCS$  до прямоугольников и рассмотрим плоскость, проходящую через точки  $ADSS_1$ .



Очевидно, она параллельна ребру  $BC$ , так что искомое расстояние равно расстоянию от этого ребра до плоскости. Расстояние между прямой  $BC$  и параллельной плоскостью равно длине перпендикуляра, проведенного к плоскости из любой точки прямой. Проведем  $CK \perp AS_1$ . Этот

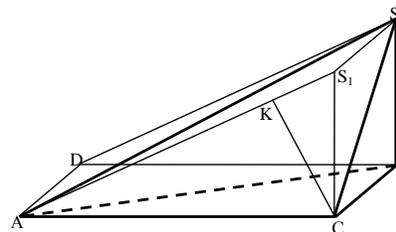
перпендикуляр лежит в плоскости  $ACS_1$ , которая перпендикулярна ребру  $BC$  (так как  $BC \perp AC$  и  $BC \perp CS_1$ ). Значит,  $CK \perp SS_1$  и всей плоскости  $ADSS_1$ .

2) Найдем  $CK$ . Треугольник  $ASC$  прямоугольный, так как прямая  $AC$  перпендикулярна плоскости грани  $BCS$ . Найдем катет  $AC$ :  $AC = \sqrt{AS^2 - CS^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$ . Гипотенуза  $AS_1$  треугольника  $ACS_1$  равна  $\sqrt{36 + 49} = \sqrt{85}$ , и поскольку  $AS_1 \cdot CK = AC \cdot CS_1$ , то  $CK = \frac{6 \cdot 7}{\sqrt{85}} = \frac{42}{\sqrt{85}}$ .

**Ответ:**  $\frac{42}{\sqrt{85}}$ .

**№ 7 С1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ , гипотенузой  $AB$ , равной 13 и катетом  $AC$ , равным 12. Вершина  $S$  пирамиды проектируется в точку  $B$  основания. Боковое ребро  $CS$  равно  $5\sqrt{5}$ . Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

**Решение:** 1) Достроим основание пирамиды и боковую грань  $BCS$  до прямоугольников и рассмотрим плоскость, проходящую через точки  $ADSS_1$ .



Очевидно, она параллельна ребру  $BC$ , так что искомое расстояние равно расстоянию от этого ребра до плоскости. Расстояние между прямой  $BC$  и параллельной плоскостью равно длине перпендикуляра, проведенного к плоскости из любой точки прямой. Проведем  $CK \perp AS_1$ . Этот перпендикуляр лежит в плоскости

$ACS_1$ , которая перпендикулярна ребру  $BC$  (так как  $BC \perp AC$  и  $BC \perp CS_1$ ).

Значит,  $CK \perp SS_1$  и всей плоскости  $ADSS_1$ .

2) Найдем  $CK$ . Из треугольника  $ABC$  найдем  $BC$ :

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{169 - 144} = 5. \text{ Из треугольника } SBC \text{ найдем } SB.$$

$$SB = \sqrt{SC^2 - BC^2} = \sqrt{125 - 25} = 10. \text{ Из треугольника } ACS_1$$

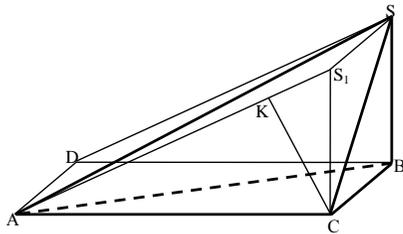
$$AS_1 = \sqrt{AC^2 + CS_1^2} = \sqrt{144 + 100} = \sqrt{244} = 2\sqrt{61}. \text{ Поскольку } AS_1 \cdot CK = AC \cdot CS_1,$$

$$\text{то } CK = \frac{12 \cdot 10}{2\sqrt{61}} = \frac{60}{\sqrt{61}}$$

**Ответ:**  $\frac{60}{\sqrt{61}}$

**№ 10 C1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ , гипотенузой  $AB$ , равной 12 и катетом  $BC$ , равным 8. Вершина  $S$  пирамиды проектируется в точку  $B$  основания. Боковое ребро  $AS$  равно 13. Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

**Решение:** 1) Достроим основание пирамиды и боковую грань  $BCS$  до прямоугольников и рассмотрим плоскость, проходящую через точки  $ADSS_1$ .



Очевидно, она параллельна ребру  $BC$ , так что искомое расстояние равно расстоянию от этого ребра до плоскости. Расстояние между прямой  $BC$  и параллельной плоскостью равно длине перпендикуляра, проведенного к плоскости из любой точки прямой. Проведем  $CK \perp AS_1$ . Этот

перпендикуляр лежит в плоскости

$ACS_1$ , которая перпендикулярна ребру  $BC$  (так как  $BC \perp AC$  и  $BC \perp CS_1$ ).

Значит,  $CK \perp SS_1$  и всей плоскости  $ADSS_1$ .  $CK = 3\sqrt{0,4}$ .

2) Найдем  $CK$ . Из треугольника  $ABS$  найдем высоту пирамиды  $BS$ :

$$BS = \sqrt{AS^2 - AB^2} = \sqrt{169 - 144} = 5. \text{ Из треугольника } ABC \text{ найдем } AC.$$

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{144 - 64} = 4\sqrt{5}. \text{ Из треугольника } ACS_1$$

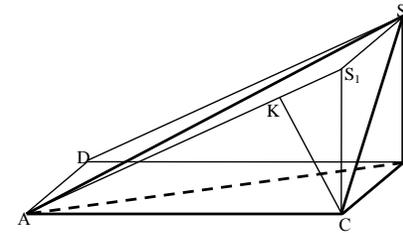
$$AS_1 = \sqrt{AC^2 + CS_1^2} = \sqrt{80 + 25} = \sqrt{105}. \text{ Поскольку } AS_1 \cdot CK = AC \cdot CS_1, \text{ то}$$

$$CK = \frac{4\sqrt{5} \cdot 5}{\sqrt{105}} = \frac{20}{\sqrt{21}}$$

**Ответ:**  $\frac{20}{\sqrt{21}}$

**№ 13 C1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $C$ , и катетом  $BC$ , равным 6. Вершина  $S$  пирамиды проектируется в точку  $B$  основания. Боковые ребра  $SA$  и  $SB$  равны соответственно  $5\sqrt{5}$  и 5. Найдите расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

**Решение:** 1) Достроим основание пирамиды и боковую грань  $BCS$  до прямоугольников и рассмотрим плоскость, проходящую через точки  $ADSS_1$ .



Очевидно, она параллельна ребру  $BC$ , так что искомое расстояние равно расстоянию от этого ребра до плоскости. Расстояние между прямой  $BC$  и параллельной плоскостью равно длине перпендикуляра, проведенного к плоскости из любой точки прямой. Проведем  $CK \perp AS_1$ . Этот

перпендикуляр лежит в плоскости

$ACS_1$ , которая перпендикулярна ребру  $BC$  (так как  $BC \perp AC$  и  $BC \perp CS_1$ ).

Значит,  $CK \perp SS_1$  и всей плоскости  $ADSS_1$ .

2) Найдем  $CK$ . Из треугольника  $ABS$  найдем  $AB$ :

$$AB = \sqrt{AS^2 - BS^2} = \sqrt{125 - 25} = 10. \text{ Из треугольника } ABC \text{ найдем } AC.$$

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 36} = 8. \text{ Из треугольника } ACS_1$$

$$AS_1 = \sqrt{AC^2 + CS_1^2} = \sqrt{64 + 25} = \sqrt{89}. \text{ Поскольку } AS_1 \cdot CK = AC \cdot CS_1, \text{ то}$$

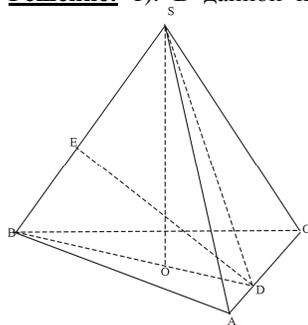
$$CK = \frac{8 \cdot 5}{\sqrt{89}} = \frac{40}{\sqrt{89}}$$

**Ответ:**  $\frac{40}{\sqrt{89}}$

**Варианты № 2, 5, 8, 11, 14**

**№ 2 С1.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 4, а боковое ребро 3. Найдите расстояние от стороны основания до противоположного бокового ребра.

**Решение:** 1). В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром и противоположной стороной основания пирамиды. Проведем  $BD \perp AC$ . Соединим D и S. Так как  $SA = SC$  и  $AB = BC$ , то  $SD \perp AC$ . Тогда  $BSD \perp AC$ . В плоскости SBD проведем  $DE \perp SB$ . Искомое расстояние длина отрезка  $DE$ .



2) Найдём  $DE$ . По условию  $AB = 4$ , тогда

$$BD = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}, \quad BO = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{9 - \frac{16}{3}} = \sqrt{\frac{11}{3}}.$$

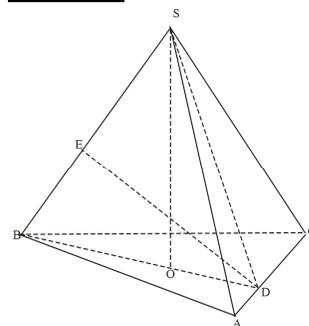
Так как  $BD \cdot SO = BS \cdot DE$ , имеем:  $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{11}{3}} = 3 \cdot DE$ ,  $DE = \frac{2\sqrt{11}}{3}$ .

**Ответ:**  $\frac{2\sqrt{11}}{3}$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) верно построен отрезок, длина которого является расстоянием между боковым ребром и стороной основания; 2) найдена длина построенного отрезка. Все построения и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Правильно построен чертеж, указан отрезок, длина которого является искомым расстоянием между противоположными ребрами пирамиды. При нахождении длины отрезка допущены вычислительная ошибка и/или описка. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

**№ 5 С1.** В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 3 и отстоит от противоположного ребра основания на расстояние  $\frac{2\sqrt{11}}{3}$ . Найдите длину стороны основания пирамиды, если она измеряется целым числом.

**Решение:**



1) В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром и противоположной стороной основания пирамиды. Проведем  $BD \perp AC$ . Соединим D и S. Так как  $SA = SC$  и  $AB = BC$ , то  $SD \perp AC$ . Тогда  $BSD \perp AC$ . В плоскости SBD проведем  $DE \perp SB$ . Учитывая условия задачи, получим, что  $DE = \frac{2\sqrt{11}}{3}$ .

2) Пусть  $AB = a$ , тогда  $BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $SB = 3$ ,

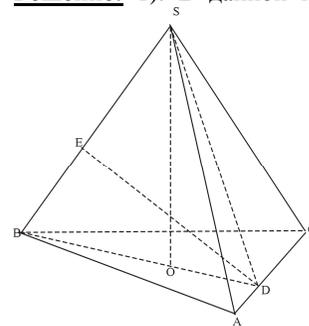
$BO = \frac{2}{3}BD$ ,  $BO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ ,  $SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{9 - \frac{a^2}{3}}$ . Так как  $BD \cdot SO = BS \cdot DE$ ,

имеем:  $\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{9 - \frac{a^2}{3}} = 3 \cdot \frac{2\sqrt{11}}{3}$ ,  $a\sqrt{27 - a^2} = 4\sqrt{11}$ ,  $a^2(27 - a^2) = 16 \cdot 11$ , отсюда  $a^2 = 16$  или  $a^2 = 11$ , то  $a = 4$  или  $a = \sqrt{11}$ .

**Ответ:** 4

**№ 8 С1.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 4 и находится на расстоянии  $\frac{2\sqrt{23}}{3}$  от противоположного бокового ребра. Найдите длину бокового ребра.

**Решение:** 1). В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром и противоположной стороной основания пирамиды. Проведем  $BD \perp AC$ . Соединим D и S. Так как  $SA = SC$  и  $AB = BC$ , то  $SD \perp AC$ . Тогда  $BSD \perp AC$ . В плоскости SBD проведем  $DE \perp SB$ .



Учитывая условия задачи, получим  $DE = \frac{2\sqrt{23}}{3}$ .

2) Найдём  $SB$ . По условию  $AB = 4$ , тогда  $BD = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ ,  $BO = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ . Пусть  $SB = b$ , тогда

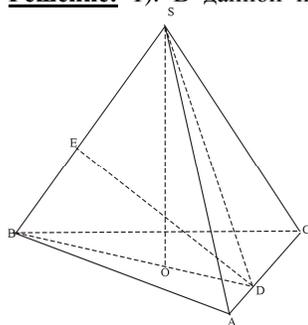
$SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{b^2 - \frac{16}{3}}$ . Так как  $BD \cdot SO = BS \cdot DE$ , имеем:

$$2\sqrt{3} \cdot \sqrt{b^2 - \frac{16}{3}} = b \cdot \frac{2\sqrt{23}}{3}, \quad 3 \cdot \left(b^2 - \frac{16}{3}\right) = \frac{23}{9} \cdot b^2, \quad 27b^2 - 9 \cdot 16 = 23b^2, \quad b = 6.$$

**Ответ:** 6

**№ 11 C1.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 3, а боковое ребро  $\sqrt{15}$ . Найдите расстояние от стороны основания до противоположного бокового ребра.

**Решение:** 1). В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром и противоположной стороной основания пирамиды. Проведем  $BD \perp AC$ . Соединим D и S. Так как  $SA = SC$  и  $AB = BC$ , то  $SD \perp AC$ . Тогда  $BSD \perp AC$ . В плоскости SBD проведем  $DE \perp SB$ . Искомое расстояние длина отрезка DE.



2) Найдем DE. По условию  $AB = 3$ , тогда

$$BD = \frac{3\sqrt{3}}{2}, \quad BO = \sqrt{3},$$

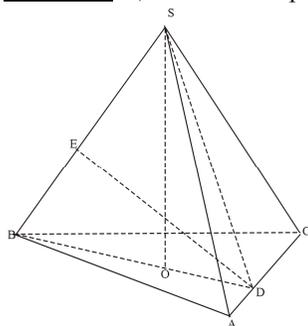
$$SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{15 - 3} = \sqrt{12}.$$

Так как  $BD \cdot SO = BS \cdot DE$ , имеем:  $\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{15} \cdot DE$ ,  $DE = \frac{3\sqrt{15}}{5}$ .

**Ответ:**  $\frac{3\sqrt{15}}{5}$

**№ 14 C1.** В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна  $3\sqrt{3}$ , а высота 4. Найдите расстояние от бокового ребра до противоположной стороны основания

**Решение:** 1) В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром и противоположной стороной основания пирамиды. Проведем  $BD \perp AC$ . Соединим D и S. Так как  $SA = SC$  и  $AB = BC$ , то  $SD \perp AC$ . Тогда  $BSD \perp AC$ . В плоскости SBD проведем  $DE \perp SB$ . Искомое расстояние длина отрезка DE.



2) Найдем DE. По условию  $AB = 3\sqrt{3}$ , тогда

$$BD = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}, \quad BO = \frac{2}{3}BD = 3, \quad SO = 4,$$

$$SB = \sqrt{SO^2 + BO^2} = \sqrt{16 + 9} = 5. \quad \text{Так как}$$

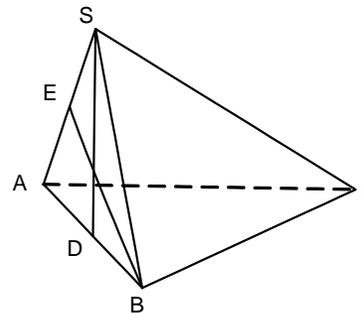
$BD \cdot SO = BS \cdot DE$ , имеем:  $\frac{9}{2} \cdot 4 = 5 \cdot DE$ ,  $DE = \frac{18}{5} = 3,6$ .

**Ответ:** 3,6

**Варианты № 3, 6, 9, 12, 15**

**№ 3 C1.** В основании треугольной пирамиды SABС лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине В и катетом  $AB = 6\sqrt{2}$ . Найдите расстояние между ребрами SA и BC, если вершина пирамиды проектируется в середину ребра АВ и  $SA = 9\sqrt{\frac{2}{7}}$ .

**Решение:** 1) В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром SA и противоположной стороной основания пирамиды BC. Так как  $AB \perp BC$ ,  $SD \perp AB$  и  $D \in AB$ , то по теореме о трех перпендикулярах  $SB \perp BC$ . То есть  $ASB \perp BC$ , тогда BE (BE  $\perp AC$ ) является расстоянием между SA и BC.



2) Найдем BE.  $\triangle SAB$  – равнобедренный, так как  $SD \perp AB$  и  $AD = DB$ .  $AD = DB = 3\sqrt{2}$ ,  $SD = \sqrt{AS^2 - AD^2} = \sqrt{\frac{162}{7} - 18} = \frac{6}{\sqrt{7}}$ , и поскольку  $SD \cdot AB = SA \cdot BE$ , то

$$BE = \frac{SD \cdot AB}{AS} = \frac{\frac{6}{\sqrt{7}} \cdot 6\sqrt{2}}{9 \cdot \sqrt{\frac{2}{7}}} = 4.$$

**Ответ:** 4.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C1
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) верно построен отрезок, длина которого является расстоянием между ребрами пирамиды; 2) найдена длина построенного отрезка. Все построения и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Правильно построен чертеж, указан отрезок, длина которого является искомым расстоянием между противоположными ребрами пирамиды. При нахождении длины отрезка допущены вычислительная ошибка и/или описка. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

**№ 6 C1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с катетом  $BC=3$  и гипотенузой  $AC=5$ . Расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$  равно 3. Найдите длину ребра  $SA$ , если вершина пирамиды проектируется в середину ребра  $AB$ .

**Решение:** 1) В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром  $SA$  и противоположной стороной основания пирамиды  $BC$ . Так как  $AB \perp BC$ ,  $SD \perp AB$  и  $D \in AB$ , то по теореме о трех перпендикулярах  $SB \perp BC$ . То есть  $ASB \perp BC$ , тогда  $BE$  ( $BE \perp AC$ ) является расстоянием между  $SA$  и  $BC$ . По условию задачи  $BE = 3$ .

2) Найдём  $SA$ .  $\triangle SAB$  – равнобедренный, так как  $SD \perp AB$  и  $AD = DB$ . Из  $\triangle ABC$  имеем, что  $AB = 4$ ,  $AD = 2$ . Пусть  $SA = a$ , тогда

$$SD = \sqrt{AS^2 - AD^2} = \sqrt{a^2 - 4} \text{ и поскольку}$$

$$SD \cdot AB = SA \cdot BE, \text{ то } 4 \cdot \sqrt{a^2 - 4} = 3 \cdot a, \text{ отсюда } 16(a^2 - 4) = 9a^2, a = \frac{8}{\sqrt{7}}$$

**Ответ:**  $\frac{8}{\sqrt{7}}$ .

**№ 9 C1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с катетом  $BC=3$  и гипотенузой  $AC=5$ . Найти расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$ , если вершина пирамиды проектируется в середину ребра  $AB$  и  $SA=7$ .

**Решение:** 1) В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром  $SA$  и противоположной стороной основания пирамиды  $BC$ . Так как  $AB \perp BC$ ,  $SD \perp AB$  и  $D \in AB$ , то по теореме о трех перпендикулярах  $SB \perp BC$ . То есть  $ASB \perp BC$ , тогда  $BE$  ( $BE \perp AC$ ) является расстоянием между  $SA$  и  $BC$ .

2) Найдём  $BE$ .  $\triangle SAB$  – равнобедренный, так как  $SD \perp AB$  и  $AD = DB$ . Из  $\triangle ABC$  имеем, что  $AB = 4$ ,  $AD = 2$ ,

$$SD = \sqrt{AS^2 - AD^2} = \sqrt{49 - 4} = 3\sqrt{5}, \text{ и}$$

$$\text{поскольку } SD \cdot AB = SA \cdot BE, \text{ то } BE = \frac{SD \cdot AB}{AS} = \frac{3\sqrt{5} \cdot 4}{7} = \frac{12\sqrt{5}}{7}.$$

**Ответ:**  $\frac{12\sqrt{5}}{7}$ .

**№ 12 C1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $B$  и катетом  $AB=6$ . Найдите расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$  если вершина пирамиды проектируется в середину ребра  $AB$ , а высота пирамиды равна 4.

**Решение:** 1) В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром  $SA$  и противоположной стороной основания пирамиды  $BC$ . Так как  $AB \perp BC$ ,  $SD \perp AB$  и  $D \in AB$ , то по теореме о трех перпендикулярах  $SB \perp BC$ . То есть  $ASB \perp BC$ , тогда  $BE$  ( $BE \perp AC$ ) является расстоянием между  $SA$  и  $BC$ .

2) Найдём  $BE$ .  $\triangle SAB$  – равнобедренный, так как  $SD \perp AB$  и  $AD = DB = 3$ . Из  $\triangle ASD$  имеем  $AD = 3$ ,  $SD = 4$ , тогда  $AS = 5$ . Поскольку

$$SD \cdot AB = SA \cdot BE, \text{ то } BE = \frac{SD \cdot AB}{SA} = \frac{4 \cdot 6}{5} = 4,8.$$

**Ответ:** 4,8.

**№ 15 C1.** В основании треугольной пирамиды  $SABC$  лежит прямоугольный треугольник с прямым углом при вершине  $B$  и катетом  $AB=6$ . Найти расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$ , если вершина пирамиды проектируется в середину ребра  $AB$  и  $SB=8$ .

**Решение:** 1) В данной пирамиде построим отрезок, длина которого равна расстоянию между боковым ребром  $SA$  и противоположной стороной основания пирамиды  $BC$ . Так как  $AB \perp BC$ ,  $SD \perp AB$  и  $D \in AB$ , то по теореме о трех перпендикулярах  $SB \perp BC$ . То есть  $ASB \perp BC$ , тогда  $BE$  ( $BE \perp AC$ ) является расстоянием между  $SA$  и  $BC$ .

2) Найдём  $BE$ .  $\triangle SAB$  – равнобедренный, так как  $SD \perp AB$  и  $AD = DB$ .  $AD = 3$ ,  $SA = SB = 8$ ,

$SD = \sqrt{AS^2 - AD^2} = \sqrt{64 - 9} = \sqrt{55}$ , и поскольку  $SD \cdot AB = SA \cdot BE$ , то

$$BE = \frac{SD \cdot AB}{AS} = \frac{\sqrt{55} \cdot 6}{8} = \frac{3\sqrt{55}}{4}.$$

**Ответ:**  $\frac{3\sqrt{55}}{4}$ .