

Тренировочная работа № 5
по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

Вариант № 1

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

1 Укажите наибольшее из чисел: $-0,45$; $-\frac{3}{8}$; $-0,37$; $-0,405$.

- 1) $-0,45$ 2) $-0,405$ 3) $-\frac{3}{8}$ 4) $-0,37$

2 Площадь территории Англии составляет 604 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1) $6,04 \cdot 10^4$ км² 2) $6,04 \cdot 10^3$ км²
3) $6,04 \cdot 10^2$ км² 4) $6,04 \cdot 10^5$ км²

3 Стоимость покупки с 6%-ной скидкой по дисконтной карте составляет 1316 рублей. Сколько бы пришлось заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

- 1) 1310 руб. 2) 1400 руб.
3) 1222 руб. 4) 1322 руб.

4 Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a > b$?

- 1) $3a - 2 < 3b - 2$ 2) $-2a + 7 < -2b + 7$
3) $-5b - 13 < -5a - 13$ 4) $3a + 17 < 2b + 17$

5 Найдите значение выражения $\frac{a-b}{a+b}$ при $a = -0,4$ и $b = -0,1$.

Ответ:

6 Из формулы $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$ выразите h .

- 1) $h = \frac{S}{2\pi r + r^2}$ 2) $h = S - 2\pi(r + r^2)$
3) $h = \frac{S - \pi r^2}{\pi r}$ 4) $h = \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r}$

7 Какое из выражений нельзя преобразовать к виду $\frac{\sqrt{14}}{10}$?

- 1) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{25}}$ 2) $\sqrt{\frac{7}{50}}$ 3) $\frac{\sqrt{7}}{5\sqrt{2}}$ 4) $\frac{\sqrt{7}}{10}$

8 В какое из приведенных ниже выражений можно преобразовать следующее выражение $4c(c-1)-(3c-1)^2$?

- 1) $2c - 5c^2 - 1$ 2) $-5c^2 - 10c + 1$
 3) $-5c^2 - 4c + 1$ 4) $-5c^2 - 4c - 1$

9 Вычислите координаты точек пересечения графиков функции $y = 4x^2 - 5x + 12$ и $y = 3x^2 + 8x - 30$. В ответе укажите наибольшую ординату общих точек.

Ответ:

10 К уравнению $xy = 5$ выберите второе уравнение из приведенных ниже так, чтобы система уравнений имела два решения.

- 1) $y = x^2$ 2) $y = x$ 3) $y = -x^2$ 4) $y = -\frac{x}{5}$

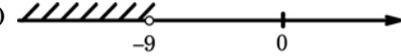
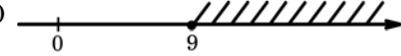
11 Скорость первого велосипедиста на 5 км/ч больше скорости второго, поэтому на путь длиной 40 км ему потребовалось на 40 мин меньше, чем второму. Сколько минут ехал второй велосипедист?

Ответ:

12 Дана геометрическая прогрессия $(b_n) : 1, 6; -3, 2; \dots$. Сравните b_4 и b_6 .

- 1) $b_4 > b_6$ 2) $b_4 < b_6$ 3) $b_4 = b_6$ 4) $b_4 \leq b_6$

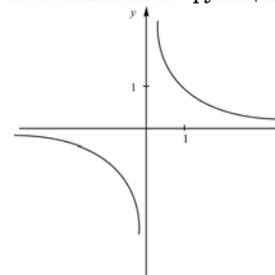
13 Укажите рисунок, на котором изображено множество решений неравенства $7 - 5(x + 3) < 1 - 4x$.

- 1)  2) 
 3)  4) 

14 При каких значениях x имеет смысл выражение: $\sqrt{4x^2 - 9}$? В ответе укажите наименьшее положительное значение переменной x .

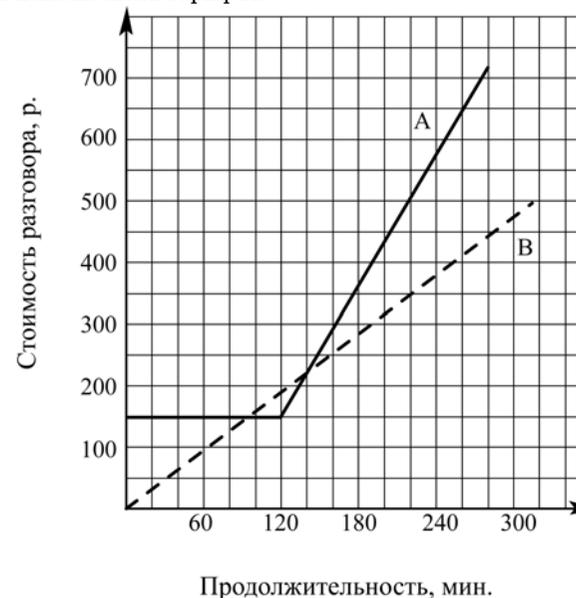
Ответ:

15 График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?



- 1) $y = x^2$ 2) $xy = 1$ 3) $y = x$ 4) $y = -x$

16 Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 650 рублей, если использовать тариф А?



Ответ:

17 Одновременно бросают две монеты. С какой вероятностью на них выпадут два орла?

Ответ:

- 18 В течение четверти Маша получила следующие отметки по химии: 2, 3, 5, 4, 2, 5, 4, 4, 3, 2, 4, 5, 5, 5, 5. Найдите медиану оценок.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19 – 23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 Решите уравнение: $x^4 - x^2 - 12 = 0$.

- 20 Постройте график функции $y = \frac{4x - x^3}{x + 2}$. При каких значениях x значения функции отрицательны?

- 21 Беллетрист хочет набрать на компьютере рукопись объемом 420 страниц. Если он будет набирать на 7 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать беллетрист?

- 22 Вычислите: $\frac{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{13}}{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^6}$.

- 23 При каких значениях параметра a неравенство $ax^2 + 4ax + 5 \leq 0$ не имеет решений?

Тренировочная работа № 5
по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

Вариант № 2

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

1 Укажите наименьшее из чисел: $-0,29$; $-\frac{7}{25}$; $-0,288$; $-0,402$.

- 1) $-0,402$ 2) $-\frac{7}{25}$ 3) $-0,29$ 4) $-0,288$

2 Для биологической лаборатории купили оптический микроскоп, который дает возможность различать объекты размером до $1,8 \cdot 10^{-6}$ см. Выразите эту величину в миллиметрах.

- 1) $0,00018$ мм 2) $0,0000018$ мм
3) $0,000018$ мм 4) $0,0018$ мм

3 Цена на товар была повышена на 28% и составила 1152 рубля. Сколько стоил товар до повышения цены?

- 1) 1124 руб. 2) 1180 руб.
3) 872 руб. 4) 900 руб.

4 Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a > b$?

- 1) $a - b + 3 < -4$ 2) $-a + 2b > b$
3) $3b - 4a < 0$ 4) $3a - 3b > 0$

5 Найдите значение выражения $\frac{a+b}{a-b}$ при $a = -0,3$ и $b = -0,8$.

Ответ:

6 Из формулы $S = 4\pi R^2$ выразите R .

- 1) $R = \frac{S}{4\pi}$ 2) $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$
3) $R = \sqrt{\frac{4\pi}{S}}$ 4) $R = \sqrt{S - 4\pi}$

7 Какое из выражений нельзя преобразовать к виду $\sqrt{\frac{4}{27}}$?

- 1) $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{3}}$ 2) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$
3) $\frac{4}{3\sqrt{3}}$ 4) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

8 В какое из приведенных ниже выражений можно преобразовать следующее выражение $(4x - 3)^2 - 5(2 - 3x)$?

- 1) $16x^2 - 33x + 1$ 2) $16x^2 - 9x - 1$
3) $16x^2 - 25x - 1$ 4) $16x^2 - 5x - 1$

- 18 В течение четверти Дима получил следующие отметки по физике: 2, 3, 3, 4, 2, 5, 4, 4, 3, 4, 5, 3, 3, 5, 4. Найдите среднее арифметическое отметок и медиану оценок. В ответе запишите разность медианы и среднего арифметического.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19 – 23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 Решите уравнение: $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$.

- 20 Постройте график функции $y = \frac{4x - x^3}{x - 2}$. При каких значениях x значения функции отрицательны?

- 21 Расстояние по реке между двумя деревнями равно 4 км. На путь туда и обратно моторная лодка затратила 44 минуты. Чему равна собственная скорость лодки, если скорость течения реки равна 1 км/ч? Ответ дайте в км/ч.

- 22 Вычислите: $\frac{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{17}}{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^8}$.

- 23 При каких значениях параметра p решением неравенства $x^2 - (2p + 2)x + 3p + 7 \leq 0$ является промежуток, длина которого равна 1?

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение: $x^4 - x^2 - 12 = 0$.

Решение.

Сделаем замену: $x^2 = t$, получим уравнение: $t^2 - t - 12 = 0$, корнями которого являются числа: -3 ; 4 .

Уравнение $x^2 = 4$ имеет корни: $x = 2, x = -2$.

Уравнение $x^2 = -3$ действительных корней не имеет.

Ответ: -2 ; 2 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, в результате замены уравнение привели к квадратному, но при этом допущена ошибка в знаке, например, $t = 3$ и $t = -4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Постройте график функции $y = \frac{4x - x^3}{x + 2}$. При каких значениях x значения функции отрицательны?

Решение.

Область определения функции $y = \frac{4x - x^3}{x + 2}$ все действительные числа, кроме -2 .

Преобразуем дробь: $\frac{x(4 - x^2)}{x + 2} = \frac{x(2 - x)(2 + x)}{x + 2} = x(2 - x) = 2x - x^2$.

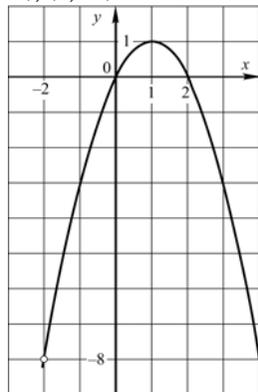
Нужно построить график функции $y = 2x - x^2$, где $x \neq -2$.

Ее графиком является парабола без точки с абсциссой, равной -2 ;

вершина параболы: $(1; 1)$;

точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(2; 0)$;

дополнительные точки: $(3; -3)$, $(-1; -3)$, $(4; -8)$.



По графику: $y < 0$ на промежутках $(-\infty; -2)$, $(-2; 0)$, $(2; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -2)$, $(-2; 0)$, $(2; +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
2	Верно найдена область определения, построена парабола, но при построении не учитывалась область определения. Или: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка или описка. Или: из промежутков не исключили -2 .
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 Беллетрист хочет набрать на компьютере рукопись объемом 420 страниц. Если он будет набирать на 7 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать беллетрист?

Решение.

Пусть x (стр./день) – плановый набор страниц рукописи, тогда $\frac{420}{x}$ (дней) – плановое время набора рукописи.

Если он будет набирать на 7 страниц в день больше, чем запланировал, т.е. $x + 7$ (стр./день), то время набора $\frac{420}{x + 7}$ (дней).

Работу беллетрист закончит на 2 дня раньше, т.е. $\frac{420}{x} - \frac{420}{x + 7} = 2$.

$x^2 + 7x - 210 \cdot 7 = 0$, откуда: $x = -42, x = 35$.

Условие задачи удовлетворяет только второй корень.

35 страниц в день планирует набирать беллетрист.

Ответ: 35.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

22 Вычислите: $\frac{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{13}}{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^6}$.

Решение.

В числителе записана сумма геометрической прогрессии:

$1, 3, 3^2, \dots, 3^{13}$, где $b_1 = 1, q = 3, n = 14$. Эта сумма равна:

$$S_{14} = \frac{b_1(q^{14} - 1)}{q - 1} = \frac{1(3^{14} - 1)}{3 - 1} = \frac{3^{14} - 1}{2}$$

В знаменателе тоже записана сумма геометрической прогрессии: $1, 3, 3^2, \dots, 3^6$, где $b_1 = 1, q = 3, n = 7$.

Эта сумма равна:

$$S_7 = \frac{b_1(q^7 - 1)}{q - 1} = \frac{1(3^7 - 1)}{3 - 1} = \frac{3^7 - 1}{2}.$$

$$\frac{S_{14}}{S_7} = \frac{(3^{14} - 1) \cdot 2}{2 \cdot (3 - 1)} = \frac{(3^7)^2 - 1}{3^7 - 1} = \frac{(3^7 - 1) \cdot (3^7 + 1)}{3^7 - 1} = 3^7 + 1 = 2188.$$

Задание можно решить, используя способ группировки и вынесения общего множителя.

Ответ: 2188.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

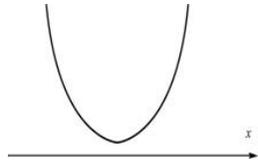
23 При каких значениях параметра a неравенство $ax^2 + 4ax + 5 \leq 0$ не имеет решений?

Решение.

1) Пусть $a = 0$, тогда $0x^2 + 0x + 5 \leq 0$. Получаем $5 \leq 0$ – это неверно. Значит, при $a = 0$ неравенство решений не имеет.

2) При $a \neq 0$ исходное неравенство будет квадратным и графиком функции $y = ax^2 + 4ax + 5$ является парабола.

Чтобы неравенство не имело решений, надо, чтобы парабола была расположена выше оси абсцисс.



Запишем условие, соответствующее данному положению параболы: $\begin{cases} a > 0, \\ D < 0. \end{cases}$

$$D = 16a^2 - 20a.$$

Решением неравенства $16a^2 - 20a < 0$ ($D < 0$) является промежуток $(0; 1,25)$.

Решением системы: $\begin{cases} a > 0, \\ 0 < a < 1,25 \end{cases}$ является промежуток $(0; 1,25)$.

Объединяя два случая получаем: при $a \in [0; 1,25)$ неравенство не имеет решений.

Ответ: при $a \in [0; 1,25)$ неравенство не имеет решений

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка. Или: не включили в ответ 0.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение: $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$.

Решение.

Сделаем замену: $x^2 = t$, получим уравнение: $t^2 - 26t + 25 = 0$, корнями которого являются числа: 1; 25.

Уравнение $x^2 = 1$ имеет корни: $x = 1, x = -1$.

Уравнение $x^2 = 25$ имеет корни: $x = 5, x = -5$.

Ответ: -5; -1; 1; 5.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, в результате замены уравнение привели к квадратному, но при этом допущена ошибка в знаке, например, $t = 25$ и $t = -1$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Постройте график функции $y = \frac{4x - x^3}{x - 2}$. При каких значениях x значения функции отрицательны?

Решение.

Область определения функции $y = \frac{4x - x^3}{x - 2}$ все действительные числа, кроме 2.

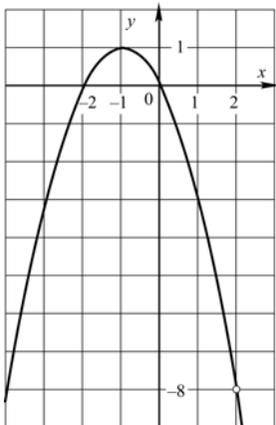
Преобразуем дробь: $\frac{x(4 - x^2)}{x - 2} = \frac{x(2 - x)(2 + x)}{x - 2} = -x(2 + x) = -x^2 - 2x$.

Нужно построить график функции $y = -x^2 - 2x$, где $x \neq 2$.

Ее графиком является парабола без точки с абсциссой, равной 2;

вершина параболы: (-1; 1);

точки пересечения с осями координат: (0; 0), (-2; 0);



По графику: $y < 0$ на промежутках $(-\infty; -2)$, $(0; 2)$, $(2; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -2)$, $(0; 2)$, $(2; +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
2	Верно найдена область определения, построена парабола, но при построении не учитывалась область определения. Или: ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка или описки. Или: из промежутков не исключили 2.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 Расстояние по реке между двумя деревнями равно 4 км. На путь туда и обратно моторная лодка затратила 44 минуты. Чему равна собственная скорость лодки, если скорость течения реки равна 1 км/ч? Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Пусть x (км/ч) – собственная скорость лодки, тогда $\frac{4}{x - 1}$ (ч) – время движения против течения реки и $\frac{4}{x + 1}$ (ч) – время движения по течению реки.

На путь туда и обратно лодка затратила 44 минуты, составим уравнение $\frac{4}{x - 1} + \frac{4}{x + 1} = \frac{44}{60}$.

$11x^2 - 120x - 11 = 0$, откуда: $x = -\frac{1}{11}$, $x = 11$.

Условию задачи удовлетворяет только второй корень.

11 км/ч – собственная скорость лодки.

Ответ: 11.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

22 Вычислите: $\frac{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{17}}{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^8}$.

Решение.

В числителе записана сумма геометрической прогрессии: $1, 2, 2^2, \dots, 2^{17}$, где $b_1 = 1, q = 2, n = 18$. Эта сумма равна:

$$S_{18} = \frac{b_1(q^{18} - 1)}{q - 1} = \frac{1 \cdot (2^{18} - 1)}{2 - 1} = 2^{18} - 1.$$

В знаменателе тоже записана сумма геометрической прогрессии: $1, 2, 2^2, \dots, 2^8$, где $b_1 = 1, q = 2, n = 9$. Эта сумма равна:

$$S_9 = \frac{b_1(q^9 - 1)}{q - 1} = \frac{1(2^9 - 1)}{2 - 1} = 2^9 - 1.$$

$$\frac{S_{18}}{S_9} = \frac{2^{18} - 1}{2^9 - 1} = \frac{(2^9)^2 - 1}{2^9 - 1} = \frac{(2^9 - 1) \cdot (2^9 + 1)}{2^9 - 1} = 2^9 + 1 = 513.$$

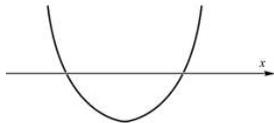
Ответ: 513.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

23 При каких значениях параметра p решением неравенства $x^2 - (2p + 2)x + 3p + 7 \leq 0$ является промежуток, длина которого равна 1?

Решение.

Исходное неравенство будет квадратным и графиком функции $y = x^2 - (2p + 2)x + 3p + 7$ является парабола.



Чтобы неравенство имело решение надо, чтобы парабола пересекала ось абсцисс, в этом случае решением будет являться промежуток.

$$D = (-(2p + 2))^2 - 4(3p + 7) = 4p^2 + 8p + 4 - 12p - 28 = 4p^2 - 4p - 24$$

Решением неравенства $4p^2 - 4p - 24 > 0$ ($D > 0$), $p^2 - p - 6 > 0$ является промежуток $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Длина промежутка равна:

$$x_1 - x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{a} = 2\sqrt{p^2 - p - 6} = 1.$$

Имеем уравнение $4p^2 - 4p - 24 = 1$, корнями которого являются: $\frac{1 - \sqrt{26}}{2}$; $\frac{1 + \sqrt{26}}{2}$.

Ответ: при $p = \frac{1 - \sqrt{26}}{2}$ и при $p = \frac{1 + \sqrt{26}}{2}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.