

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2011 года

9 класс

Вариант № 3 (перспективная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут).

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;

- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;

- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 2) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

1 Найдите значение выражения $\frac{1,2 \cdot 3,5^2}{0,6 \cdot 7 \cdot 1,4}$.

Ответ:

2 Цена на электрический чайник была повышена на 22% и составила 1830 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Ответ:

3 Найдите сумму всех двузначных чисел, кратных 18, но не кратных 8.

Ответ:

4 Вычислите: $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{5}$.

Ответ:

5 В соревнованиях по лыжным гонкам с отдельным стартом участвовали 15 пятиклассников, 26 шестиклассников, 19 семиклассников. Какова вероятность того, что первым стартовал пятиклассник?

Ответ:

6 Из формулы $F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ выразите q_2 .

1) $q_2 = \frac{F \cdot r^2}{k \cdot q_1}$ 2) $q_2 = k \cdot \frac{F \cdot r^2}{q_1}$ 3) $q_2 = \frac{F \cdot r^2 \cdot q_1}{k}$ 4) $q_2 = \frac{F - r^2}{k \cdot q_1}$

7 Из чисел $2\sqrt{15}$, $3\sqrt{10}$, $4\sqrt{7}$ и 10 выберите наибольшее.

1) $2\sqrt{15}$ 2) $3\sqrt{10}$ 3) $4\sqrt{7}$ 4) 10

8 Сократите дробь $\frac{24x^{10} - 24y^{24}}{10y^{24} - 10x^{10}}$.

1) 2,4 2) -2,4 3) 0 4) 1

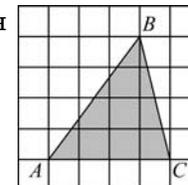
9 Одно из оснований трапеции равно 17 см, а средняя линия равна 10 см. Найдите другое основание трапеции.

Ответ:

10 Решите уравнение $4x^2 - 3x - 1 = 0$.

Ответ:

11 На клетчатой бумаге с клетками 1 x 1 изображен треугольник ABC. Найдите площадь треугольника.



Ответ:

12 Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = 7x$ и $y = -5x + 21$.

Ответ:

13 Укажите номера НЕВЕРНЫХ высказываний:

- 1) Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис;
- 2) Углы при основании треугольника равны;
- 3) Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе;
- 4) В прямоугольнике все стороны равны.

Ответ:

14 Решите систему неравенств $\begin{cases} 3x^2 - 14x + 8 < 0, \\ 2x + 5 \geq 5x + 2. \end{cases}$

Ответ:

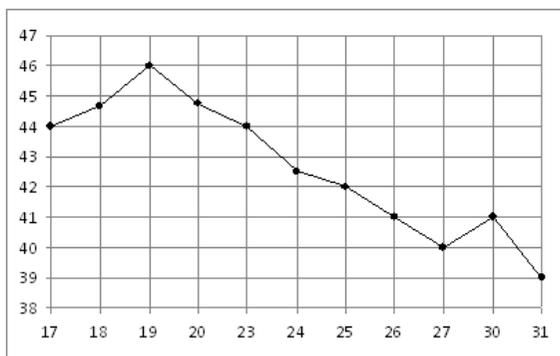
- 15 Найдите значение выражения $\frac{6}{7-a} + \frac{12a}{a^2-49}$ при $a = -7\frac{1}{13}$.

Ответ:

- 16 Стоимость мясных блюд в кафе "Привет" представляет ряд: 198; 214; 222; 224; 229; 173; 189. Найдите разницу между средним арифметическим и медианой этого ряда.

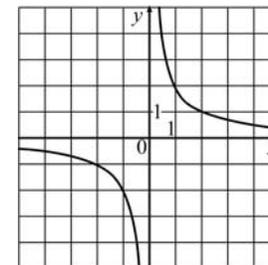
Ответ:

- 17 На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



Ответ:

- 18 График какой функции изображен на рисунке?



- 1) $y = -\frac{2}{x}$ 2) $y = 2x$ 3) $y = \frac{2}{x}$ 4) $y = 2x^2$

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 Сократите дробь $\frac{12^{n+1}}{2^{2n-1} \cdot 3^{n+3}}$.
- 20 Моторная лодка прошла против течения реки 60 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 45 минут меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
- 21 В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) диагонали пересекаются в точке O . Докажите подобие треугольников AOD и COB .
- 22 Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2}$ и определите, при каких значениях b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 23 Расстояния от середины стороны AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ до середин сторон AB и CD равны соответственно 6 см и 12 см. Найдите длины диагоналей четырехугольника $ABCD$.

**Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ**

17 февраля 2011 года

9 класс

Вариант № 4 (перспективная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут).

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;

- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;

- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 2) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

1 Найдите значение выражения $\frac{1,2 \cdot 4,5^2}{0,6 \cdot 9 \cdot 1,8}$.

Ответ:

2 Тетрадь стоит 12 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 90 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

Ответ:

3 Сколько нечетных двухзначных чисел, больших 63, кратно 5?

Ответ:

4 Вычислите: $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} - \sqrt{2}$.

Ответ:

5 В новогоднем подарке 7 шоколадных конфет, 9 ирисок, 15 карамелек и 4 леденца. Какова вероятность первой достать шоколадную конфету?

Ответ:

6 Из формулы $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$ выразите R (все величины положительные).

1) $R = \frac{F \cdot G}{m_1 \cdot m_2}$

2) $R = \sqrt{\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{F}}$

3) $R = \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{F \cdot G}}$

4) $R = \frac{m_1 \cdot m_2}{F \cdot G}$

7 Из чисел 3^{-1} , $\frac{1}{\sqrt{3}}$, 1 и 0,5 выберите наименьшее.

1) 3^{-1}

2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3) 1

4) 0,5

8 Сократите дробь $\frac{4x^2 - x}{6x}$.

1) $\frac{4x^2}{6}$

2) $\frac{x}{3}$

3) $\frac{4x - 1}{6}$

4) $\frac{2x - 1}{3}$

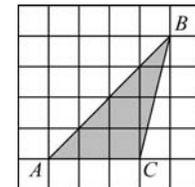
9 Точки A и B делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 5 к 7. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг.

Ответ:

10 Решите уравнение $4x^2 - 9x + 5 = 0$.

Ответ:

11 На клетчатой бумаге с клетками 1 x 1 изображен треугольник ABC . Найдите площадь треугольника.



Ответ:

12 Найдите координаты точки пересечения графиков функций $y = 21x$ и $y = x - 6$.

Ответ:

13 Укажите номера НЕВЕРНЫХ высказываний:

- 1) Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания;
- 2) Треугольник, имеющий тупой угол, не может быть равносторонним;
- 3) Внешний угол треугольника равен сумме углов треугольника, не смежных с ним;
- 4) В параллелограмме все углы равны.

Ответ:

14

Решите систему неравенств $\begin{cases} 4x^2 - 11x + 6 < 0, \\ 4x + 3 \geq 3x + 4. \end{cases}$

Ответ:

15

Найдите значение выражения $\frac{c^2 - 2c}{c - 4} - \frac{16 - 6c}{4 - c}$ при $c = 1,175$.

Ответ:

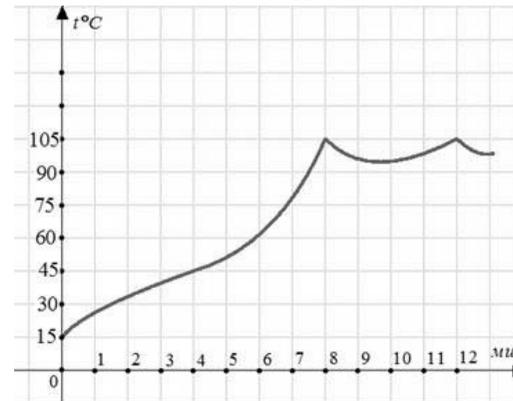
16

Учащимися класса за контрольную работу по алгебре были получены оценки: 3; 4; 4; 4; 2; 5; 5; 5; 3; 3; 4; 3; 3; 5; 4. Найдите разницу между средним арифметическим и медианой этого ряда.

Ответ:

17

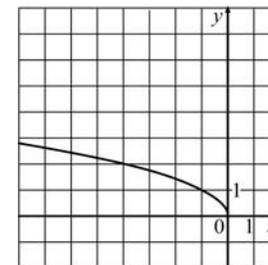
На графике показан процесс разогрева двигателя внутреннего сгорания при температуре окружающего воздуха 15° . На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат – температура двигателя в градусах Цельсия. К двигателю можно подключить нагрузку, когда температура двигателя достигнет 45° . Какое наименьшее количество минут потребуется выждать, прежде чем подключить нагрузку к двигателю?



Ответ:

18

График какой функции изображен на рисунке?



1) $y = -x^2$

2) $y = -x$

3) $y = \sqrt{-x}$

4) $y = \sqrt{x}$

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19

Сократите дробь $\frac{100^{n+1}}{2^{2n-1} \cdot 25^{n+2}}$.

- 20** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 160 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 18 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается ровно через 20 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
- 21** В прямоугольном треугольнике ABC (угол C равен 90°) проведена высота CH . Докажите подобие треугольников ACH и ABC .
- 22** Постройте график функции $y = \frac{x^3 + x^2}{x + 1}$ и определите, при каких значениях b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 23** Расстояния от середины стороны AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ до середин сторон AB и CD равны соответственно 8 см и 14 см. Найдите длины диагоналей четырехугольника $ABCD$.

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2011 года

9 класс

Вариант № 7 (традиционная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5.

На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено – на неё отводится 90 мин; по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 ~~2~~) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

1 Вычислите значение -2^{-2} .

- 1) $\frac{1}{4}$ 2) 4 3) -4 4) -0,25

2 За первый день Вася прочитал 48 страниц, что составило 20 процентов всей книги. Сколько страниц в книге?

- 1) 100 2) 240 3) 192 4) 120

3 При каком значении a выражение $\frac{1}{\sqrt{a^2}}$ не имеет смысла?

- 1) 0
2) 1
3) -1
4) при всех имеет смысл

4 Известно, что $a < 0$; $0 < b < 1$. Укажите наибольшее из чисел: a ; $\frac{1}{a}$; b ; $\frac{1}{b}$.

- 1) $\frac{1}{a}$ 2) a 3) b 4) $\frac{1}{b}$

5 Вычислите: $(5\sqrt{3})^2 - (7\sqrt{3})^2$.

Ответ:

6 Выразите переменную c из формулы $p = \frac{2a + b + 4c}{2}$.

- 1) $c = 2p - 2a + b$
2) $c = 2a + b - 2p$
3) $c = \frac{2p - 2a - b}{4}$
4) $c = \frac{2p + 2a + b}{4}$

7 Найдите значение c , при котором прямая $y = 5x + c$ пересекает ось ординат в точке $(0; 8)$.

Ответ:

8 Решите уравнение $4x^2 - 49 = 0$.

Ответ:

9 Упростите выражение $\frac{-15x - 40}{64 - 9x^2}$.

- 1) $\frac{5}{3x - 8}$ 2) $-\frac{5}{3x - 8}$ 3) $\frac{5}{3x + 8}$ 4) $-\frac{5}{3x + 8}$

10 Для каждой системы уравнений укажите соответствующее утверждение.

Система уравнений

Утверждение

А) $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = x \end{cases}$

1) Система не имеет решений

Б) $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 2 \end{cases}$

2) Система имеет одно решение

В) $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 2x + 5 \end{cases}$

3) Система имеет два решения

Ответ:

А Б В

11 Первый грибник нашел в два раза больше грибов, чем второй. Если бы он нашел на 27 грибов меньше, а второй – на 51 больше, то у второго было бы в два раза больше. Сколько грибов нашел каждый грибник?

Пусть x грибов нашел первый грибник. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1) $2(x - 27) = 0,5x + 51$
2) $0,5(x - 27) = 2x + 51$
3) $2(2x - 27) = x + 51$
4) $x + 27 = 0,5(0,5x - 51)$

12 Упростите выражение $\frac{6^8}{36^3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0$.

Ответ:

- 13 Найдите область определения функции $y = \sqrt{3 - 2(x + 4)}$.
 1) $[0; +\infty)$ 2) $(-\infty; -2, 5)$ 3) $(-\infty; -2, 5]$ 4) $[-2, 5; +\infty)$

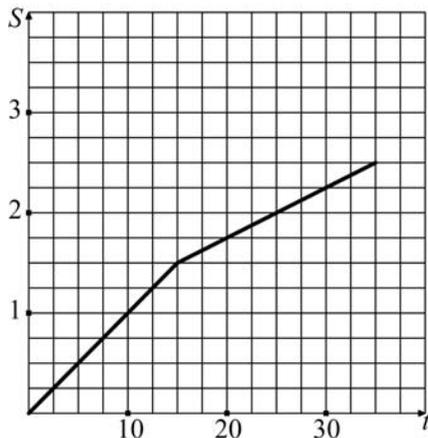
- 14 Найдите координаты точки пересечения прямых $y = 3x + 4$ и $y = 5 - 2x$.

Ответ:

- 15 Стоимость мясных блюд в кафе "Привет" представляет ряд: 198; 214; 222; 224; 229; 173; 189. Найдите разницу между средним арифметическим и медианой этого ряда.

Ответ:

- 16 Турист во время прогулки сначала шёл по ровной просёлочной дороге, а потом дорога пошла в гору. На рисунке изображён график его движения. По вертикальной оси откладывается пройденный им путь (в километрах), а по горизонтальной – время движения (в минутах). Определите, с какой скоростью турист шёл по просёлочной дороге. Выразите скорость в км/ч.

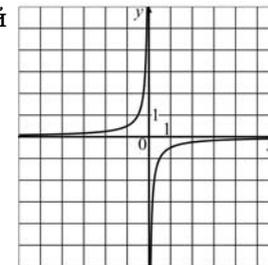


Ответ:

- 17 В среднем из 5000 куриных яиц в инкубаторе появляются 4957 здоровых цыплят. Найдите вероятность появления на свет здорового цыпленка.

Ответ:

- 18 График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?



- 1) $y = \frac{2}{x}$ 2) $y = -\frac{2}{x}$ 3) $y = \frac{1}{2x}$ 4) $y = -\frac{1}{2x}$

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19 Решите уравнение $x^6 = (5x - 4)^3$.

- 20 Решите неравенство $\frac{5x + 3}{\sqrt{15} - 4,01} \geq 0$.

- 21 Две последовательности заданы формулами своих общих членов: $x_k = 7k - 2$, $y_m = 5m - 2$. Найдите наименьшее из чисел, являющихся членами обеих последовательностей.

- 22 Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq -1, \\ x + 6, & x < -1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

- 23 На изготовление 180 деталей первый рабочий тратит на 3 часа меньше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Диагностическая работа
по МАТЕМАТИКЕ

17 февраля 2011 года

9 класс

Вариант № 8 (традиционная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5.

На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено – на неё отводится 90 мин; по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 ~~2~~) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

- 1 Вычислите значение $(-2)^{-2}$.
- 1) 0,25 2) 4 3) -4 4) -0,25

- 2 В понедельник в магазине было продано 144 кг мандаринов, что составляет 9% всех проданных фруктов за этот день. Сколько килограммов фруктов было продано в понедельник?
- 1) 1600 2) 1296 3) 1440 4) 990

- 3 При каком значении a выражение $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a^2+2}$ не имеет смысла?
- 1) 0
2) -1
3) 1
4) при всех имеет смысл

- 4 Из чисел 0,5; $\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\frac{1}{2\sqrt{7}}$; 0,25 укажите наименьшее.
- 1) 0,5 2) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 3) $\frac{1}{2\sqrt{7}}$ 4) 0,25

- 5 Вычислите: $(-2\sqrt{3})^4 - (3\sqrt{3})^2$.

Ответ:

- 6 Выразите переменную a из формулы $p = \frac{2a+3b+c}{2}$.

- 1) $a = \frac{2p-3b-c}{2}$
2) $a = 0,5p - 1,5b - c$
3) $a = 2p + 3b + c$
4) $a = 0,5p + 1,5b + c$

- 7 Найдите значение c , при котором парабола $y = -x^2 + 4x + c$ пересекает ось ординат в точке $(0; -1)$.

Ответ:

- 8 Решите уравнение $4x^2 + 17x + 4 = 0$.

Ответ:

- 9 Упростите выражение $\frac{2x-3}{5x-20} - \frac{x-2}{2x-8}$.

- 1) -0,1 2) 0,1 3) 1 4) -10

- 10 Для каждой системы уравнений укажите соответствующее утверждение.

Система уравнений

Утверждение

А) $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 9, \\ y = 2x \end{cases}$

1) Система не имеет решений

Б) $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 9, \\ y = -3 \end{cases}$

2) Система имеет одно решение

В) $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 9, \\ y = 4 \end{cases}$

3) Система имеет два решения

Ответ:

А Б В

- 11 Расстояние между причалами по реке 22 км. На путь от одного причала до другого и обратно лодка затратила 14 часов. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки 3 км/ч.

Пусть x км/ч – скорость течения реки. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $22(3-x) + 22(3+x) = 14$

2) $14((3-x) + (3+x)) = 44$

3) $\frac{22}{3+x} + \frac{22}{3-x} = 14$

4) $\frac{22}{x+3} + \frac{22}{x-3} = 14$

- 12 Упростите выражение: $\frac{9^4}{81} \cdot 27^{-1}$.

Ответ:

13 Найдите область определения функции $y = \sqrt{5x - 2(-2,5x - 3)}$.

- 1) $[0; +\infty)$ 2) $(-\infty; 0,6]$ 3) $[0,6; +\infty)$ 4) $[-0,6; +\infty)$

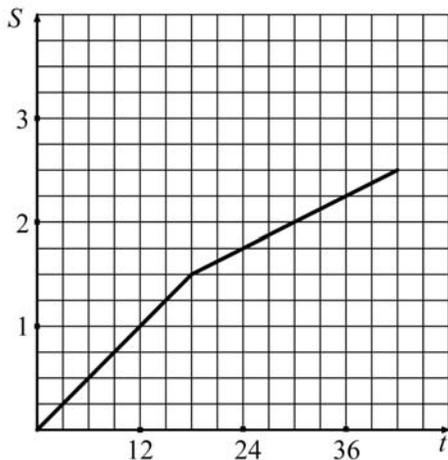
14 Найдите координаты точки пересечения прямых $y = 3x + 4$ и $y = 7 - 3x$.

Ответ:

15 Учащимися класса за контрольную работу по алгебре были получены оценки: 3; 4; 4; 4; 2; 5; 5; 5; 3; 3; 4; 3; 3; 5; 4. Найдите разницу между средним арифметическим и медианой этого ряда.

Ответ:

16 Турист во время прогулки сначала шёл по ровной просёлочной дороге, а потом дорога пошла в гору. На рисунке изображён график его движения. По вертикальной оси откладывается пройденный им путь (в километрах), а по горизонтальной – время движения (в минутах). Определите, с какой скоростью турист шёл по просёлочной дороге. Выразите скорость в км/ч.

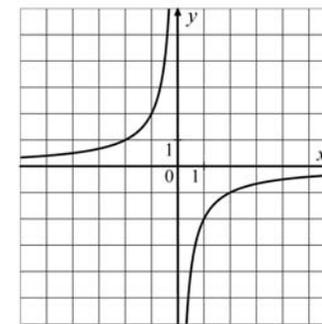


Ответ:

17 Из ящика, где хранятся 15 синих, 11 красных и 6 желтых карандашей наугад вынимают один карандаш. Какова вероятность достать не синий карандаш.

Ответ:

18 График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?



- 1) $y = \frac{2}{x}$ 2) $y = -\frac{2}{x}$ 3) $y = \frac{1}{2x}$ 4) $y = -\frac{1}{2x}$

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 Решите уравнение $(7x - 12)^3 = x^6$.

20 Решите неравенство $\frac{2x + 5}{\sqrt{8} - 3,01} \leq 0$.

21 Две последовательности заданы формулами своих общих членов: $x_k = 12k + 5$, $y_m = 13m + 5$. Найдите наименьшее из чисел, являющихся членами обеих последовательностей.

22 Постройте график функции $y = \begin{cases} 6x - x^2, & x \geq -1, \\ -x - 8, & x < -1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23 На изготовление 80 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 90 таких же деталей. Известно, что второй рабочий за час делает на 1 деталь меньше, чем первый. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Сократите дробь $\frac{12^{n+1}}{2^{2n-1} \cdot 3^{n+3}}$.

Решение.

$$\frac{12^{n+1}}{2^{2n-1} \cdot 3^{n+3}} = \frac{(2^2 \cdot 3)^{n+1}}{2^{2n-1} \cdot 3^{n+3}} = \frac{2^{2n+2} \cdot 3^{n+1}}{2^{2n-1} \cdot 3^{n+3}} = \frac{2^3}{3^2} = \frac{8}{9}.$$

Ответ: $\frac{8}{9}$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степени с целым показателем, но допущена вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Моторная лодка прошла против течения реки 60 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 45 минут меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть x км/ч – скорость моторной лодки в неподвижной воде, $(x+2)$ км/ч – скорость лодки по течению реки, $(x-2)$ км/ч – скорость лодки против течения реки. Тогда время, затраченное моторной лодкой на путь против течения реки, равно $\frac{60}{x-2}$ часам, что, по условию задачи, на 45 минут $= \frac{3}{4}$ часа больше, чем время, затраченное моторной лодкой на путь по течению реки, равное $\frac{60}{x+2}$ часам. Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{60}{x-2} - \frac{60}{x+2} &= \frac{3}{4}; \\ x^2 &= 324, x \neq \pm 2; \\ x_1 &= -18, x_2 = 18. \end{aligned}$$

$x = -18$ не удовлетворяет условию задачи ($x > 0$). Поэтому $x = 18$.

Значит, скорость моторной лодки в неподвижной воде равна 18 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

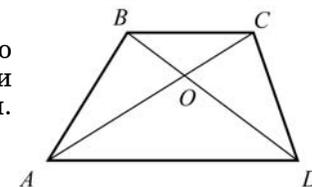
21 В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) диагонали пересекаются в точке O . Докажите подобие треугольников AOD и COB .

Решение.

Так как основания трапеции AD и BC параллельны, то углы DAC и BCA равны как накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущей AC (см. рисунок).

Углы AOD и COB равны как вертикальные.

Следовательно, треугольники AOD и COB подобны по признаку подобия треугольников – по двум углам.



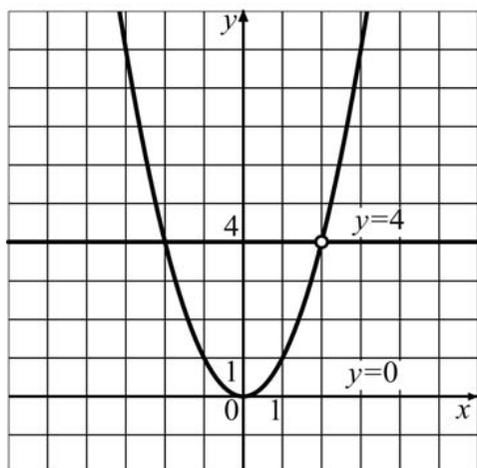
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Решение не доведено до конца, но доказано, что углы соответствующих треугольников равны	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 Постройте график функции $y = \frac{x^3 - 2x^2}{x - 2}$ и определите, при каких значениях b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

$$\frac{x^3 - 2x^2}{x - 2} = \frac{x^2(x - 2)}{x - 2} = x^2, x \neq 2.$$

Следовательно, графиком данной функции является парабола $y = x^2$ с выколотой точкой (2; 4).



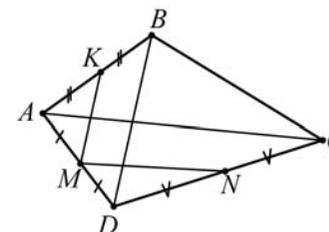
Значит, прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $b = 0$ и $b = 4$ (см. рисунок). При любых других значениях b данная прямая либо пересекает график функции в двух точках, либо не имеет с графиком данной функции ни одной общей точки.

Ответ: при $b = 0$ и $b = 4$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указано значение параметра b	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Расстояния от середины стороны AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ до середин сторон AB и CD равны соответственно 6 см и 12 см. Найдите длины диагоналей четырехугольника $ABCD$.

Решение.



Пусть K , M и N – середины сторон AB , AD и CD соответственно (см. рисунок), следовательно, MK – средняя линия треугольника ABD , MN – средняя линия треугольника ACD . $MK = 6$ см, $MN = 12$ см – по условию. По свойству средней линии треугольника $MK = \frac{1}{2}BD$, $MN = \frac{1}{2}AC$.

Значит, $BD = 2MK = 2 \cdot 6 = 12$ (см), $AC = 2MN = 2 \cdot 12 = 24$ (см).

Ответ: 12 см и 24 см.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Сократите дробь $\frac{100^{n+1}}{2^{2n-1} \cdot 25^{n+2}}$.

Решение.

$$\frac{100^{n+1}}{2^{2n-1} \cdot 25^{n+2}} = \frac{(2^2 \cdot 5^2)^{n+1}}{2^{2n-1} \cdot (5^2)^{n+2}} = \frac{2^{2n+2} \cdot 5^{2n+2}}{2^{2n-1} \cdot 5^{2n+4}} = \frac{2^3}{5^2} = \frac{8}{25}.$$

Ответ: $\frac{8}{25}$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степени с целым показателем, но допущена вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 160 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 18 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается ровно через 20 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть x км/ч – скорость течения реки, $(18 + x)$ км/ч – скорость теплохода по течению реки, $(18 - x)$ км/ч – скорость теплохода против течения реки. Тогда время, затраченное теплоходом на путь по течению реки, равно $\frac{160}{18 + x}$ часам, время, затраченное теплоходом на путь против течения реки, равно $\frac{160}{18 - x}$ часам. Значит, с учетом стоянки 2 часа, на путь туда и обратно теплоход затратил $20 - 2 = 18$ часов:

$$\begin{aligned} \frac{160}{18 + x} + \frac{160}{18 - x} &= 18; \\ x^2 &= 4, x \neq \pm 18; \\ x_1 &= -2, x_2 = 2. \end{aligned}$$

$x = -2$ не удовлетворяет условию задачи ($x > 0$). Поэтому $x = 2$.

Значит, скорость течения реки равна 2 км/ч.

Ответ: 2 км/ч.

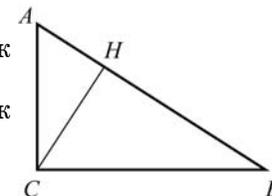
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 В прямоугольном треугольнике ABC (угол C равен 90°) проведена высота CH . Докажите подобие треугольников ACH и ABC .

Решение.

Так как CH – высота треугольника ABC , то треугольник ACH – прямоугольный ($\angle H = 90^\circ$ – см. рисунок).

Следовательно, треугольники ACH и ABC подобны как прямоугольные по острому углу ($\angle A$ – общий).



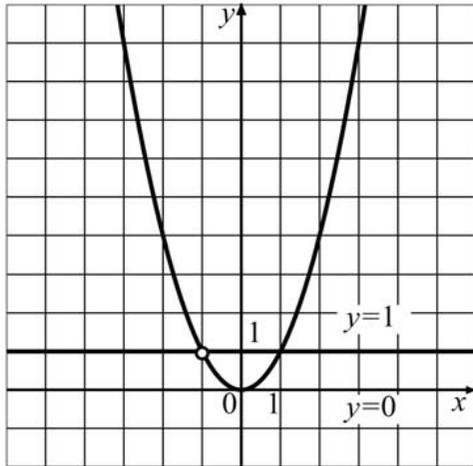
Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Решение не доведено до конца, но доказано, что углы треугольников равны	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 Постройте график функции $y = \frac{x^3 + x^2}{x + 1}$ и определите, при каких значениях b прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

$$\frac{x^3 + x^2}{x + 1} = \frac{x^2(x + 1)}{x + 1} = x^2, x \neq -1.$$

Следовательно, графиком данной функции является парабола $y = x^2$ с выколотой точкой $(-1; 1)$.



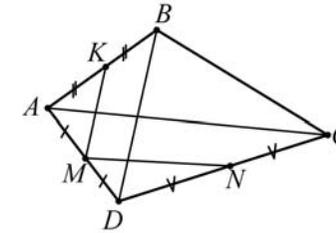
Значит, прямая $y = b$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $b = 0$ и $b = 1$ (см. рисунок). При любых других значениях b данная прямая либо пересекает график функции в двух точках, либо не имеет с графиком данной функции ни одной общей точки.

Ответ: при $b = 0$ и $b = 1$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указано значение параметра b	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Расстояния от середины стороны AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ до середин сторон AB и CD равны соответственно 8 см и 14 см. Найдите длины диагоналей четырехугольника $ABCD$.

Решение.



Пусть K , M и N – середины сторон AB , AD и CD соответственно (см. рисунок), следовательно, MK – средняя линия треугольника ABD , MN – средняя линия треугольника ACD . $MK = 8$ см, $MN = 14$ см – по условию.

По свойству средней линии треугольника $MK = \frac{1}{2}BD$, $MN = \frac{1}{2}AC$.

Значит, $BD = 2MK = 2 \cdot 8 = 16$ (см), $AC = 2MN = 2 \cdot 14 = 28$ (см).

Ответ: 16 см и 28 см.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	2,5
2	1500
3	198
4	-2
5	0,25
6	1
7	3
8	2
9	3

№ задания	Ответ
10	-1/4, 1
11	8
12	(1,75;12,25)
13	24
14	(2/3, 1]
15	-78
16	7
17	7
18	3

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	2,5
2	972
3	4
4	-1
5	0,2
6	2
7	1
8	3
9	150

№ задания	Ответ
10	1;5/4
11	6
12	(-0,3;-6,3)
13	4
14	[1, 2)
15	-2,825
16	0,2
17	4
18	3

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**19** Решите уравнение $x^6 = (5x - 4)^3$.**Решение.** $x^6 = (5x - 4)^3$; $x^2 = 5x - 4$; $x_1 = 1$, $x_2 = 4$.Корни этого уравнения: $x = 1$, $x = 4$.**Ответ:** 1; 4.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $\frac{5x + 3}{\sqrt{15} - 4,01} \geq 0$.**Решение.** Так как

$$\sqrt{15} < \sqrt{16} = 4 < 4,01, \text{ то}$$

$$\sqrt{15} - 4,01 < 0.$$

Следовательно, исходное неравенство равносильно неравенству:

$$5x + 3 \leq 0, 5x \leq -3, x \leq -0,6.$$

Ответ: $x \leq -0,6$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно оценен знаменатель, при умножении обеих частей неравенства на отрицательное число изменен знак неравенства, но при решении равносильного неравенства допущена вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 Две последовательности заданы формулами своих общих членов: $x_k = 7k - 2$, $y_m = 5m - 2$. Найдите наименьшее из чисел, являющихся членами обеих последовательностей.**Решение.** По условию задачи надо найти наименьшее из чисел, удовлетворяющих условию $x_k = y_m$. То есть

$$7k - 2 = 5m - 2, 7k = 5m, k = \frac{5}{7}m.$$

Но k и m – натуральные числа, поэтому m – наименьшее натуральное число, кратное 7. Значит,

$$m = 7, k = \frac{5}{7} \cdot 7 = 5 \text{ и } x_5 = y_7 = 5 \cdot 7 - 2 = 33.$$

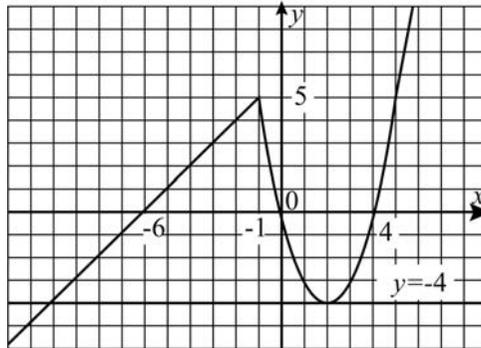
Ответ: 33.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ (возможно другое объяснение)	3
Получен верный ответ, нет объяснения, что выбранное число – искомое	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq -1, \\ x + 6, & x < -1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.**Решение.**

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq -1, \\ x + 6, & x < -1. \end{cases}$$

Следовательно, графиком данной функции является объединение части параболы $y = x^2 - 4x$ при $x \geq -1$ и части прямой $y = x + 6$ при $x < -1$ (см. рисунок).



Значит, прямая $y = c$ имеет с графиком две общие точки при $c = -4$ и $c = 5$. При любых других значениях c данная прямая пересекает график функции в одной точке (при $c < -4$ или $c > 5$) или в трех точках (при $-4 < c < 5$).

Ответ: $-4; 5$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но указано только одно значение параметра c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 23** На изготовление 180 деталей первый рабочий тратит на 3 часа меньше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 3 детали больше?

Решение. Пусть второй рабочий делает x деталей в час, первый — $(x+3)$ детали в час. Тогда время, затраченное вторым рабочим на изготовление 180 деталей, равно $\frac{180}{x}$ часам, что, по условию задачи, на 3 часа больше, чем время, затраченное первым рабочим, равное $\frac{180}{x+3}$ часам. Поэтому

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+3} = 3;$$

$$x^2 + 3x - 180 = 0, x \neq 0, x \neq -3;$$

$$x_1 = -15, x_2 = 12.$$

$x = -15$ не удовлетворяет условию задачи $x > 0$. Поэтому $x = 12$.

Значит, второй рабочий делает 12 деталей в час.

Ответ: 12 деталей.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $(7x - 12)^3 = x^6$.

Решение. $(7x - 12)^3 = x^6$; $7x - 12 = x^2$; $x_1 = 3$, $x_2 = 4$.

Корни этого уравнения: $x = 3$, $x = 4$.

Ответ: 3; 4.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $\frac{2x + 5}{\sqrt{8} - 3,01} \leq 0$.

Решение. Так как

$$\sqrt{8} < \sqrt{9} = 3 < 3,01,$$

то

$$\sqrt{8} - 3,01 < 0.$$

Следовательно, исходное неравенство равносильно неравенству:

$$2x + 5 \geq 0, 2x \geq -5, x \geq -2,5.$$

Ответ: $x \geq -2,5$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно оценен знаменатель, при умножении обеих частей неравенства на отрицательное число изменен знак неравенства, но при решении равносильного неравенства допущена вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 Две последовательности заданы формулами своих общих членов: $x_k = 12k + 5$, $y_m = 13m + 5$. Найдите наименьшее из чисел, являющихся членами обеих последовательностей.

Решение. По условию задачи надо найти наименьшее из чисел, удовлетворяющих условию $x_k = y_m$.

То есть

$$12k + 5 = 13m + 5, 12k = 13m, k = \frac{13}{12}m.$$

Но k и m – натуральные числа, поэтому m – наименьшее натуральное число, кратное 12. Значит,

$$m = 12, k = \frac{13}{12} \cdot 12 = 13 \text{ и } x_{13} = y_{12} = 12 \cdot 13 + 5 = 161.$$

Ответ: 161.

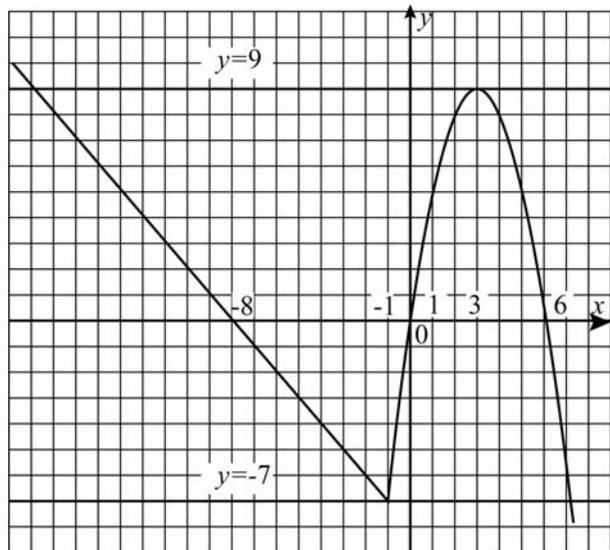
Содержание критерия	Балл
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ (возможно другое объяснение)	3
Получен верный ответ, нет объяснения, что выбранное число – искомое	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 Постройте график функции $y = \begin{cases} 6x - x^2, & x \geq -1, \\ -x - 8, & x < -1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

$$y = \begin{cases} 6x - x^2, & x \geq -1, \\ -x - 8, & x < -1. \end{cases}$$

Следовательно, графиком данной функции является объединение части параболы $y = 6x - x^2$ при $x \geq -1$ и части прямой $y = -x - 8$ при $x < -1$ (см. рисунок).



Значит, прямая $y = c$ имеет с графиком две общие точки при $c = -7$ и $c = 9$. При любых других значениях c данная прямая пересекает график функции в одной точке (при $c < -7$ или $c > 9$) или в трех точках (при $-7 < c < 9$).

Ответ: $-7; 9$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но указано только одно значение параметра c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 На изготовление 80 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 90 таких же деталей. Известно, что второй рабочий за час делает на 1 деталь меньше, чем первый. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение. Пусть второй рабочий делает x деталей в час, первый – $(x+1)$ деталь в час. Тогда время, затраченное вторым рабочим на изготовление 90 деталей, равно $\frac{90}{x}$ часам, что, по условию задачи, на 2 часа больше, чем время, затраченное первым рабочим, равное $\frac{80}{x+1}$ часам. Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{90}{x} - \frac{80}{x+1} &= 2; \\ x^2 - 4x - 45 &= 0, \quad x \neq 0, \quad x \neq -1; \\ x_1 &= -5, \quad x_2 = 9. \end{aligned}$$

$x = -5$ не удовлетворяет условию задачи ($x > 0$). Поэтому $x = 9$. Значит, второй рабочий делает 9 деталей в час.

Ответ: 9 деталей.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	4
2	2
3	1
4	4
5	-72
6	3
7	8
8	-3,5; 3,5
9	1

№ задания	Ответ
10	321
11	1
12	36
13	3
14	(0,2; 4,6)
15	7
16	6
17	0,9914
18	4

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	1
2	1
3	3
4	3
5	117
6	1
7	-1
8	-4; -0,25
9	1

№ задания	Ответ
10	312
11	3
12	3
13	4
14	(0,5; 5,5)
15	0,2
16	5
17	17/32
18	2