

Диагностическая работа по математике

14 октября 2010 года

9 класс

Вариант № 1

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

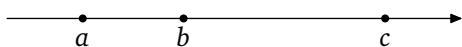
1 Население Бельгии составляет 10 миллионов 500 тысяч человек. Как это число записывается в стандартном виде?

- 1) $1,05 \cdot 10^5$ 2) $1,05 \cdot 10^6$ 3) $1,05 \cdot 10^8$ 4) $1,05 \cdot 10^7$

2 Человек в среднем должен потреблять 2000 ккал в сутки, энергетическая ценность стакана апельсинового сока около 220 ккал. Какой процент от суточной нормы потребления энергии содержится в одном стакане апельсинового сока?

- 1) 1% 2) 11% 3) 88% 4) 8%

3 На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Из следующих утверждений выберите верное.

- 1) $a - c > 0$ 2) $c - a < 0$ 3) $a - b < 0$ 4) $b - c > 0$

4 Найдите значение выражения $1,4x^3 - 2,6x^2 + 2$ при $x = -1$.

Ответ:

5 Из формулы площади круга $S = \pi \cdot r^2$ выразите радиус r .

Ответ:

6 Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x - 3)(x + 1)$?

- 1) $(3 - x)(x + 1)$ 2) $-(3 - x)(-1 - x)$ 3) $-(x - 3)(-1 - x)$ 4) $(x - 3)(-1 - x)$

7 Упростите выражение $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) : \frac{a^2 - b^2}{ab}$.

Ответ:

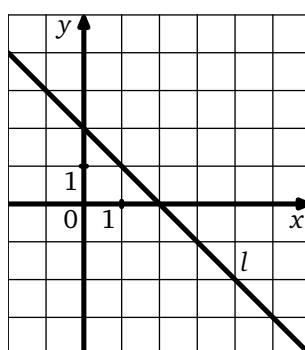
8 Какое из чисел $\sqrt{360}$; $\sqrt{0,36}$; $\sqrt{0,0036}$ является иррациональным?

- 1) $\sqrt{360}$ 2) $\sqrt{0,36}$ 3) $\sqrt{0,0036}$ 4) Все эти числа

9 Решите уравнение $4x = x^2$.

Ответ:

10 Прямая l , изображенная на рисунке, задается уравнением $x + y = 2$. Используя рисунок, установите соответствие между уравнениями прямых и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.



A) $2x + 3y = 1$ 1) прямая имеет бесконечное число общих точек с прямой l

Б) $2x + 2y = 4$ 2) прямая имеет одну общую точку с прямой l

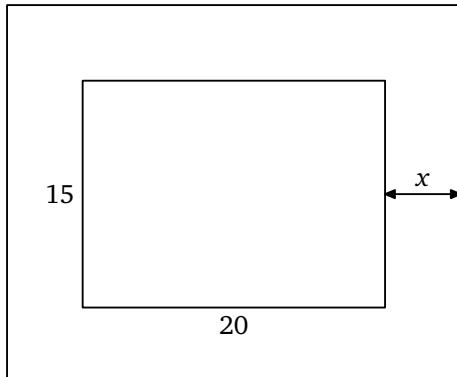
В) $-x - y = -8$ 3) прямая не имеет общих точек с прямой l

Ответ:

A	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

11 Прочтите условие задачи:

«Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 15 см и 20 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая полоса одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 750 см². Какова ширина окантовки?»



Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1) $15 \cdot 20 + (15x + 20x) \cdot 2 = 750$
- 2) $(15 + x)(20 + 2x) = 750$
- 3) $(15 + 2x)(20 + 2x) = 750$
- 4) $(15 + x)(20 + x) = 750$

12 Решите неравенство $5 + 3(8 - 3x) < -4x$.

Ответ:

13 При каких значениях x выражение $\sqrt{3 - 5x}$ определено?

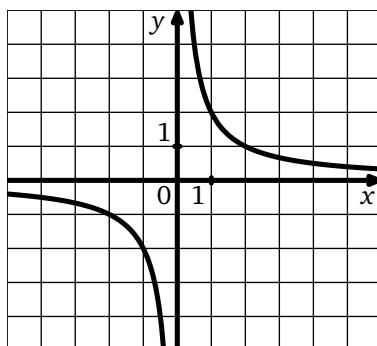
Ответ:

14 Укажите формулу, задающую числа, кратные трем (n — натуральное число).

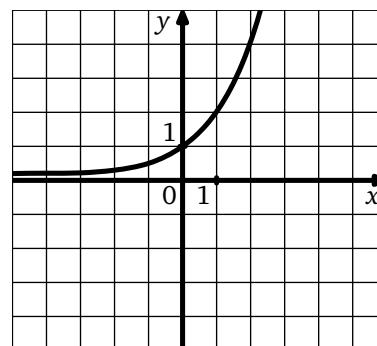
- 1) $a = 3 + n$
- 2) $a = \frac{3}{n}$
- 3) $a = 3n$
- 4) $a = 5n$

15 На одном из рисунков изображен график функции $y = \frac{2}{x}$. Укажите номер этого рисунка.

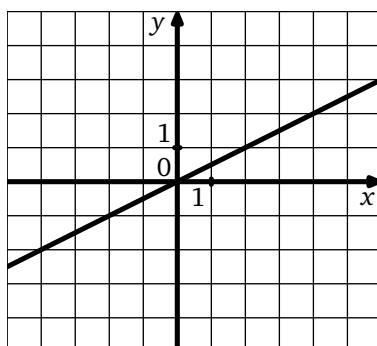
1)



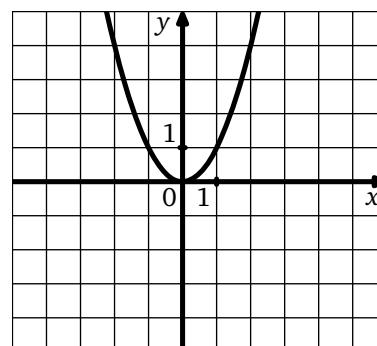
2)



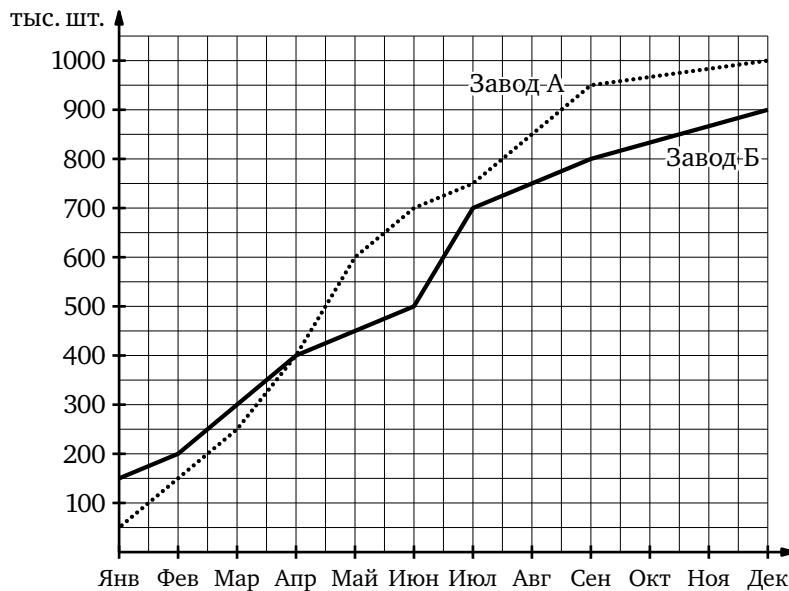
3)



4)



- 16** На графике показано, какое количество автомобилей выпускали два завода в течение года. По горизонтали отложены месяцы, а по вертикали — общее количество автомобилей, выпущенное с начала года каждым из заводов, в тысячах штук.



Через сколько месяцев после начала года заводы А и Б выпустили одинаковое количество машин с начала года?

Ответ:

- 17** На чемпионате по художественной гимнастике выступает 18 гимнасток, среди них три — из России, две — из Китая. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что первой будет выступать гимнастка из России.

Ответ:

- 18** Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 149, 136, 163, 152, 145. Найдите разность среднего арифметического этого набора чисел и его медианы?

Ответ:

Часть 2

Для ответов на задания 19—23 используйте бланк ответов № 2.
Укажите сначала номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Решите уравнение $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$.

- 20** Решите неравенство $(\sqrt{17} - 4,5)x < 9 - 2\sqrt{17}$.

- 21** Найдите значение выражения $\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5}$.

- 22** При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3, \\ x + 2y = p \end{cases}$$

имеет решение?

- 23** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу развернулся и пошел назад. Какую часть пути от А до В проплынет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде втрое больше скорости течения реки?

Диагностическая работа по математике

14 октября 2010 года

9 класс

Вариант № 2

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

1 Население Венесуэлы составляет $2,7 \cdot 10^7$ человек, а ее площадь примерно равна $9 \cdot 10^5$ км². Чему примерно равна плотность населения Венесуэлы?

- 1) 3 2) 30 3) 3,3 4) 0,33

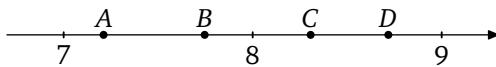
2 Из объявления фирмы, проводящей обучающие семинары:

«Стоимость участия в семинаре — 3000 руб. с человека. Группам от организаций предоставляются скидки: от 3 до 10 человек — 5%; более 10 человек — 8%».

Сколько должна заплатить организация, направившая на семинар группу из 12 человек?

Ответ:

3 На координатной прямой отмечены точки A , B , C , D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{52}$. Какая это точка?



- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

4 Вычислите значение выражения $\frac{a+b}{c+b}$ при $a = 2,6$; $b = -1,1$; $c = 1,3$.

Ответ:

5 Из закона Ома $I = \frac{U}{R}$ выразите сопротивление R .

Ответ:

6 Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x - 2)(x - 3)$?

- 1) $x^2 + 5x + 6$
2) $x^2 - 5x + 6$
3) $-x^2 + 5x - 6$
4) $x^2 - 5x - 6$

7 Представьте выражение $3m - \frac{5+4m^2}{2m}$ в виде дроби.

Ответ:

8 Какое из чисел $\sqrt{490}$; $\sqrt{4,9}$; $\sqrt{0,049}$ является рациональным?

- 1) $\sqrt{490}$ 2) $\sqrt{4,9}$ 3) $\sqrt{0,049}$ 4) Ни одно из этих чисел

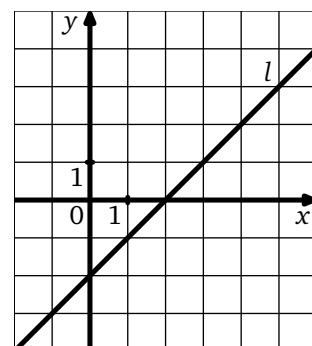
9 Решите уравнение $x^2 - 4x = -3$.

Ответ:

10 Прямая l , изображенная на рисунке, задается уравнением $x - y = 2$. Используя рисунок, установите соответствие между уравнениями прямых и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.

- | | |
|-------------------|--|
| A) $2x - 3y = 2$ | 1) прямая имеет бесконечное число общих точек с прямой l |
| Б) $2x - 2y = -4$ | 2) прямая имеет одну общую точку с прямой l |
| В) $-x + y = -2$ | 3) прямая не имеет общих точек с прямой l |

Ответ: А Б В



11 Прочтите задачу:

«Скорость туриста на 9 км/ч меньше скорости велосипедиста. От станции до турбазы пешеход идет 5 ч, а велосипедист едет 2 ч. Каково расстояние от станции до турбазы?»

Пусть расстояние от станции до турбазы — x км. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\frac{x}{2} = \frac{x}{5} + 9$

2) $\frac{x}{2} = \frac{x}{5} - 9$

3) $\frac{x+9}{2} = \frac{x}{5}$

4) $\frac{x-9}{2} = \frac{x}{5}$

12 Решите неравенство $3x + 2(6 - 5x) < -2$.

Ответ:

13 При каких значениях x выражение $\sqrt{11 - 5x}$ определено?

Ответ:

14 Укажите формулу, задающую числа, кратные пяти (n — натуральное число).

1) $a = 7n$

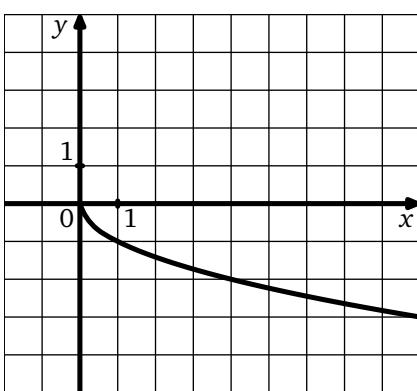
2) $a = 5n$

3) $a = n + 5$

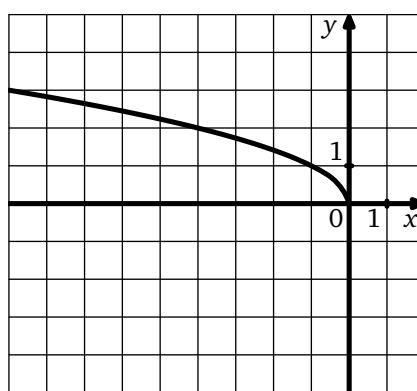
4) $a = \frac{n}{5}$

15 На одном из рисунков изображен график функции $y = \sqrt{-x}$. Укажите номер этого рисунка.

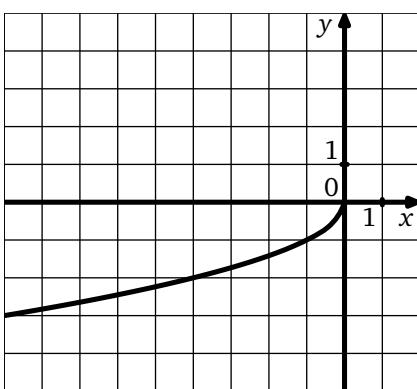
1)



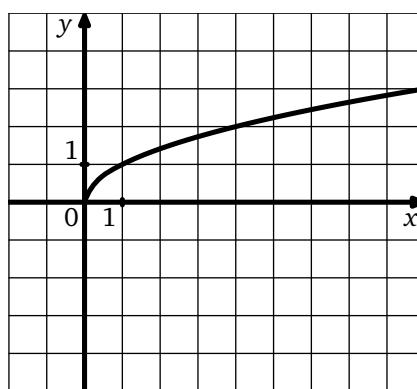
2)



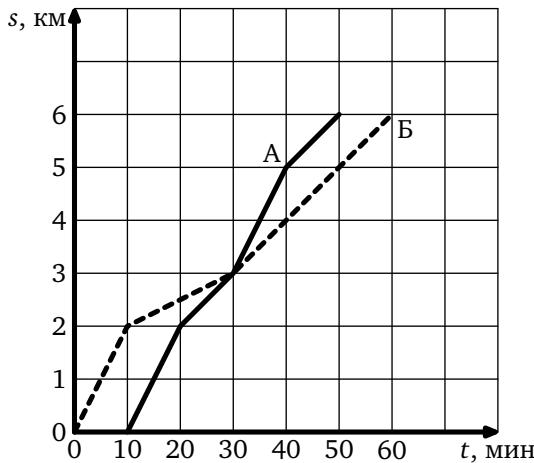
3)



4)



- 16** Антон (А) и Борис (Б) совершили утреннюю пробежку по одному и тому же маршруту. На рисунке изображены графики, показывающие зависимость расстояния s , которое пробежал каждый из них, от времени бега t (Антон стартовал позже Бориса). Кто потратил больше времени на всю дистанцию и на сколько минут?



Ответ:

- 17** На чемпионате по художественной гимнастике выступает 18 гимнасток, среди них 3 гимнастки из России, 2 гимнастки из Китая. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что последней будет выступать гимнастка или из России, или из Китая.

Ответ:

- 18** Записан возраст (в годах) семи сотрудников: 25, 37, 42, 24, 33, 50, 27. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ:

Часть 2

Для ответов на задания 19—23 используйте бланк ответов № 2.
Укажите сначала номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Решите уравнение $x^3 - 9x = 0$.

- 20** Решите неравенство $(\sqrt{13} - 3,5)x < 7 - 2\sqrt{13}$.

- 21** Найдите значение выражения $\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5}$.

- 22** При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4, \\ 2x - y = p \end{cases}$$

имеет решение?

- 23** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно с ним из пункта А вышел катер. Дойдя до В, катер сразу же развернулся и пошел назад. Какую часть пути от А до В проплынет плот к моменту встречи с катером, если скорость катера в стоячей воде втрое больше скорости течения реки?

Диагностическая работа по математике

14 октября 2010 года

9 класс

Вариант № 3

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

1 Для каждого выражения укажите его значение.

А) $\frac{6}{5} - 0,3$

1) $2\frac{1}{6}$

Б) $1 : \frac{4}{7}$

2) 1,75

В) $\frac{1,3}{1 - 0,4}$

3) 0,9

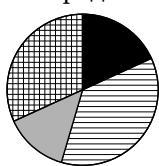
4) 1,5

Ответ:

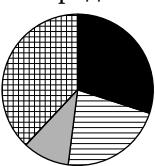
A	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

2 На диаграмме представлено распределение людей по трудоспособности в городах А, Б, В и Г. Определите, в каком городе процент пенсионеров и нетрудоспособных по здоровью наибольший.

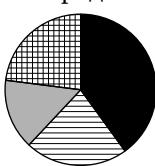
Город А



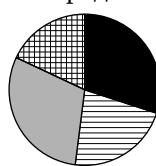
Город Б



Город В



Город Г



■ Работающие

■ Неработающие трудоспособные

■ Пенсионеры и нетрудоспособные по здоровью

■ Дети до 18 лет

1) А

2) Б

3) В

4) Г

3 Из объявления фирмы, проводящей обучающие семинары:

«Стоимость участия в семинаре — 4000 руб. с человека. Группам от организаций предоставляются скидки: от 3 до 10 человек — 5%; более 10 человек — 8%».

Сколько должна заплатить организация, направившая на семинар группу из 7 человек?

1) 28 000 руб.

2) 25 760 руб.

3) 26 600 руб.

4) 1400 руб.

4 На сколько градусов повернется Земля вокруг своей оси за 8 часов?

Ответ:

5 На чемпионате по художественной гимнастике выступает 18 гимнасток, среди них 3 гимнастки из России, 2 гимнастки из Китая. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что первой будет выступать гимнастка из России.

Ответ:

6 Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число $4\sqrt{10}$?

Ответ:

7 Укажите формулу, задающую число a , кратное трем (n — натуральное число).

1) $a = 3 + n$

2) $a = \frac{3}{n}$

3) $a = 3n$

4) $a = 5n$

8 На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Из следующих утверждений выберите верное.

1) $a - c > 0$

2) $c - a < 0$

3) $a - b < 0$

4) $b - c > 0$

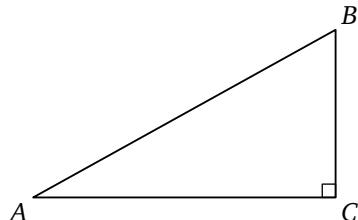
9 Из формулы площади круга $S = \pi \cdot r^2$ выразите радиус r .

Ответ:

- 10** Упростите выражение $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) : \frac{a^2 - b^2}{ab}$.

Ответ:

- 11** Один острый угол прямоугольного треугольника на 32° больше другого. Найдите больший острый угол.



Ответ:

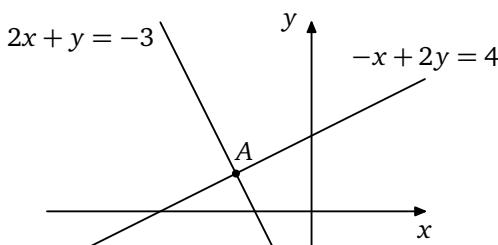
- 12** Решите уравнение $4x = x^2$.

Ответ:

- 13** Решите неравенство $5 + 3(8 - 3x) < -4x$.

Ответ:

- 14** Найдите координаты точки A.



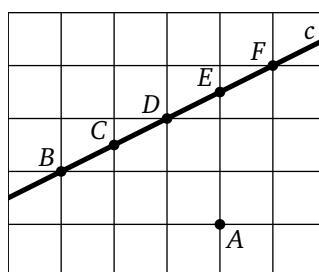
Ответ:

- 15** Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является одновременно биссектрисой и высотой.
- 3) Каждая сторона треугольника больше суммы двух других сторон.
- 4) В тупоугольном треугольнике сумма углов треугольника больше 180 градусов.

Ответ:

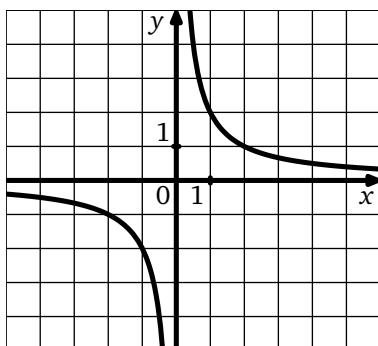
- 16** На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображены прямая c и точка A. На прямой c отмечены точки B, C, D, E и F. Какие из перечисленных точек находятся на расстоянии $\sqrt{10}$ от точки A?



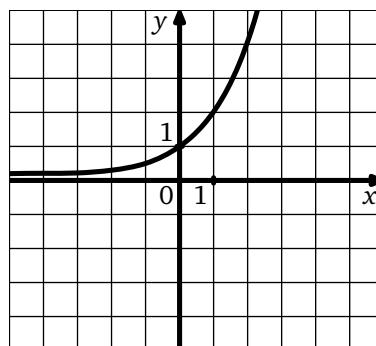
Ответ:

- 17** На одном из рисунков изображен график функции $y = \frac{2}{x}$. Укажите номер этого рисунка.

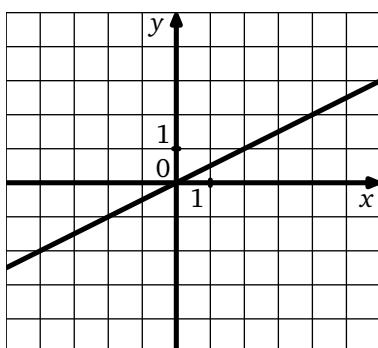
1)



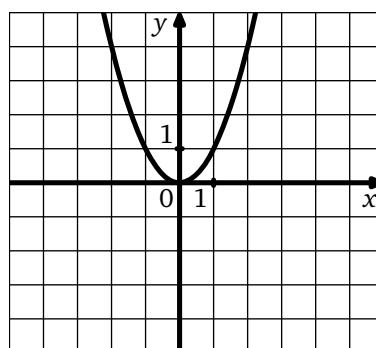
2)



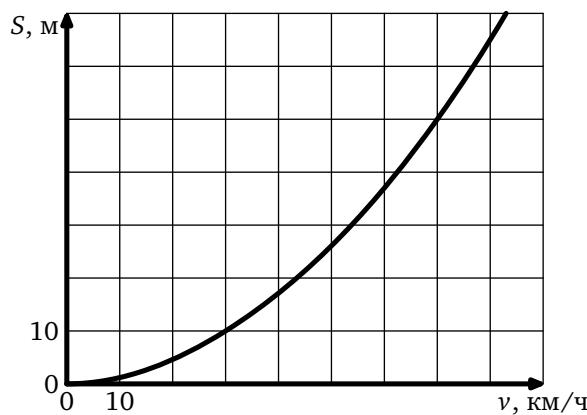
3)



4)



- 18** При резком торможении расстояние, пройденное автомобилем до полной остановки (тормозной путь), зависит от скорости, с которой автомобиль двигался. На рисунке показан график этой зависимости (на сухой асфальтовой дороге). По горизонтальной оси откладывается скорость (в км/ч), по вертикальной — пройденное до полной остановки расстояние (в метрах). Определите по графику, с какой наибольшей скоростью может двигаться автомобиль, чтобы его тормозной путь был не длиннее 50 метров.



Ответ:

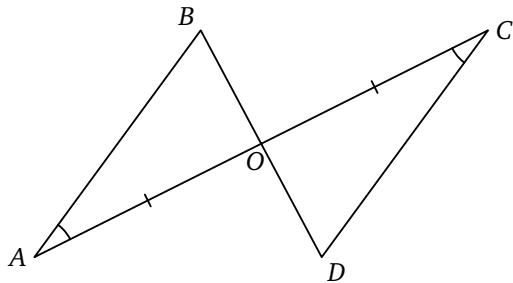
Часть 2

Для ответов на задания 19—23 используйте бланк ответов № 2.
Укажите сначала номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Найдите значение выражения $\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5}$.

- 20** Из пункта А в пункт В, расположенные на расстоянии 100 км, отправился автобус со скоростью 36 км/ч. Как только автобус проехал пятую часть пути, вслед за ним выехала машина. В пункт В они прибыли одновременно. Найдите скорость машины (в км/ч).

- 21** Отрезки AC и BD пересекаются в точке O , $AO = OC$ и $\angle A = \angle C$. Докажите равенство треугольников AOB и COD .



- 22** При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3, \\ x + 2y = p \end{cases}$$

имеет решение?

- 23** Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна 2 и является хордой некоторой окружности. Катет AC равен 1 и лежит внутри окружности, а его продолжение пересекает окружность в точке D , причем $CD = 3$. Найдите радиус окружности.

Диагностическая работа по математике

14 октября 2010 года

9 класс

Вариант № 4

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

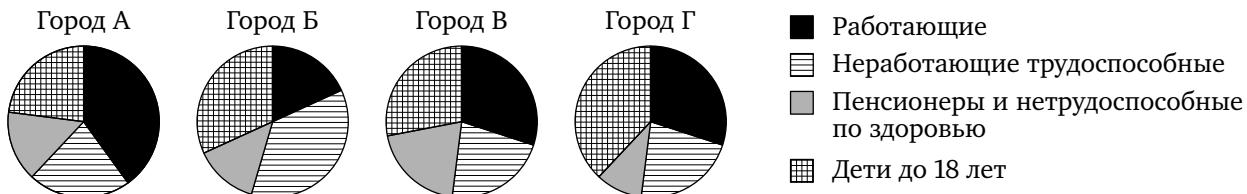
Отчество _____

Часть 1

1 Вычислите $\left(\frac{4}{5} + 0,2\right) \cdot \frac{3}{2}$

Ответ:

2 На диаграмме представлено распределение людей по трудоспособности в городах А, Б, В и Г. Определите, в каком городе процент трудоспособного неработающего населения больше 25 %.



1) А

2) Б

3) В

4) Г

3 Из объявления фирмы, проводящей обучающие семинары:

«Стоимость участия в семинаре — 3000 руб. с человека. Группам от организаций предоставляются скидки: от 3 до 10 человек — 5%; более 10 человек — 8%».

Сколько должна заплатить организация, направившая на семинар группу из 12 человек?

Ответ:

4 На дне сосуда, имеющего форму куба со стороной 30 см лежит деталь, остальной объем сосуда заполнен водой. Когда деталь вынули, уровень воды понизился на 10 см. Найдите объем детали в кубических сантиметрах.

Ответ:

5 На чемпионате по художественной гимнастике выступает 18 гимнасток, среди них 3 гимнастки из России, 2 гимнастки из Китая. Порядок выступления определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что последней будет выступать гимнастка или из России, или из Китая.

Ответ:

6 Укажите два соседних целых числа, между которыми заключено число $6\sqrt{5}$?

Ответ:

7 Укажите формулу, задающую число a , кратное пяти (n — натуральное число).

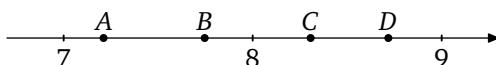
1) $a = 7n$

2) $a = 5n$

3) $a = n + 5$

4) $a = \frac{n}{5}$

8 На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{52}$. Какая это точка?



1) точка A

2) точка B

3) точка C

4) точка D

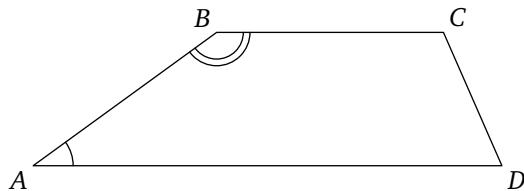
9 Из закона Ома $I = \frac{U}{R}$ выразите сопротивление R .

Ответ:

10 Представьте выражение $3m - \frac{5+4m^2}{2m}$ в виде дроби.

Ответ:

- 11** Угол B трапеции $ABCD$ в четыре раза больше угла A . Найдите градусную меру угла B .



Ответ:

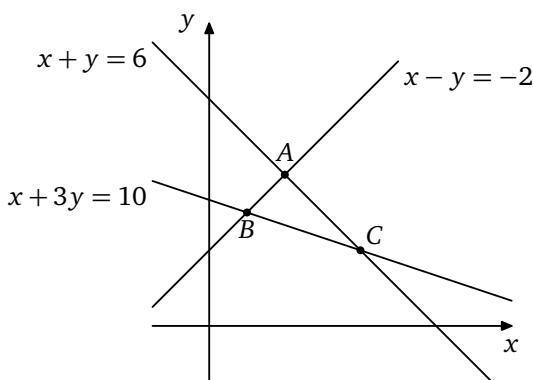
- 12** Решите уравнение $x^2 - 4x = -3$.

Ответ:

- 13** Решите неравенство $3x + 2(6 - 5x) < -2$.

Ответ:

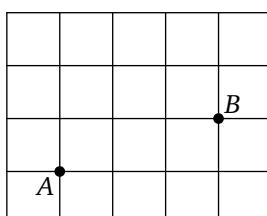
- 14** Найдите координаты точки B .



Ответ:

- 15** Укажите номера **неверных** утверждений.

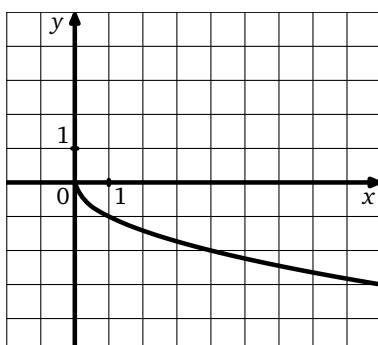
- 1** Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
 - 2** В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является одновременно биссектрисой и высотой.
 - 3** Каждая сторона треугольника больше суммы двух других сторон.
 - 4** В прямоугольном треугольнике сумма углов равна 90 градусов.
- 16** На клетчатой бумаге с клетками размером 1×1 изображены точки A и B . Найдите расстояние между этими точками.



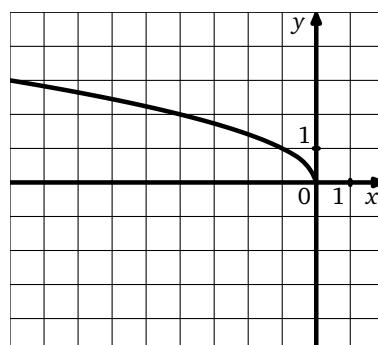
Ответ:

17 На одном из рисунков изображен график функции $y = \sqrt{-x}$. Укажите номер этого рисунка.

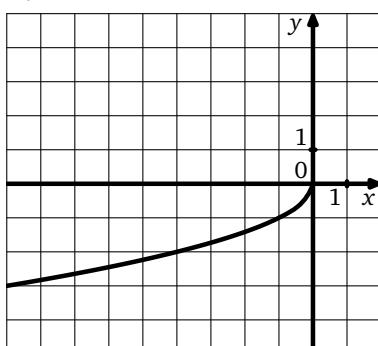
1)



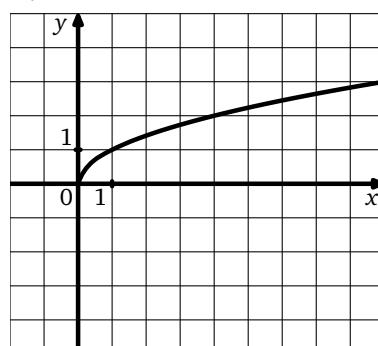
2)



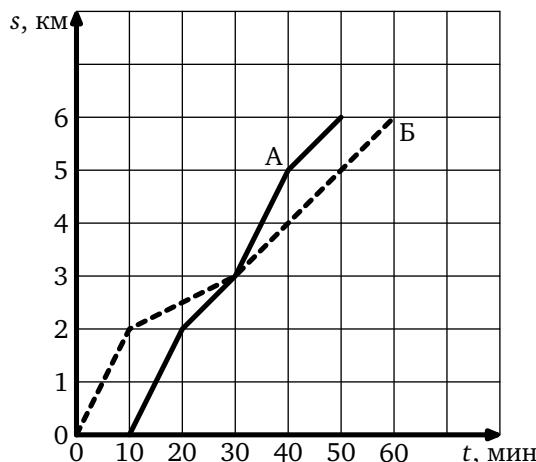
3)



4)



18 Антон (А) и Борис (Б) совершили утреннюю пробежку по одному и тому же маршруту. На рисунке изображены графики, показывающие зависимость расстояния s , которое пробежал каждый из них, от времени бега t (Антон стартовал позже Бориса). Кто потратил больше времени на всю дистанцию и на сколько минут?



Ответ:

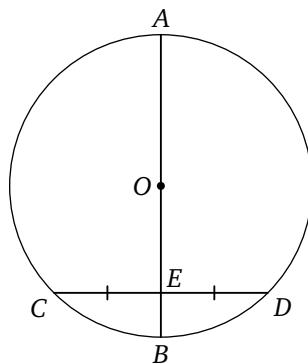
Часть 2

Для ответов на задания 19—23 используйте бланк ответов № 2.
Укажите сначала номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Найдите значение выражения $\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5}$.

- 20** Из пункта А в пункт В, расположенные на расстоянии 100 км, отправился автобус со скоростью 42 км/ч. Как только автобус проехал четверть пути, вслед за ним выехала машина. В пункт В они прибыли одновременно. Найдите скорость машины (в км/ч).

- 21** Докажите, что диаметр, проведенный через середину хорды той же окружности, отличной от диаметра, перпендикулярен этой хорде.



- 22** При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4, \\ 2x - y = p \end{cases}$$

имеет решение?

- 23** Основания трапеции равны 6 и 10, а боковые стороны равны 2 и 4. Биссектрисы углов при одной боковой стороне пересекаются в точке A , а при другой — в точке B . Найдите AB .

Ответы и критерии проверки варианта №1

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	2
3	3
4	-2
5	$\sqrt{\frac{S}{\pi}}$
6	3
7	$\frac{1}{a-b}$
8	1
9	0; 4
10	213
11	3
12	$x > 5,8$
13	$x \leq 0,6$
14	3
15	1
16	4
17	$\frac{1}{6}$
18	0

Решения, ответы, и критерии проверки заданий части 2

19 Решите уравнение $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$.

Решение. $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$, $x(x^2 - 4x + 4) = 0$, $x(x-2)^2 = 0$.

Корни этого уравнения: $x = 0$, $x = 2$.

Ответ: $x = 0$, $x = 2$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно выполнено разложение на множители и получен один верный корень	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $(\sqrt{17} - 4,5)x < 9 - 2\sqrt{17}$.

Решение. $\sqrt{17} < 4,5$, так как $17 < 20,25$, следовательно, $x > \frac{2(4,5 - \sqrt{17})}{\sqrt{17} - 4,5}$, откуда получаем: $x > -2$.

Ответ: $x > -2$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	3
Верно оценено значение коэффициента при x , верно выполнено деление обеих частей неравенства (изменен знак неравенства), но дробное выражение не сокращено или сокращено с потерей знака	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 Найдите значение выражения $\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5}$.

Решение.

$$\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{2^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{2^2 \cdot (2 \cdot 3)^{10}} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{3^{10} \cdot 2^{12}} = 2^3 = 8.$$

Ответ: 8.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно применены свойства степеней, но получен ошибочный ответ типа $2^3 = 6$	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3, \\ x + 2y = p \end{cases}$$

имеет решение?

Решение. Решением системы уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3 \end{cases}$ является пара чисел: $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2. \end{cases}$

Подставляя найденные значения в третье уравнение исходной системы получаем: $p = 3$.

Ответ: $p = 3$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при нахождении значения параметра	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу развернулся и пошел назад. Какую часть пути от А до В проплынет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде втрое больше скорости течения реки?

Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $3x - x = 2x$ км/ч, а по течению $3x + x = 4x$ км/ч. Скорость сближения катера и плота равна $x + 2x = 3x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{S}{3x}$ ч. За это время плот проплыл $x \cdot \frac{S}{3x} = \frac{S}{3}$ км, а катер — $\frac{2S}{3}$ км. Обратный путь катер пройдет за $\frac{2S}{3} : 4x = \frac{S}{6x}$ ч. Плот за это время проплынет расстояние, равное $x \cdot \frac{S}{6x} = \frac{S}{6}$ км, а всего он проплынет $\frac{S}{3} + \frac{S}{6} = \frac{S}{2}$ км, где S — расстояние между А и В.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена одна ошибка в нахождении части пути от А до В, пройденного плотом	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы и критерии проверки варианта № 2

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	2
2	33 120
3	1
4	7,5
5	$\frac{U}{I}$
6	2
7	$\frac{2m^2 - 5}{2m}$
8	4
9	1; 3
10	231
11	1
12	$x > 2$
13	$x \leq 2,2$
14	2
15	2
16	Борис, на 20 минут
17	$\frac{5}{18}$
18	1

Решения, ответы, и критерии проверки заданий части 2

19 Решите уравнение $x^3 - 9x = 0$.

Решение. $x^3 - 9x = 0$, $x(x^2 - 9) = 0$, $x(x - 3)(x + 3) = 0$.

Корни этого уравнения: $x = 0$, $x = -3$, $x = 3$.

Ответ: $x = -3$, $x = 0$, $x = 3$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно выполнено разложение на множители и получен один корень	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $(\sqrt{13} - 3,5)x < 7 - 2\sqrt{13}$.

Решение. $\sqrt{13} > 3,5$, так как $13 > 12,25$, следовательно, $x < \frac{2(3,5 - \sqrt{13})}{\sqrt{13} - 3,5}$, откуда получаем: $x < -2$.

Ответ: $x < -2$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.	3
Верно оценено значение коэффициента при x , верно выполнено деление обеих частей неравенства (не изменен знак неравенства), но дробное выражение не сокращено или сокращено с потерей знака	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 Найдите значение выражения $\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5}$.

Решение.

$$\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{2^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{2^2 \cdot (2 \cdot 3)^{10}} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{3^{10} \cdot 2^{12}} = 3^2 = 9.$$

Ответ: 9.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно применены свойства степеней, но получен ошибочный ответ типа $3^2 = 6$	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4, \\ 2x - y = p \end{cases}$$

имеет решение?

Решение. Решением системы уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4 \end{cases}$ является пара чисел: $\begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$

Подставляя найденные значения в третье уравнение исходной системы получаем: $p = 5$.

Ответ: $p = 5$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при нахождении значения параметра	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно с ним из пункта А вышел катер. Дойдя до В, катер сразу же развернулся и пошел назад. Какую часть пути от А до В проплынет плот к моменту встречи с катером, если скорость катера в стоячей воде втрое больше скорости течения реки?

Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера по течению равна $3x + x = 4x$ км/ч, а против течения $3x - x = 2x$ км/ч. Время движения катера до В — $\frac{S}{4x}$ ч. За это время плот проплыл $x \cdot \frac{S}{4x} = \frac{S}{4}$ км. Скорость сближения катера с плотом $2x + x = 3x$ км/ч, тогда время сближения $\frac{3S}{4} : 3x = \frac{S}{4x}$ ч. Плот за это время проплынет расстояние, равное $x \cdot \frac{S}{4x} = \frac{S}{4}$ км, а всего он проплынет $\frac{S}{4} + \frac{S}{4} = \frac{S}{2}$ км, где S — расстояние между А и В.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена одна ошибка в нахождении части пути от А до В, пройденного плотом	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы и критерии проверки варианта № 3

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	321
2	4
3	3
4	120°
5	$\frac{1}{6}$
6	12 и 13
7	3
8	3
9	$\sqrt{\frac{S}{\pi}}$
10	$\frac{1}{a-b}$
11	61°
12	0; 4
13	$x > 5,8$
14	(−2; 1)
15	2
16	B, F
17	1
18	70 км/ч

Решения, ответы, и критерии проверки заданий части 2

19 Найдите значение выражения $\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5}$.

Решение.

$$\frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{4 \cdot 36^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{2^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{2^2 \cdot (2 \cdot 3)^{10}} = \frac{3^{10} \cdot 2^{15}}{3^{10} \cdot 2^{12}} = 2^3 = 8.$$

Ответ: 8.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степеней, но получен ошибочный ответ типа $2^3 = 6$	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 20** Из пункта А в пункт В, расположенные на расстоянии 100 км, отправился автобус со скоростью 36 км/ч. Как только автобус проехал пятую часть пути, вслед за ним выехала машина. В пункт В они прибыли одновременно. Найдите скорость машины (в км/ч).

Решение. Пусть скорость машины x км/ч. Время движения машины $\frac{100}{x}$ ч.

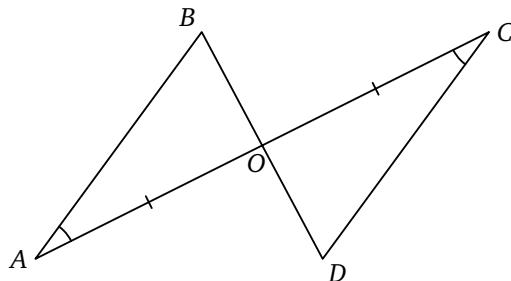
Автобусу осталось проехать четыре пятых пути, т. е. 80 км, со скоростью 36 км/ч. Оставшееся время движения автобуса $\frac{80}{36}$ ч.

Так как автобус и машина прибыли одновременно в пункт В, то $\frac{100}{x} = \frac{80}{36}$, откуда $x = 45$ км/ч.

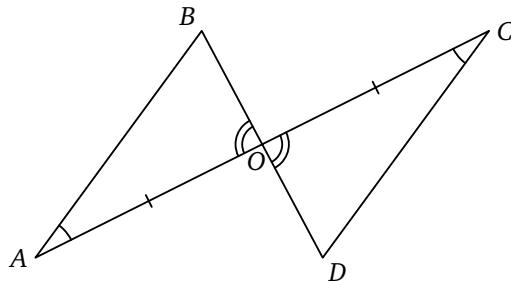
Ответ: 45.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при решении уравнения	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 21** Отрезки AC и BD пересекаются в точке O , $AO = OC$ и $\angle A = \angle C$. Докажите равенство треугольников AOB и COD .



Решение. Треугольники AOB и COD равны по второму признаку равенства треугольников ($AO = CO$, $\angle OAB = \angle OCD$, $\angle AOB = \angle COD$).



Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Решение не доведено до конца, но доказано, что прямые AB и CD параллельны	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3, \\ x + 2y = p \end{cases}$$

имеет решение?

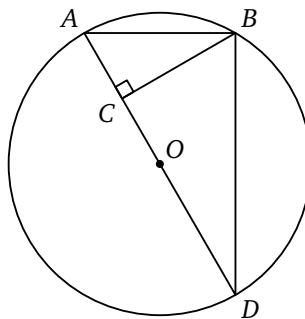
Решение. Решением системы уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 4, \\ x - y = -3 \end{cases}$ является пара чисел: $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2. \end{cases}$

Подставляя найденные значения в третье уравнение исходной системы, получаем: $p = 3$.

Ответ: $p = 3$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при нахождении значения параметра	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна 2 и является хордой некоторой окружности. Катет AC равен 1 и лежит внутри окружности, а его продолжение пересекает окружность в точке D , причем $CD = 3$. Найдите радиус окружности.



Решение. В прямоугольном треугольнике ABC катет BC равен $\sqrt{3}$.

В прямоугольном треугольнике BCD гипотенуза BD равна $\sqrt{12}$.

В треугольнике ABD : $AD^2 = AB^2 + BD^2$, так как $4^2 = 2^2 + (\sqrt{12})^2$, т. е. $\angle B = 90^\circ$.

Треугольник ABD — прямоугольный, следовательно, радиус описанной окружности равен половине гипотенузы. Радиус равен 2.

Ответ: 2.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, доказано, что треугольник ABD прямоугольный, но радиус описанной окружности не найден	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы и критерии проверки варианта № 4

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	1,5
2	2
3	33 120
4	9000
5	$\frac{5}{18}$
6	13 и 14
7	2
8	1
9	$\frac{U}{I}$
10	$\frac{2m^2 - 5}{2m}$
11	144°
12	1; 3
13	$x > 2$
14	(1; 3)
15	1, 3, 4
16	$\sqrt{10}$
17	2
18	Борис, на 20 минут

Решения, ответы, и критерии проверки заданий части 2

19 Найдите значение выражения $\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5}$.

Решение.

$$\frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{4 \cdot 36^5} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{2^2 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^5} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{2^2 \cdot (2 \cdot 3)^{10}} = \frac{3^{12} \cdot 2^{12}}{3^{10} \cdot 2^{12}} = 3^2 = 9.$$

Ответ: 9.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно применены свойства степеней, но получен ошибочный ответ типа $3^2 = 6$	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 20** Из пункта А в пункт В, расположенные на расстоянии 100 км, отправился автобус со скоростью 42 км/ч. Как только автобус проехал четверть пути, вслед за ним выехала машина. В пункт В они прибыли одновременно. Найдите скорость машины (в км/ч).

Решение. Пусть скорость машины x км/ч. Время движения машины $\frac{100}{x}$ ч.

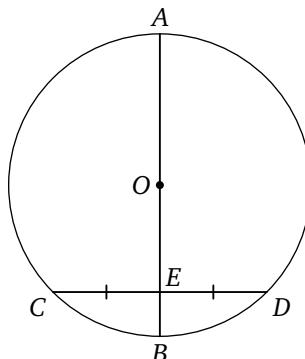
Автобусу осталось проехать три четверти пути, т. е. 75 км, со скоростью 42 км/ч. Оставшееся время движения автобуса $\frac{75}{42}$ ч.

Так как автобус и машина прибыли одновременно в пункт В, то $\frac{100}{x} = \frac{75}{42}$, откуда $x = 56$ км/ч.

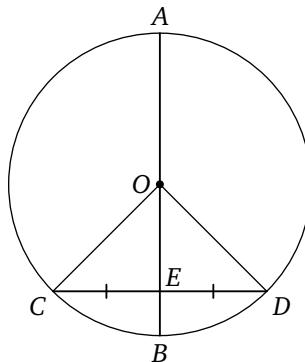
Ответ: 56.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при решении уравнения	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

- 21** Докажите, что диаметр, проведенный через середину хорды той же окружности, отличной от диаметра, перпендикулярен этой хорде.



Решение. Пусть AB — диаметр окружности с центром O , проходящий через середину E хорды CD , отличной от диаметра. Докажем, что прямые AB и CD перпендикулярны.



Действительно, в равнобедренном треугольнике OCD отрезок OE является медианой и, следовательно, высотой. Значит, диаметр AB перпендикулярен хорде CD .

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Рассмотрен нужный треугольник и доказано, что медиана является высотой, но не сделан вывод про диаметр	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4, \\ 2x - y = p \end{cases}$$

имеет решение?

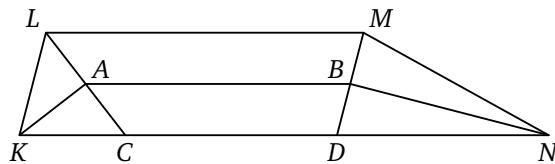
Решение. Решением системы уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ x + y = 4 \end{cases}$ является пара чисел: $\begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$

Подставляя найденные значения в третье уравнение исходной системы, получаем: $p = 5$.

Ответ: $p = 5$.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены верно, но допущена вычислительная ошибка при нахождении значения параметра	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Основания трапеции равны 6 и 10, а боковые стороны равны 2 и 4. Биссектрисы углов при одной боковой стороне пересекаются в точке A , а при другой — в точке B . Найдите AB .



Решение. LC — биссектриса угла KLM , следовательно, треугольник KLC равнобедренный с основанием LC . AK — высота, биссектриса и медиана.

Аналогично, NB — высота, биссектриса и медиана треугольника MND .

$KC = CK$; $MN = ND$, т. е. $CD = KN - (KC + ND)$. В трапеции $CLMD$ AB — средняя линия. $CD = 4$; $LM = 6$, тогда $AB = 5$.

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный: доказано, что точки A и B лежат на средней линии трапеции	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0