

**Диагностическая работа №1**  
по МАТЕМАТИКЕ

**4 октября 2011 года**

**9 класс**

**Вариант 1**

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

Математика. 9 класс. Вариант 1

2

**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 12).

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачертните обведенный номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если ответы к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в экзаменационной работе в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачертните его и запишите рядом новый.

В задании 12 требуется соотнести некоторые объекты. Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответом к заданию 15 является последовательность номеров верных утверждений, записанных без пробелов и использования других символов, например, 1234.

Ответы к заданиям 17 и 18 нужно записать на отдельном листе.

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Часть 1**

**1** Запишите в ответе номера верных равенств.

1)  $1,6 \cdot \frac{3}{8} = 0,6$

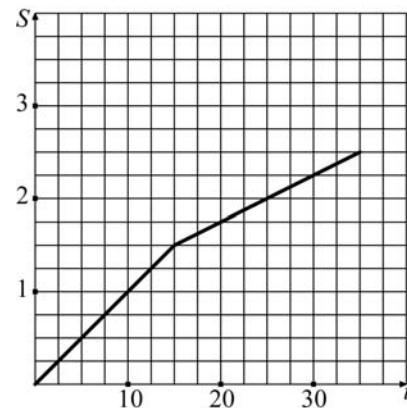
2)  $1 : \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$

3)  $\frac{0,3}{1 - \frac{3}{4}} = 0,25$

4)  $\frac{3}{5} + 0,8 = 1,4$

**Ответ:**

**2** Турист во время прогулки сначала шёл по ровной просёлочной дороге, а потом дорога пошла в гору. На рисунке изображён график его движения. По вертикальной оси откладывается длина пройденного им пути в километрах, а по горизонтальной — время движения в минутах. Определите, с какой скоростью турист шёл по ровной дороге. (Ответ дайте в км/ч.)

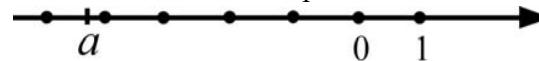


**Ответ:**

**3** Для приготовления отвара из лекарственных трав взяли цветки шалфея и ромашки в отношении 9:11. Какой процент в этой смеси составляют цветки шалфея?

**Ответ:**

**4** На координатной прямой отмечено число  $a$ . Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

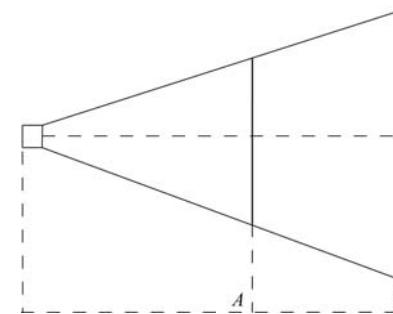


- 1)  $a + 4 > 0$       2)  $2 - a > 0$       3)  $a + 5 < 0$       4)  $3 - a < 0$

**5** Какое из данных выражений не равно  $\sqrt{\frac{75}{7}}$ ?

- 1)  $5\sqrt{\frac{3}{7}}$       2)  $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$       3)  $\frac{\sqrt{25} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{7}}$       4)  $\frac{15}{\sqrt{21}}$

**6** Проектор полностью освещает экран А высотой 60 см, расположенныйный на расстоянии 150 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран В высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?

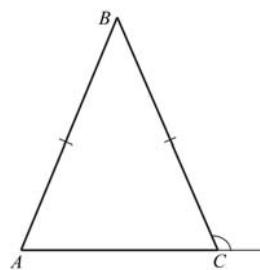


**Ответ:**

**7** Решите уравнение  $4x^2 + x = 0$ .

**Ответ:**

- 8** В треугольнике  $ABC$   $AB=BC$ , а внешний угол при вершине  $C$  равен  $123^\circ$ . Найдите величину угла  $B$ . Ответ дайте в градусах.

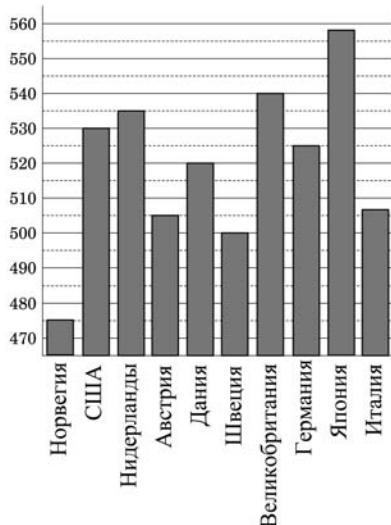


**Ответ:**

- 9** Упростите выражение  $\frac{(a-2b)^2 - 4b^2}{a}$  и найдите его значение при  $a = 0,3; b = -0,35$ .

**Ответ:**

- 10** На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Среди представленных стран первое место занимает Япония. Какое место занимает Германия?



- 1) четвертое    2) пятое    3) шестое    4) седьмое

- 11** В соревновании по прыжкам в высоту участвуют 6 спортсменов из Франции, 8 спортсменов из Италии, 7 из Австрии, 9 из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет выступать спортсмен из Франции.

**Ответ:**

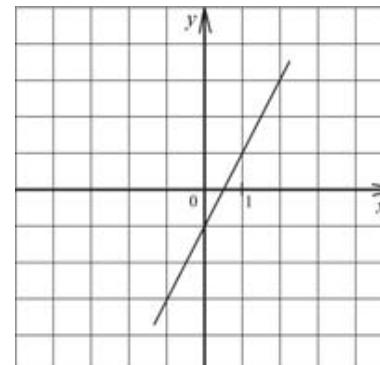
- 12** Для каждого рисунка установите соответствующую формулу

### ФОРМУЛА

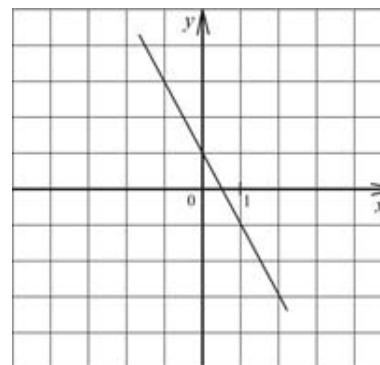
- 1)  $y = 2x - 1$
- 2)  $y = 2x + 1$
- 3)  $y = -2x - 1$
- 4)  $y = -2x + 1$

### ГРАФИК

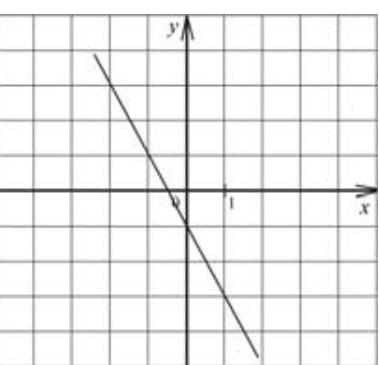
**A)**



**Б)**



**В)**



**Ответ:**  А     Б     В

- 13** От города до поселка автомобиль доехал за 3 ч. Если бы он увеличил скорость на 25 км/ч, он затратил бы на этот путь на 1 ч меньше. Скольким километрам равно расстояние от города до поселка?

Ответ:

- 14** Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия ( $t^{\circ}\text{C}$ ) в шкалу Фаренгейта ( $t^{\circ}\text{F}$ ) пользуются формулой  $F = 1,8C + 32$ , где  $C$  – градусы Цельсия,  $F$  – градусы Фаренгейта. Какая температура (в градусах) по шкале Фаренгейта соответствует  $20^{\circ}$  по шкале Цельсия?

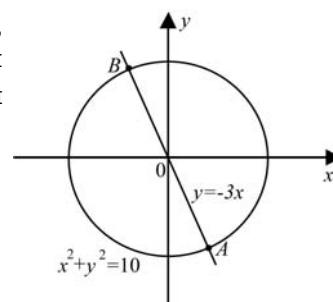
Ответ:

- 15** Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Существуют три различные точки плоскости, через которые можно провести прямую.
- 2) Если при пересечении двух прямых третьей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
- 3) Если три угла одного треугольника соответственно равны трем углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 4) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения его высот.
- 5) Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник.

Ответ:

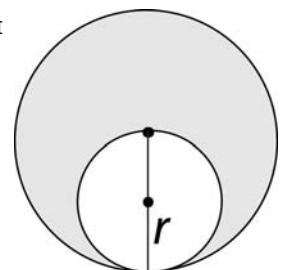
- 16** Окружность, изображённая на рисунке, задаётся уравнением  $x^2 + y^2 = 10$ , а прямая уравнением  $y = -3x$ . Вычислите координаты точки  $B$ .



Ответ:

**При выполнении заданий 17–18 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.**

- 17** Запишите формулу для вычисления площади закрашенной части.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18** Решите неравенство  $x - \frac{x}{6} < 3$

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.**

- 19** Решите уравнение  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ .

- 20** Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

- 21** Разложите на множители  $2x^2 - 5xy - 3y^2$ .

- 22** Из пяти следующих утверждений о результатах матча хоккейных команд “Транспортир” и “Линейка” четыре истинны, а одно – ложно. Определите, с каким счетом закончился матч, и укажите победителя (если матч завершился победой одной из команд). Ответ обоснуйте.

- 1) Выиграл “Транспортир”.
- 2) Всего в матче было заброшено менее 10 шайб.
- 3) Матч закончился вничью.
- 4) Всего в матче было заброшено более 8 шайб.
- 5) “Линейка” забросила более 3 шайб.

- 23** Прямая, параллельная основаниям  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает её боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD = 12$  см,  $BC = 24$  см.

**Диагностическая работа №1**  
по МАТЕМАТИКЕ

**4 октября 2011 года**

**9 класс**

**Вариант 2**

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

Математика. 9 класс. Вариант 2

2

**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 12).

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачертните обведенный номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если ответы к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в экзаменационной работе в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачертните его и запишите рядом новый.

В задании 12 требуется соотнести некоторые объекты. Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответом к заданию 15 является последовательность номеров верных утверждений, записанных без пробелов и использования других символов, например, 1234.

Ответы к заданиям 17 и 18 нужно записать на отдельном листе.

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

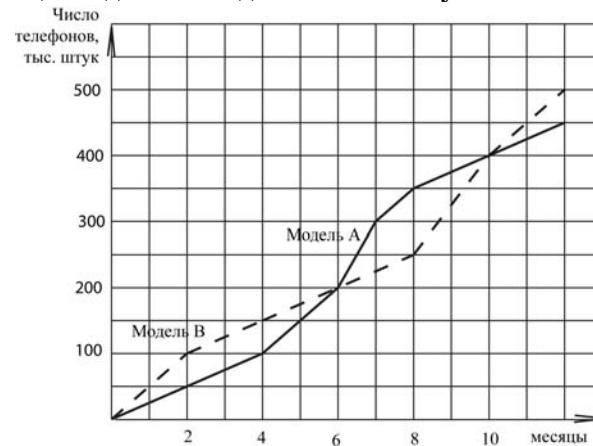
**Желаем успеха!**

**Часть 1**

**1** Найдите значение выражения  $\frac{1,3 \cdot 3 \cdot 8}{1,9}$

**Ответ:**

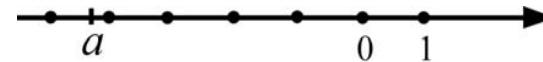
**2** Фирма «Связь» выпустила в продажу две новые модели телефонов – модель А и модель В. На графиках показано, как эти модели продавались в течение года. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала продаж – в месяцах, а по вертикальной – число телефонов, проданных за это время – в тыс. шт.). На сколько телефонов модели А было продано больше, чем телефонов модели В за первые 8 месяцев года? Ответ дайте в тыс. штук.



**3** Из объявления фирмы, проводящей обучающие семинары: «Стоимость участия в семинаре — 3000 р. с человека. Группам от организаций предоставляются скидки: от 5 до 10 человек — 5%; более 10 человек — 8%». Сколько рублей должна заплатить организация, направившая на семинар группу из 8 человек?

**Ответ:**

**4** На координатной прямой отмечено число  $a$ . Какому из отрезков принадлежит число  $a$ ?

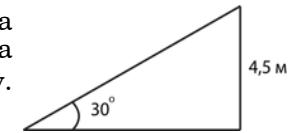


- 1)  $[-5; -4]$     2)  $[-4; -3]$     3)  $[-3; -2]$     4)  $[3; 4]$

**5** Какому из данных выражений равно произведение  $81 \cdot 3^k$ ?

- 1)  $243^k$     2)  $3^{4k}$     3)  $3^{k+4}$     4)  $81^{k+3}$

**6** При проектировании торгового центра запланирована постройка эскалатора для подъёма на высоту 4,5 м под углом  $30^\circ$  к горизонту. Найдите длину эскалатора (в метрах).

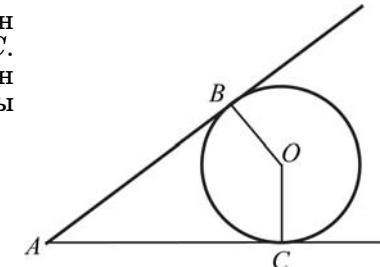


**Ответ:**

**7** Решите уравнение  $x + \frac{x}{7} = \frac{4}{7}$

**Ответ:**

**8** Окружность с центром  $O$  касается сторон угла с вершиной  $A$  в точках  $B$  и  $C$ . Найдите угол  $BAC$ , если угол  $BOC$  равен  $127^\circ$ . Ответ дайте в градусах. Единицы измерения в ответе не указывайте.



**Ответ:**

**9** Площадь любого выпуклого четырехугольника можно вычислять по формуле  $S = \frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha$ , где  $d_1, d_2$  – длины его диагоналей, а  $\alpha$  угол между ними. Вычислите  $\sin\alpha$ , если  $S = 21, d_1 = 7, d_2 = 15$ .

**Ответ:**

- 10** На диаграмме показано содержание питательных веществ в фасоли. Определите по диаграмме, содержание каких веществ превосходит 50%.

(\* – к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.)



- 1) Белки      2) Жиры      3) Углеводы      4) Прочее

- 11** В таблице представлены результаты четырёх стрелков, показанные ими на тренировке. Тренер решил послать на соревнования того стрелка, у которого относительная частота попаданий выше. Кого из стрелков выберет тренер? В ответе укажите номер спортсмена.

№	Фамилия спортсмена	Количество выстрелов	Количество попаданий
1.	Петров	20	16
2.	Круглов	24	20
3.	Федоров	30	27
4.	Васильев	50	40

Ответ: \_\_\_\_\_

- 12** Для каждой функции, заданной формулой, укажите её график.
- ФОРМУЛА**

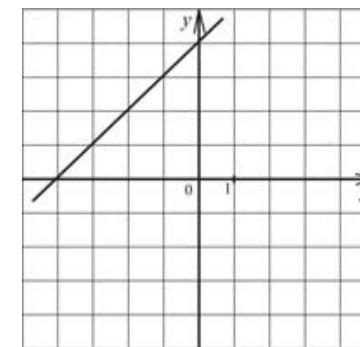
**A)**  $y = 2x^2 - 4$

**Б)**  $y = x - 4$

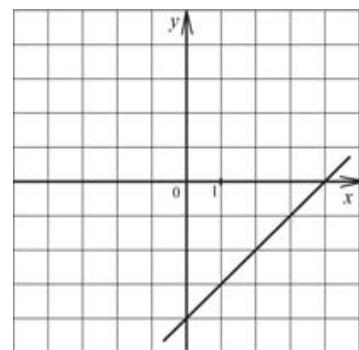
**В)**  $y = x + 4$

**ГРАФИК**

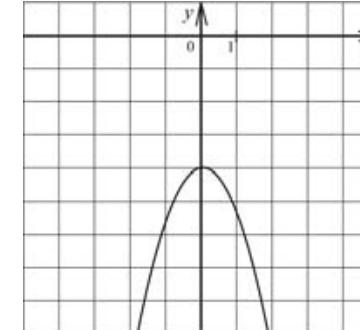
1)



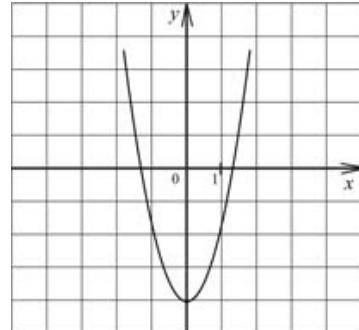
2)



3)



4)



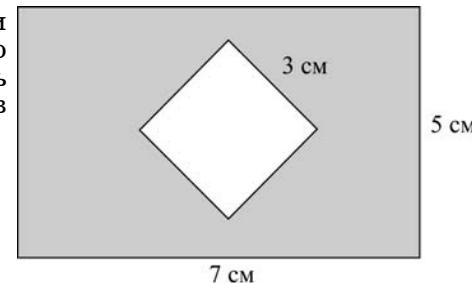
Ответ:

А	Б	В
_____	_____	_____

- 13** Путь от посёлка до железнодорожной станции пешеход прошёл за 3 ч, а велосипедист проехал за 1,2 ч. С какой скоростью (в км/ч) ехал велосипедист, если его скорость на 9 км/ч больше скорости пешехода?

Ответ:

- 14** Из прямоугольника со сторонами 5 см и 7 см вырезали квадрат со стороной 3 см. Найдите площадь оставшейся фигуры. Ответ дайте в  $\text{см}^2$ .



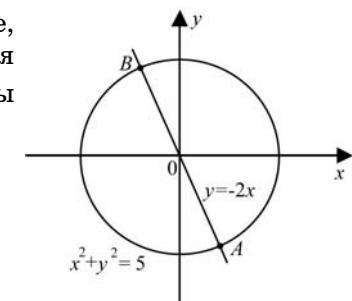
Ответ:

- 15** Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырёхугольник – ромб.
- 2) Если при пересечении двух прямых третьей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
- 3) Если гипotenуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.
- 4) Если расстояние между центрами двух окружностей меньше суммы их радиусов, то эти окружности касаются.
- 5) В любую трапецию можно вписать окружность.

Ответ:

- 16** Окружность, изображённая на рисунке, задаётся уравнением  $x^2 + y^2 = 5$ , а прямая уравнением  $y = -2x$ . Вычислите координаты точки  $A$ .



Ответ:

*При выполнении заданий 17–18 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.*

- 17** Упростите выражение  $\frac{a}{a^2 - b^2} - \frac{a}{a^2 + ab}$  и найдите его значение при  $a = \sqrt{6}$ ,  $b = \sqrt{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18** Решите неравенство  $5x - 2(4 - 2x) > 4x + 9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

- 19** Найдите значение выражения  $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^5}$  при  $x=5$ .

- 20** В параллелограмме проведены биссектрисы противоположных углов. Докажите, что отрезки биссектрис, заключенные внутри параллелограмма, равны.

- 21** Первая прямая проходит через точки  $(0;4,5)$  и  $(3;6)$ . Вторая прямая проходит через точки  $(1;2)$  и  $(-4;7)$ . Найдите координаты общей точки этих двух прямых.

- 22** Смешав 60%-ый и 30%-ый растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 20%-ый раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 60%-го раствора использовали для получения смеси?
- 23** Прямая, параллельная основаниям  $MP$  и  $NK$  трапеции  $MNKP$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает её боковые стороны  $MN$  и  $KP$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Найдите длину отрезка  $AB$ , если  $MP=40$  см,  $NK=24$  см.

**Диагностическая работа №1**  
по МАТЕМАТИКЕ

**4 октября 2011 года**

**9 класс**

**Вариант 3**

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

Математика. 9 класс. Вариант 3

2

**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 12).

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачертните обведенный номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если ответы к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в экзаменационной работе в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачертните его и запишите рядом новый.

В задании 12 требуется соотнести некоторые объекты. Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответом к заданию 15 является последовательность номеров верных утверждений, записанных без пробелов и использования других символов, например, 1234.

Ответы к заданиям 17 и 18 нужно записать на отдельном листе.

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

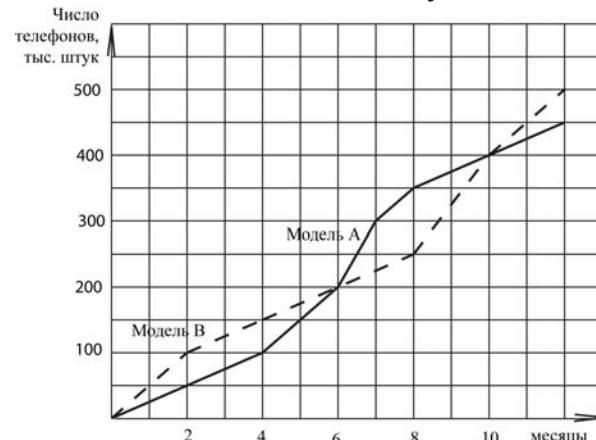
**Желаем успеха!**

**Часть 1**

**1** Найдите значение выражения  $\frac{0,3}{1 - \frac{3}{4}}$ .

**Ответ:**

**2** Фирма «Связь» выпустила в продажу две новые модели телефонов – модель А и модель В. На графиках показано, как эти модели продавались в течение года. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала продаж – в месяцах, а по вертикальной – число телефонов, проданных за это время – в тыс. шт.). На сколько телефонов модели В было продано больше, чем телефонов модели А за первые 4 месяца года? Ответ дайте в тыс. штук.



**Ответ:**

**3** Тест по математике содержит 17 заданий, из которых 11 заданий по алгебре, остальные — по геометрии. В каком отношении содержатся в тесте алгебраические и геометрические задания?

**Ответ:**

**4** В таблице приведены нормативы по бегу на 30 м для учащихся 9 класса.

	Мальчики			Девочки		
	"5"	"4"	"3"	"5"	"4"	"3"
Отметка	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9
Время, ч						

Оцените результат девочки, пробежавшей эту дистанцию за 5,36 с.

- 1) Отметка «5»
- 2) Отметка «4»
- 3) Отметка «3»
- 4) Норматив не выполнен

**5** Какое из данных выражений не равно  $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{7}}$ ?

- 1)  $\frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{7}}$
- 2)  $\frac{15}{\sqrt{35}}$
- 3)  $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$
- 4)  $\frac{45}{5\sqrt{7}}$

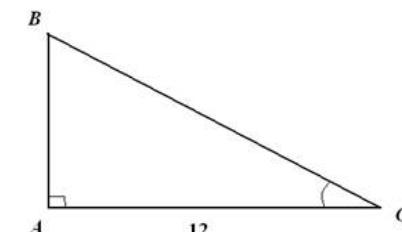
**6** Человек, стоя на краю ручья, видит в трех метрах перед собой отражение вершины столба, высотой 9 м, который стоит на другом берегу ручья. Расстояние от земли до уровня глаз человека равно 1 м 50 см. Найдите расстояние от человека до столба. Ответ дайте в метрах.

**Ответ:**

**7** Решите уравнение  $2x^2 + x - 3 = 0$

**Ответ:**

**8** В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  прямой,  $AC = 12$ ,  $\cos \angle ACB = 0,6$ . Найдите  $BC$ .



**Ответ:**

- 9** Упростите выражение  $(b - 2)^2 - 4b(2b - 1)$  и найдите его значение при  $b = \sqrt{0,3}$

**Ответ:**

- 10** Для работы в модельном агентстве отбирают кандидаток с ростом не менее 170 см. Есть 4 группы кандидаток. В какой из групп заведомо половина кандидаток подходит по росту. Про группы известно следующее:

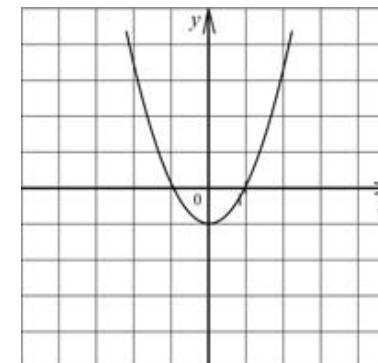
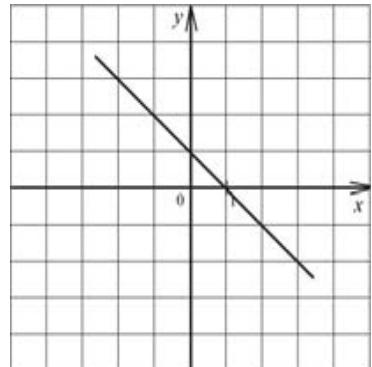
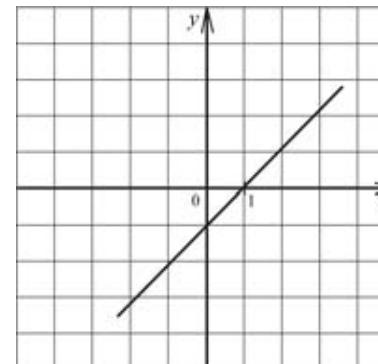
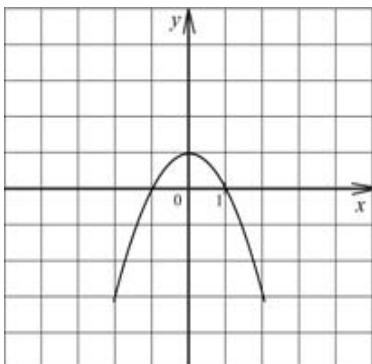
- 1) в первой группе средний рост равен 173 см;
- 2) во второй группе максимальный рост равен 182 см;
- 3) в третьей группе минимальный рост равен 161 см;
- 4) в четвертой группе медиана ряда роста равна 172 см.

- 11** Одновременно бросают 3 монеты. Какова вероятность того, что выпадут три решки?

**Ответ:**

- 12** Для каждой функции, заданной формулой, укажите её график.
- ФУНКЦИЯ**

- A)**  $y = x - 1$
- Б)**  $y = x^2 - 1$
- В)**  $y = -x + 1$
- Г)**  $y = -x^2 + 1$

**1)****2)****3)****4)**

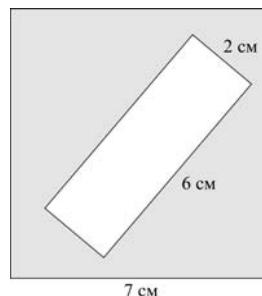
**Ответ:**

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- 13** Катер проплывает расстояние между двумя поселками, стоящими на берегу реки, за 4 часа против течения и за 3 часа по течению реки. Скорость течения реки 3 км/ч. Какова собственная скорость катера?

Ответ:

- 14** Из квадрата со стороной 7 см вырезали прямоугольник со сторонами 2 см и 6 см. Найдите площадь получившейся фигуры.



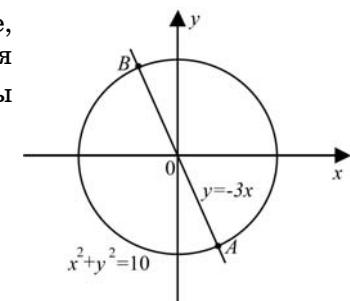
Ответ:

- 15** Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Существуют две различные прямые, не проходящие через одну общую точку.
- 2) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения его медиан.
- 3) Если три угла одного треугольника соответственно равны трем углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
- 4) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.
- 5) Диagonали прямоугольника перпендикулярны.

Ответ:

- 16** Окружность, изображённая на рисунке, задаётся уравнением  $x^2 + y^2 = 10$ , а прямая уравнением  $y = -3x$ . Вычислите координаты точки  $A$ .



Ответ:

*При выполнении заданий 17–18 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.*

- 17** Из уравнения Менделеева-Клапейрона  $p \cdot V = v \cdot R \cdot T$  выразите температуру  $T$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18** Решите неравенство  $4(3 - x) - 3x \leq -9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

- 19** Решите уравнение  $x^3 = x^2 - 7x + 7$ .

- 20** Докажите, что медианы, проведенные к боковым сторонам равнобедренного треугольника равны.

- 21** Брюки дороже рубашки на 20%, а пиджак дороже рубашки на 44%. На сколько процентов пиджак дороже брюк?

- 22** Сократите дробь  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)$ .

- 23** Прямая, параллельная основаниям  $AD$  и  $BC$  трапеции  $ABCD$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает ее боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD = 10$  см,  $BC = 15$  см.

**Диагностическая работа №1**  
по МАТЕМАТИКЕ

**4 октября 2011 года**

**9 класс**

**Вариант 4**

Район \_\_\_\_\_

Город (населенный пункт) \_\_\_\_\_

Школа \_\_\_\_\_

Класс \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

Математика. 9 класс. Вариант 4

2

**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 12).

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачертните обведенный номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если ответы к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в экзаменационной работе в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачертните его и запишите рядом новый.

В задании 12 требуется соотнести некоторые объекты. Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответом к заданию 15 является последовательность номеров верных утверждений, записанных без пробелов и использования других символов, например, 1234.

Ответы к заданиям 17 и 18 нужно записать на отдельном листе.

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

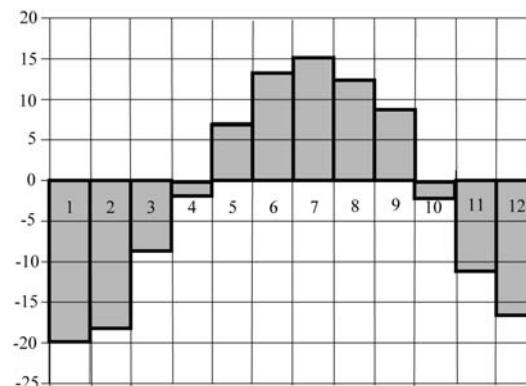
**Желаем успеха!**

**Часть 1****1**

Найдите значение выражения  $\frac{21}{8} \cdot \left(\frac{6}{7} - \frac{2}{3}\right)$ .

**Ответ:** **2**

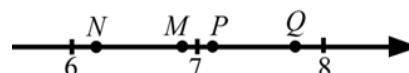
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Ханты-Мансийске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.

**Ответ:** **3**

Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 8 литров маринада?

**Ответ:** **4**

Одна из точек, отмеченных на координатной прямой соответствует числу  $\sqrt{51}$ . Какая это точка?

**1) M****2) N****3) P****4) Q****5**

Укажите выражение, тождественно равное дроби  $\frac{x^{-8} \cdot x^5}{x^4}$ .

**1)  $x^3$** **2)  $x$** **3)  $x^{-7}$** **4)  $x^9$** **6**

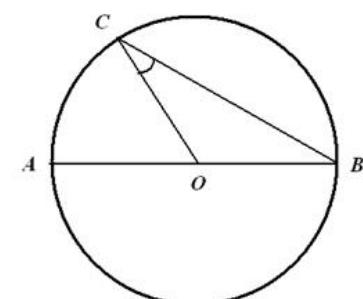
Человек, рост которого равен 1 м 70 см, стоит рядом с деревом. Найдите высоту дерева (в метрах), если длина тени человека равна 1 м 50 см, а длина тени дерева равна 4 м 50 см.

**Ответ:** **7**

Решите уравнение  $(2x + 7)(x - 1) = 0$

**Ответ:** **8**

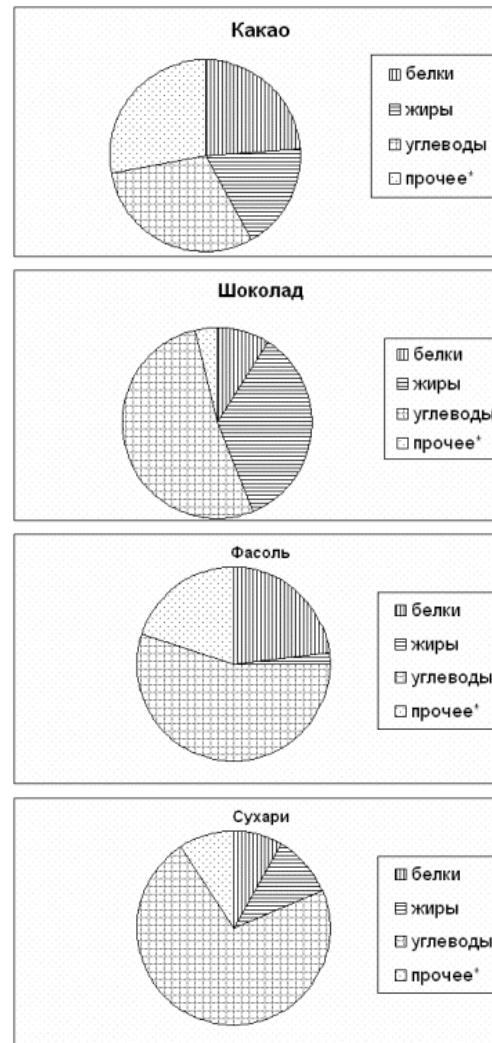
Отрезки  $AB$  и  $BC$  являются соответственно диаметром и хордой окружности с центром  $O$ . Найдите величину угла  $AOC$ , если угол  $OCB$  равен  $29^\circ$ . Ответ дайте в градусах. Единицы измерения не указывайте.

**Ответ:** **9**

Упростите выражение  $\frac{b}{a^2 + ab} : \frac{b^2}{a^2 - b^2}$  и найдите его значение при  $a = \sqrt{5} - 1$ ,  $b = \sqrt{5} + 1$ .

**Ответ:**

- 10** На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сливочных сухарях. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание жиров наибольшее.  
(\* – к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.)



- 1) Какао      2) Шоколад      3) Фасоль      4) Сухари

- 11** Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало больше трёх очков.

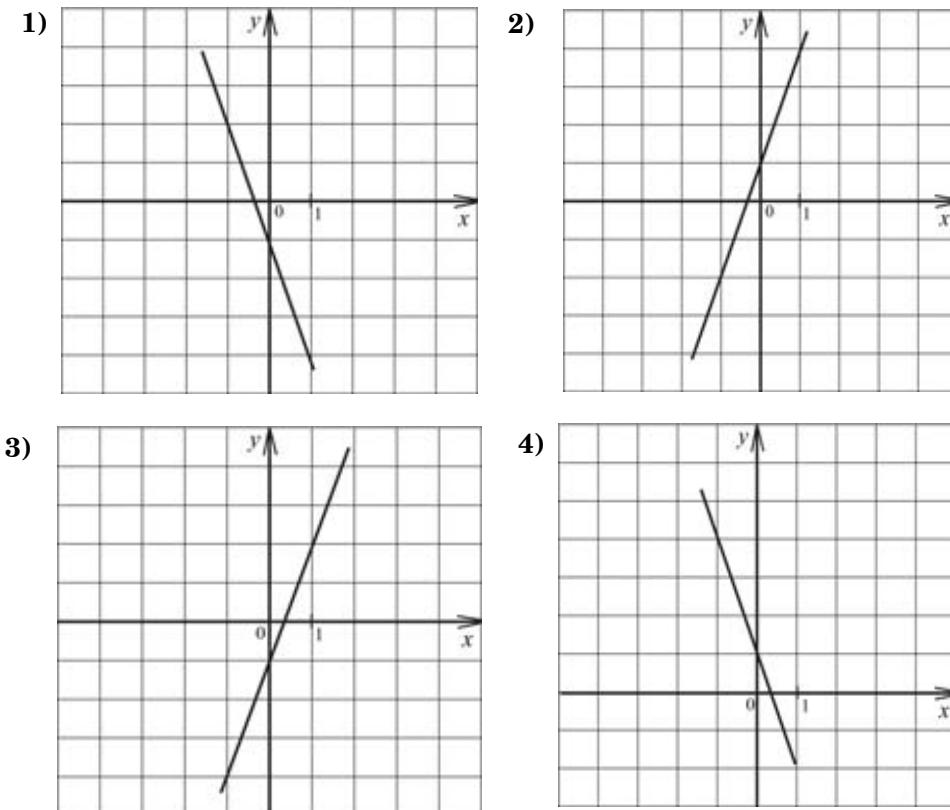
**Ответ:**

- 12** Для каждой функции, заданной формулой, укажите её график.

**ФОРМУЛА**

- A)  $y = 3x - 1$   
 Б)  $y = -3x - 1$   
 В)  $y = -3x + 1$

**ГРАФИКИ**



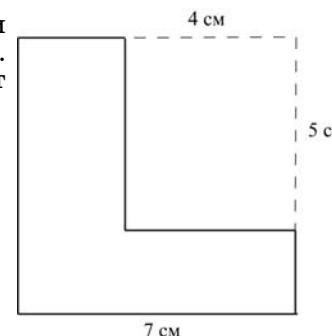
**Ответ:**

A	B	C
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 13** Велосипедист от деревни до озера ехал со скоростью 15 км/ч, а обратно – со скоростью 10 км/ч. Сколько часов ушло на дорогу от деревни до озера, если на весь путь туда и обратно велосипедист затратил 5 ч?

Ответ: \_\_\_\_\_

- 14** Из квадрата со стороной 7 см вырезали прямоугольник со сторонами 4 см и 5 см. Найдите площадь полученной фигуры. Ответ дайте в см<sup>2</sup>.



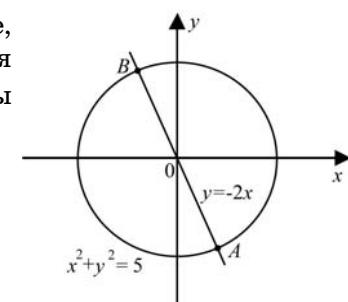
Ответ: \_\_\_\_\_

- 15** Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Если две перпендикулярные прямые пересечены третьей прямой, то накрест лежащие углы равны.
- 2) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм – квадрат.
- 3) Треугольник со сторонами 1, 2, 3 существует.
- 4) Если радиусы двух окружностей равны 3 и 5, а расстояние между их центрами равно 1, то эти окружности пересекаются.
- 5) В любой ромб можно вписать окружность.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 16** Окружность, изображённая на рисунке, задаётся уравнением  $x^2 + y^2 = 5$ , а прямая задаётся уравнением  $y = -2x$ . Вычислите координаты точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

*При выполнении заданий 17–18 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.*

- 17** Из формулы  $E = mgh + \frac{mv^2}{2}$  выразите скорость  $v$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18** Решите неравенство  $3x - 4(2 - x) \leq 12x + 3$

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

- 19** Решите уравнение  $(2x - 3)^2 = (1 - 2x)^2$ .

- 20** Из противоположных углов параллелограмма проведены отрезки к серединам противолежащих сторон. Докажите, что эти отрезки равны.

- 21** Железнодорожный состав длиной в 1 км прошёл бы мимо столба за 1 мин., а через туннель (от входа локомотива до выхода последнего вагона) при той же скорости — за 3 мин. Какова длина туннеля (в км)?

**22**

Постройте график функции  $y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2 - 6x - 27}$  и определите, при каких значениях  $k$  построенный график не будет иметь общих точек с прямой  $y=kx$ .

**23**

Прямая, параллельная основаниям  $MP$  и  $NK$  трапеции  $MNKP$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает её боковые стороны  $MN$  и  $KP$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Найдите длину отрезка  $AB$ , если  $MP = 24$  см,  $NK=16$  см.

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**19** Решите уравнение  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ .

**Решение.**

Сделаем замену  $y = x^2$ . Получаем уравнение  $y^2 - 5y + 4 = 0$ .

Корни:  $y = 1, y = 4$ .

Если  $y = 1$ , то  $x = -1$  или  $x = 1$ .

Если  $y = 4$ , то  $x = -2$  или  $x = 2$ .

**Ответ:**  $-2, -1, 1, 2$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Уравнение решено верно, получен верный ответ	2
Решение уравнения доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**20** Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны.

**Доказательство:**

$$\triangle ABC; AB = CB \quad \angle ACK = \angle KCB = \angle MAC = \angle BAM$$

Докажем, что  $AM = CK$ .

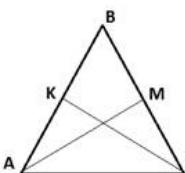
1)  $\triangle ACK \cong \triangle CAM$  по стороне и двум прилежащим к ней углам:

a)  $AC$  – общая;

b)  $\angle KAC = \angle MCA$  по свойству углов равнобедренного треугольника;

v)  $\angle ACK = \angle MAC$  по определению биссектрисы и равенству углов при основании равнобедренного треугольника.

2)  $CK = MA$  как соответствующие элементы равных треугольников.

**Критерии оценивания выполнения задания**

Баллы	
3	
2	
0	
<i>Максимальный балл</i>	3

**21** Разложите на множители  $2x^2 - 5xy - 3y^2$ .

**Решение.**

$$\begin{aligned} 2x^2 - 5xy - 3y^2 &= 2x^2 - 6xy + xy - 3y^2 = \\ &= 2x(x - 3y) + y(x - 3y) = (x - 3y)(2x + y). \end{aligned}$$

**Ответ:**  $(x - 3y)(2x + y)$ .

**Критерии оценивания выполнения задания**

Баллы	
3	
2	
0	
<i>Максимальный балл</i>	3

**22** Из пяти следующих утверждений о результатах матча хоккейных команд “Транспортир” и “Линейка” четыре истинны, а одно – ложно. Определите, с каким счетом закончился матч, и укажите победителя (если матч завершился победой одной из команд). Ответ обоснуйте.

1) Выиграл “Транспортир”.

2) Всего в матче было заброшено менее 10 шайб.

3) Матч закончился вничью.

4) Всего в матче было заброшено более 8 шайб.

5) “Линейка” забросила более 3 шайб.

**Решение.**

Предположим, что утверждение (3) истинно. Тогда утверждение (1) ложно. В этом случае утверждения (2) и (4) истинны. Из них следует, что было заброшено 9 шайб. Число 9 нечетно, поэтому матч не мог завершиться вничью. Следовательно, утверждение (3) ложно. Противоречие.

Значит, утверждение (3) ложно. Остальные утверждения истинны, значит было заброшено 9 шайб, причем выиграл «Транспортир».

Из утверждения (5) следует, что наименьшее число шайб, заброшенных командой «Линейка» равно 4. Больше 4 шайб «Линейка» забросить не могла, потому что тогда бы она выиграла. Следовательно, «Линейка» забросила ровно 4 шайбы, а «Транспортир» – 5 шайб.

**Ответ:** 5:4 в пользу « Транспортира».

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Преобразования выполнены верно, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	<b>4</b>

- 23** Прямая, параллельная основаниям  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает её боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD = 12$  см,  $BC = 24$  см.

**Решение:**

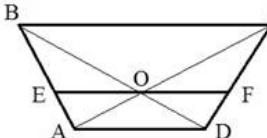
1)  $\triangle BOC \sim \triangle AOD$  по двум углам:

a)  $\angle BOC = \angle DOA$  как вертикальные;

б)  $\angle CBO = \angle DAO$  как внутренние накрест лежащие углы при  $BC \parallel AD$  и секущей  $BD$ .

$$\frac{BO}{DO} = \frac{CO}{AO} = \frac{BC}{AD} = \frac{24}{12} = 2$$

$$BO = 2DO; CO = 2AO;$$



2)  $\triangle EBO \sim \triangle ABD$  по двум углам:

a)  $\angle B$  – общий;

б)  $\angle BEO = \angle BAD$  как соответственные при  $EO \parallel AD$  и секущей  $AB$ .

$$\frac{EO}{AD} = \frac{BO}{BD} = \frac{BO}{BO+DO} = \frac{2DO}{2DO+DO} = \frac{2DO}{3DO} = \frac{2}{3};$$

$$EO = \frac{2}{3}AD = 8 \text{ см};$$

3)  $EO = FO$ ;

4)  $EF = 16$  см.

**Ответ:** 16 см.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги выполнены обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	<b>4</b>

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом****19**

Найдите значение выражения  $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^5}$  при  $x=5$ .

**Решение.**

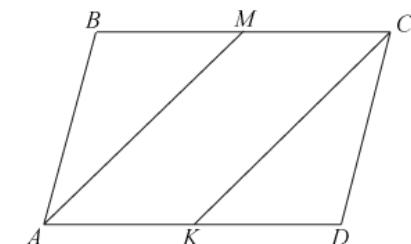
$$\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^5} = \frac{27}{2} x^{3-9+10-5} = \frac{27}{2} x^{-1} = \frac{27}{2x}.$$

При  $x = 5$  получаем:  $\frac{27}{2x} = \frac{27}{10} = 2,7$ .

**Ответ:** 2,7.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Уравнение решено верно, получен верный ответ	2
Решение уравнения доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**20** В параллелограмме проведены биссектрисы противоположных углов. Докажите, что отрезки биссектрис, заключенные внутри параллелограмма, равны.

**Доказательство:***ABCD* – параллелограмм*AM* – биссектриса  $\angle A$ , *CK* – биссектриса  $\angle C$ .Докажем, что  $AM=CK$ .

- 1)  $\Delta AMB = \Delta CKD$  по стороне и двум прилежащим к ней углам:  
 а)  $AB=CD$  – по свойству противоположных сторон параллелограмма;  
 б)  $\angle ABM = \angle KDC$  по свойству противоположных углов параллелограмма;  
 в)  $\angle BAM = \angle KCD$  по определению биссектрисы и равенству противоположных углов параллелограмма.  
 2)  $KC=MA$  как соответствующие элементы равных треугольников.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**21** Первая прямая проходит через точки (0;4,5) и (3;6). Вторая прямая проходит через точки (1;2) и (-4;7). Найдите координаты общей точки этих двух прямых.

**Решение.**

Уравнение прямой  $y = kx + b$ . Подставляя координаты первой пары точек, получаем систему:

$$\begin{cases} 4,5 = k \cdot 0 + b, \\ 6 = k \cdot 3 + b; \end{cases} \quad \begin{cases} b = 4,5, \\ 3k = 1,5; \end{cases} \quad \begin{cases} b = 4,5, \\ k = 0,5. \end{cases}$$

Значит, уравнение первой прямой  $y = 0,5x + 4,5$ .

Аналогично найдем уравнение второй прямой:

$$\begin{cases} 2 = k \cdot 1 + b, \\ 7 = k \cdot (-4) + b; \end{cases} \quad \begin{cases} k + b = 2, \\ -4k + b = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} 5k = -5, \\ k + b = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} k = -1, \\ b = 3. \end{cases}$$

Уравнение второй прямой  $y = 3 - x$ .

Чтобы найти координаты общей точки, решим систему:

$$\begin{cases} y = 0,5x + 4,5, \\ y = 3 - x; \end{cases} \quad \begin{cases} 3 - x = 0,5x + 4,5, \\ y = 3 - x; \end{cases} \quad \begin{cases} -1,5x = 1,5, \\ y = 3 - x; \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1, \\ y = 4. \end{cases}$$

**Замечание.** Уравнения прямых можно найти разными способами. Кроме того, задачу можно решать графически, построив нужные прямые и указав координаты их общей точки.

**Ответ:**  $(-1; 4)$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы получен верный ответ	3
Решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 22** Смешав 60%-ый и 30%-ый растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 20%-ый раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 60%-го раствора использовали для получения смеси?

**Решение.**

Пусть  $x$  кг и  $y$  кг – массы первого и второго растворов, взятые при смещивании. Тогда  $x+y+5$  кг – масса полученного раствора, содержащего  $0,6x+0,3y$  кг кислоты. Концентрация кислоты в полученном растворе 20 %, откуда

$$0,6x+0,3y+0,2(x+y+5).$$

Составим аналогичное уравнение, приняв условие, что вместо воды использовался третий раствор:

$$0,6x+0,3y+0,9\cdot 5=0,7(x+y+5).$$

Решим систему двух полученных уравнений:

$$\begin{cases} 0,6x+0,3y=0,2(x+y+5), \\ 0,6x+0,3y+0,9\cdot 5=0,7(x+y+5); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,4x+0,1y=1, \\ 0,1x+0,4y=1; \end{cases} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=2. \end{cases}$$

**Замечание.** Решение можно сделать несколько проще, если заметить, что из полученных уравнений следует:  $4,5 = 0,5(x+y+5)$ , откуда  $x+y=4$ .

Первое уравнение принимает вид  $0,3x+1,2=1,8$ , откуда  $x=2$ .

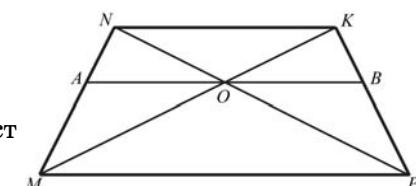
**Ответ:** 2 кг.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** Прямая, параллельная основаниям  $MP$  и  $NK$  трапеции  $MNKP$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает её боковые стороны  $MN$  и  $KP$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Найдите длину отрезка  $AB$ , если  $MP=40$  см,  $NK=24$  см.

**Решение:**

- 1)  $\Delta MOP \sim \Delta KON$  по двум углам:  
 а)  $\angle NOK = \angle MOP$  как вертикальные;  
 б)  $\angle PMO = \angle NKO$  как внутренние накрест лежащие углы при  $NK \parallel MP$  и секущей  $MK$ .



$$\frac{NO}{PO} = \frac{KO}{MO} = \frac{NK}{MP} = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$$

$$KO = \frac{3}{5} MO; \quad NO = \frac{3}{5} PO$$

2)  $\Delta AMO \sim \Delta NMK$  по двум углам:

а)  $\angle M$  - общий;

б)  $\angle MAO = \angle MNK$  как соответственные при  $AO \parallel NK$  и секущей  $MN$ .

$$\frac{AO}{NK} = \frac{MO}{MK} = \frac{MO}{MO + KO} = \frac{MO}{MO + \frac{3}{5}MO} = \frac{5MO}{8MO} = \frac{5}{8}.$$

$$AO = \frac{5}{8}NK = 15 \text{ см.}$$

3) Аналогично  $BO = \frac{3}{5}NK = 15 \text{ см.}$

4)  $AB = 30 \text{ см.}$

**Ответ:** 30 см.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги выполнены обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**19** Решите уравнение  $x^3 = x^2 - 7x + 7$ .

**Решение.**

Перенесем все члены в левую часть и разложим ее на множители:

$$x^3 - x^2 + 7x - 7 = 0; \quad x^2(x-1) + 7(x-1) = 0; \quad (x-1)(x^2+7) = 0.$$

$x^2 + 7 > 0$  при всех значениях  $x$ , поэтому  $x-1=0$ . Значит,  $x=1$ .

**Ответ:** 1.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Уравнение решено верно, получен верный ответ	2
Решение уравнения доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**20** Докажите, что медианы, проведенные к боковым сторонам равнобедренного треугольника равны.

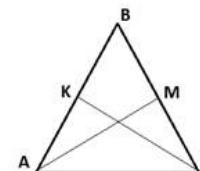
**Доказательство:**

Пусть в треугольнике  $ABC$   $AB=CB$ ,  $K$  и  $M$  середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно.

Докажем, что  $AM = CK$ .

1)  $\triangle ACK \cong \triangle CAM$  по 2 сторонам и углу между ними:

a)  $AC$  – общая сторона,



b)  $\angle KAC = \angle MCA$  по свойству равнобедренного треугольника,

в)  $AK = CM$ , поскольку  $K$  и  $M$  середины равных сторон.

2)  $AM = CK$  как соответственные стороны равных треугольников.

**Содержание критерия**

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**21** Брюки дороже рубашки на 20%, а пиджак дороже рубашки на 44%. На сколько процентов пиджак дороже брюк?

**Решение.**

Если цена рубашки равна  $a$ , то брюки стоят  $1,2a$ , а пиджак стоит  $1,44a$ . Следовательно, пиджак дороже брюк в  $\frac{1,44}{1,2} = 1,2$  раза. Поэтому пиджак стоит на 20 % дороже брюк.

**Ответ:** 20.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	3
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**22** Сократите дробь  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)$ .

**Решение.**

$$\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)} = \frac{\left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)}{\left(\frac{1}{b} + 3b\right)\left(\frac{3}{b} + b\right)} = 1.$$

**Ответ:** 1.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, но допущена одна ошибка при подстановке, с её учётом все дальнейшие шаги выполнены верно	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**23** Прямая, параллельная основаниям  $AD$  и  $BC$  трапеции  $ABCD$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает ее боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD = 10$  см,  $BC = 15$  см.

**Решение:**

1)  $\triangle BOA \sim \triangle DOA$  по двум углам:

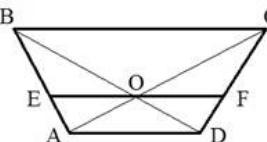
a)  $\angle BOA = \angle DOA$  как вертикальные;

б)  $\angle CBO = \angle ADO$  как внутренние накрест лежащие углы при  $BC \parallel AD$  и секущей  $BD$ .

$$\frac{BO}{DO} = \frac{CO}{AO} = \frac{BC}{AD} = \frac{15}{10} = 1,5$$

$$BO = 1,5DO; CO = 1,5AO;$$

2)  $\triangle EBO \sim \triangle ABD$  по двум углам:



а)  $\angle B$  – общий;

б)  $\angle BEO = \angle BAD$  как соответственные углы при  $EO \parallel AD$  и секущей  $AB$ .

$$\frac{EO}{AD} = \frac{BO}{BD} = \frac{BO}{BO+DO} = \frac{1,5DO}{1,5DO+DO} = \frac{1,5DO}{2,5DO} = \frac{3}{5};$$

$$EO = \frac{3}{5}AD = 6 \text{ см};$$

3)  $EO = FO$ ;

4)  $EF = 12$  см.

**Ответ:** 12 см.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**19** Решите уравнение  $(2x - 3)^2 = (1 - 2x)^2$ .

**Решение.**

Перенесем все члены влево и применим формулу разности квадратов:

$$(2x - 3)^2 - (1 - 2x)^2 = 0; \quad -2(4x - 4) = 0; \quad x = 1.$$

**Другой способ.** Раскроем скобки, пользуясь формулой квадрата разности:

$$4x^2 - 12x + 9 = 1 - 4x + 4x^2; \quad 8x = 8; \quad x = 1.$$

**Ответ:** 1.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Уравнение решено верно, получен верный ответ	2
Решение уравнения доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

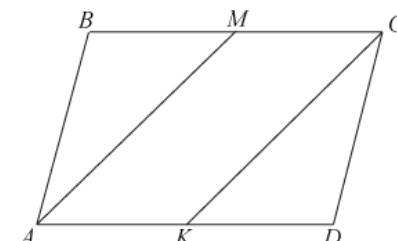
**20** Из противоположных углов параллелограмма проведены отрезки к серединам противолежащих сторон. Докажите, что эти отрезки равны.

**Доказательство.**

$ABCD$  – параллелограмм,

$M$  – середина  $BC$ ,  $K$  – середина  $AD$ .

Докажем, что  $AM = CK$ .



1)  $\Delta ABM \cong \Delta CKD$  по двум сторонам и углу между ними:

- a)  $AB = CD$  – по свойству противоположных сторон параллелограмма;
- б)  $BM = KD$  по свойству противоположных сторон параллелограмма и определению середины отрезка;
- в)  $\angle ABM = \angle CKD$  по свойству противоположных углов параллелограмма;

2)  $KC = MA$  как соответствующие стороны равных треугольников.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**21** Железнодорожный состав длиной в 1 км прошёл бы мимо столба за 1 мин., а через туннель (от входа локомотива до выхода последнего вагона) при той же скорости — за 3 мин. Какова длина туннеля (в км)?

**Решение.**

Поезд проходит через туннель за 3 минуты, при этом за одну минуту поезд проходит мимо выхода из туннеля, следовательно, от входа локомотива в туннель до выхода проходит 2 минуты. Мимо столба поезд длиной 1 км проходит за 1 минуту, поэтому его скорость равна 1 км/мин. Значит, за 2 минуты поезд пройдет 2 км, поэтому длина туннеля равна 2 км.

**Ответ:** 2.

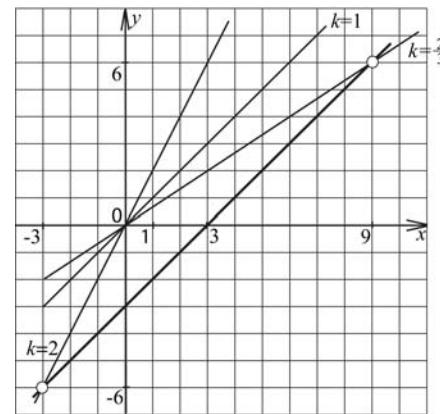
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	3
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**22** Постройте график функции  $y = \frac{(x-9)(x^2-9)}{x^2-6x-27}$  и определите, при каких значениях  $k$  построенный график не будет иметь общих точек с прямой  $y = kx$ .

**Решение.**

Преобразуем функцию:  $y = \frac{(x-9)(x-3)(x+3)}{(x-9)(x+3)} = x - 3$  при  $x \neq -3$  и  $x \neq 9$ .

График – прямая  $y = x - 3$  без двух точек  $(-3; -6)$  и  $(9; 6)$ . Прямая  $y = kx$  не будет иметь с построенной прямой общих точек, если она будет ей параллельна, т.е. при  $k=1$ , и если она будет проходить через выколотые точки. Через первую из этих точек прямая  $y = kx$  проходит, если  $k=2$ , а через вторую – если  $k=\frac{2}{3}$ .



**Ответ:**  $\frac{2}{3}; 1; 2$ .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, но потеряна одна из точек	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** Прямая, параллельная основаниям  $MP$  и  $NK$  трапеции  $MNKP$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает её боковые стороны  $MN$  и  $KP$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Найдите длину отрезка  $AB$ , если  $MP = 24$  см,  $NK = 16$  см.

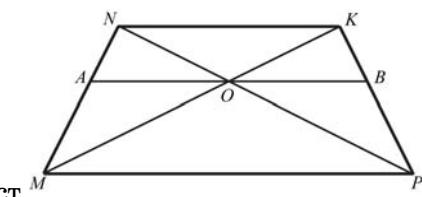
**Решение:**

$AB \parallel MP$ ,  $MP = 24$  см,  $NK = 24$  см,  $AB = ?$

1)  $\Delta MOP \sim \Delta NOK$  по двум углам:

а)  $\angle NOK = \angle MOP$  как вертикальные;

б)  $\angle POM = \angle NKO$  как внутренние накрест лежащие углы при  $NK \parallel MP$  и секущей  $BD$ .



$$\frac{NO}{PO} = \frac{KO}{MO} = \frac{NK}{MP} = \frac{16}{24}$$

$$KO = \frac{2}{3}MO; NO = \frac{2}{3}PO$$

2)  $\Delta AMO \sim \Delta NMK$  по двум углам:

а)  $\angle M$  – общий;

б)  $\angle MAO = \angle MNK$  как соответственные при  $AO \parallel NK$  и секущей  $MN$ .

$$\frac{AO}{NK} = \frac{MO}{MK} = \frac{MO}{MO + KO} = \frac{MO}{MO + \frac{2}{3}MO} = \frac{3MO}{5MO} = \frac{3}{5}.$$

$$AO = \frac{3}{5}NK = 9,6 \text{ см.}$$

$$3) \text{ аналогично } BO = \frac{3}{5}NK = 9,6;$$

$$4) AB = 19,2 \text{ см.}$$

Ответ: 19,2 см.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги выполнены обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно или решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

