

Тренировочная работа №

по МАТЕМАТИКЕ

17 апреля 2012 года

9 класс

Вариант 1

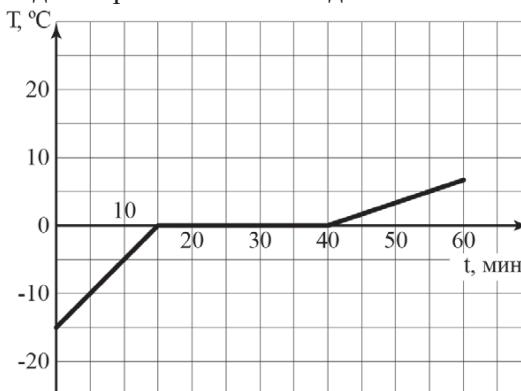
Часть 1

- 1** Установите соответствие между выражением и значением выражения.
- | <u>ВЫРАЖЕНИЯ</u> | <u>ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ</u> |
|----------------------------------|---------------------------|
| А) $18 \cdot \frac{5}{12}$ | 1) 6 |
| Б) $\frac{2}{3} : \frac{1}{9}$ | 2) 7,5 |
| В) $1\frac{2}{3} + \frac{1}{12}$ | 3) 1,3 |
| | 4) 1,75 |

Ответ:

А	Б	В

- 2** Кусок льда нагрели, расплавили и полученную воду нагрели. На рисунке изображён график изменения температуры льда и воды. Сколько минут вода нагревалась от 0 °C до 5 °C?



Ответ:

--

- 3** Площадь заповедника была увеличена с 250 км^2 до 350 км^2 . На сколько процентов увеличилась площадь заповедника?

Ответ:

--

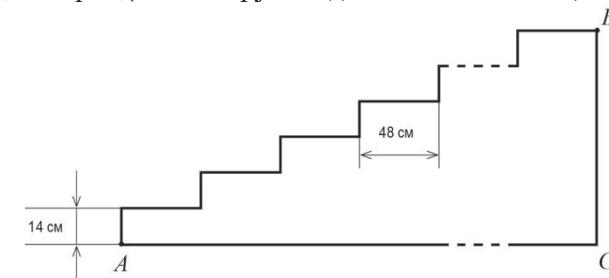
- 4** Укажите выражение, равное 3^{2k-1} .

- 1) $3^{2k} - 3$ 2) $(3^{2k})^{-1}$ 3) $\frac{9^k}{3}$ 4) $\frac{3^{2k}}{3^{-1}}$

- 5** Какому из данных выражений тождественно равно выражение $(a-1)^2 - (a+1)(a-2)$?

- 1) $-3a - 1$ 2) $3 - a$ 3) $3a + 1$ 4) $a + 1$

- 6** Лестница соединяет точки *A* и *B*, расстояние между которыми равно 25 м. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Найдите высоту *BC* (в метрах), на которую поднимается лестница.



Ответ:

--

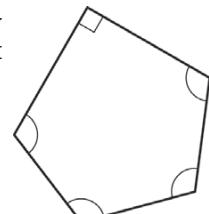
- 7** О числах *a* и *b* известно, что $-1 < a < 0$, $3 < b < 4$. Какие из следующих неравенств **неверны**? Запишите их номера.

- 1) $0 < -a < 1$ 2) $a + b < 0$ 3) $\frac{1}{b} > 1$

Ответ:

--

- 8** В пятиугольнике один угол прямой. Найдите величину остальных его углов, если известно, что все они равны между собой.



Ответ:

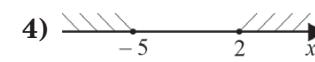
--

9 Решите уравнение $x^2 - 10 = -3x$.

Ответ:

10 На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств

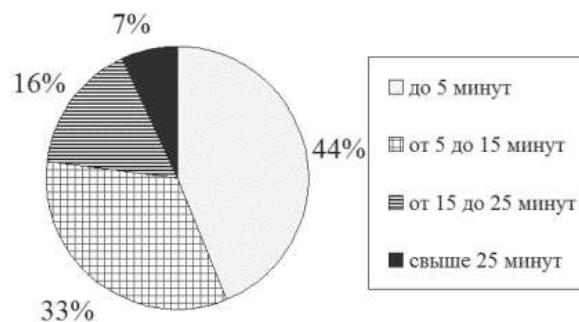
$$\begin{cases} 2x + 4 \geq 0, \\ 15 - 3x \leq 0 ? \end{cases}$$



11 В коробке 14 пакетиков с чёрным чаем и 6 пакетиков с зелёным чаем. Павел наугад вынимает один пакетик. Какова вероятность того, что это пакетик с зелёным чаем?

Ответ:

12 На круговой диаграмме показано, как распределяется (в процентах) длительность телефонных разговоров сотовых абонентов компании «Мобил». Какой процент составляют разговоры, длительность которых не превышает 15 минут?

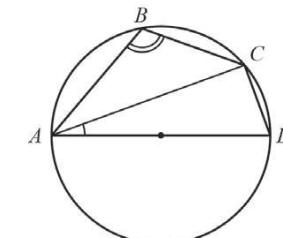


Ответ:

13 В арифметической прогрессии (a_n) известны два первых члена: $a_1 = -18$, $a_2 = -25$. Какое число стоит в этой прогрессии на 51-м месте?

Ответ:

14 В окружность с диаметром AD вписан четырехугольник $ABCD$. Найдите величину угла ABC , если $\angle CAD = 20^\circ$.



Ответ:

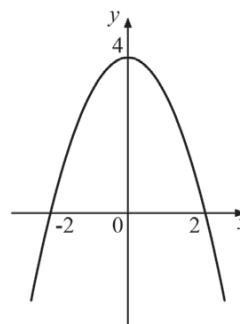
15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Средняя линия треугольника разбивает его на два треугольника.
- 2) Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник.
- 3) Гипотенуза прямоугольного треугольника больше любого его катета.
- 4) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

Ответ:

- 16** На рисунке изображён график функции $y = -x^2 + 4$. Какие из данных прямых не имеют с графиком этой функции ни одной общей точки? Укажите их номера.

- 1) $y = x$
- 2) $y = x + 5$
- 3) $y = 4$
- 4) $x = -3$
- 5) $y = 10$



- 21** Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.
- 22** Постройте график функции $y = x^2 - |5x + 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.
- 23** На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Ответ:

Ответы к заданиям 17 и 18 запишите в бланк № 2.

- 17** Из формулы $l = l_0 + atl_0$ выразите t .

- 18** Решите систему неравенств $\begin{cases} 5 + 2x > 0, \\ 1 - x > 2. \end{cases}$

Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Сократите дробь: $\frac{a + 16b^2 - 4a^2 - 2b}{a - 2b}$.

- 20** Противоположные углы четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

Тренировочная работа №3

по МАТЕМАТИКЕ

17 апреля 2012 года

9 класс

Вариант 2

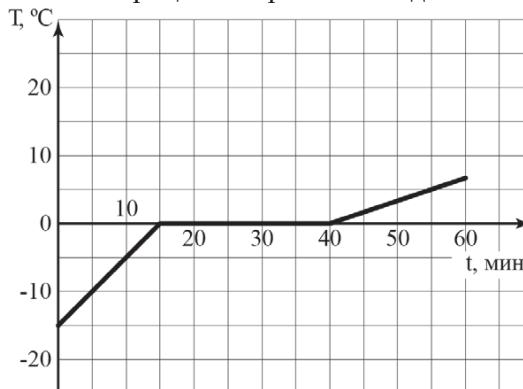
Часть 1

- 1** Установите соответствие между выражением и значением выражения.
- | <u>ВЫРАЖЕНИЯ</u> | <u>ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ</u> |
|----------------------------------|---------------------------|
| А) $1\frac{1}{3} - \frac{1}{12}$ | 1) 1,25 |
| Б) $21 \cdot \frac{6}{28}$ | 2) 1,75 |
| В) $\frac{4}{5} : \frac{2}{15}$ | 3) 4,5 |
| | 4) 6 |

Ответ:

А	Б	В

- 2** Кусок льда нагрели, расплавили и полученную воду нагрели. На рисунке изображён график изменения температуры льда и воды. Сколько времени занял процесс нагревания льда от -10°C до -5°C ?



Ответ:

--

- 3** Площадь заповедника была увеличена с 350 км^2 до 420 км^2 . На сколько процентов увеличилась площадь заповедника?

Ответ:

--

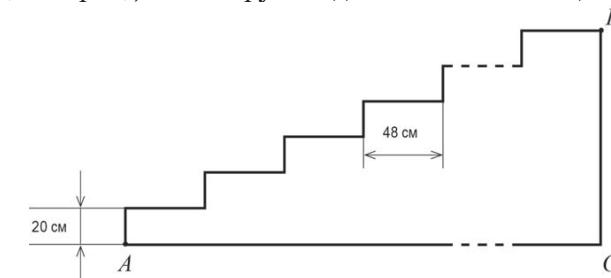
- 4** Укажите выражение, равное 3^{3k-2} .

- 1) $\frac{3^{3k}}{3^{-2}}$ 2) $\frac{27^k}{9}$ 3) $3^{3k} - 9$ 4) $(3^{3k})^{-2}$

- 5** Какому из данных выражений тождественно равно выражение $(a+1)^2 - (a+2)(a-1)$?

- 1) $3a + 1$ 2) $a - 3$ 3) $3a - 1$ 4) $a + 3$

- 6** Лестница соединяет точки A и B , расстояние между которыми равно 26 м. Высота каждой ступени равна 20 см, а длина — 48 см. Найдите высоту BC (в метрах), на которую поднимается лестница.



Ответ:

--

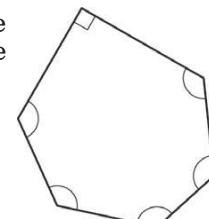
- 7** О числах a и b известно, что $0 < a < 1$, $-3 < b < -2$. Какие из следующих неравенств **неверны**? Запишите их номера.

- 1) $\frac{1}{a} < 0$ 2) $a + b > 0$ 3) $2 < -b < 3$

Ответ:

--

- 8** В шестиугольнике один угол прямой. Найдите величину остальных его углов, если известно, что все они равны между собой.



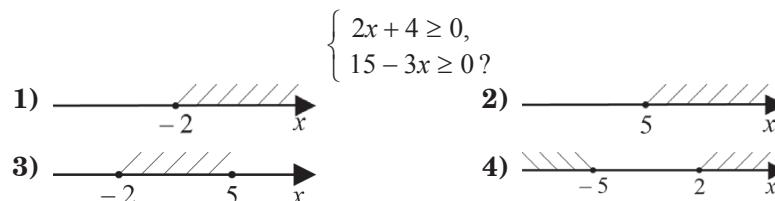
Ответ:

--

9 Решите уравнение $x^2 = 4x + 12$.

Ответ:

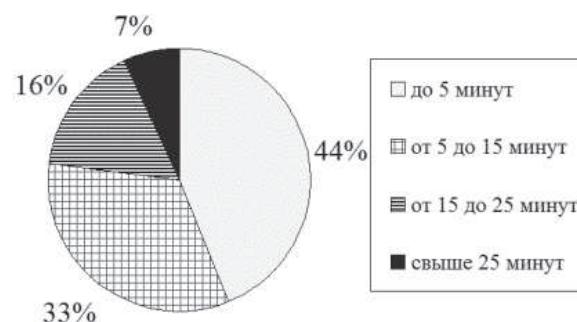
10 На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств



11 В коробке 18 пакетиков с чёрным чаем и 7 пакетиков с зелёным чаем. Павел наугад вынимает один пакетик. Какова вероятность того, что это пакетик с зелёным чаем?

Ответ:

12 На круговой диаграмме показано, как распределяется (в процентах) длительность телефонных разговоров сотовых абонентов компании «Мобил». Какой процент составляют разговоры, длительность которых не менее 15 минут?

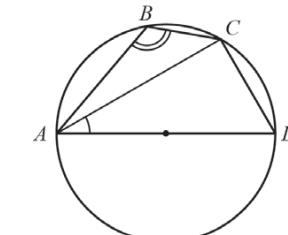


Ответ:

13 В арифметической прогрессии (a_n) известны два первых члена: $a_1 = -16$, $a_2 = -24$. Какое число стоит в этой прогрессии на 61-м месте?

Ответ:

14 В окружность с диаметром AD вписан четырехугольник $ABCD$. Найдите величину угла ABC , если $\angle CAD = 30^\circ$.



Ответ:

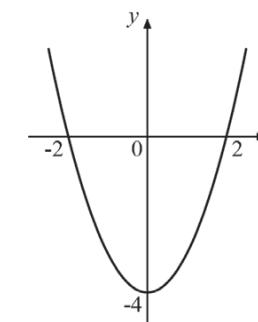
15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Средняя линия трапеции разбивает её на два треугольника.
- 2) Если в прямоугольнике диагонали перпендикулярны, то этот прямоугольник – квадрат.
- 3) Катет прямоугольного треугольника меньше его гипотенузы.
- 4) Отношение длин гипотенуз двух подобных прямоугольных треугольников равно коэффициенту подобия.

Ответ:

16 На рисунке изображён график функции $y = x^2 - 4$. Какие из данных прямых не имеют с графиком этой функции ни одной общей точки? Запишите их номера.

- 1) $x = 3$
- 2) $y = -4$
- 3) $y = -10$
- 4) $y = -x$
- 5) $y = x - 5$



Ответ:

Ответы к заданиям 17 и 18 запишите в бланк № 2.**17** | Из формулы $l = l_0(1 + at)$ выразите l_0 .**18** | Решите систему неравенств $\begin{cases} 3 - 2x > 0, \\ x + 4 > 3. \end{cases}$ **Часть 2**

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 | Сократите дробь: $\frac{2a + 27b^2 - 12a^2 - 3b}{2a - 3b}$.**20** | Противоположные стороны четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.**21** | Между числами 2 и 72 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.**22** | Постройте график функции $y = x^2 - |5x - 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.**23** | На каждой из двух окружностей с радиусами 5 и 12 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Тренировочная работа №3

по МАТЕМАТИКЕ

17 апреля 2012 года

9 класс

Вариант 3

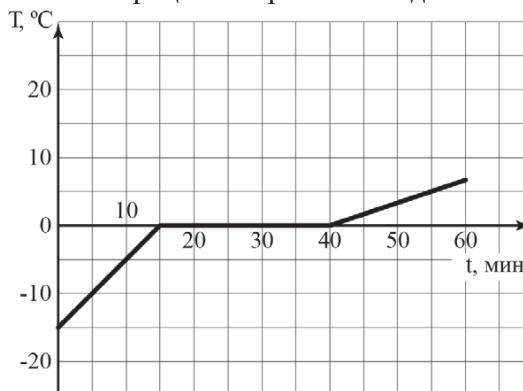
Часть 1

- 1** Установите соответствие между выражением и значением выражения.
- | ВЫРАЖЕНИЯ | ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ |
|----------------------------------|---------------------------|
| A) $18 \cdot \frac{5}{12}$ | 1) 6 |
| B) $\frac{2}{3} : \frac{1}{9}$ | 2) 7,5 |
| C) $1\frac{2}{3} + \frac{1}{12}$ | 3) 1,3 |
| | 4) 1,75 |

Ответ:

А	Б	В

- 2** Кусок льда нагрели, расплавили и полученную воду нагрели. На рисунке изображён график изменения температуры льда и воды. Сколько времени занял процесс нагревания льда от -10°C до -5°C ?



Ответ:

- 3** Площадь заповедника была увеличена с 250 км^2 до 350 км^2 . На сколько процентов увеличилась площадь заповедника?

Ответ:

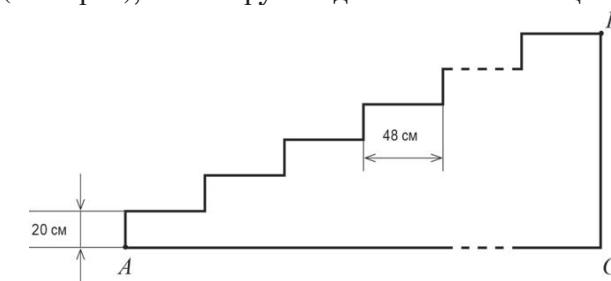
- 4** Укажите выражение, равное 3^{3k-2} .

- 1) $\frac{3^{3k}}{3^{-2}}$ 2) $\frac{27^k}{9}$ 3) $3^{3k} - 9$ 4) $(3^{3k})^{-2}$

- 5** Какому из данных выражений тождественно равно выражение $(a-1)^2 - (a+1)(a-2)$?

- 1) $-3a - 1$ 2) $3 - a$ 3) $3a + 1$ 4) $a + 1$

- 6** Лестница соединяет точки A и B , расстояние между которыми равно 26 м. Высота каждой ступени равна 20 см, а длина — 48 см. Найдите высоту BC (в метрах), на которую поднимается лестница.



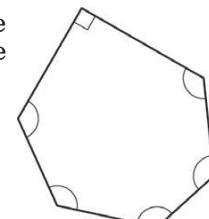
Ответ:

- 7** О числах a и b известно, что $-1 < a < 0$, $3 < b < 4$. Какие из следующих неравенств **неверны**? Запишите их номера.

- 1) $0 < -a < 1$ 2) $a + b < 0$ 3) $\frac{1}{b} > 1$

Ответ:

- 8** В шестиугольнике один угол прямой. Найдите величину остальных его углов, если известно, что все они равны между собой.

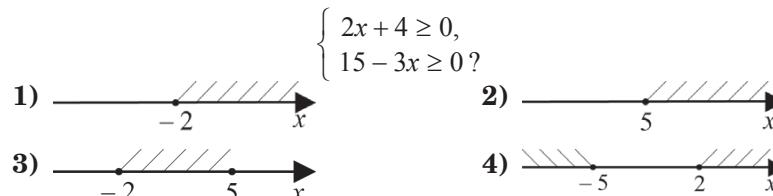


Ответ:

9 Решите уравнение $x^2 - 10 = -3x$.

Ответ:

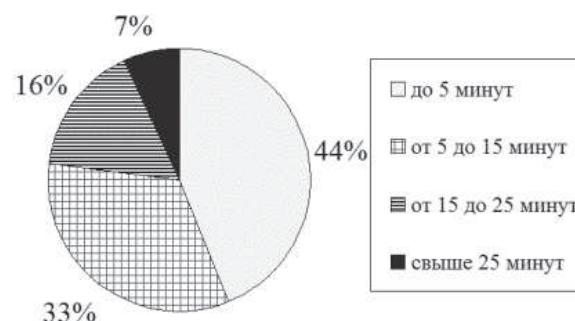
10 На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств



11 В коробке 14 пакетиков с чёрным чаем и 6 пакетиков с зелёным чаем. Павел наугад вынимает один пакетик. Какова вероятность того, что это пакетик с зелёным чаем?

Ответ:

12 На круговой диаграмме показано, как распределяется (в процентах) длительность телефонных разговоров сотовых абонентов компании «Мобил». Какой процент составляют разговоры, длительность которых не менее 15 минут?

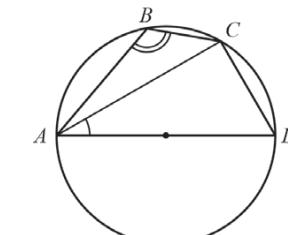


Ответ:

13 В арифметической прогрессии (a_n) известны два первых члена: $a_1 = -18$, $a_2 = -25$. Какое число стоит в этой прогрессии на 51-м месте?

Ответ:

14 В окружность с диаметром AD вписан четырехугольник $ABCD$. Найдите величину угла ABC , если $\angle CAD = 30^\circ$.



Ответ:

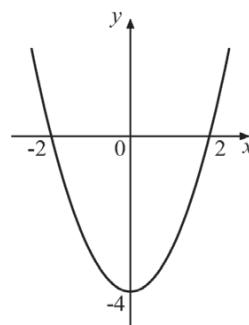
15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Средняя линия треугольника разбивает его на два треугольника.
- 2) Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник.
- 3) Гипотенуза прямоугольного треугольника больше любого его катета.
- 4) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

Ответ:

- 16** На рисунке изображён график функции $y = x^2 - 4$. Какие из данных прямых не имеют с графиком этой функции ни одной общей точки? Запишите их номера.

- 1) $x = 3$
- 2) $y = -4$
- 3) $y = -10$
- 4) $y = -x$
- 5) $y = x - 5$



- 21** Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.
- 22** Постройте график функции $y = x^2 - |5x - 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.
- 23** На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Ответ:

Ответы к заданиям 17 и 18 запишите в бланк № 2.

- 17** Из формулы $l = l_0 + atl_0$ выразите t .

- 18** Решите систему неравенств $\begin{cases} 3 - 2x > 0, \\ x + 4 > 3. \end{cases}$

Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Сократите дробь: $\frac{a + 16b^2 - 4a^2 - 2b}{a - 2b}$.

- 20** Противоположные стороны четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

Тренировочная работа №3

по МАТЕМАТИКЕ

17 апреля 2012 года

9 класс

Вариант 4

Часть 1

1 Установите соответствие между выражением и значением выражения.

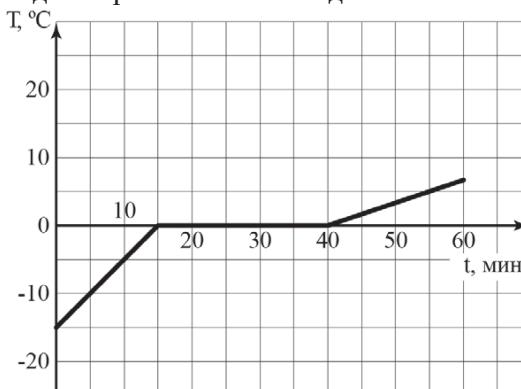
ВЫРАЖЕНИЯ **ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ**

- | | |
|----------------------------------|---------|
| A) $1\frac{1}{3} - \frac{1}{12}$ | 1) 1,25 |
| B) $21 \cdot \frac{6}{28}$ | 2) 1,75 |
| C) $\frac{4}{5} : \frac{2}{15}$ | 3) 4,5 |
| | 4) 6 |

Ответ:

А	Б	В

2 Кусок льда нагрели, расплавили и полученную воду нагрели. На рисунке изображён график изменения температуры льда и воды. Сколько минут вода нагревалась от 0 °C до 5 °C?



Ответ:

3 Площадь заповедника была увеличена с 350 км^2 до 420 км^2 . На сколько процентов увеличилась площадь заповедника?

Ответ:

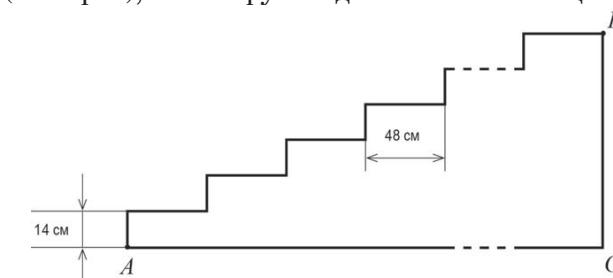
4 Укажите выражение, равное 3^{2k-1} .

- 1) $3^{2k} - 3$ 2) $(3^{2k})^{-1}$ 3) $\frac{9^k}{3}$ 4) $\frac{3^{2k}}{3^{-1}}$

5 Какому из данных выражений тождественно равно выражение $(a+1)^2 - (a+2)(a-1)$?

- 1) $3a + 1$ 2) $a - 3$ 3) $3a - 1$ 4) $a + 3$

6 Лестница соединяет точки A и B, расстояние между которыми равно 25 м. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Найдите высоту BC (в метрах), на которую поднимается лестница.



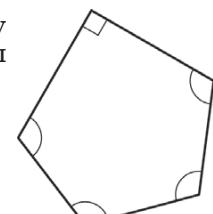
Ответ:

7 О числах a и b известно, что $0 < a < 1$, $-3 < b < -2$. Какие из следующих неравенств **неверны**? Запишите их номера.

- 1) $\frac{1}{a} < 0$ 2) $a + b > 0$ 3) $2 < -b < 3$

Ответ:

8 В пятиугольнике один угол прямой. Найдите величину остальных его углов, если известно, что все они равны между собой.

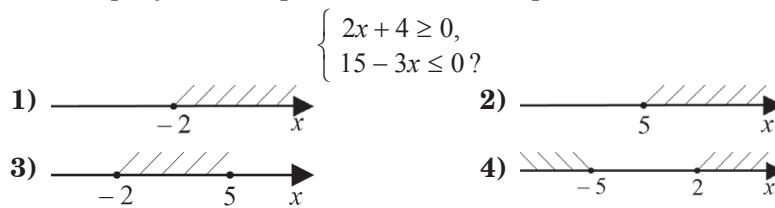


Ответ:

9 Решите уравнение $x^2 = 4x + 12$.

Ответ:

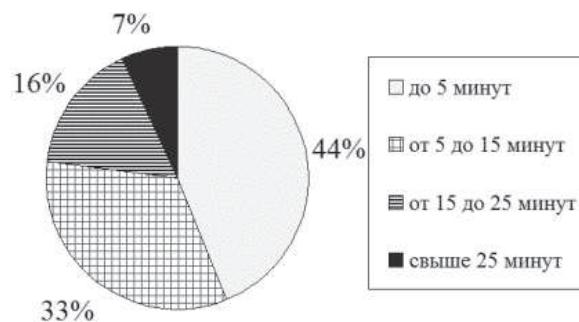
10 На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств



11 В коробке 18 пакетиков с чёрным чаем и 7 пакетиков с зелёным чаем. Павел наугад вынимает один пакетик. Какова вероятность того, что это пакетик с зелёным чаем?

Ответ:

12 На круговой диаграмме показано, как распределяется (в процентах) длительность телефонных разговоров сотовых абонентов компании «Мобил». Какой процент составляют разговоры, длительность которых не превышает 15 минут?

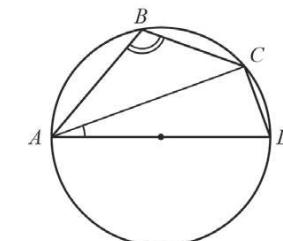


Ответ:

13 В арифметической прогрессии (a_n) известны два первых члена: $a_1 = -16$, $a_2 = -24$. Какое число стоит в этой прогрессии на 61-м месте?

Ответ:

14 В окружность с диаметром AD вписан четырехугольник $ABCD$. Найдите величину угла ABC , если $\angle CAD = 20^\circ$.



Ответ:

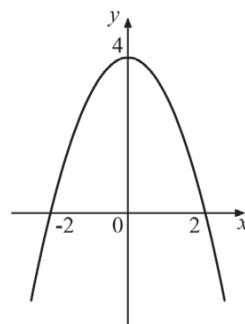
15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Средняя линия трапеции разбивает её на два треугольника.
- 2) Если в прямоугольнике диагонали перпендикулярны, то этот прямоугольник – квадрат.
- 3) Катет прямоугольного треугольника меньше его гипотенузы.
- 4) Отношение длин гипотенуз двух подобных прямоугольных треугольников равно коэффициенту подобия.

Ответ:

- 16** На рисунке изображён график функции $y = -x^2 + 4$. Какие из данных прямых не имеют с графиком этой функции ни одной общей точки? Укажите их номера.

- 1) $y = x$
- 2) $y = x + 5$
- 3) $y = 4$
- 4) $x = -3$
- 5) $y = 10$



- 21** Между числами 2 и 72 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.
- 22** Постройте график функции $y = x^2 - |5x + 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.
- 23** На каждой из двух окружностей с радиусами 5 и 12 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Ответ:

Ответы к заданиям 17 и 18 запишите в бланк № 2.

- 17** Из формулы $l = l_0(1 + at)$ выразите l_0 .

- 18** Решите систему неравенств $\begin{cases} 5 + 2x > 0, \\ 1 - x > 2. \end{cases}$

Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Сократите дробь: $\frac{2a + 27b^2 - 12a^2 - 3b}{2a - 3b}$.

- 20** Противоположные углы четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

- 19** Сократите дробь: $\frac{a+16b^2-4a^2-2b}{a-2b}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{a+16b^2-4a^2-2b}{a-2b} &= \frac{a-2b-4(a^2-(2b)^2)}{a-2b} = \\ &= \frac{a-2b-4(a-2b)(a+2b)}{a-2b} = \frac{(a-2b)(1-4a-8b)}{a-2b} = 1-4a-8b. \end{aligned}$$

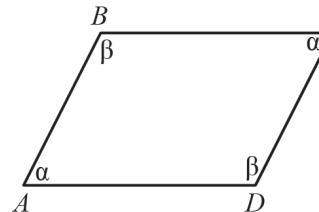
Ответ: $1-4a-8b$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Все другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20** Противоположные углы четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

Доказательство.

Пусть противоположные углы A и C четырёхугольника $ABCD$ равны α , а противоположные углы B и D равны β . Поскольку сумма углов любого четырёхугольника равна 360° , то $2\alpha+2\beta=360^\circ$. Значит, $\alpha+\beta=180^\circ$.



Так как сумма внутренних односторонних углов при секущей равна 180° , то по признаку параллельных прямых AB параллельна CD , BC параллельна AD . Значит, четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм.

Критерии оценивания выполнения задания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Верное доказательство без ссылок на признаки параллельных прямых и определение параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.

Решение.

Если в результате получена геометрическая прогрессия b_n со знаменателем q , то

$$b_1 = 2; b_5 = b_1 \cdot q^4 = 18,$$

откуда $q = \sqrt[4]{3}$ или $q = -\sqrt[4]{3}$.

Ответ: $2\sqrt[4]{3}; 6; 6\sqrt[4]{3}$ или $-2\sqrt[4]{3}; 6; -6\sqrt[4]{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	3
Задача в целом решена верно, верно найдены оба значения знаменателя прогрессии, но допущена вычислительная ошибка при нахождении самих чисел	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

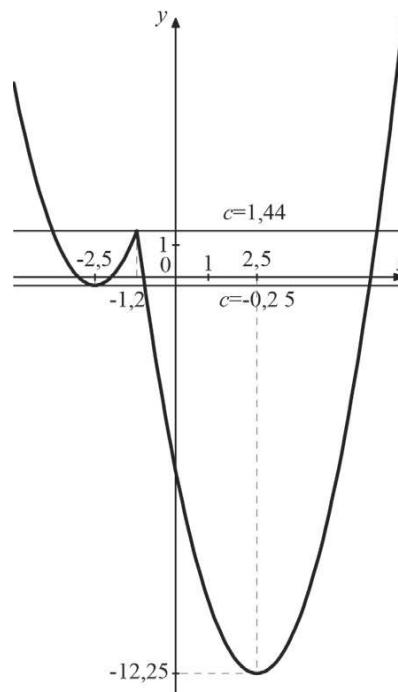
Комментарий. Нахождение только одного знаменателя прогрессии считается существенным недостатком, задание в этом случае оценивается 0 баллов.

- 22** Постройте график функции $y = x^2 - |5x + 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение:

$$y = \begin{cases} x^2 - 5x - 6, & x \geq -1, 2, \\ x^2 + 5x + 6, & x < -1, 2. \end{cases}$$

Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 5x - 6$ на промежутке $[-1, 2; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 5x + 6$ на промежутке $(-\infty; -1, 2)$. График данной функции изображён на рисунке. Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = -0, 25$ и $c = 1, 44$.



Ответ: -0,25; 1,44.

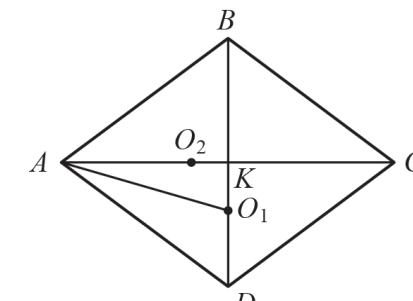
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
График построен верно, но допущена арифметическая ошибка, повлиявшая на ответ, или указано только одно значение c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Решение.

Обозначим вершины ромба $ABCD$. Так как треугольники ABC и ABD – равнобедренные, центры описанных около них окружностей O_1 и O_2 соответственно лежат на биссектрисах углов B и A , то есть на прямых BD и AC .

Из теоремы синусов $\frac{AC}{\sin \angle B} = 8, \frac{BD}{\sin \angle A} = 6$.



Так как $\angle B + \angle A = 180^\circ$, получаем, что $\frac{AC}{BD} = \frac{4}{3}$.

Обозначим точку пересечения диагоналей ромба точкой K , тогда

$$\frac{BK}{AK} = \frac{BD}{AC} = \frac{3}{4} \text{ и } \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{2 \cdot BK} = \frac{5}{2 \cdot 3}$$

т.к. треугольник ABK прямоугольный.

$$\angle ABO_1 = \angle BAO_1 = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

откуда $\angle AO_1B = \angle BAD$.

Треугольники ABO_1 и BDA подобны, откуда $\frac{AB}{AO_1} = \frac{BD}{AB}$, $AB = 4 \cdot \frac{6}{5} = 4,8$.

Ответ: 4,8.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, или данные пояснения содержат существенный пробел, например, не обосновано подобие треугольников	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

- 19** Сократите дробь: $\frac{2a + 27b^2 - 12a^2 - 3b}{2a - 3b}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{2a + 27b^2 - 12a^2 - 3b}{2a - 3b} &= \frac{2a - 3b - 3(4a^2 - 9b^2)}{2a - 3b} = \\ &= \frac{2a - 3b - 3(2a - 3b)(2a + 3b)}{2a - 3b} = \frac{(2a - 3b)(1 - 6a - 9b)}{2a - 3b} = 1 - 6a - 9b. \end{aligned}$$

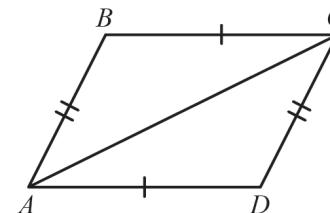
Ответ: $1 - 6a - 9b$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Все другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20** Противоположные стороны четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

Доказательство:

Проведём диагональ AC четырёхугольника $ABCD$. Треугольники ABC и CDA равны по трём сторонам, поэтому $\angle BAC = \angle ACD$ и $\angle ACB = \angle CAD$. Так как внутренние накрест лежащие углы при секущей равны, то по признаку параллельных прямых AB параллельна CD , BC параллельна AD .



Значит четырёхугольник $ABCD$ параллелограмм.

Критерии оценивания выполнения задания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Верное доказательство без ссылок на признаки параллельных прямых и определение параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Между числами 2 и 72 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.

Решение.

Если в результате получена геометрическая прогрессия b_n со знаменателем q , то

$$b_1 = 2; b_5 = b_1 \cdot q^4 = 72,$$

откуда $q = \sqrt[4]{6}$ или $q = -\sqrt[4]{6}$.

Ответ: $2\sqrt[4]{6}; 12; 12\sqrt[4]{6}$ или $-2\sqrt[4]{6}; 12; -12\sqrt[4]{6}$.

Критерии оценивания выполнения задания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	3
Задача в целом решена верно, верно найдены оба значения знаменателя прогрессии, но допущена вычислительная ошибка при нахождении самих чисел	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

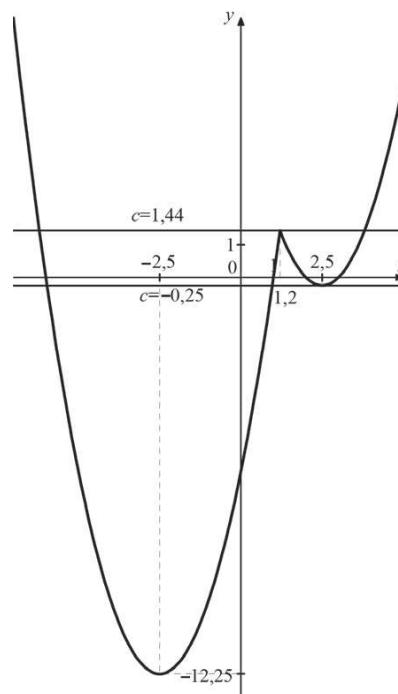
Комментарий. Нахождение только одного знаменателя прогрессии считается существенным недостатком, задание в этом случае оценивается 0 баллов.

- 22** Постройте график функции $y = x^2 - |5x - 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

$$y = \begin{cases} x^2 - 5x + 6, & x \geq 1,2, \\ x^2 + 5x - 6, & x < 1,2. \end{cases}$$

Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 5x + 6$ на промежутке $[1,2; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 5x - 6$ на промежутке $(-\infty; 1,2)$. График данной функции изображён на рисунке. Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = -0,25$ и $c = 1,44$.



Ответ: $-0,25; 1,44$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
График построен верно, но допущена арифметическая ошибка, повлиявшая на ответ, или указано только одно значение c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

23 На каждой из двух окружностей с радиусами 5 и 12 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Решение.

Обозначим вершины ромба $ABCD$. Так как треугольники ABC и ABD равнобедренные, центры описанных около них окружностей O_1 и O_2 соответственно лежат на биссектрисах углов B и A , то есть на прямых BD и AC . Из теоремы синусов $\frac{AC}{\sin \angle B} = 24$, $\frac{BD}{\sin \angle A} = 10$.

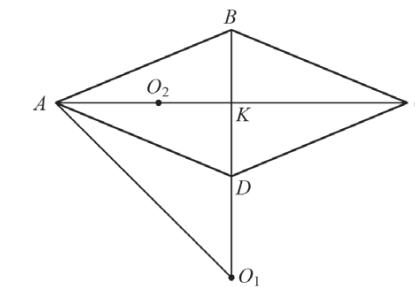
Так как $\angle B + \angle A = 180^\circ$, получаем, что $\frac{AC}{BD} = \frac{12}{5}$. Обозначим точку пересечения диагоналей ромба буквой K , тогда

$$\frac{BK}{AK} = \frac{BD}{AC} = \frac{5}{12} \text{ и } \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{2 \cdot BK} = \frac{13}{2 \cdot 5}$$

т.к. треугольник ABK прямоугольный.

$$\angle ABO_1 = \angle BAO_1 = \frac{1}{2} \angle ABC, \text{ откуда } \angle AO_1B = \angle BAD.$$

Треугольники ABO_1 и BDA подобны, откуда $\frac{AB}{AO_1} = \frac{BD}{AB}$, $AB = 12 \cdot \frac{10}{13} = \frac{120}{13}$.



Ответ: $\frac{120}{13}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, или данные пояснения содержат существенный пробел, например, не обосновано подобие треугольников	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

- 19** Сократите дробь: $\frac{a + 16b^2 - 4a^2 - 2b}{a - 2b}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{a + 16b^2 - 4a^2 - 2b}{a - 2b} &= \frac{a - 2b - 4(a^2 - (2b)^2)}{a - 2b} = \\ &= \frac{a - 2b - 4(a - 2b)(a + 2b)}{a - 2b} = \frac{(a - 2b)(1 - 4a - 8b)}{a - 2b} = 1 - 4a - 8b. \end{aligned}$$

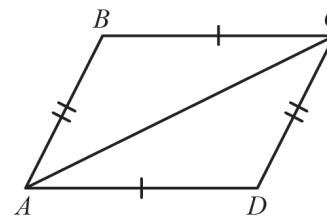
Ответ: $1 - 4a - 8b$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Все другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20** Противоположные стороны четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

Доказательство:

Проведём диагональ AC четырёхугольника $ABCD$. Треугольники ABC и CDA равны по трём сторонам, поэтому $\angle BAC = \angle ACD$ и $\angle ACB = \angle CAD$. Так как внутренние накрест лежащие углы при секущей равны, то по признаку параллельных прямых AB параллельна CD , BC параллельна AD .



Значит четырёхугольник $ABCD$ параллелограмм.

Критерии оценивания выполнения задания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Верное доказательство без ссылок на признаки параллельных прямых и определение параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.

Решение.

Если в результате получена геометрическая прогрессия b_n со знаменателем q , то

$$b_1 = 2; b_5 = b_1 \cdot q^4 = 18,$$

откуда $q = \sqrt[4]{3}$ или $q = -\sqrt[4]{3}$.

Ответ: $2\sqrt[4]{3}; 6; 6\sqrt[4]{3}$ или $-2\sqrt[4]{3}; 6; -6\sqrt[4]{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	3
Задача в целом решена верно, верно найдены оба значения знаменателя прогрессии, но допущена вычислительная ошибка при нахождении самих чисел	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

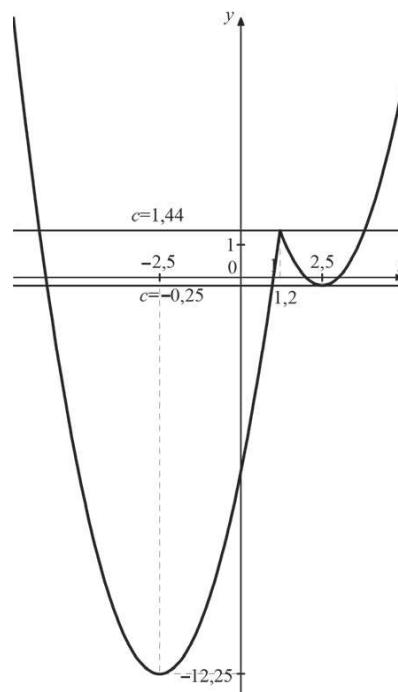
Комментарий. Нахождение только одного знаменателя прогрессии считается существенным недостатком, задание в этом случае оценивается 0 баллов.

- 22** Постройте график функции $y = x^2 - |5x - 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

$$y = \begin{cases} x^2 - 5x + 6, & x \geq 1,2, \\ x^2 + 5x - 6, & x < 1,2. \end{cases}$$

Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 5x + 6$ на промежутке $[1,2; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 5x - 6$ на промежутке $(-\infty; 1,2)$. График данной функции изображён на рисунке. Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = -0,25$ и $c = 1,44$.



Ответ: -0,25; 1,44.

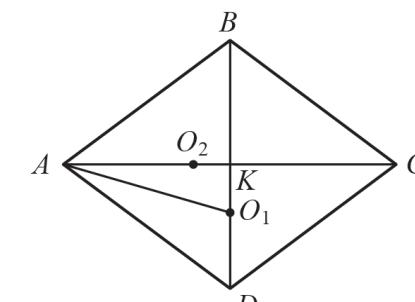
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
График построен верно, но допущена арифметическая ошибка, повлиявшая на ответ, или указано только одно значение c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Решение.

Обозначим вершины ромба $ABCD$. Так как треугольники ABC и ABD – равнобедренные, центры описанных около них окружностей O_1 и O_2 соответственно лежат на биссектрисах углов B и A , то есть на прямых BD и AC .

Из теоремы синусов $\frac{AC}{\sin \angle B} = 8, \frac{BD}{\sin \angle A} = 6$.



Так как $\angle B + \angle A = 180^\circ$, получаем, что $\frac{AC}{BD} = \frac{4}{3}$.

Обозначим точку пересечения диагоналей ромба точкой K , тогда

$$\frac{BK}{AK} = \frac{BD}{AC} = \frac{3}{4} \text{ и } \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{2 \cdot BK} = \frac{5}{2 \cdot 3}$$

т.к. треугольник ABK прямоугольный.

$$\angle ABO_1 = \angle BAO_1 = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

откуда $\angle AO_1B = \angle BAD$.

Треугольники ABO_1 и BDA подобны, откуда $\frac{AB}{AO_1} = \frac{BD}{AB}$, $AB = 4 \cdot \frac{6}{5} = 4,8$.

Ответ: 4,8.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, или данные пояснения содержат существенный пробел, например, не обосновано подобие треугольников	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

- 19** Сократите дробь: $\frac{2a + 27b^2 - 12a^2 - 3b}{2a - 3b}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{2a + 27b^2 - 12a^2 - 3b}{2a - 3b} &= \frac{2a - 3b - 3(4a^2 - 9b^2)}{2a - 3b} = \\ &= \frac{2a - 3b - 3(2a - 3b)(2a + 3b)}{2a - 3b} = \frac{(2a - 3b)(1 - 6a - 9b)}{2a - 3b} = 1 - 6a - 9b. \end{aligned}$$

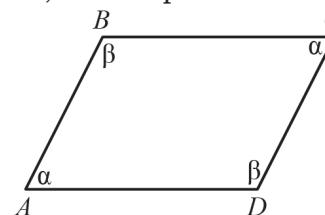
Ответ: $1 - 6a - 9b$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	2
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу	1
Все другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20** Противоположные углы четырёхугольника попарно равны. Докажите, что он параллелограмм.

Доказательство.

Пусть противоположные углы A и C четырёхугольника $ABCD$ равны α , а противоположные углы B и D равны β . Поскольку сумма углов любого четырёхугольника равна 360° , то $2\alpha + 2\beta = 360^\circ$. Значит, $\alpha + \beta = 180^\circ$.



Так как сумма внутренних односторонних углов при секущей равна 180° , то по признаку параллельных прямых AB параллельна CD , BC параллельна AD . Значит, четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм.

Критерии оценивания выполнения задания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Верное доказательство без ссылок на признаки параллельных прямых и определение параллелограмма	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Между числами 2 и 72 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными они образовали геометрическую прогрессию.

Решение.

Если в результате получена геометрическая прогрессия b_n со знаменателем q , то

$$b_1 = 2; b_5 = b_1 \cdot q^4 = 72,$$

откуда $q = \sqrt[4]{6}$ или $q = -\sqrt[4]{6}$.

Ответ: $2\sqrt[4]{6}; 12; 12\sqrt[4]{6}$ или $-2\sqrt[4]{6}; 12; -12\sqrt[4]{6}$.

Критерии оценивания выполнения задания

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	3
Задача в целом решена верно, верно найдены оба значения знаменателя прогрессии, но допущена вычислительная ошибка при нахождении самих чисел	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

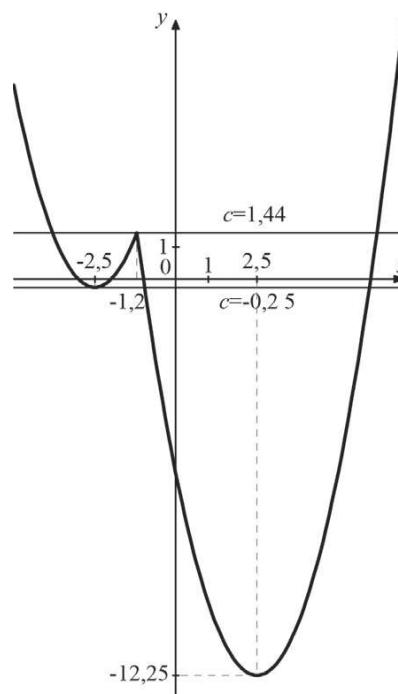
Комментарий. Нахождение только одного знаменателя прогрессии считается существенным недостатком, задание в этом случае оценивается 0 баллов.

- 22** Постройте график функции $y = x^2 - |5x + 6|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение:

$$y = \begin{cases} x^2 - 5x - 6, & x \geq -1, 2, \\ x^2 + 5x + 6, & x < -1, 2. \end{cases}$$

Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 5x - 6$ на промежутке $[-1, 2; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 5x + 6$ на промежутке $(-\infty; -1, 2)$. График данной функции изображён на рисунке. Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = -0, 25$ и $c = 1, 44$.



Ответ: $-0,25; 1,44$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
График построен верно, но допущена арифметическая ошибка, повлиявшая на ответ, или указано только одно значение c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23** На каждой из двух окружностей с радиусами 5 и 12 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.

Решение.

Обозначим вершины ромба $ABCD$. Так как треугольники ABC и ABD равнобедренные, центры описанных около них окружностей O_1 и O_2 соответственно, лежат на биссектрисах углов B и A , то есть на прямых BD и AC . Из теоремы синусов $\frac{AC}{\sin \angle B} = 24$, $\frac{BD}{\sin \angle A} = 10$.

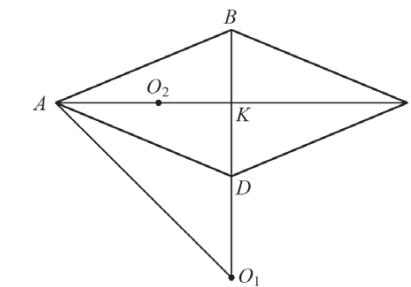
Так как $\angle B + \angle A = 180^\circ$, получаем, что $\frac{AC}{BD} = \frac{12}{5}$. Обозначим точку пересечения диагоналей ромба буквой K , тогда

$$\frac{BK}{AK} = \frac{BD}{AC} = \frac{5}{12} \text{ и } \frac{AB}{BD} = \frac{AB}{2 \cdot BK} = \frac{13}{2 \cdot 5}$$

т.к. треугольник ABK прямоугольный.

$$\angle ABO_1 = \angle BAO_1 = \frac{1}{2} \angle ABC, \text{ откуда } \angle AO_1B = \angle BAD.$$

Треугольники ABO_1 и BDA подобны, откуда $\frac{AB}{AO_1} = \frac{BD}{AB}$, $AB = 12 \cdot \frac{10}{13} = \frac{120}{13}$.



Ответ: $\frac{120}{13}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется полное обоснованное решение	4
Задача в целом решена верно, но допущена вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, или данные пояснения содержат существенный пробел, например, не обосновано подобие треугольников	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Вариант 1**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
1	214
2	15
3	40
4	3
5	2
6	7
7	23 или 32
8	112,5
9	-5;2

№ задания	Ответ
10	2
11	0,3
12	77
13	-368
14	110
15	23
16	25 или 52
17	$t = \frac{l - l_0}{al_0}$
18	(-2,5;-1)

Вариант 2**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
1	134
2	5
3	20
4	2
5	4
6	10
7	12 или 21
8	126
9	-2;6

№ задания	Ответ
10	3
11	0,28
12	23
13	-496
14	120
15	234
16	35 или 52
17	$l_0 = \frac{l}{1 + at}$
18	(-1;1,5)

Вариант 3**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
1	214
2	5
3	40
4	2
5	2
6	10
7	23 или 32
8	126
9	-5;2

№ задания	Ответ
10	3
11	0,3
12	23
13	-368
14	120
15	23
16	35 или 53
17	$t = \frac{l - l_0}{al_0}$
18	(-1;1,5)

Вариант 4**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
1	134
2	15
3	20
4	3
5	4
6	7
7	12 или 21
8	112,5
9	-2;6

№ задания	Ответ
10	2
11	0,28
12	77
13	-496
14	110
15	234
16	25 или 52
17	$l_0 = \frac{l}{1 + at}$
18	(-2,5;-1)