

Тренировочная работа №4**по МАТЕМАТИКЕ****3 мая 2012 года****9 класс****Вариант 3**

| | |
|---------------------------------|-------|
| Район | _____ |
| Город (населенный пункт) | _____ |
| Школа | _____ |
| Класс | _____ |
| Фамилия | _____ |
| Имя | _____ |
| Отчество | _____ |

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут)

Часть 1.

При выполнении заданий первой части ответы укажите сначала на листах с заданиями экзаменационной работы, а затем перенесите в бланк № 1 (задания 1–16) и бланк № 2 (задания 17 и 18)

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 1).

Для заданий с выбором ответа в бланке ответов № 1 справа от номера выполняемого Вами задания поставьте знак «x» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа. Для исправления ответов к заданиям с выбором ответа используйте поля бланка № 1 в области «Замена ошибочных ответов».

Если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ впишите сначала в текст работы после слова «Ответ», а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения указывать не нужно. Для исправления ответов к заданиям с кратким ответом используйте поля бланка ответов № 1 в области «Замена ошибочных ответов».

В задании 16 требуется соотнести некоторые объекты (точки, заданные на координатной плоскости, обозначенные буквами А, Б, В, и уравнения прямой, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4). Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру, а затем перенесите получившуюся последовательность цифр, например 123, в бланк ответов № 1.

Ответами к заданиям 7 и 15 являются последовательности номеров вариантов ответов, записанных без пробелов и использования других символов, например 123.

Ответы к заданиям 17 и 18 нужно записать в бланк ответов № 2.

Часть 2

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются в бланке ответов № 2. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

1 Вычислите: $1 + (-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2$.

Ответ:

2 На рисунке изображены два графика: график средней многолетней среднесуточной температуры воздуха в г. Москве в марте и график среднесуточной температуры воздуха в г. Москве в марте 2011 г. Укажите в ответе число дней в период с 20 по 31 марта 2011 г., для которых температура отличалась от средней многолетней не более чем на 1 °С.



Ответ:

3 Найдите значение выражения $\sqrt{12} + (\sqrt{3} - 1)^2$.

Ответ:

4 В классе 8 мальчиков и 12 девочек. Какое из утверждений **неверно**?

- 1) Отношение числа мальчиков к числу девочек равно 2:3
- 2) Девочек в классе в 1,5 раза больше, чем мальчиков
- 3) Девочки составляют $\frac{3}{5}$ всех учащихся класса
- 4) Мальчики составляют $\frac{2}{3}$ всех учащихся класса

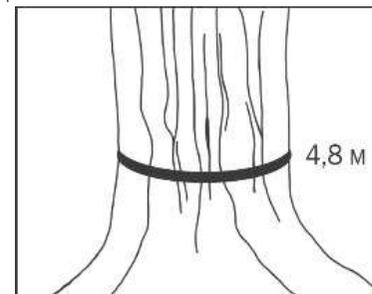
5 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из следующих неравенств верно?

- 1) $a + b > 2b$
- 2) $-a < -b$
- 3) $\frac{a}{b} < 1$
- 4) $a - b > 0$

6 Обхват ствола секвойи равен 4,8 м. Чему равен его диаметр (в метрах)? Ответ округлите до десятых.



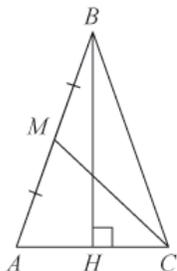
Ответ:

7 Какие из данных равенств **не** являются тождествами? Запишите их номера.

- 1) $(a - 1)^2 - (a + 1)(a - 2) = 3 + a$
- 2) $2^n \cdot 4^n = 2^{3n}$
- 3) $2x^2 + 9x - 5 = (2x - 1)(x - 5)$

Ответ:

- 8 В треугольнике ABC проведены высота BH и медиана CM . Найдите периметр треугольника ABC , если $AM = 3$, $AH = HC = 2$.



Ответ:

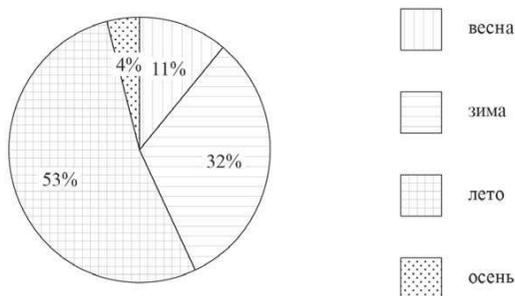
- 9 Решите уравнение $3(5x - 4) + 5x = 18$.

Ответ:

- 10 Одна из данных последовательностей является геометрической прогрессией. Определите какая.

- 1) $\frac{1}{7}; \frac{1}{8}; \frac{1}{9}; \frac{1}{10}; \dots$ 2) 7; 3; -1; -5; ...
 3) 7; 1; 7; 1; ... 4) 7; $\frac{7}{2}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{7}{8}$; ...

- 11 Среди сотрудников компании был проведен опрос, в какое время года они предпочитают брать отпуск. Результаты представлены на круговой диаграмме. Какой процент составляют сотрудники, которые предпочитают отдыхать не летом?



Ответ:

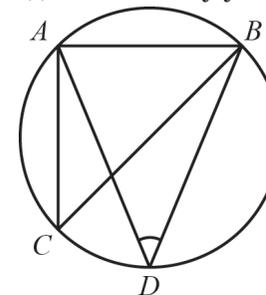
- 12 В коробке 6 белых, 9 красных и 10 чёрных одинаковых пуговиц. Какова вероятность того, что наугад вынутая пуговица будет не красного цвета?

Ответ:

- 13 Упростите выражение $\frac{b}{c} - \frac{b^2 + c^2}{bc} - \frac{c}{b}$ и найдите его значение при $b = -4, c = 0, 9$.

Ответ:

- 14 Прямоугольный равнобедренный треугольник ABC вписан в окружность, $\angle A = 90^\circ$. Найдите величину угла ADB .



Ответ:

- 15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Точка, равноудаленная от всех вершин треугольника, является центром окружности, вписанной в этот треугольник.
- 2) Если периметр прямоугольника A больше периметра прямоугольника B , то площадь прямоугольника A больше площади прямоугольника B .
- 3) Из всех параллелограммов со сторонами a и b наибольшую площадь имеет прямоугольник.
- 4) В треугольнике не может быть больше одного тупого угла.

Ответ:

16 Для каждой из данных точек укажите уравнение прямой, которая проходит через эту точку.

ТОЧКИ **УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ**

- | | |
|-----------------|------------------------|
| А) $K(-9; 18)$ | 1) $y = \frac{2}{3}x$ |
| Б) $M(-12; -8)$ | 2) $y = 2x$ |
| В) $N(3; -2)$ | 3) $y = -\frac{2}{3}x$ |
| | 4) $y = -2x$ |

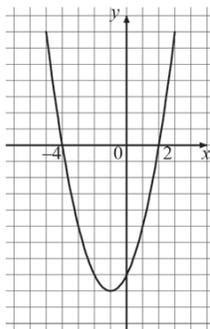
Ответ:

| | | |
|---|---|---|
| А | Б | В |
| | | |

17 Из формулы объема пирамиды $V = \frac{1}{3}Sh$ выразите h .

Ответ:

18 На рисунке изображён график функции $y = x^2 + 2x - 8$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 > 8 - 2x$.



Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 Сократите дробь $\frac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}}$.

20 Докажите, что расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до меньшего основания меньше, чем до большего.

21 Вчера число учеников, присутствовавших на уроках, было в 8 раз больше числа отсутствовавших. Сегодня не пришли еще два человека, и оказалось, что число отсутствовавших составляет 20% от числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x, & \text{если } |x| \geq 2, \\ 4x + 4, & \text{если } |x| < 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

23 Вершины правильного шестиугольника со стороной 2 служат центрами кругов радиусом $\sqrt{2}$. Найдите площадь части шестиугольника, расположенной вне этих кругов.

Тренировочная работа № 4
по МАТЕМАТИКЕ

3 мая 2012 года

9 класс

Вариант 4

Район _____

Город (населённый пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут).

Часть 1.

При выполнении заданий первой части ответы укажите сначала на листах с заданиями экзаменационной работы, а затем перенесите в бланк № 1 (задания 1–16) и бланк № 2 (задания 17 и 18).

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 16).

Для заданий с выбором ответа в бланке ответов № 1 справа от номера выполняемого Вами задания поставьте знак «X» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа. Для исправления ответов к заданиям с выбором ответа используйте поля бланка № 1 в области «Замена ошибочных ответов».

Если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ впишите сначала в текст работы после слова «Ответ», а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения указывать не нужно. Для исправления ответов к заданиям с кратким ответом используйте поля бланка ответов № 1 в области «Замена ошибочных ответов».

В задании 16 требуется соотнести некоторые объекты (точки, заданные на координатной плоскости, обозначенные буквами А, Б, В, и уравнения прямой, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4). Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру, а затем перенесите получившуюся последовательность цифр, например 123, в бланк ответов № 1.

Ответами к заданиям 7 и 15 являются последовательности номеров вариантов ответов, записанных без пробелов и использования других символов, например 123.

Ответы к заданиям 17 и 18 нужно записать в бланк ответов № 2.

Часть 2

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются в бланке ответов № 2. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

1 Вычислите: $1 + (-4)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

Ответ:

2 На рисунке изображены два графика: график средней многолетней среднесуточной температуры воздуха в г. Москве в марте и график среднесуточной температуры воздуха в г. Москве в марте 2011 г. Укажите в ответе число дней в период с 1 по 10 марта 2011 г., для которых температура отличалась от средней многолетней не более чем на 1°C .



Ответ:

3 Найдите значение выражения $(\sqrt{2} + 1)^2 - \sqrt{8}$.

Ответ:

4 В классе 18 мальчиков и 12 девочек. Какое из утверждений **неверно**?

- 1) Отношение числа мальчиков к числу девочек равно 3:2.
- 2) Мальчиков в классе в 1,5 раза больше, чем девочек.
- 3) Девочки составляют $\frac{2}{3}$ всех учащихся класса.
- 4) Мальчики составляют $\frac{3}{5}$ всех учащихся класса.

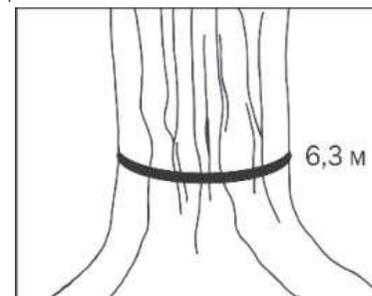
5 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из следующих неравенств верно?

- 1) $b - a < 0$
- 2) $a + b < 2a$
- 3) $\frac{b}{a} > 1$
- 4) $-a > b$

6 Обхват ствола секвойи равен 6,3 м. Чему равен его диаметр (в метрах)? Ответ округлите до целого.



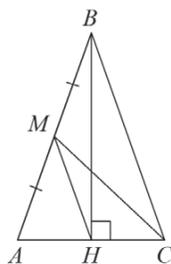
Ответ:

7 Какие из данных равенств **не** являются тождествами? Запишите их номера.

- 1) $(x + y)^2(x - y) = (x^2 - y^2)(x + y)$
- 2) $2^n \cdot 4^n = 6^n$
- 3) $2x^2 + 9x - 5 = (2x + 1)(x + 5)$

Ответ:

- 8 В треугольнике ABC проведены высота BH и медиана CM .
Найдите длину отрезка HM , если $AM = 3$, $AH = HC = 2$.



Ответ:

- 9 Решите уравнение $4x - 5 = -3(2x + 3)$.

Ответ:

- 10 Одна из данных последовательностей является арифметической прогрессией. Определите какая.

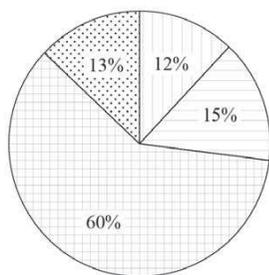
1) $7; \frac{7}{2}; \frac{7}{4}; \frac{7}{8}; \dots$

2) $7; 3; -1; -5; \dots$

3) $7; 1; 7; 1; \dots$

4) $\frac{1}{7}; \frac{1}{8}; \frac{1}{9}; \frac{1}{10}; \dots$

- 11 Среди сотрудников компании был проведен опрос, в какое время года они предпочитают брать отпуск. Результаты представлены на круговой диаграмме. Какой процент составляют сотрудники, которые предпочитают отдыхать не летом?



Ответ:

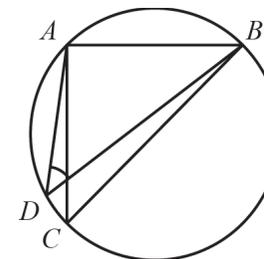
- 12 В коробке 3 белых, 5 красных и 12 черных одинаковых пуговиц. Какова вероятность того, что наугад вынутая пуговица будет не красного цвета?

Ответ:

- 13 Упростите выражение $\frac{b}{c} - \frac{c^2 - b^2}{bc} + \frac{c}{b}$ и найдите его значение при $b = -0,7$, $c = 4$.

Ответ:

- 14 Прямоугольный равнобедренный треугольник ABC вписан в окружность, $\angle A = 90^\circ$. Найдите величину угла ADB .



Ответ:

- 15 Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Точка, равноудаленная от всех вершин треугольника, является центром окружности, описанной около этого треугольника.
- 2) Если площадь прямоугольника A больше площади прямоугольника B , то и периметр прямоугольника A больше периметра прямоугольника B .
- 3) Из всех ромбов со стороной a наибольшую площадь имеет квадрат.
- 4) В треугольнике не может быть больше одного прямого угла.

Ответ:

16 Для каждой из данных точек укажите уравнение прямой, которая проходит через эту точку.

ТОЧКИ **УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ**

- | | |
|-----------------|------------------------|
| А) $K(-12; 8)$ | 1) $y = \frac{2}{3}x$ |
| Б) $M(-7; -21)$ | 2) $y = 3x$ |
| В) $N(9; 6)$ | 3) $y = -\frac{2}{3}x$ |
| | 4) $y = -3x$ |

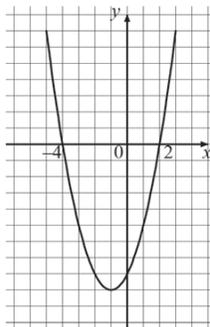
Ответ:

| | | |
|---|---|---|
| А | Б | В |
| | | |

17 Из формулы объёма пирамиды $V = \frac{1}{3}Sh$ выразите S .

Ответ:

18 На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 2x - 8$. Используя рисунок, решите неравенство $x^2 < 8 - 2x$.



Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19-23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 Сократите дробь $\frac{x + \sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$.

20 Докажите, что если биссектриса одного из внешних углов треугольника параллельна противоположной стороне треугольника, то этот треугольник равнобедренный.

21 Вчера число учеников, отсутствовавших на уроках, составило 25% от числа присутствовавших. Сегодня пришли ещё три человека, и теперь число отсутствовавших в 9 раз меньше числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x, & \text{если } |x| \geq 2, \\ -4x + 4, & \text{если } |x| < 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

23 Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, делит этот треугольник на два. Расстояние между центрами окружностей, вписанных в эти треугольники, равно 1. Найдите радиус окружности, вписанной в исходный треугольник.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Сократите дробь $\frac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}}$.

Решение.

Разложим выражение в числителе на множители:

$$x - \sqrt{x} - 2 = 0;$$

сделаем замену

$$t = \sqrt{x}; t^2 - t - 2 = 0; t_1 = 2; t_2 = -1;$$

$$x - \sqrt{x} - 2 = (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2);$$

$$\frac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}} = -\frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2} = -\sqrt{x} - 1.$$

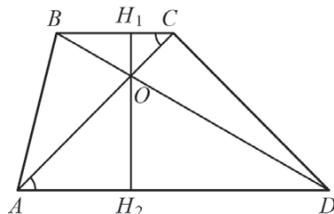
Ответ: $-\sqrt{x} - 1$.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|--|-------|
| Преобразования выполнены верно, получен верный ответ | 2 |
| Преобразования доведены до конца, но дан неверный ответ из-за допущенной описки или ошибки вычислительного характера | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 2 |

20 Докажите, что расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до меньшего основания меньше, чем до большего.

Доказательство.

Пусть BC – меньшее основание трапеции. Опустим перпендикуляры OH_1 и OH_2 из точки пересечения диагоналей O , на основания BC и AD трапеции $ABCD$.



$\angle OAD = \angle OCB$, как накрест лежащие, $\angle AOD = \angle COB$, как вертикальные, откуда треугольники AOD и COB подобны. В силу того, что OH_1 и OH_2 – высоты этих треугольников, справедливо равенство: $\frac{OH_1}{OH_2} = \frac{BC}{AD}$. То есть расстояние от точки O до меньшего основания меньше, чем до большего.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Доказательство верное | 3 |
| Доказательство в целом верное, но содержит неточности, например, нет никаких ссылок на теорему, обратную признаку параллельности прямых | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 3 |

21 Вчера число учеников, присутствовавших на уроках, было в 8 раз больше числа отсутствовавших. Сегодня не пришли еще два человека, и оказалось, что число отсутствовавших составляет 20% от числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

Решение.

Если вчера отсутствовало a учеников, то присутствовало $8a$. То есть всего в классе $9a$ учеников.

Сегодня $5(a + 2) = 8a - 2$, то есть $5a + 10 = 8a - 2$, откуда $3a = 12$; $a = 4$.

Ответ: 36.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Правильно составлено уравнение, получен верный ответ | 3 |
| Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа (целого положительного числа) | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 3 |

Комментарий. Задача может быть решена с помощью системы уравнений.

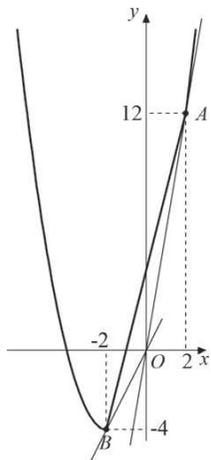
22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x, & \text{если } |x| \geq 2, \\ 4x + 4, & \text{если } |x| < 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

График функции изображён на рисунке.



Из графика видно, что из прямых, проходящих через точку O , не имеют общих точек с графиком функции те, у которых угловой коэффициент k находится между угловыми коэффициентами прямых OA и OB . Откуда $2 < k < 6$.

Ответ: $2 < k < 6$.

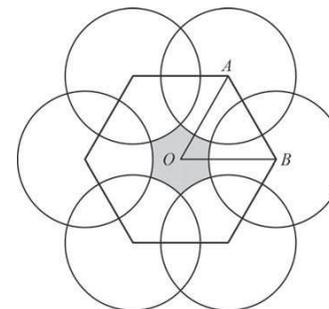
| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|--|-------|
| График построен правильно, верно указаны все значения k | 4 |
| График построен правильно, но была допущена вычислительная ошибка или описка при нахождении углового коэффициента одной из прямых, в силу этого одна из границ интервала указана неверно, ИЛИ график выполнен с неточностями | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 4 |

23 Вершины правильного шестиугольника со стороной 2 служат центрами кругов радиусом $\sqrt{2}$. Найдите площадь части шестиугольника, расположенной вне этих кругов.

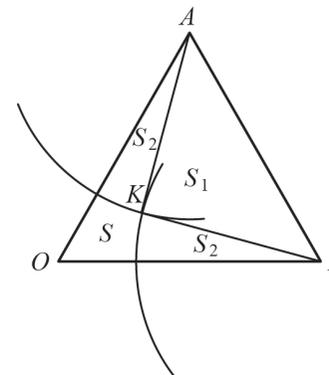
Решение.

Треугольник ABO – равносторонний, площадь его равна $\frac{1}{6}$ части площади исходного шестиугольника.

$$S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$



Обозначим точку пересечения окружностей, которая находится внутри треугольника ABO буквой K .



Пусть S – площадь расположенной вне окружностей части треугольника ABO , S_1 – площадь треугольника ABK , S_2 – площадь сектора, ограниченного радиусом AK и стороной AO треугольника.

$$S = S_{ABO} - S_1 - 2S_2$$

Треугольник ABK – прямоугольный, т.к.

$$(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 2^2;$$

поэтому

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 1.$$

Треугольник ABK – равнобедренный, значит, $\angle BAK = 45^\circ$.

Следовательно,

$$\angle KAO = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ.$$

$$S_2 = \frac{15}{360} \cdot \pi \cdot (\sqrt{2})^2 = \frac{\pi}{12}.$$

$$S = \sqrt{3} - 1 - 2 \cdot \frac{\pi}{12} = \sqrt{3} - 1 - \frac{\pi}{6}.$$

Искомая площадь равна $6\sqrt{3} - \pi - 6$.

Ответ: $6\sqrt{3} - \pi - 6$.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|--|-------|
| Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ | 4 |
| Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно, ИЛИ решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 4 |

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Сократите дробь $\frac{x + \sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$.

Решение.

Разложим выражение в числителе на множители:

$$x + \sqrt{x} - 2 = 0;$$

делаем замену

$$t = \sqrt{x}; t^2 + t - 2 = 0; t_1 = -2; t_2 = 1;$$

$$x - \sqrt{x} - 2 = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2);$$

$$\frac{x + \sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} = -\frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} - 1} = -\sqrt{x} - 2.$$

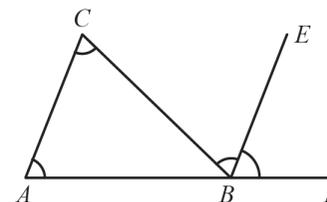
Ответ: $-\sqrt{x} - 2$.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|--|-------|
| Преобразования выполнены верно, получен верный ответ | 2 |
| Преобразования доведены до конца, но дан неверный ответ из-за допущенной описки или ошибки вычислительного характера | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 2 |

20 Докажите, что если биссектриса одного из внешних углов треугольника параллельна противоположной стороне треугольника, то этот треугольник равнобедренный.

Доказательство.

Если биссектриса BE внешнего угла CBD треугольника ABC параллельна стороне AC , то $\angle CAB = \angle EBD$ как односторонние, $\angle EBC = \angle BCA$ как накрест лежащие.



Отсюда $\angle CAB = \angle EBD = \angle EBC = \angle BCA$, то есть треугольник ABC равнобедренный по признаку равнобедренного треугольника.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Доказательство верное | 3 |
| Доказательство в целом верное, но содержит неточности, например, нет никаких ссылок на теорему, обратную признаку параллельности прямых | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 3 |

21 Вчера число учеников, отсутствовавших на уроках, составило 25% от числа присутствовавших. Сегодня пришли ещё три человека, и теперь число отсутствовавших в 9 раз меньше числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

Решение.

Если вчера отсутствовало a учеников, то присутствовало $4a$. То есть всего в классе $5a$ учеников. Сегодня $9(a - 3) = 4a + 3$, то есть $9a - 27 = 4a + 3$, откуда $5a = 30$; $a = 6$.

Ответ: 30.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Правильно составлено уравнение, получен верный ответ | 3 |
| Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа (целого положительного числа) | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 3 |

Комментарий. Задача может быть решена с помощью системы уравнений

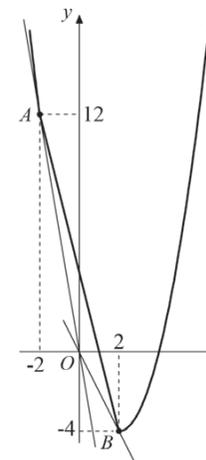
22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x, & \text{если } |x| \geq 2, \\ -4x + 4, & \text{если } |x| < 2 \end{cases}$$

и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

График функции изображен на рисунке.



Из графика видно, что из прямых, проходящих через точку O , не имеют общих точек с графиком функции те, у которых угловой коэффициент k находится между угловыми коэффициентами прямых OA и OB . Откуда $-6 < k < -2$.

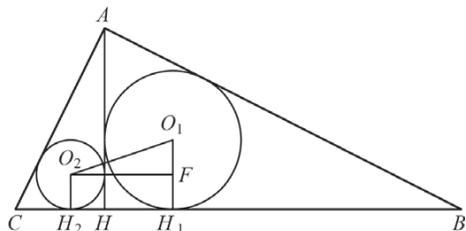
Ответ: $-6 < k < -2$.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|--|-------|
| График построен правильно, верно указаны все значения k | 4 |
| График построен правильно, но была допущена вычислительная ошибка или описка при нахождении углового коэффициента одной из прямых, в силу этого одна из границ интервала указана неверно, ИЛИ график выполнен с неточностями | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 4 |

23 Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, делит этот треугольник на два. Расстояние между центрами окружностей, вписанных в эти треугольники, равно 1. Найдите радиус окружности, вписанной в исходный треугольник.

Решение.

Заметим, что высота AH прямоугольного треугольника ABC делит его на два подобных треугольника, каждый из которых подобен исходному.



Если обозначить радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABH , ACH и CBA как r_1 , r_2 и r соответственно, получим

$$\frac{r_1}{AB} = \frac{r_2}{AC} = \frac{r}{BC} = k,$$

откуда

$$r^2 = k^2 \cdot BC^2 = k^2 \cdot (AB^2 + AC^2) = k^2 AB^2 + k^2 AC^2 = r_1^2 + r_2^2.$$

Опустим из центров O_1 и O_2 вписанных окружностей перпендикуляры O_1H_1 и O_2H_2 на BC . Опустим перпендикуляр O_2F на прямую O_1H_1 .

$$O_2F = H_1H_2 = r_1 + r_2,$$

$$O_1F = r_1 - r_2,$$

откуда

$$\begin{aligned} 1 &= O_1O_2^2 = O_1F^2 + O_2F^2 = (r_1 - r_2)^2 + (r_1 + r_2)^2 = \\ &= r_1^2 - 2r_1r_2 + r_2^2 + r_1^2 + 2r_1r_2 + r_2^2 = 2(r_1^2 + r_2^2) = 2r^2. \end{aligned}$$

То есть $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

| Критерии оценивания выполнения задания | Баллы |
|---|-------|
| Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ | 4 |
| Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно, ИЛИ решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 4 |

Ответы к заданиям

| № задания | Ответ |
|-----------|-----------|
| 1 | 0,5 |
| 2 | 6 |
| 3 | 4 |
| 4 | 4 |
| 5 | 3 |
| 6 | 1,5 |
| 7 | 13 или 31 |
| 8 | 16 |
| 9 | 1,5 |

| № задания | Ответ |
|-----------|-----------------------------------|
| 10 | 4 |
| 11 | 47 |
| 12 | 0,64 |
| 13 | 0,45 |
| 14 | 45 |
| 15 | 34 или 43 |
| 16 | 413 |
| 17 | $h = \frac{3V}{S}$ |
| 18 | $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$ |

Ответы к заданиям

| № задания | Ответ |
|-----------|--------------|
| 1 | -1 |
| 2 | 5 |
| 3 | 3 |
| 4 | 3 |
| 5 | 4 |
| 6 | 2 |
| 7 | 23 или 32 |
| 8 | 3 |
| 9 | -0,4 |

| № задания | Ответ |
|-----------|--|
| 10 | 2 |
| 11 | 40 |
| 12 | 0,75 |
| 13 | -0,35 |
| 14 | 45 |
| 15 | 134 или эти три цифры в любом другом порядке |
| 16 | 321 |
| 17 | $S = \frac{3V}{h}$ |
| 18 | (-4;2) |