

**Тренировочная работа № 2
по МАТЕМАТИКЕ
18 января 2013 года
9 класс**

Вариант 1

Район
Город (населённый пункт)
Школа
Класс
Фамилия
Имя
Отчество

Инструкция по выполнению работы

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например: $-1;7$.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов по всей работе, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», 2 баллов по модулю «Геометрия» и 2-х баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

Часть 1**Модуль «Алгебра»**

1 Укажите выражение, значение которого является наименьшим из данных.

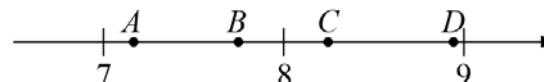
1) $2 - \frac{1}{3}$

2) $2 \cdot 0,3$

3) $\frac{2}{0,3}$

4) $\frac{2}{1 - \frac{1}{3}}$

2 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D .



Для каждой точки укажите соответствующее ей число.

ТОЧКИА) точка A **ЧИСЛА**

1) $2\sqrt{15}$

Б) точка B

2) $\frac{20}{\sqrt{5}}$

В) точка C

3) $\frac{43}{6}$

Г) точка D

4) $\sqrt{68}$

Ответ:

А	Б	В	Г

3 Вычислите $\frac{2^{-9} \cdot 2^7}{2^{-4}}$

Ответ:

4 Найдите корни уравнения $25x^2 = 4$.

Ответ:

5 Какой из данных прямых принадлежит точка $K(2; 10)$?

1) $y = 2$

2) $y = 5x$

3) $y = \frac{1}{5}x$

4) $x = 10$

6

Укажите в ответе номера верных равенств.

1) $(4-x)(x+4) = 16 - x^2$

2) $(2x-5)(x-4) = -(5-2x)(4-x)$

3) $(x+1)(3-2x) = 3+x-2x^2$

4) $(x-4)^2 = x^2 - 8x - 16$

Ответ:

7

Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+b}$ и найдите его значение при $a = -1$, $b = -0,2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ:

8

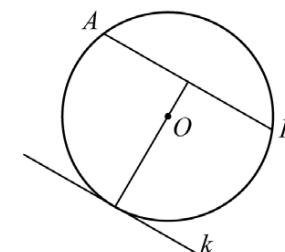
Известно, что $x < 10$, $y < 20$. Какие из следующих неравенств верны при любых значениях x и y , удовлетворяющих этому условию?
Запишите в ответе их номера.

1) $x + y < 20$ 2) $x + y < 30$ 3) $x + y < 10$

Ответ:

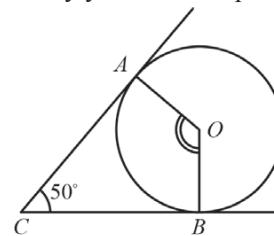
Модуль «Геометрия»**9**

Радиус окружности с центром в точке O равен 13 см, длина хорды AB равна 24 см. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k (см. рисунок).



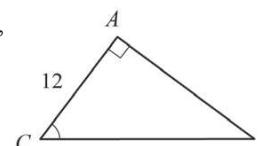
Ответ:

- 10** В угол C величиной 50° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B . Найдите величину угла AOB в градусах.



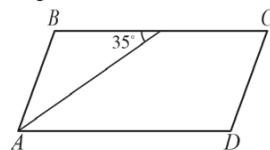
Ответ:

- 11** В треугольнике ABC угол A прямой, $AC = 12$, $\cos \angle ACB = 0,6$. Найдите BC .



Ответ:

- 12** Найдите величины углов параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 35° .



Ответ:

- 13** Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) В любом выпуклом четырёхугольнике все углы острые.
- 2) Существует выпуклый четырёхугольник, все углы которого острые.
- 3) В любом выпуклом четырёхугольнике все углы прямые.
- 4) Существует выпуклый четырёхугольник, все углы которого прямые.

Ответ:

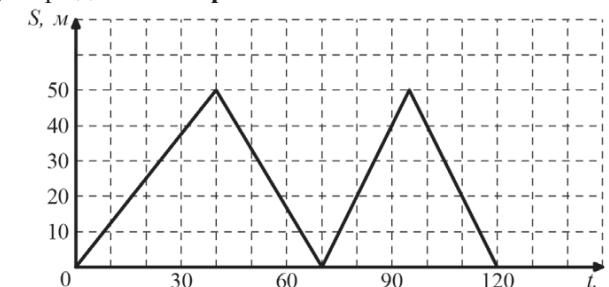
Модуль «Реальная математика»

- 14** Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 61,9 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0
Отборная	65,0
Первая	55,0
Вторая	45,0
Третья	35,0

Ответ:

- 15** Команда пловцов участвовала в эстафетном заплыве 4×50 м. На рисунке изображён график, показывающий зависимость расстояния S (в метрах) между пловцом и местом старта от времени движения t (в секундах). Какое из следующих утверждений **неверно**?

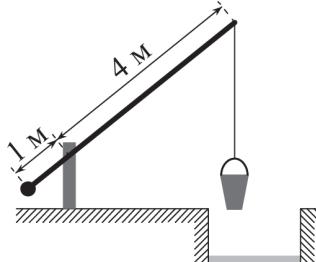


- 1) Пловец, плывший на первом этапе, проплыл свой этап за 40 с.
- 2) Команда проплыла дистанцию за 2 мин.
- 3) Средняя скорость пловца, плывшего на втором этапе, выше средней скорости пловца, плывшего на третьем этапе.
- 4) Вторую половину дистанции команда преодолела быстрее, чем первую.

- 16** Масштаб карты 1:10000000. Чему равно расстояние между городами A и B (в километрах), если на карте оно составляет 5,5 см?

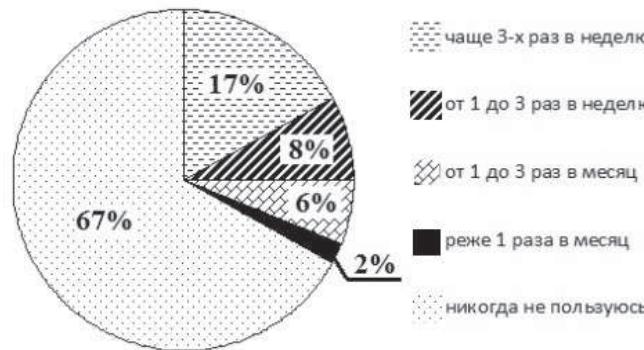
Ответ:

- 17** На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 1 м, а длинное плечо — 4 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 0,5 м?



Ответ:

- 18** Аналитический центр провёл опрос жителей крупных городов России. Были заданы вопросы: «Пользуетесь ли Вы сетью Интернет? Если да, то, как часто?». Результаты опроса представлены на круговой диаграмме. Сколько процентов опрошенных пользуются Интернетом не реже одного раза в месяц?



Ответ:

- 19** Из 700 сотовых телефонов в среднем 84 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранный телефон исправен?

Ответ:

- 20** Автомобиль проехал 200 км и израсходовал при этом a литров бензина. Сколько литров бензина потребуется, чтобы проехать 37 км при таких же условиях езды? Запишите соответствующее выражение.

Ответ запишите в бланк № 2.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Упростите выражение $\frac{6}{a-1} - \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} - \frac{2a+2}{a-1}$.

- 22** Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполняют только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

- 23** Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24** На сторонах угла BAC , равного 20° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

- 25** Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ медианы, проведённые из вершин A и A_1 , равны.

- 26** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 16 см^2 и 9 см^2 . Найдите площадь трапеции.

**Тренировочная работа № 2
по МАТЕМАТИКЕ
18 января 2013 года
9 класс**

Вариант 2

Инструкция по выполнению работы

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удается выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например: $-1;7$.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов по всей работе, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», 2 баллов по модулю «Геометрия» и 2-х баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

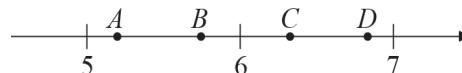
Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Укажите выражение, значение которого является наименьшим из данных.

- 1) $2 - \frac{1}{3}$ 2) $2 \cdot 0,3$ 3) $\frac{2}{0,3}$ 4) $\frac{2}{1 - \frac{1}{3}}$

2 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D .



Для каждой точки укажите соответствующее ей число.

<u>ТОЧКИ</u>	<u>ЧИСЛА</u>
--------------	--------------

- | | |
|--------------|-------------------------|
| А) точка A | 1) $2\sqrt{10}$ |
| Б) точка B | 2) $\sqrt{33}$ |
| В) точка C | 3) $\frac{41}{6}$ |
| Г) точка D | 4) $\frac{9}{\sqrt{3}}$ |

Ответ:

--	--	--	--

3 Вычислите $\frac{2^{-7} \cdot 2^9}{2^3}$.

Ответ:

4 Найдите корни уравнения $16x^2 = 9$.

Ответ:

5 Какой из данных прямых принадлежит точка $K(-2; -10)$?

- 1) $y = -\frac{1}{5}x$ 2) $y = -5x$ 3) $y = \frac{1}{5}x$ 4) $y = -10$

6 Запишите в ответе номера верных равенств.

- 1) $(3 - x)(x + 3) = x^2 - 9$
 2) $(x + 1)(3 - 2x) = -(2x - 3)(1 + x)$
 3) $(2x - 5)(x - 4) = 2x^2 + 3x - 20$
 4) $(x - 9)^2 = x^2 - 18x + 81$

Ответ:

7 Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+b}$ и найдите его значение при $a = -1, b = 0,2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ:

8 Известно, что $x > 10, y > 30$. Какие из следующих неравенств верны при любых значениях x и y , удовлетворяющих этому условию?

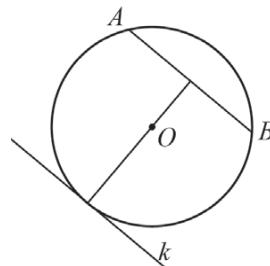
Запишите в ответе их номера.

- 1) $x + y > 30$
 2) $x + y > 20$
 3) $x + y > 40$

Ответ:

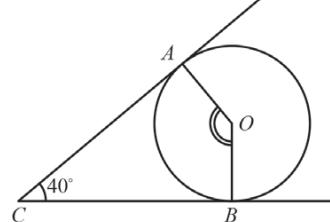
Модуль «Геометрия»

- 9** Радиус окружности с центром в точке O равен 10 см, длина хорды AB равна 16 см. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k (см. рисунок).



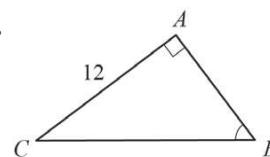
Ответ: []

- 10** В угол C величиной 40° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B . Найдите величину угла AOB в градусах.



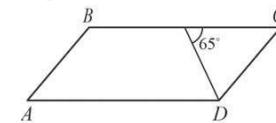
Ответ: []

- 11** В треугольнике ABC угол A прямой, $AC = 12$, $\sin \angle ABC = 0,8$. Найдите BC .



Ответ: []

- 12** Найдите величины углов параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла D образует со стороной BC угол, равный 65° .



Ответ: []

- 13** Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Если один из углов параллелограмма острый, то и остальные его углы острые.
- 2) Если один из углов трапеции острый, то и остальные её углы острые.
- 3) Если один из углов параллелограмма прямой, то и остальные его углы прямые.
- 4) Если один из углов трапеции прямой, то и остальные её углы прямые.

Ответ: []

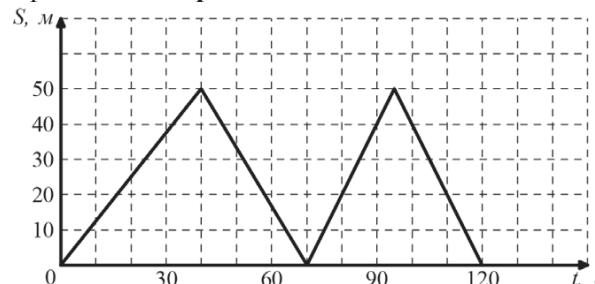
Модуль «Реальная математика»

- 14** Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 50,8 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0
Отборная	65,0
Первая	55,0
Вторая	45,0
Третья	35,0

Ответ: []

- 15** Команда пловцов участвовала в эстафетном заплыве 4×50 м. На рисунке изображён график, показывающий зависимость расстояния S (в метрах) между пловцом и местом старта от времени движения t (в секундах). Какое из следующих утверждений **неверно**?

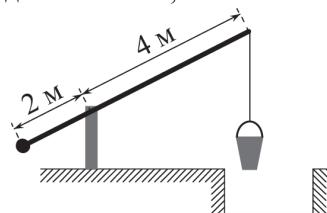


- 1) Пловец, плывший на втором этапе, проплыл свой этап за 30 с.
- 2) Команда проплыла дистанцию за 2 мин.
- 3) Средняя скорость пловца, плывшего на третьем этапе, выше средней скорости пловца, плывшего на первом этапе.
- 4) Первую половину дистанции команда преодолела быстрее, чем вторую.

- 16** Масштаб карты 1:1000000. Чему равно расстояние между поселками A и B (в километрах), если на карте оно составляет 4,5 см?

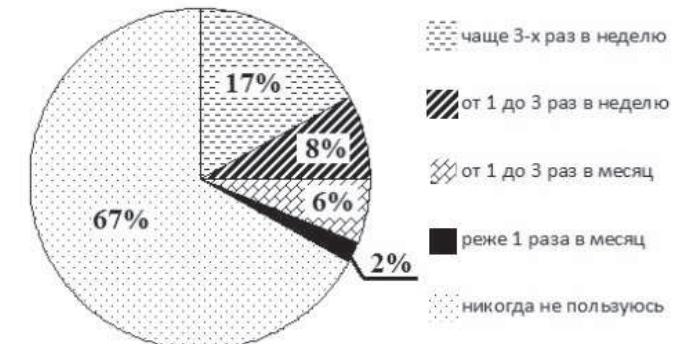
Ответ:

- 17** На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 4 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1,5 м?



Ответ:

- 18** Аналитический центр провёл опрос жителей крупных городов России. Был задан вопрос: «Пользуетесь ли Вы сетью Интернет? Если да, то, как часто?». Результаты опроса представлены на круговой диаграмме. Сколько процентов опрошенных пользуются Интернетом не чаще 3 раз в неделю?



Ответ:

- 19** Из 600 клавиатур для компьютера в среднем 12 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная клавиатура исправна?

Ответ:

- 20** Мотоциклист проехал 20 км и израсходовал a литров топлива. Сколько литров топлива потребуется, чтобы проехать 37 км при тех же условиях езды?

Запишите соответствующее выражение.

Ответ запишите в бланк № 2.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Упростите выражение $\frac{a-2}{a+1} - \frac{5}{(a+1)^2} : \frac{5}{a^2-1} - \frac{3a+2}{a+1}$.
- 22** Фирма *B* может выполнить заказ на производство игрушек на 4 дня быстрее, чем фирма *A*. При совместной работе эти фирмы за 24 дня выполняют заказ, в 5 раз больший, чем данный. За какое время может выполнить данный заказ каждая фирма?
- 23** Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| + x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24** На сторонах угла BAC , равного 40° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .
- 25** Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ биссектрисы, проведённые из вершин A и A_1 , равны.
- 26** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 25 см^2 и 16 см^2 . Найдите площадь трапеции.

**Тренировочная работа № 2
по МАТЕМАТИКЕ
18 января 2013 года
9 класс**

Вариант 3

Инструкция по выполнению работы

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачертните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачертните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например: $-1;7$.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов по всей работе, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», 2 баллов по модулю «Геометрия» и 2-х баллов по модулю «Реальная математика».

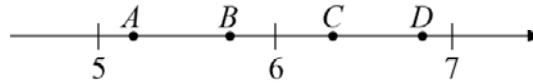
Желаем успеха!

Часть 1**Модуль «Алгебра»**

1 Укажите выражение, значение которого является наименьшим из данных.

- 1) $2 - \frac{1}{3}$ 2) $2 \cdot 0,3$ 3) $\frac{2}{0,3}$ 4) $\frac{2}{1 - \frac{1}{3}}$

2 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D .



Для каждой точки укажите соответствующее ей число.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
А) точка A	1) $2\sqrt{10}$
Б) точка B	2) $\sqrt{33}$
В) точка C	3) $\frac{41}{6}$
Г) точка D	4) $\frac{9}{\sqrt{3}}$

Ответ:

A	Б	В	Г

3 Вычислите $\frac{2^{-9} \cdot 2^7}{2^{-4}}$

Ответ:

4 Найдите корни уравнения $16x^2 = 9$.

Ответ:

5 Какой из данных прямых принадлежит точка $K(2; 10)$?

- 1) $y = 2$ 2) $y = 5x$ 3) $y = \frac{1}{5}x$ 4) $x = 10$

6 Запишите в ответе номера верных равенств.

- 1) $(3-x)(x+3) = x^2 - 9$
2) $(x+1)(3-2x) = -(2x-3)(1+x)$
3) $(2x-5)(x-4) = 2x^2 + 3x - 20$
4) $(x-9)^2 = x^2 - 18x + 81$

Ответ:

7 Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+b}$ и найдите его значение при $a = -1$, $b = -0,2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ:

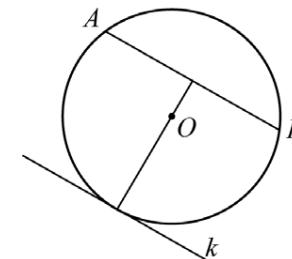
8 Известно, что $x > 10$, $y > 30$. Какие из следующих неравенств верны при любых значениях x и y , удовлетворяющих этому условию?
Запишите в ответе их номера.

- 1) $x + y > 30$ 2) $x + y > 20$ 3) $x + y > 40$

Ответ:

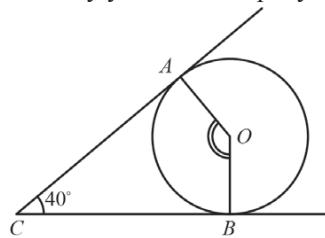
Модуль «Геометрия»

9 Радиус окружности с центром в точке O равен 13 см, длина хорды AB равна 24 см. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k (см. рисунок).



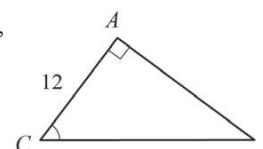
Ответ:

- 10** В угол C величиной 40° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B . Найдите величину угла AOB в градусах.



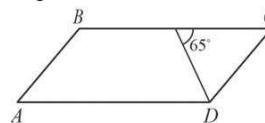
Ответ:

- 11** В треугольнике ABC угол A прямой, $AC = 12$, $\cos \angle ACB = 0,6$. Найдите BC .



Ответ:

- 12** Найдите величины углов параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла D образует со стороной BC угол, равный 65° .



Ответ:

- 13** Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) В любом выпуклом четырёхугольнике все углы острые.
- 2) Существует выпуклый четырёхугольник, все углы которого острые.
- 3) В любом выпуклом четырёхугольнике все углы прямые.
- 4) Существует выпуклый четырёхугольник, все углы которого прямые.

Ответ:

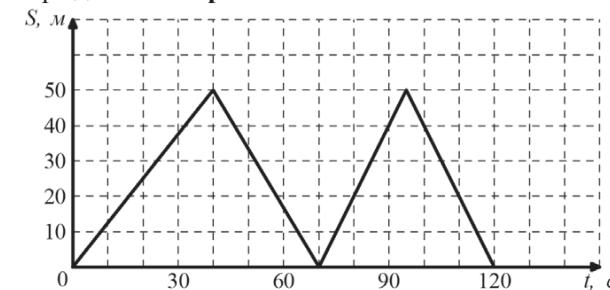
Модуль «Реальная математика»

- 14** Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 50,8 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0
Отборная	65,0
Первая	55,0
Вторая	45,0
Третья	35,0

Ответ:

- 15** Команда пловцов участвовала в эстафетном заплыве 4×50 м. На рисунке изображён график, показывающий зависимость расстояния S (в метрах) между пловцом и местом старта от времени движения t (в секундах). Какое из следующих утверждений **неверно**?

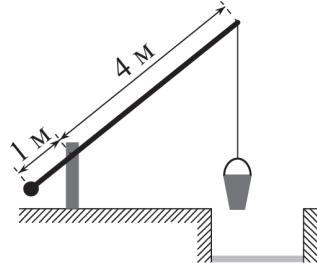


- 1) Пловец, плывший на первом этапе, проплыл свой этап за 40 с.
- 2) Команда проплыла дистанцию за 2 мин.
- 3) Средняя скорость пловца, плывшего на втором этапе, выше средней скорости пловца, плывшего на третьем этапе.
- 4) Вторую половину дистанции команда преодолела быстрее, чем первую.

- 16** Масштаб карты 1:1000000. Чему равно расстояние между поселками A и B (в километрах), если на карте оно составляет 4,5 см?

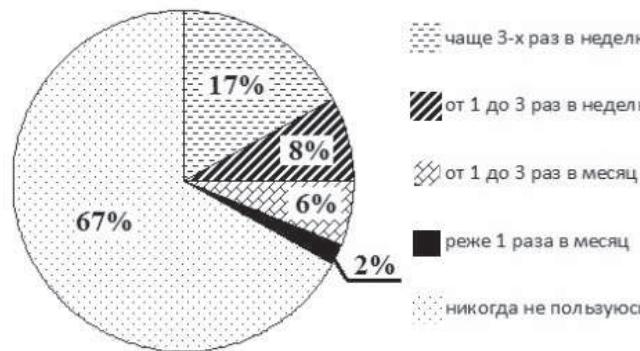
Ответ:

- 17** На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 1 м, а длинное плечо — 4 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 0,5 м?



Ответ:

- 18** Аналитический центр провёл опрос жителей крупных городов России. Был задан вопрос: «Пользуетесь ли Вы сетью Интернет? Если да, то, как часто?». Результаты опроса представлены на круговой диаграмме. Сколько процентов опрошенных пользуются Интернетом не чаще 3 раз в неделю?



Ответ:

- 19** Из 700 сотовых телефонов в среднем 84 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранный телефон исправен?

Ответ:

- 20** Мотоциclist проехал 20 км и израсходовал a литров топлива. Сколько литров топлива потребуется, чтобы проехать 37 км при тех же условиях езды? Запишите соответствующее выражение.

Ответ запишите в бланк № 2.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Упростите выражение $\frac{6}{a-1} - \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} - \frac{2a+2}{a-1}$.

- 22** Фирма B может выполнить заказ на производство игрушек на 4 дня быстрее, чем фирма A . При совместной работе эти фирмы за 24 дня выполняют заказ, в 5 раз больший, чем данный. За какое время может выполнить данный заказ каждая фирма?

- 23** Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24** На сторонах угла BAC , равного 40° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

- 25** Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ медианы, проведённые из вершин A и A_1 , равны.

- 26** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 25 см^2 и 16 см^2 . Найдите площадь трапеции.

**Тренировочная работа № 2
по МАТЕМАТИКЕ
18 января 2013 года
9 класс**

Вариант 4

Инструкция по выполнению работы

Общее время экзамена 4 часа (240 минут).

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом, в части II — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в части I, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачертните обведённый номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачертните его и запишите рядом новый. Наименования указывать не надо. Если в ответе надо записать несколько чисел, пишите их через точку с запятой, например: $-1;7$.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов по всей работе, из них не менее 3 баллов по модулю «Алгебра», 2 баллов по модулю «Геометрия» и 2-х баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

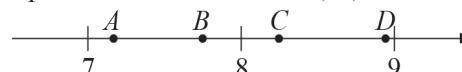
Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Укажите выражение, значение которого является наименьшим из данных.

- 1) $2 - \frac{1}{3}$ 2) $2 \cdot 0,3$ 3) $\frac{2}{0,3}$ 4) $\frac{2}{1 - \frac{1}{3}}$

2 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D .



Для каждой точки укажите соответствующее ей число.

- | ТОЧКИ | ЧИСЛА |
|--------------|--------------------------|
| А) точка A | 1) $2\sqrt{15}$ |
| Б) точка B | 2) $\frac{20}{\sqrt{5}}$ |
| В) точка C | 3) $\frac{43}{6}$ |
| Г) точка D | 4) $\sqrt{68}$ |

Ответ:

--	--	--	--

3 Вычислите $\frac{2^{-7} \cdot 2^9}{2^3}$.

Ответ:

--

4 Найдите корни уравнения $25x^2 = 4$.

Ответ:

--

5 Какой из данных прямых принадлежит точка $K(-2; -10)$?

- 1) $y = -\frac{1}{5}x$ 2) $y = -5x$ 3) $y = \frac{1}{5}x$ 4) $y = -10$

6 Укажите в ответе номера верных равенств.

- 1) $(4 - x)(x + 4) = 16 - x^2$
2) $(2x - 5)(x - 4) = -(5 - 2x)(4 - x)$
3) $(x + 1)(3 - 2x) = 3 + x - 2x^2$
4) $(x - 4)^2 = x^2 - 8x - 16$

Ответ:

--

7 Упростите выражение $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right) \cdot \frac{1}{a+b}$ и найдите его значение при $a = -1, b = 0,2$. В ответ запишите полученное число.

Ответ:

--

8 Известно, что $x < 10, y < 20$. Какие из следующих неравенств верны при любых значениях x и y , удовлетворяющих этому условию?

Запишите в ответе их номера.

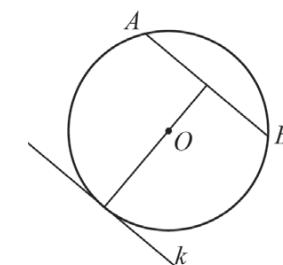
- 1) $x + y < 20$ 2) $x + y < 30$ 3) $x + y < 10$

Ответ:

--

Модуль «Геометрия»

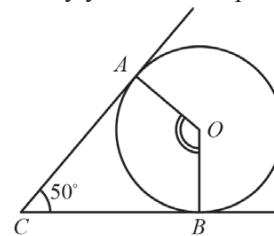
9 Радиус окружности с центром в точке O равен 10 см, длина хорды AB равна 16 см. Найдите расстояние от хорды AB до параллельной ей касательной k (см. рисунок).



Ответ:

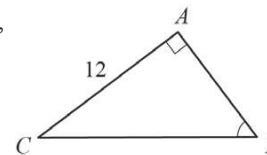
--

- 10** В угол C величиной 50° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B . Найдите величину угла AOB в градусах.



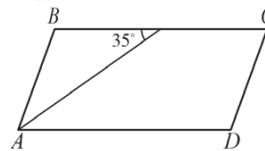
Ответ:

- 11** В треугольнике ABC угол A прямой, $AC = 12$, $\sin \angle ABC = 0,8$. Найдите BC .



Ответ:

- 12** Найдите величины углов параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 35° .



Ответ:

- 13** Укажите в ответе номера верных утверждений.

- 1) Если один из углов параллелограмма острый, то и остальные его углы острые.
- 2) Если один из углов трапеции острый, то и остальные её углы острые.
- 3) Если один из углов параллелограмма прямой, то и остальные его углы прямые.
- 4) Если один из углов трапеции прямой, то и остальные её углы прямые.

Ответ:

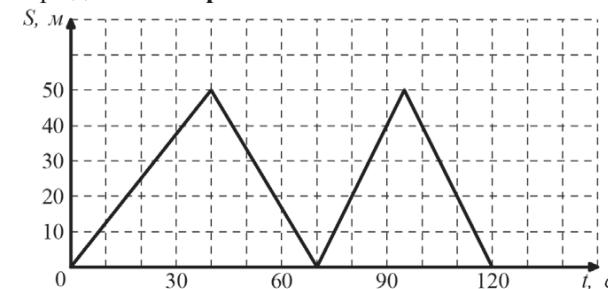
Модуль «Реальная математика»

- 14** Куриные яйца в зависимости от их массы подразделяют на пять категорий: высшая, отборная, первая, вторая и третья. Используя данные, представленные в таблице, определите, к какой категории относится яйцо массой 61,9 г.

Категория	Масса одного яйца, не менее, г
Высшая	75,0
Отборная	65,0
Первая	55,0
Вторая	45,0
Третья	35,0

Ответ:

- 15** Команда пловцов участвовала в эстафетном заплыве 4×50 м. На рисунке изображён график, показывающий зависимость расстояния S (в метрах) между пловцом и местом старта от времени движения t (в секундах). Какое из следующих утверждений **неверно**?

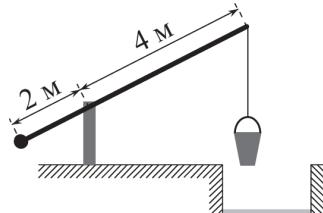


- 1) Пловец, плывший на втором этапе, проплыл свой этап за 30 с.
- 2) Команда проплыла дистанцию за 2 мин.
- 3) Средняя скорость пловца, плывшего на третьем этапе, выше средней скорости пловца, плывшего на первом этапе.
- 4) Первую половину дистанции команда преодолела быстрее, чем вторую.

- 16** Масштаб карты 1:10000000. Чему равно расстояние между городами A и B (в километрах), если на карте оно составляет 5,5 см?

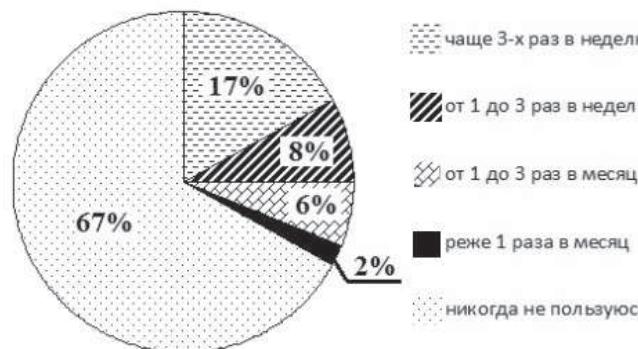
Ответ:

- 17** На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 4 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1,5 м?



Ответ:

- 18** Аналитический центр провёл опрос жителей крупных городов России. Были заданы вопросы: «Пользуетесь ли Вы сетью Интернет? Если да, то, как часто?». Результаты опроса представлены на круговой диаграмме. Сколько процентов опрошенных пользуются Интернетом не реже одного раза в месяц?



Ответ:

- 19** Из 600 клавиатур для компьютера в среднем 12 неисправны. Какова вероятность того, что случайно выбранная клавиатура исправна?

Ответ:

- 20** Автомобиль проехал 200 км и израсходовал при этом a литров бензина. Сколько литров бензина потребуется, чтобы проехать 37 км при таких же условиях езды? Запишите соответствующее выражение.

Ответ запишите в бланк № 2.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Упростите выражение $\frac{a-2}{a+1} - \frac{5}{(a+1)^2} : \frac{5}{a^2-1} - \frac{3a+2}{a+1}$.

- 22** Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

- 23** Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| + x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24** На сторонах угла BAC , равного 20° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

- 25** Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ биссектрисы, проведённые из вершин A и A_1 , равны.

- 26** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 16 см^2 и 9 см^2 . Найдите площадь трапеции.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

Модуль «Алгебра»

21 Упростите выражение $\frac{6}{a-1} - \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} - \frac{2a+2}{a-1}$.

Решение.

$$1) \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} = \frac{10(a^2-1)}{(a-1)^2 \cdot 10} = \frac{(a-1)(a+1)}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a-1}.$$

$$2) \frac{6}{a-1} - \frac{a+1}{a-1} - \frac{2a+2}{a-1} = \frac{6-a-1-2a-2}{a-1} = \frac{3-3a}{a-1} = -3.$$

Ответ: -3 .

Комментарий. Ошибки в применении формул, а также в применении правила деления дробей считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

Решение.

Пусть первый оператор может выполнить данную работу за x часов, а второй за y часов. За один час первый оператор выполняет $\frac{1}{x}$ часть всей работы, а второй $\frac{1}{y}$.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{y} = \frac{1}{8}; \end{cases} \quad y = 24, \quad x = 12.$$

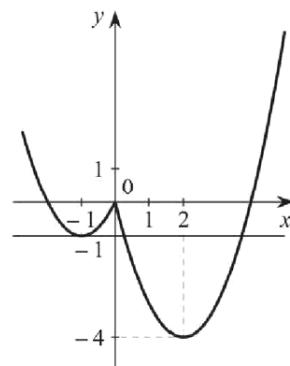
Ответ: первый оператор за 12 ч, второй оператор за 24 ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 23** Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Решение.

$$y = x^2 - 3|x| - x; \quad y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq 0, \\ x^2 + 2x, & x < 0. \end{cases}$$



Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 4x$ на промежутке $[0; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 2x$ на промежутке $(-\infty; 0)$. Графиком функции $y = x^2 - 4x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(2; -4)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(4; 0)$. Графиком функции $y = x^2 + 2x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(-1; -1)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(-2; 0)$. График данной функции изображен на рисунке.

Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

Ответ: график функции изображен на рисунке; прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

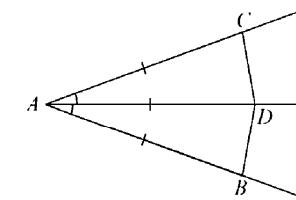
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки	4
График построен правильно, но одно из требуемых значений c не указано	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24** На сторонах угла BAC , равного 20° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

Решение.

Имеем $\angle CAD = 20^\circ : 2 = 10^\circ$; $\triangle CAD$ равнобедренный, $\angle CDA = (180^\circ - 10^\circ) : 2 = 85^\circ$; $\triangle CAD \cong \triangle BAD$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $\angle BDA = \angle CDA$; $\angle BDC = 2 \cdot 85^\circ = 170^\circ$.



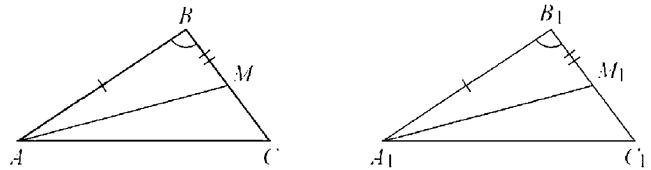
Ответ: 170° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно выполнены все шаги решения, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25** Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ медианы, проведённые из вершин A и A_1 , равны.

Доказательство.

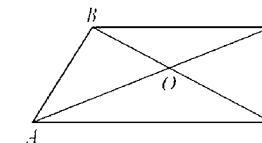
Пусть AM и A_1M_1 — медианы треугольников ABC и $A_1B_1C_1$. В треугольниках ABM и $A_1B_1M_1$ соответственно равны стороны AB и A_1B_1 , BM и B_1M_1 , а также углы B и B_1 . Следовательно, треугольники равны по первому признаку равенства треугольников. Значит, $AM = A_1M_1$, что и требовалось доказать.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки, например, не указан признак равенства треугольников	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	0

- 26** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 16 см^2 и 9 см^2 . Найдите площадь трапеции.

Решение.



По условию $S_{\triangle AOD} \neq S_{\triangle BOC}$, поэтому AD и BC являются не боковыми сторонами, а основаниями трапеции. Тогда треугольники AOD и BOC подобны по двум углам, а отношение их площадей равно квадрату коэффициента подобия k . Поэтому $k = \frac{4}{3} = \frac{AO}{OC}$. Поскольку треугольники ABO и CBO имеют общую высоту, проведённую из вершины B , отношение их площадей равно отношению их оснований, т. е. $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle CBO}} = \frac{AO}{OC} = \frac{4}{3}$. Значит, $S_{\triangle ABO} = \frac{4}{3} S_{\triangle CBO} = \frac{4}{3} \cdot 9 = 12$.

Площади треугольников ABD и ACD равны, так как эти треугольники имеют общее основание AD и их высоты, проведённые к этому основанию, равны как высоты трапеции, следовательно

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle AOD} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle AOD} = S_{\triangle COD}.$$

Поэтому $S_{\triangle COD} = 12$; $S_{ABCD} = 9 + 16 + 12 + 12 = 49 \text{ см}^2$.

Ответ: 49 см^2 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»**

21 Упростите выражение $\frac{a-2}{a+1} - \frac{5}{(a+1)^2} : \frac{5}{a^2-1} - \frac{3a+2}{a+1}$.

Решение.

$$1) \frac{5}{(a+1)^2} : \frac{5}{a^2-1} = \frac{5(a^2-1)}{(a+1)^2 \cdot 5} = \frac{(a-1)(a+1)}{(a+1)^2} = \frac{a-1}{a+1}.$$

$$2) \frac{a-2}{a+1} - \frac{a-1}{a+1} - \frac{3a+2}{a+1} = \frac{a-2-a+1-3a-2}{a+1} = \frac{-3a-3}{a+1} = -3.$$

Ответ: -3 .

Комментарий. Ошибки в применении формул, а также в применении правила деления дробей считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Фирма B может выполнить заказ на производство игрушек на 4 дня быстрее, чем фирма A . При совместной работе эти фирмы за 24 дня выполняют заказ, в 5 раз больший, чем данный. За какое время может выполнить данный заказ каждая фирма?

Решение.

Пусть фирма A может выполнить заказ за x дней, тогда фирма B – за $(x-4)$ дней. За один день фирма A выполняет $\frac{1}{x}$ часть всей работы, а фирма B $\frac{1}{x-4}$ часть. Составим уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} = \frac{5}{24}; \quad 5x^2 - 68x + 96 = 0.$$

Корни уравнения: 12 и 1,6, второй корень не подходит, так как $x > 4$.

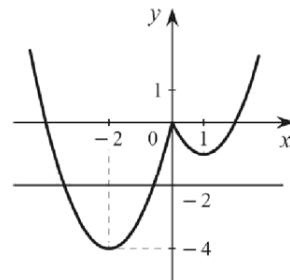
Ответ: фирма A за 12 дней, фирма B за 8 дней.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 23** Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| + x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Решение.

$$y = x^2 - 3|x| + x; \quad y = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0, \\ x^2 + 4x, & x < 0. \end{cases}$$



Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 2x$ на промежутке $[0; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 4x$ на промежутке $(-\infty; 0)$. Графиком функции $y = x^2 - 2x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(1; -1)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(2; 0)$. Графиком функции $y = x^2 + 4x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(-2; -4)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(-4; 0)$. График данной функции изображен на рисунке.

Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

Ответ: график функции изображен на рисунке; прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

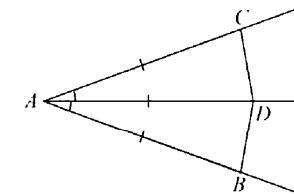
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки	4
График построен правильно, но одно из требуемых значений c не указано	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24** На сторонах угла BAC , равного 40° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

Решение.

Имеем $\angle CAD = 40^\circ : 2 = 20^\circ$; $\triangle CAD$ – равнобедренный, $\angle CDA = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$; $\triangle CAD \cong \triangle BAD$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $\angle BDA = \angle CDA$; $\angle BDC = 2 \cdot 80^\circ = 160^\circ$.



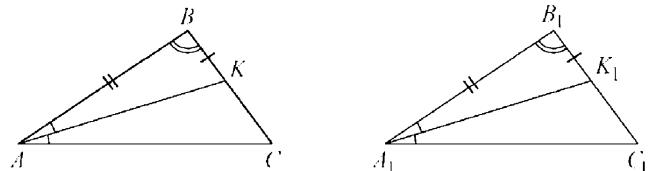
Ответ: 160° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно выполнены все шаги решения, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25** Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ биссектрисы, проведённые из вершин A и A_1 , равны.

Доказательство.

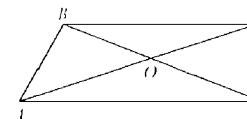
Пусть AK и A_1K_1 — биссектрисы треугольников ABC и $A_1B_1C_1$. В треугольниках ABK и $A_1B_1K_1$ соответственно равны стороны AB и A_1B_1 , а также углы B и B_1 , BAK и $B_1A_1K_1$. Следовательно, треугольники равны по второму признаку равенства треугольников. Значит, $AK = A_1K_1$, что и требовалось доказать.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки, например, не указан признак равенства треугольников	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	0

- 26** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 25 см^2 и 16 см^2 . Найдите площадь трапеции.

Решение.



По условию $S_{\triangle AOD} \neq S_{\triangle BOC}$, поэтому AD и BC являются не боковыми сторонами, а основаниями трапеции. Тогда треугольники AOD и BOC подобны по двум углам, а отношение их площадей равно квадрату коэффициента подобия k . Поэтому $k = \frac{5}{4} = \frac{AO}{OC}$. Поскольку треугольники ABO и CBO имеют общую высоту, проведённую из вершины B , отношение их площадей равно отношению их оснований, т. е. $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle CBO}} = \frac{AO}{OC} = \frac{5}{4}$. Значит, $S_{\triangle ABO} = \frac{5}{4} S_{\triangle CBO} = \frac{5}{4} \cdot 16 = 20$. Площади треугольников ABD и ACD равны, так как эти треугольники имеют общее основание AD , и их высоты, проведённые к этому основанию, равны как высоты трапеции, следовательно

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle AOD} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle AOD} = S_{\triangle COD}.$$

Поэтому $S_{\triangle COD} = 20$; $S_{ABCD} = 25 + 16 + 20 + 20 = 81 \text{ см}^2$.

Ответ: 81 см^2 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	2
2	3142
3	4
4	0,4; -0,4 или -0,4; 0,4
5	2
6	13
7	-6
8	2
9	18
10	130

№ задания	Ответ
11	20
12	70 и 110
13	4
14	первая; 1
15	3
16	550
17	2
18	31
19	0,88
20	$37a/200; 0,185a$

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	2
2	4213
3	0,5
4	-0,75; 0,75 или 0,75; -0,75
5	4
6	24
7	4
8	123
9	16
10	140

№ задания	Ответ
11	15
12	50 и 130
13	3
14	вторая; 2
15	4
16	45
17	3
18	16
19	0,98
20	$37a/20; 1,85a$

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»**

21 Упростите выражение $\frac{6}{a-1} - \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} - \frac{2a+2}{a-1}$.

Решение.

$$1) \frac{10}{(a-1)^2} : \frac{10}{a^2-1} = \frac{10(a^2-1)}{(a-1)^2 \cdot 10} = \frac{(a-1)(a+1)}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a-1}.$$

$$2) \frac{6}{a-1} - \frac{a+1}{a-1} - \frac{2a+2}{a-1} = \frac{6-a-1-2a-2}{a-1} = \frac{3-3a}{a-1} = -3.$$

Ответ: -3 .

Комментарий. Ошибки в применении формул, а также в применении правила деления дробей считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Фирма B может выполнить заказ на производство игрушек на 4 дня быстрее, чем фирма A . При совместной работе эти фирмы за 24 дня выполняют заказ, в 5 раз больший, чем данный. За какое время может выполнить данный заказ каждая фирма?

Решение.

Пусть фирма A может выполнить заказ за x дней, тогда фирма B – за $(x-4)$ дней. За один день фирма A выполняет $\frac{1}{x}$ часть всей работы, а фирма B $\frac{1}{x-4}$ часть. Составим уравнение:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} = \frac{5}{24}; \quad 5x^2 - 68x + 96 = 0.$$

Корни уравнения: 12 и 1,6, второй корень не подходит, так как $x > 4$.

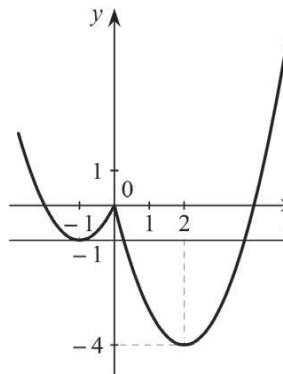
Ответ: фирма A за 12 дней, фирма B за 8 дней.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 23** Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| - x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Решение.

$$y = x^2 - 3|x| - x; \quad y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \geq 0, \\ x^2 + 2x, & x < 0. \end{cases}$$



Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 4x$ на промежутке $[0; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 2x$ на промежутке $(-\infty; 0)$. Графиком функции $y = x^2 - 4x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(2; -4)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(4; 0)$. Графиком функции $y = x^2 + 2x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(-1; -1)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(-2; 0)$. График данной функции изображён на рисунке.

Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

Ответ: график функции изображён на рисунке; прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

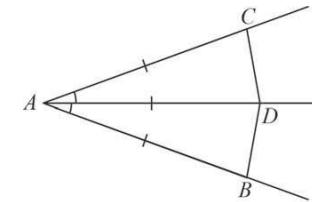
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки	4
График построен правильно, но одно из требуемых значений c не указано	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24** На сторонах угла BAC , равного 40° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

Решение.

Имеем $\angle CAD = 40^\circ : 2 = 20^\circ$; $\triangle CAD$ – равнобедренный, $\angle CDA = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$; $\triangle CAD \cong \triangle BAD$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $\angle BDA = \angle CDA$; $\angle BDC = 2 \cdot 80^\circ = 160^\circ$.



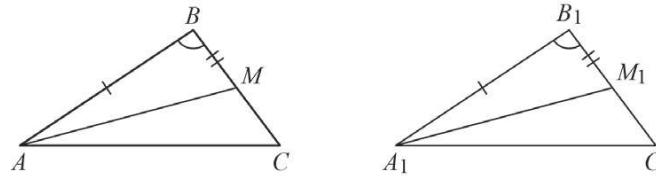
Ответ: 160° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно выполнены все шаги решения, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25** Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ медианы, проведённые из вершин A и A_1 , равны.

Доказательство.

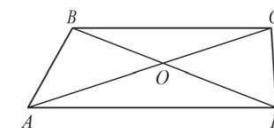
Пусть AM и A_1M_1 — медианы треугольников ABC и $A_1B_1C_1$. В треугольниках ABM и $A_1B_1M_1$ соответственно равны стороны AB и A_1B_1 , BM и B_1M_1 , а также углы B и B_1 . Следовательно, треугольники равны по первому признаку равенства треугольников. Значит, $AM = A_1M_1$, что и требовалось доказать.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки, например, не указан признак равенства треугольников	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	0

- 26** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 25 см^2 и 16 см^2 . Найдите площадь трапеции.

Решение.



По условию $S_{\triangle AOD} \neq S_{\triangle BOC}$, поэтому AD и BC являются не боковыми сторонами, а основаниями трапеции. Тогда треугольники AOD и BOC подобны по двум углам, а отношение их площадей равно квадрату коэффициента подобия k . Поэтому $k = \frac{5}{4} = \frac{AO}{OC}$. Поскольку треугольники ABO и CBO имеют общую высоту, проведенную из вершины B , отношение их площадей равно отношению их оснований, т. е. $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle CBO}} = \frac{AO}{OC} = \frac{5}{4}$. Значит, $S_{\triangle ABO} = \frac{5}{4}S_{\triangle CBO} = \frac{5}{4} \cdot 16 = 20$. Площади треугольников ABD и ACD равны, так как эти треугольники имеют общее основание AD , и их высоты, проведённые к этому основанию, равны как высоты трапеции, следовательно

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle AOD} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle AOD} = S_{\triangle COD}.$$

Поэтому $S_{\triangle COD} = 20$; $S_{ABCD} = 25 + 16 + 20 + 20 = 81 \text{ см}^2$.

Ответ: 81 см^2 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»**

21 Упростите выражение $\frac{a-2}{a+1} - \frac{5}{(a+1)^2} : \frac{5}{a^2-1} - \frac{3a+2}{a+1}$.

Решение.

$$1) \frac{5}{(a+1)^2} : \frac{5}{a^2-1} = \frac{5(a^2-1)}{(a+1)^2 \cdot 5} = \frac{(a-1)(a+1)}{(a+1)^2} = \frac{a-1}{a+1}.$$

$$2) \frac{a-2}{a+1} - \frac{a-1}{a+1} - \frac{3a+2}{a+1} = \frac{a-2-a+1-3a-2}{a+1} = \frac{-3a-3}{a+1} = -3.$$

Ответ: -3.

Комментарий. Ошибки в применении формул, а также в применении правила деления дробей считаются существенными; при их наличии решение не засчитывается.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Все преобразования выполнены верно, получен верный ответ	2
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

22 Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

Решение.

Пусть первый оператор может выполнить данную работу за x часов, а второй за y часов. За один час первый оператор выполняет $\frac{1}{x}$ часть всей работы, а второй $\frac{1}{y}$.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} = \frac{1}{8}; \end{cases} \quad y = 24, \quad x = 12.$$

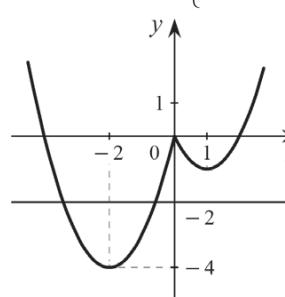
Ответ: первый оператор за 12 ч, второй оператор за 24 ч.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верно, получен верный ответ	3
По ходу решения допущена одна ошибка вычислительного характера/описка, с её учётом решение доведено до конца	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 23** Постройте график функции $y = x^2 - 3|x| + x$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком три общие точки.

Решение.

$$y = x^2 - 3|x| + x; \quad y = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0, \\ x^2 + 4x, & x < 0. \end{cases}$$



Для построения искомого графика построим график функции $y = x^2 - 2x$ на промежутке $[0; +\infty)$ и график функции $y = x^2 + 4x$ на промежутке $(-\infty; 0)$. Графиком функции $y = x^2 - 2x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(1; -1)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(2; 0)$. Графиком функции $y = x^2 + 4x$ является парабола, ветви которой направлены вверх, вершина имеет координаты $(-2; -4)$, точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$, $(-4; 0)$. График данной функции изображён на рисунке.

Прямая $y = c$ имеет с построенным графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

Ответ: график функции изображён на рисунке; прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки при $c = 0$ и при $c = -1$.

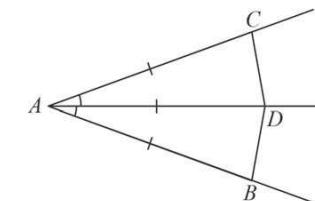
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки	4
График построен правильно, но одно из требуемых значений c не указано	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Модуль «Геометрия»

- 24** На сторонах угла BAC , равного 20° , и на его биссектрисе отложены равные отрезки AB , AC и AD . Определите величину угла BDC .

Решение.

Имеем $\angle CAD = 20^\circ : 2 = 10^\circ$; $\triangle CAD$ равнобедренный, $\angle CDA = (180^\circ - 10^\circ) : 2 = 85^\circ$; $\angle CAD = \angle BAD$ по двум сторонам и углу между ними, поэтому $\angle BDA = \angle CDA$; $\angle BDC = 2 \cdot 85^\circ = 170^\circ$.



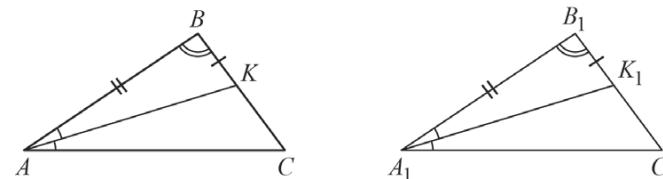
Ответ: 170° .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно выполнены все шаги решения, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 25** Докажите, что у равных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ биссектрисы, проведённые из вершин A и A_1 , равны.

Доказательство.

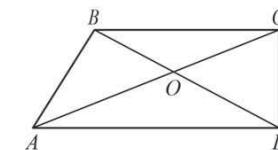
Пусть AK и A_1K_1 — биссектрисы треугольников ABC и $A_1B_1C_1$. В треугольниках ABK и $A_1B_1K_1$ соответственно равны стороны AB и A_1B_1 , а также углы B и B_1 , BAK и $B_1A_1K_1$. Следовательно, треугольники равны по второму признаку равенства треугольников. Значит, $AK = A_1K_1$, что и требовалось доказать.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	3
Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки, например, не указан признак равенства треугольников	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	0

- 26** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников AOD и BOC равны соответственно 16 см^2 и 9 см^2 . Найдите площадь трапеции.

Решение.



По условию $S_{\triangle AOD} \neq S_{\triangle BOC}$, поэтому AD и BC являются не боковыми сторонами, а основаниями трапеции. Тогда треугольники AOD и BOC подобны по двум углам, а отношение их площадей равно квадрату коэффициента подобия k . Поэтому $k = \frac{4}{3} = \frac{AO}{OC}$. Поскольку треугольники ABO и CBO имеют общую высоту, проведённую из вершины B , отношение их площадей равно отношению их оснований, т. е. $\frac{S_{\triangle ABO}}{S_{\triangle CBO}} = \frac{AO}{OC} = \frac{4}{3}$. Значит, $S_{\triangle ABO} = \frac{4}{3}S_{\triangle CBO} = \frac{4}{3} \cdot 9 = 12$.

Площади треугольников ABD и ACD равны, так как эти треугольники имеют общее основание AD и их высоты, проведённые к этому основанию, равны как высоты трапеции, следовательно

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle AOD} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle AOD} = S_{\triangle COD}.$$

Поэтому и $S_{\triangle COD} = 12$; $S_{ABCD} = 9 + 16 + 12 + 12 = 49 \text{ см}^2$.

Ответ: 49 см^2 .

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	2
2	4213
3	4
4	-0,75; 0,75 или 0,75; -0,75
5	2
6	24
7	-6
8	123
9	18
10	140

№ задания	Ответ
11	20
12	50 и 130
13	4
14	вторая; 2
15	3
16	45
17	2
18	16
19	0,88
20	$37a/20; 1,85a$

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	3
2	3142
3	0,5
4	0,4; -0,4 или -0,4; 0,4
5	4
6	13
7	4
8	2
9	16
10	130

№ задания	Ответ
11	15
12	70 и 110
13	3
14	первая; 1
15	4
16	550
17	3
18	31
19	0,98
20	$37a/200; 0,185a$