

МАТЕМАТИКА

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трех модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом А1–А3, В1–В5, в части II — 3 задания с полным решением С1–С3.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом В6–В10, в части II — 3 задания с полным решением С4–С6.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания в части I с кратким ответом В11–В17.

Сначала выполняйте задания части I. Советуем начать с того модуля, задания которого вызывают меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления и преобразования выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно выполнять необходимые вам построения. Обращаем внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий части I нужно указывать только ответы. При этом:

– при выполнении заданий А1–А3 ответы необходимо занести в бланк ответов АВ под номером выполняемого задания. К каждому заданию А1–А3 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный.

– ответом на задания В1–В4, В6–В9, В11–В16 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки.

– в задании В5 требуется установить соответствие между некоторыми объектами. Для объектов А, Б и В, расположенных в **алфавитном** порядке, укажите соответствующие номера объектов 1, 2, 3 или 4. Таким образом, ответом к заданию В3 является последовательность цифр, записанных в **установленном** порядке без пробелов и использования других символов, например: 214.

– ответом на задания В10 и В17 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 124. Ответ следует записать в бланк ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки.

– при исправлении неверного ответа в заданиях В1–В17 зачеркните старый ответ и справа без пробелов запишите новый.

При выполнении заданий части II (С1–С6) в бланк ответов С необходимо записать обоснованное решение и ответ. Текст задания не следует переписывать в бланк, необходимо лишь указать его номер.

Контрольно-измерительные материалы, выданные участникам экзамена, могут использоваться в качестве черновиков.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, но из них не менее 4 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия», и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

При выполнении заданий А1–А3 в бланке ответов АВ под кодом выполняемого вами задания поставьте знак «×» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

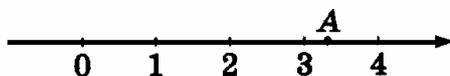
А1

Значение какого из указанных ниже выражений положительно?

- 1) $-(-0,7) \cdot (-0,3)$ 3) $1,2^2 - 1,2$
 2) $\frac{2}{3} - \frac{3}{4}$ 4) $\frac{-1,5 - 3,5}{2,5 - 1,5}$

А2

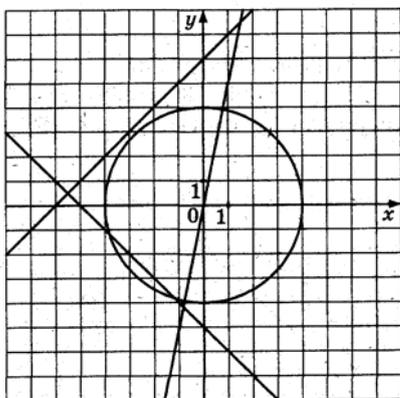
Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой А?



- 1) $\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{8}$ 3) $\sqrt{11}$ 4) $\sqrt{14}$

А3

Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 16$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.



1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = 5x \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = x + 6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = -x - 5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = -4 \end{cases}$

Ответом на задания В1–В4 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке.

В1

Решите уравнение $x(5-x) = 8(5-x)$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите меньший корень.

В2

Найдите значение выражения $\frac{4^2 \cdot 5^5}{10^5}$.

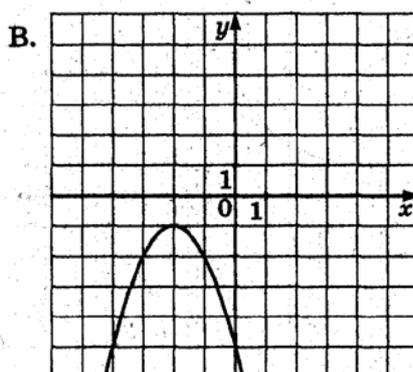
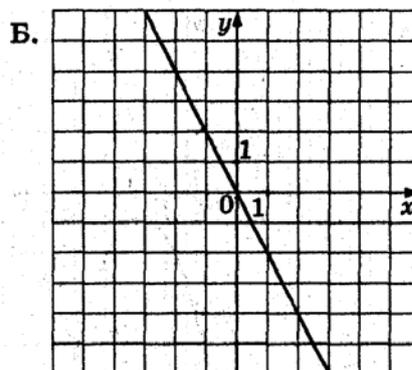
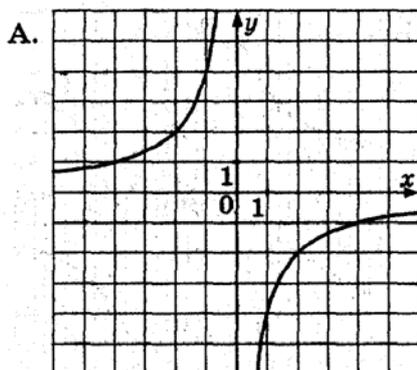
В3 Дана арифметическая прогрессия: $-4; -1; 2; \dots$. Найдите сумму первых десяти ее членов.

В4 Сколько целых решений имеет неравенство $-4 < x - 3,5 \leq 1,5$?

Ответом к заданию В5 является последовательность цифр, записанных в установленном порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке.

В5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = -\frac{4}{x}$
- 2) $y = -\frac{2}{x}$
- 3) $y = -2x$
- 4) $y = -x^2 - 4x - 5$

Модуль «Геометрия»

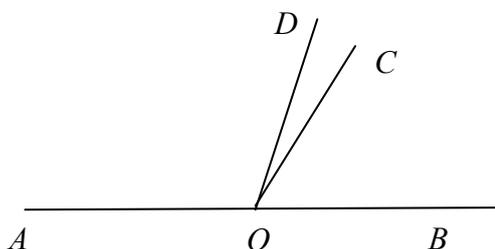
<p><i>Ответом на задания В6–В9 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.</i></p>
--

В6

Длины двух смежных сторон параллелограмма относятся как 2:3. Найдите длину большей стороны, если периметр параллелограмма равен 30.

В7

На рисунке $\angle AOC = 120^\circ$, $\angle DOB = 80^\circ$. Найдите величину угла DOC , если угол AOB — развернутый.

**В8**

Вершины прямоугольника $ABCD$ имеют соответственно координаты $(-2; -2)$, $(6; -2)$, $(6; 4)$, $(-2; 4)$. Найдите ординату точки пересечения диагоналей этого прямоугольника.

В9

В каждый из двух квадратов вписаны окружности. Радиус одной из этих окружностей в 2 раза больше радиуса другой. Площадь большего квадрата равна 8. Найдите площадь меньшего квадрата.

<p><i>Ответом к заданию В10 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке.</i></p>

В10

Укажите в ответе номера **верных** утверждений?

- 1) Смежные углы равны.
- 2) Площадь прямоугольника равна произведению двух его сторон.
- 3) Существует треугольник, высота которого совпадает с его меньшей стороной.
- 4) Через любые две точки может проходить более одной прямой.

Модуль «Реальная математика»

Ответом на задания В11 – В16 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.

В11

В таблице приведены средние баллы, полученные учащимися девятого классов одной из школ Санкт-Петербурга за контрольную работу по теме «Статистика».

Класс	9а	9б	9в	9г	9д
Средний балл по классу	4,3	4,6	4,8	4,4	3,9

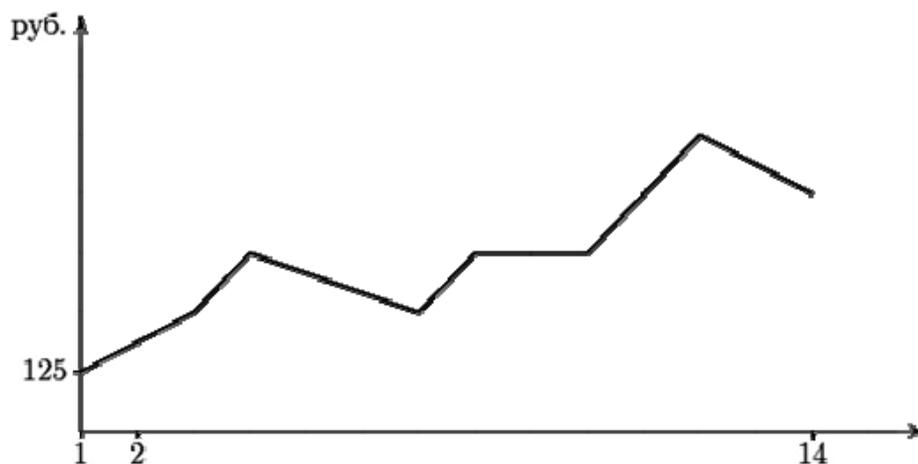
По данным таблицы определите количество классов, в которых средний балл по классу превышает средний балл всех девятиклассников школы.

В12

Цена холодильника и газовой плиты 10 000 рублей и 8000 рублей соответственно. На сколько процентов цена газовой плиты меньше цены холодильника?

В13

На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости одной акции газодобывающей компании в первые две недели апреля. В первую неделю апреля бизнесмен купил 14 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль мог получить бизнесмен?

**В14**

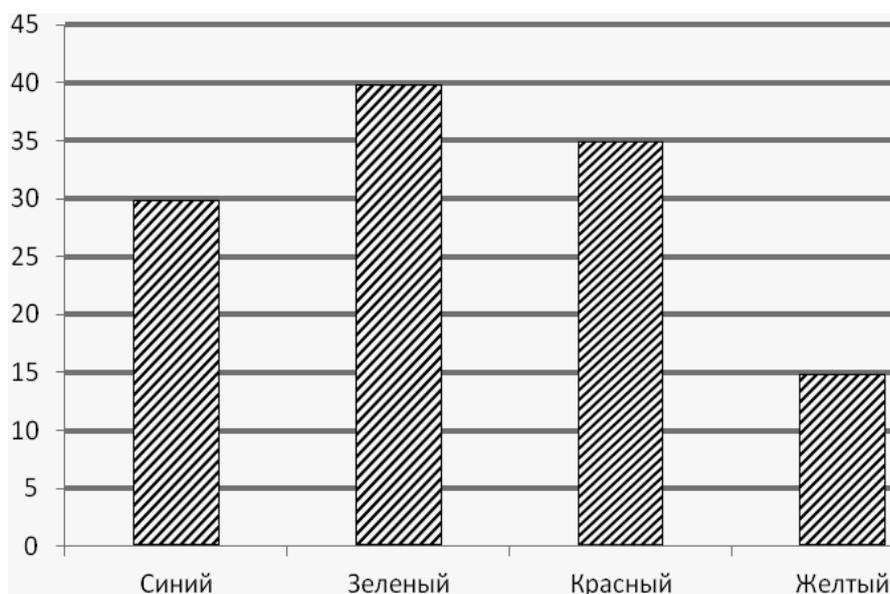
Мяч бросили под углом $\alpha = 30^\circ$ к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча t (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. Определите, с какой начальной скоростью v_0 (в м/с) бросили мяч, если время полета составило 3 секунды. Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

В15 Мальчик прошел от дома по направлению на восток 40 м. Затем повернул на север и прошел 30 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

В16 Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 40 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 30 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Ответом к заданию В17 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке.

В17 В магазине продаются мячи четырех цветов (синие, зеленые, красные и желтые) и двух размеров (большие и маленькие). Известно, что одна половина всех мячей — большие, а другая половина — маленькие. На диаграмме отражено распределение мячей по цветам:



Укажите номера **верных** утверждений:

- 1) В магазине 60 маленьких мячей.
- 2) Все синие мячи могут быть большими.
- 3) Все маленькие мячи — синие или желтые.
- 4) Среди маленьких мячей найдется хотя бы один зеленый.

Часть 2

При выполнении заданий этой части в бланк ответов С под кодом выполняемого вами задания (С1–С6) занесите полное обоснованное решение и ответ.

Модуль «Алгебра»

С1 Найдите значение выражения $x^2 - 6\sqrt{5}x - 1$ при $x = \sqrt{5} + 4$.

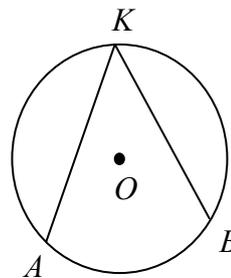
С2 Два строителя выложили стену из кирпичей за 14 дней, причем второй присоединился к первому через 3 дня после начала работы. Известно, что первому строителю на выполнение всей работы потребовалось бы на 6 дней больше, чем второму. За сколько дней мог бы выложить эту стену каждый строитель, работая отдельно?

С3 Постройте график функции $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 12x + 9, & \text{если } x \leq -1, \\ -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}, & \text{если } x > -1. \end{cases}$

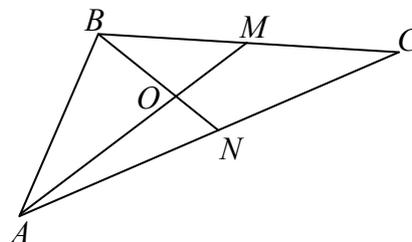
При каких значениях x функция принимает неположительные значения?

Модуль «Геометрия»

С4 На рисунке KA и KB — хорды окружности с центром в точке O , угол AKB равен 45° . Найдите длину хорды AB , если радиус окружности равен 4.



С5 Медианы AM и BN в треугольнике ABC пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники AOB и MON подобны.



С6 В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD угол BAD равен 20° , угол CDA равен 70° , средняя линия равна 5, а длина отрезка, соединяющего середины оснований, равна 3. Найдите длину основания AD .

МАТЕМАТИКА

Инструкция по выполнению работы

Общее время работы — 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трех модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части I — 8 заданий с кратким ответом А1–А3, В1–В5, в части II — 3 задания с полным решением С1–С3.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в части I — 5 заданий с кратким ответом В6–В10, в части II — 3 задания с полным решением С4–С6.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания в части I с кратким ответом В11–В17.

Сначала выполняйте задания части I. Советуем начать с того модуля, задания которого вызывают меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если останется время, вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления и преобразования выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно выполнять необходимые вам построения. Обращаем внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий части I нужно указывать только ответы. При этом:

– при выполнении заданий А1–А3 ответы необходимо занести в бланк ответов АВ под номером выполняемого задания. К каждому заданию А1–А3 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный.

– ответом на задания В1–В4, В6–В9, В11–В16 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки.

– в задании В5 требуется установить соответствие между некоторыми объектами. Для объектов А, Б и В, расположенных в **алфавитном** порядке, укажите соответствующие номера объектов 1, 2, 3 или 4. Таким образом, ответом к заданию В3 является последовательность цифр, записанных в **установленном** порядке без пробелов и использования других символов, например: 214.

– ответом на задания В10 и В17 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 124. Ответ следует записать в бланк ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки.

– при исправлении неверного ответа в заданиях В1–В17 зачеркните старый ответ и справа без пробелов запишите новый.

При выполнении заданий части II (С1–С6) в бланк ответов С необходимо записать обоснованное решение и ответ. Текст задания не следует переписывать в бланк, необходимо лишь указать его номер.

Контрольно-измерительные материалы, выданные участникам экзамена, могут использоваться в качестве черновиков.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, но из них не менее 4 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия», и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

При выполнении заданий А1–А3 в бланке ответов АВ под кодом выполняемого вами задания поставьте знак «×» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1

Значение какого из указанных ниже выражений отрицательно?

1) $-0,4 \cdot (-0,3)$

3) $1,3^2 - 1,3$

2) $\frac{6}{7} - \frac{3}{4}$

4) $\frac{1,5 - 3,5}{2,7 - 1,7}$

А2

Какое из чисел отмечено на координатной прямой точкой А?



1) $\sqrt{5}$

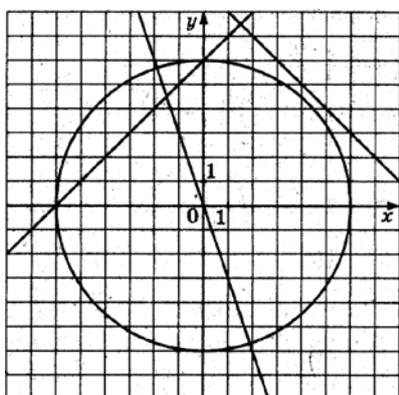
2) $\sqrt{8}$

3) $\sqrt{13}$

4) $\sqrt{17}$

А3

Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 36$. Используя этот рисунок, определите, какая из систем уравнений не имеет решений.



1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = -3x \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = x + 6 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = -6 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ y = 9 - x \end{cases}$

Ответом на задания В1–В4 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке.

В1

Решите уравнение $2(x-7) = x(x-7)$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите больший корень.

В2

Найдите значение выражения $\frac{2^4 \cdot 25^3}{10^6}$.

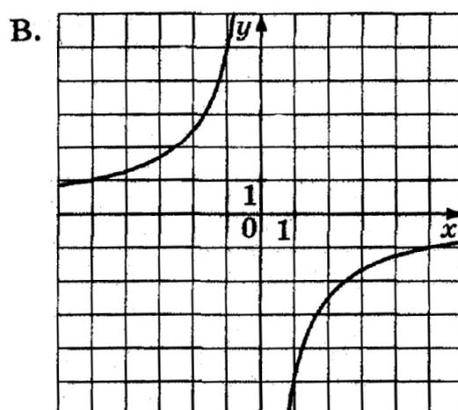
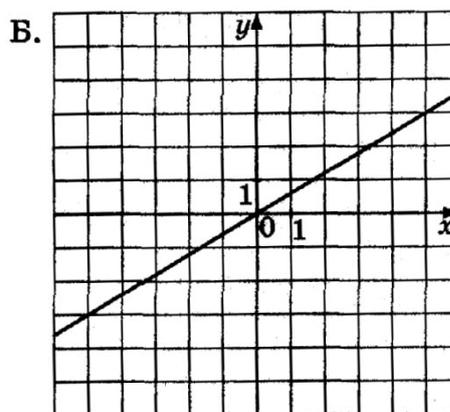
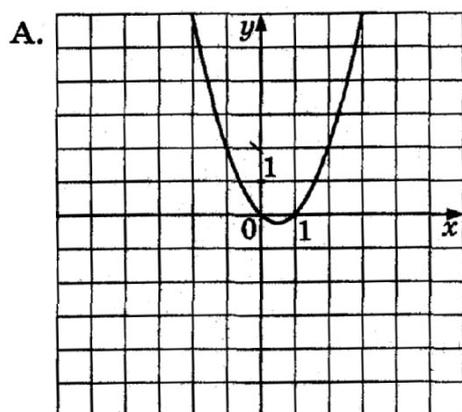
В3 Дана арифметическая прогрессия: $-10; -6; -2; \dots$. Найдите сумму первых десяти ее членов.

В4 Сколько целых решений имеет неравенство $-5,5 \leq x + 2,5 < 3$?

Ответом к заданию В5 является последовательность цифр, записанных в установленном порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке.

В5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{3x}{5}$

2) $y = x^2 - x$

3) $y = x^2 + x$

4) $y = -\frac{5}{x}$

Модуль «Геометрия»

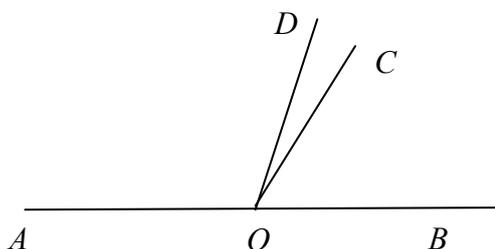
<p><i>Ответом на задания В6–В9 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.</i></p>
--

В6

Длины двух смежных сторон параллелограмма относятся как 3:4. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 28.

В7

На рисунке $\angle AOC = 130^\circ$, $\angle DOB = 75^\circ$. Найдите величину угла DOC , если угол AOB — развернутый.

**В8**

Вершины прямоугольника $ABCD$ имеют соответственно координаты $(-1; -3)$, $(5; -3)$, $(5; 2)$, $(-1; 2)$. Найдите абсциссу точки пересечения диагоналей этого прямоугольника.

В9

В каждый из двух квадратов вписаны окружности. Радиус одной из этих окружностей в 3 раза меньше радиуса другой. Площадь большего квадрата равна 18. Найдите площадь меньшего квадрата.

<p><i>Ответом к заданию В10 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке.</i></p>

В10

Укажите в ответе номера **верных** утверждений?

- 1) Вертикальные углы равны.
- 2) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению двух его катетов.
- 3) В равнобедренном треугольнике высота является медианой и биссектрисой
- 4) Через любые две точки проходит прямая и притом только одна.

Модуль «Реальная математика»

Ответом на задания В11–В16 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.

В11

В таблице приведены средние баллы, полученные учащимися девятых классов одной из школ Санкт-Петербурга за контрольную работу по теме «Статистика».

Класс	9а	9б	9в	9г	9д
Средний балл по классу	4,1	4,6	4,9	4,5	3,9

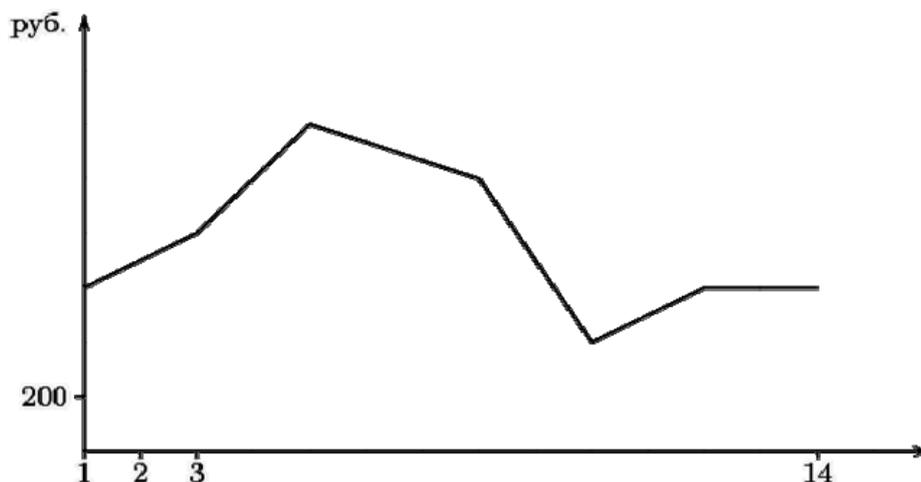
По данным таблицы определите количество классов, в которых средний балл по классу не превышает средний балл всех девятиклассников школы.

В12

Цена холодильника и пылесоса 10 000 рублей и 4000 рублей соответственно. На сколько процентов цена пылесоса меньше цены холодильника?

В13

На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости одной акции нефтеперерабатывающей компании в первые две недели апреля. 3 апреля бизнесмен купил 12 акций, а потом продал их 8 апреля. Какую прибыль мог получить бизнесмен?

**В14**

Мяч бросили под углом $\alpha = 30^\circ$ к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча t (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. Определите, с какой начальной скоростью v_0 (в м/с) бросили мяч, если время полета составило 4 секунды. Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

B15

Мальчик прошел от дома по направлению на запад 30 м. Затем повернул на север и прошел 40 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

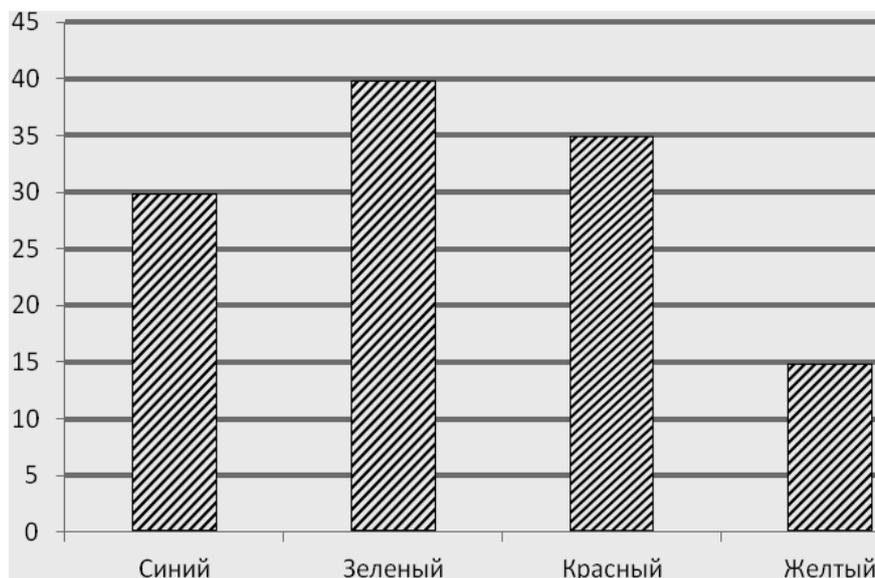
B16

Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 60 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 30 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится во второй день конкурса?

Ответом к заданию B17 является последовательность цифр, записанных в любом порядке без пробелов и использования других символов, например: 214. Ответ следует записать в бланке ответов АВ справа от номера выполняемого вами задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишете в отдельной клеточке.

B17

В магазине продаются мячи четырех цветов (синие, зеленые, красные и желтые) и двух размеров (большие и маленькие). Известно, что одна половина всех мячей — большие, а другая половина — маленькие. На диаграмме отражено распределение мячей по цветам:



Укажите номера **верных** утверждений:

- 1) В магазине 70 маленьких мячей.
- 2) Все желтые мячи могут быть маленькими.
- 3) Все большие мячи — синие или желтые.
- 4) Среди маленьких мячей найдется хотя бы один зеленый.

Часть 2

При выполнении заданий этой части в бланк ответов С под кодом выполняемого вами задания (С1–С6) занесите полное обоснованное решение и ответ.

Модуль «Алгебра»

С1 Найдите значение выражения $x^2 - 4\sqrt{2}x + 2$ при $x = \sqrt{2} - 3$.

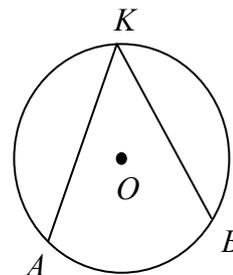
С2 Два мастера оклеили обоями квартиры на этаже в новом доме за 15 дней, причем второй присоединился к первому через 7 дней после начала работы. Известно, что первому мастеру на выполнение всей работы потребовалось бы на 7 дней меньше, чем второму. За сколько дней мог бы выполнить эту работу каждый мастер, работая отдельно?

С3 Постройте график функции $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 4x + 1, & \text{если } x \leq 1, \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

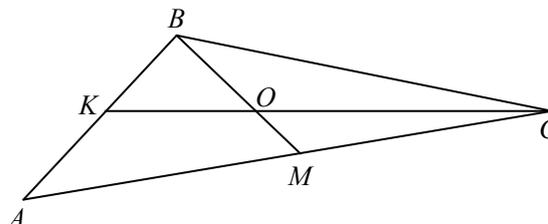
При каких значениях x функция принимает положительные значения?

Модуль «Геометрия»

С4 На рисунке KA и KB — хорды окружности с центром в точке O , $\angle AKB = 30^\circ$. Найдите радиус окружности, если длина хорды AB равна 6.



С5 Медианы BM и CK в треугольнике ABC пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники COB и KOM подобны.



С6 В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD угол BAD равен 25° , угол CDA равен 65° , средняя линия равна 10, а длина отрезка, соединяющего середины оснований, равна 8. Найдите длину основания AD .

Предэкзаменационная работа № 2 (2012—2013 уч. год)
Комментарии к заданиям и критерии их оценивания

1 вариант

Часть 1

Каждое верно выполненное задание части I оценивается в 1 балл.

Таблицы ответов

Модуль «Алгебра»		Возможные варианты ответов
A1	3	
A2	3	
A3	3	
B1	5	
B2	0,5	
B3	95	
B4	6	
B5	134	
Модуль «Геометрия»		Возможные варианты ответов
B6	9	
B7	20	
B8	1	
B9	2	
B10	3	

Модуль «Реальная математика»		Возможные варианты ответов
B11	2	
B12	20	
B13	7000	
B14	30	
B15	50	
B16	0,125	
B17	12	21

Часть 2

Модуль «Алгебра»

C1

Найдите значение выражения $x^2 - 6\sqrt{5}x - 1$ при $x = \sqrt{5} + 4$.

Решение. Подставляя указанное значение x в заданное выражение, получаем:

$$(\sqrt{5} + 4)^2 - 6\sqrt{5}(\sqrt{5} + 4) - 1 = 5 + 8\sqrt{5} + 16 - 30 - 24\sqrt{5} - 1 = -10 - 16\sqrt{5}.$$

Ответ: $-10 - 16\sqrt{5}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Решение задачи верно, получен верный ответ.
1	При верных вычислениях допущена описка, возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	Максимальный балл

С2

Два строителя выложили стену из кирпичей за 14 дней, причем второй присоединился к первому через 3 дня после начала работы. Известно, что первому строителю на выполнение всей работы потребовалось бы на 6 дней больше, чем второму. За сколько дней мог бы выложить эту стену каждый строитель, работая отдельно?

Решение. Пусть первый строитель может выложить стену за x дней, тогда второму строителю может выложить ее за $x-6$ дней, причем $x > 6$ (*). Значит, $\frac{1}{x}$ — производительность первого строителя, а $\frac{1}{x-6}$ — производительность второго строителя; $\frac{14}{x}$ — часть работы, выполненной первым строителем, $\frac{11}{x-6}$ — часть работы, выполненной вторым строителем. Следовательно, $\frac{14}{x} + \frac{11}{x-6} = 1$. Решим это уравнение при условии (*): $14(x-6) + 11x = x(x-6)$, $14x - 84 + 11x = x^2 - 6x$, $x^2 - 31x + 84 = 0$, $x = 3$ или $x = 28$. Неравенству (*) удовлетворяет только значение $x = 28$. Значит, первый строитель может выложить стену за 28 дней, а второй — за 22 дня.

Ответ: первый строитель может выложить стену за 28 дней, а второй — за 22 дня.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Решение задачи верно, получен верный обоснованный ответ.
2	По ходу решения допущена одна вычислительная ошибка или описка, с ее учетом решение доведено до конца.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
3	<i>Максимальный балл</i>

С3

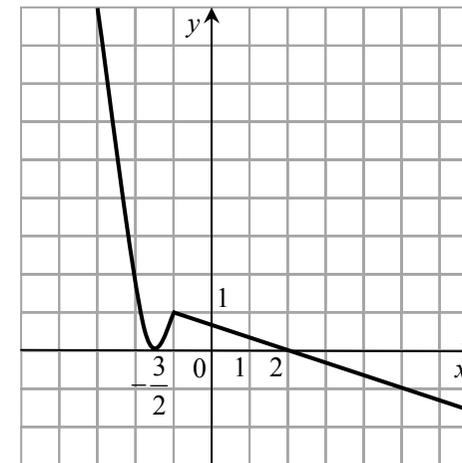
Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 12x + 9, & \text{если } x \leq -1, \\ -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}, & \text{если } x > -1. \end{cases}$$

При каких значениях x функция принимает неположительные значения?

Решение. График функции $y = 4x^2 + 12x + 9$ ($y = (2x+3)^2$) — парабола, ветви которой направлены вверх, с вершиной в точке $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$, $y(-1) = 1$. Построим часть параболы при $x \leq -1$.

График функции $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ — прямая, $y(-1) = 1$, $y(2) = 0$. Построим часть прямой при $x \geq -1$.



Ответ: $-\frac{3}{2}; [2; +\infty)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	График построен верно, получен верный ответ.
3	График построен верно, получен неверный ответ.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
4	<i>Максимальный балл</i>

Модуль «Геометрия»

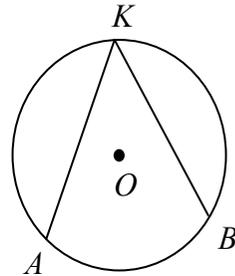
С4 На рисунке KA и KB — хорды окружности с центром в точке O , $\angle AKB = 45^\circ$. Найдите длину хорды AB , если радиус окружности равен 4.

Решение:

1. $\angle AOB = 2\angle AKB = 90^\circ$ по свойству вписанного угла.

2. В треугольнике AOB : $\angle O = 90^\circ$, $AO = OB$, $AB = AO\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

Ответ: $AB = 4\sqrt{2}$.



Примечание. Учащиеся могли применить теорему синусов для треугольника

$$AKB: AB = 2R \sin AKB = 2 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ.
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка или описка, возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	Максимальный балл

С5 Медианы AM и BN в треугольнике ABC пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники AOB и MON подобны.

Доказательство:

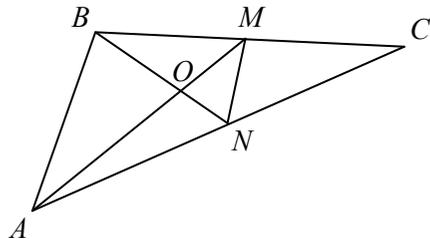
1. Прямые MN и AB параллельны по свойству средней линии треугольника.

2. $\angle AMN = \angle BAM$ как накрест лежащие углы.

3. $\angle BOA = \angle MON$ как вертикальные углы.

Треугольники AOB и MON подобны по двум углам.

Что и требовалось доказать.

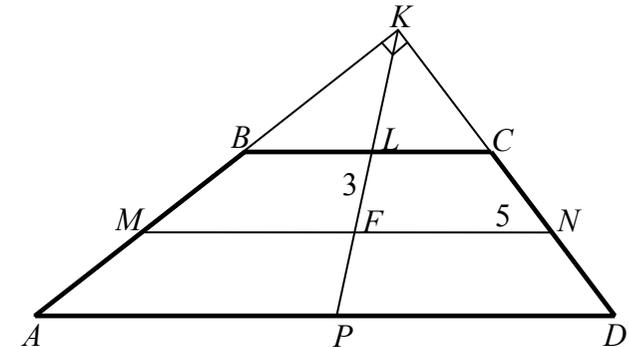


Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы.
2	Доказательство в целом верное, допущены неточности в обоснованиях или описки.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
3	Максимальный балл

С6 В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD $\angle BAD = 20^\circ$, $\angle CDA = 70^\circ$, средняя линия равна 5, а длина отрезка, соединяющего середины оснований, равна 3. Найдите длину основания AD .

Решение.

1. Продолжим боковые стороны AB и DC до пересечения в точке K .



2. Треугольник AKD — прямоугольный ($\angle K = 90^\circ$). Построим в этом треугольнике медиану KP . Тогда точки L и F — середины отрезков BC и MN соответственно.

Значит, $LP = 3$, а $LF = FP = \frac{1}{2}LP = 1,5$.

3. В треугольнике KMN $KF = \frac{1}{2}MN = 2,5$ (по свойству медианы прямоугольного треугольника).

4. $KL = KF - LF = 2,5 - 1,5 = 1$.

5. $KP = KL + LP = 3 + 1 = 4$.

6. В треугольнике AKD $AD = 2KP = 2 \cdot 4 = 8$ (по свойству медианы прямоугольного треугольника).

Ответ: 8.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
4	<i>Максимальный балл</i>

Предэкзаменационная работа № 2 (2012—2013 уч. год)
Комментарии к заданиям и критерии их оценивания

2 вариант

Часть 1

Каждое верно выполненное задание части I оценивается в 1 балл.

Таблицы ответов

Модуль «Алгебра»		Возможные варианты ответов
A1	4	
A2	3	
A3	4	
B1	7	
B2	0,25	
B3	80	
B4	9	
B5	214	
Модуль «Геометрия»		Возможные варианты ответов
B6	6	
B7	25	
B8	2	
B9	2	
B10	14	41

Модуль «Реальная математика»		Возможные варианты ответов
B11	3	
B12	60	
B13	2400	
B14	40	
B15	50	
B16	0,25	
B17	2	

Часть 2

Модуль «Алгебра»

C1

Найдите значение выражения $x^2 - 4\sqrt{2}x + 2$ при $x = \sqrt{2} - 3$.

Решение. Подставляя указанное значение x в заданное выражение, получаем:

$$(\sqrt{2} - 3)^2 - 4\sqrt{2}(\sqrt{2} - 3) + 2 = 2 - 6\sqrt{2} + 9 - 8 + 12\sqrt{2} + 2 = 5 + 6\sqrt{2}.$$

Ответ: $5 + 6\sqrt{2}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Решение задачи верно, получен верный ответ.
1	При верных вычислениях допущена описка, возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	Максимальный балл

C2

Два мастера оклеили обоями квартиры на этаже в новом доме за 15 дней, причем второй присоединился к первому через 7 дней после начала работы. Известно, что первому мастеру на выполнение всей работы потребовалось бы на 7 дней меньше, чем второму. За сколько дней мог бы выполнить эту работу каждый мастер, работая отдельно?

Решение. Пусть первый мастер может выложить стену за x дней, тогда второму мастеру понадобится на это $x+7$ дней, причем $x > 0$ (*). Значит, $\frac{1}{x}$ — производительность первого мастера, а $\frac{1}{x+7}$ — производительность второго мастера; $\frac{15}{x}$ — часть работы, выполненной первым мастером, $\frac{8}{x+7}$ — часть работы, выполненной вторым мастером. Следовательно, $\frac{15}{x} + \frac{8}{x+7} = 1$. Решим это уравнение при условии (*): $15(x+7) + 8x = x(x+7)$, $15x + 105 + 8x = x^2 + 7x$, $x^2 - 16x - 105 = 0$, $x = 21$ или $x = -5$. Неравенству (*) удовлетворяет только значение $x = 21$. Значит, первый мастер может выложить стену за 21 день, а второй — за 28 дней.

Ответ: первый мастер может выложить стену за 21 день, а второй — за 28 дней.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Решение задачи верно, получен верный обоснованный ответ.
2	По ходу решения допущена одна вычислительная ошибка или описка, с ее учетом решение доведено до конца.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
3	<i>Максимальный балл</i>

C3

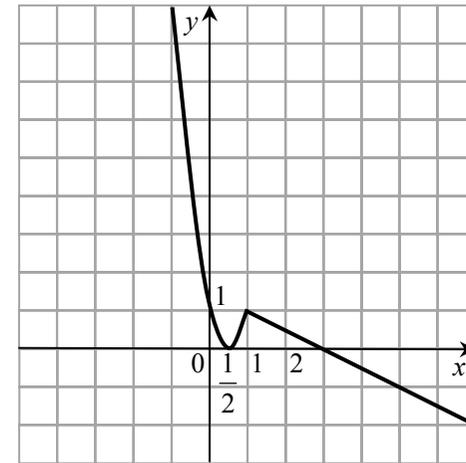
Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 4x + 1, & \text{если } x \leq -1, \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, & \text{если } x > -1. \end{cases}$$

При каких значениях x функция принимает положительные значения?

Решение. График функции $y = 4x^2 + 12x + 9$ ($y = (2x+3)^2$) — парабола, ветви которой направлены вверх, с вершиной в точке $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$, $y(1) = 1$. Построим часть параболы при $x \leq 1$.

График функции $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ — прямая, $y(1) = 1$, $y(3) = 0$. Построим часть прямой при $x \geq 1$.



Ответ: $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	График построен верно, получен верный ответ.
3	График построен верно, получен неверный ответ.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
4	<i>Максимальный балл</i>

Модуль «Геометрия»

C4

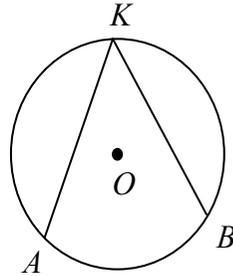
На рисунке KA и KB — хорды окружности с центром в точке O , $\angle AKB = 30^\circ$. Найдите радиус окружности, если длина хорды AB равна 6.

Решение:

1. $\angle AOB = 2\angle AKB = 60^\circ$ по свойству вписанного угла.

2. Треугольник AOB — равносторонний, значит, $AO = AB = 6$.

Ответ: $AO = 6$.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ.
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка или описка, возможно приведшая к неверному ответу.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
2	Максимальный балл

C5

Медианы BM и CK в треугольнике ABC пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники COB и KOM подобны.

Доказательство:

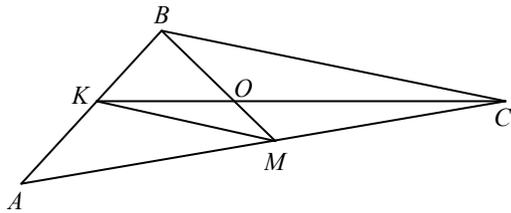
1. Прямые MK и BC параллельны по свойству средней линии треугольника.

2. $\angle BMK = \angle CBM$ (как накрест лежащие углы).

3. $\angle BOC = \angle MOK$ (как вертикальные углы).

Треугольники COB и KOM подобны по двум углам.

Что и требовалось доказать.



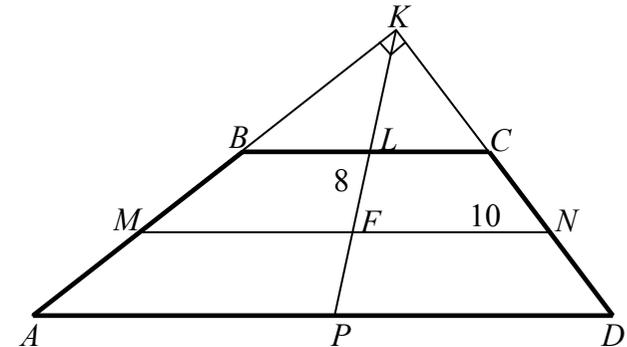
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы.
2	Доказательство в целом верное, допущены неточности в обоснованиях или описки.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
3	Максимальный балл

C6

В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD $\angle BAD = 25^\circ$, $\angle CDA = 65^\circ$, средняя линия равна 10, а длина отрезка, соединяющего середины оснований, равна 8. Найдите длину основания AD .

Решение.

1. Продолжим боковые стороны AB и DC до пересечения в точке K .



2. Треугольник AKD — прямоугольный ($\angle K = 90^\circ$). Построим в этом треугольнике медиану KP . Тогда точки L и F — середины отрезков BC и MN соответственно.

Значит, $LP = 8$, а $LF = FP = \frac{1}{2}LP = 4$.

3. В треугольнике KMN $KF = \frac{1}{2}MN = 5$ (по свойству медианы прямоугольного треугольника).

4. $KL = KF - LF = 5 - 4 = 1$.

5. $KP = LP + KL = 8 + 1 = 9$.

6. В треугольнике AKD : $AD = 2KP = 2 \cdot 9 = 18$ (по свойству медианы прямоугольного треугольника).

Ответ: 8.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена вычислительная ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.
4	<i>Максимальный балл</i>

Шкалы оценивания

По результатам диагностической работы отметки по предметам «Алгебра» и «Геометрия» могут быть выставлены (по одному или обоим предметам) в классный журнал на усмотрение учителя математики. При этом следует руководствоваться следующими рекомендациями.

1.1. Учащийся получает удовлетворительную оценку по математике при условии, что он набрал не менее 8 баллов. Причем, не менее 4-х баллов за модуль «Алгебра», не менее 2-х баллов за модуль «Геометрия» и не менее 2-х баллов за модуль «Реальная математика».

Математика

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Суммарный балл за работу в целом	0 - 7	8 - 15	16 - 22	23 - 38

Если учащийся, например, набрал 6-1-2 баллов, то в целом считается, что работа не выполнена.

1.2. В случае успешного преодоления минимального порога оценка по дисциплине «Алгебра» выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Алгебра

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Суммарный балл по модулю «Алгебра»	0 - 3	4 - 7	8 - 10	11 - 17

1.3. В случае успешного преодоления минимального порога оценка по дисциплине «Геометрия» выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Геометрия

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Суммарный балл по модулю «Геометрия»	0 - 1	2 - 5	6 - 8	9 - 14

Баллы, набранные за блок «Реальная математика», при выставлении оценки по «Алгебре» и «Геометрии» не учитываются.

Заведующий кафедрой
физико-математического
образования СПБАПО

Е.Ю.Лукичева

Председатель региональной
предметной комиссии

Н.А.Зорина