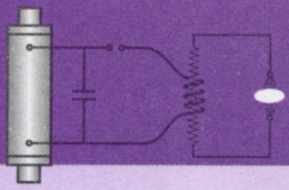
Книжная серия «Репетитор»

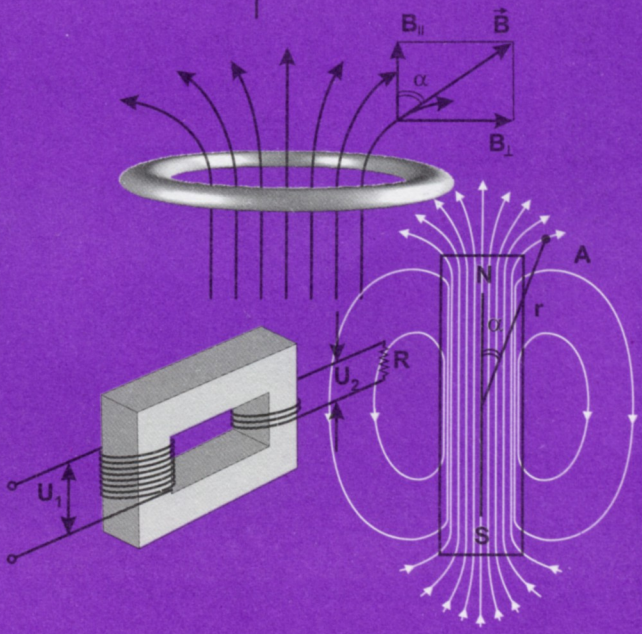
ФИЗИКА



ФИЗИКА

на вступительных экзаменах в вузы

конкурсные задачи и их решения



Книжная серия "Репетитор"

В. В. Жилко

ФИЗИКА НА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНАХ В ВУЗЫ. КОНКУРСНЫЕ ЗАДАЧИ И ИХ РЕШЕНИЯ

Минск
Издательство
«Красико-Принт»
2002

УДК 53
ББК 22.3я7
Ж 72

Книжная серия «Репетитор»

Рецензент старший преподаватель
кафедры методики преподавания физики и информатики БГУ
Л. Г. Маркович

Жилко В. В.
Ж 72 Физика на вступительных экзаменах в вузы. Конкурсные задачи и их решения. — Мн.: ИООО «Красико-принт», 2002. — 80 с. — (Книжная серия «Репетитор»).

ISBN 985-405-127-7.

Данное издание предназначено тем, кто готовится сдавать вступительный экзамен по физике в высшее учебное заведение. В нем приведены задачи, предлагавшиеся абитуриентам в 2000–2001 гг., поступавшим на физический и радиофизический факультеты Белорусского государственного университета (БГУ), Белорусской государственной политехнической академии (БГПА), Военной академии Республики Беларусь (ВАРБ) и Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. На все задачи даны ответы и приведены решения.

УДК 53
ББК 22.3я7

© В. В. Жилко, 2002
© Оригинал-макет
ИООО «Красико-принт», 2002

ISBN 985-405-127-7

Механика

1. В течение какого промежутка времени Δt скорый поезд длиной $l_1 = 300$ м, идущий со скоростью $\upsilon_1 = 72$ км/ч, будет проходить мимо встречного товарного поезда длиной $l_2 = 600$ м, идущего со скоростью $\upsilon_1 = 72$ км/ч?

Ответ: $\Delta t = 30$ с.

2. Дальность полета тела, брошенного в горизонтальном направлении со скоростью $\upsilon = 10$ м/с, равна высоте бросания ($l = h$). Сопротивлением воздуха пренебречь. С какой высоты h брошено тело?

Ответ: $h = 20$ м.

3. Автомобиль первую треть времени движения t ехал со скоростью $\upsilon_1 = 70$ км/ч. Определите, с какой скоростью υ_2 он ехал оставшееся время, если средняя скорость автомобиля на всем пути составила $\upsilon_{ср} = 50$ км/ч.

Ответ: $\upsilon_2 = 40$ км/ч.

4. На какую наибольшую высоту h поднимется тело, брошенное под углом α к горизонту, если время полета тела равно $t = 2$с ($g = 10$ м/с^2).

Ответ: $h = 5$ м.

5. За пятую секунду $\Delta t = 1{,}0$ с равнозамедленного движения тело проходит путь $l = 5{,}0$ см и останавливается. Какой путь

l_1 проходит тело за третью секунду $\Delta t = 1{,}0$ с этого движения?

Ответ: $l_1 = 25$ см.

6. Начальная скорость брошенного камня $\upsilon_0 = 10$ м / с, а спустя $\Delta t = 0{,}50$ с скорость камня $\upsilon = 7{,}0$ м/с. На какую максимальную высоту h_{max} над начальным уровнем поднимется камень? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $h_{max} = 0{,}29$ м.

7. Тело свободно падает с высоты $h = 1{,}96$ км. Какой путь h_1 оно пройдет в последнюю секунду $\Delta t = 1{,}00$ с падения?

Ответ: $h_1 = 195$ м.

8. Поезд отошел от станции и в течение $t = 20$ с двигался равноускоренно. Найдите путь L, пройденный поездом за это время, если известно, что за десятую секунду $\Delta t = 1{,}0$ с он прошел путь равный $l = 5{,}0$ м.

Ответ: $L = 105$ м.

9. Два тела брошены вертикально вверх с одинаковыми начальными скоростями υ_0 с интервалом времени Δt одно после другого. Первое тело брошено с земли, а второе с балкона, расположенного на высоте h над точкой бросания первого тела. Через какое время t с момента бросания первого тела они окажутся на одинаковой высоте? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $t = \frac{\Delta t}{2} + \frac{\upsilon_0}{g} - \frac{h}{g\Delta t}$.

10. Тело брошено вертикально вверх со скоростью $\upsilon_0 = 20$ м / с. На какой высоте h и через какое время его скорость υ будет вдвое меньше первоначальной скорости υ_0? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $h = 10$ м, $t_1 = 0{,}56$ с, $t_2 = 1{,}4$ с.

11. Найти радиус R вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость точки υ_1, лежащей на его ободе, в $n = 2{,}5$ раза больше линейной скорости точки υ_2, лежащей на $\Delta x = 6{,}0$ см ближе к оси колеса.

Ответ: $R = 10$ см.

12. Тело массой $m = 1{,}0$ кг падает с высоты $h = 20$ м и имеет у поверхности земли скорость $\upsilon = 10$ м / с. Определите величину силы сопротивления F_c воздуха, считая ее постоянной. (Ускорение свободного падения $g = 10$ м / с^2.)

Ответ: $F_c = 7{,}5$ Н.

13. На концах невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок, висят на одной высоте два груза разной массы m_1 и m_2. Под влиянием силы тяжести грузы начинают двигаться, и через $\Delta t = 2{,}0$ с расстояние между ними становится равным $l = 4{,}0$ м. Чему равна масса m_1 более тяжелого груза, если масса меньшего груза $m_2 = 1{,}0$ кг?

Ответ: $m_1 = 1{,}2$ кг.

14. Определите угол α при основании наклонной плоскости, если тело массой m под действием силы F движется равномерно к ее вершине, а предоставленное самому себе оно скользит равномерно вниз.

Ответ: $\alpha = \arcsin(F/2mg)$.

15. Два груза, массы которых равны $m_1 = 0{,}98$ кг и $m_2 = 0{,}20$ кг, связаны невесомой и нерастяжимой нитью и лежат на гладкой доске. К левому грузу приложена сила $F_1 = 5{,}3$ Н, к правому, в противоположном направлении, — $F_2 = 2{,}9$ Н. Найти силу натяжения нити T при движении грузов.

Ответ: $T = 4{,}9$ Н.

16. Груз тянут за канат силой $F = 100$ Н, направленной горизонтально. Определите коэффициент трения μ груза о горизонтальную поверхность, если он движется под действием этой силы равномерно. Масса груза $m = 50$ кг.

Ответ: $\mu = 0{,}20$.

17. Два мальчика, стоя на коньках, отталкиваются друг от друга и разъезжаются в разные стороны. Найти скорости мальчиков υ_1 и υ_2, если через промежуток времени $t = 2$ с расстояние между ними стало равным $l = 10$ м. Массы мальчиков $m_1 = 40$ кг и $m_2 = 60$ кг.

Ответ: $\upsilon_1 = 3$ м / с, $\upsilon_2 = 2$ м / с.

18. На две частицы - одну массой m, летящую со скоростью υ, другую - массой $2m$, летящую со скоростью $\upsilon / 2$ перпендикулярно первой, - в течение некоторого промежутка времени Δt действуют одинаковые по модулю и направлению силы $\vec{F}$. К моменту прекращения действия сил первая частица начинает двигаться со скоростью υ в направлении, перпендикулярном первоначальному (рис. 1). С какой скоростью u будет двигаться при этом вторая частица?

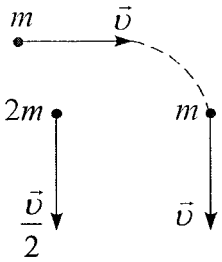


Рис. 1

Ответ: $u = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\upsilon$.

19. Мальчик бросил вверх мяч массой $m = 200$ г и поймал мяч при его падении в точке бросания. При этом мяч проделал путь $S = 8$ м. Чему равна работа A_1, совершенная силой тяжести при подъеме мяча на максимальную высоту? Чему равна работа A_2, совершенная силой тяжести при падении мяча с этой высоты? Чему равна работа A, совершенная силой тяжести на всем пути, проделанном мячом? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: A_1 = -8 кДж, A_2 = 8 кДж, $A = 0$.

20. Тело свободно падает с высоты $H = 90$ м. На какой высоте h его скорость υ в три раза меньше, чем в момент удара о землю?

Ответ: $h = 10$ м.

21. Тело соскальзывает с вершины наклонной плоскости. Во сколько раз возрастает модуль работы силы трения при соскальзывании, если коэффициент трения скольжения между телом постоянной массы и наклонной плоскостью возрастает в $n = 1{,}3$ раза? Геометрические параметры наклонной плоскости не меняются.

Ответ: $\dfrac{|A_2|}{|A_1|} = n = 1{,}3$.

22. Чему равны значения потенциальной $E_п$ и кинетической $E_к$ энергий камня массой $m = 1{,}0$ кг, брошенного вертикально вверх со скоростью $\upsilon_0 = 10$ м / с, через $t = 1{,}0$ с после бросания? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $E_к = 0$, $E_п = 50$ Дж.

23. Металлическая цепочка состоит из звеньев длиной l каж-

дое. Ее положили на идеально гладкий стол так, что конец цепочки свесился с края стола и цепочка начала двигаться, сохраняя свою длину. Из скольких звеньев N состоит цепочка, если в момент, когда последнее звено соскальзывало со стола, скорость звена, расположенного посередине, стала равна υ?

Ответ: $N = \dfrac{\upsilon^2}{gl}$.

24. Снаряд массой $m = 50$ кг, летящий под углом $\alpha = 30°$ к вертикали со скоростью $\upsilon = 600$ м / с, попадает в стоящую на рельсах платформу с песком массой $M = 950$ кг и застревает в ней. Найти скорость u платформы после попадания снаряда. Трением между платформой и рельсами пренебречь.

Ответ: $u = 15$ м / с.

25. Деревянный шар массой $m = 100$ г падает без начальной скорости с высоты $h = 10$ м в воду. Определите силу сопротивления F_c воды движению шара, если глубина погружения оказалась равной $l = 2{,}0$ м. Плотность дерева $\rho_д = 800$ кг / м^3. Плотность воды $\rho = 1\,000$ кг / м^3. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $F_c = 72$ Н.

26. С вершины полусферы радиусом $R = 0{,}3$ м без трения соскальзывает тело. На какой высоте h оно оторвется от полусферы? Высоту отсчитывать от основания полусферы.

Ответ: $h = 0{,}2$ м.

27. Однородный стержень длиной $l = 1$ м подвешен за конец на шарнире к потолку. Определите расстояние h между цен-

тром тяжести стержня и потолком, когда стержень отклонен на угол $\alpha = 60°$ от вертикали.

Ответ: $h = 0{,}4$ м.

28. Двое рабочих несут бревно массой $m = 100$ кг, длиной $l = 4{,}00$ м. Один рабочий держит бревно на конце, а второй - на расстоянии $l_1 = 40{,}0$ см от второго конца. Какая нагрузка F_1 и F_2 приходится на каждого из рабочих ($g = 10$ м / с^2).

Ответ: $F_1 = 455$ Н, $F_2 = 555$ Н.

29. В сообщающиеся сосуды налита ртуть ($\rho_{рт} = 13\,600$ кг / м^3), поверх которой в одном из них находится вода ($\rho = 1\,000$ кг / м^3). Разность уровней ртути $\Delta h = 15$ мм. Найти высоту h_2 столба воды.

Ответ: $h_2 = 16$ мм.

30. Дубовый шар ($\rho_д = 800$ кг / м^3) лежит в сосуде с водой ($\rho_в = 1\,000$ кг / м^3) так, что половина его находится в воде и он касается дна. С какой силой $\vec{F}$ шар давит на дно сосуда, если его вес в воздухе равен $P = 6{,}00$ Н?

Ответ: $F = 2{,}25$ Н.

31. Металлический стержень, к верхнему торцу которого прикреплен пружинный динамометр, медленно погружают в цилиндрический сосуд с водой ($\rho = 1\,000$ кг / м^3), имеющий площадь поперечного сечения $S = 20$ см^2. Определите, на сколько изменятся показания динамометра $\Delta F_д$ в тот момент, когда уровень воды в сосуде поднимется на высоту $h = 10$ см.

Ответ: $\Delta F_д = 2{,}0$ Н.

32. Льдина толщиной d плавает, выступая над уровнем воды на высоту $h = 2{,}0$ см. Определить массу m льдины, если площадь ее основания $S = 200\,см^2$. Плотность льда $\rho_л = 900\,кг/м^3$, плотность воды $\rho = 1\,000\,кг/м^3$.

Ответ: $m = 3{,}6$ кг.

33. Полый шар из чугуна ($\rho_1 = 7\,800\,кг/м^3$) плавает в воде ($\rho_2 = 1000\,кг/м^3$), погрузившись в нее ровно наполовину. Найти объем V_0 внутренней полости шара. Масса шара $m = 3{,}9$ кг.

Ответ: $V_0 = 7{,}3 \cdot 10^{-3}$ м^3.

34. Чему равен КПД двигателя η, приводящего в действие гидравлический пресс, у которого отношение площадей поршней равно $S_1 / S_2 = 1/100$. При подъеме тела массой $m = 50$ т малый поршень за промежуток времени $t = 1{,}5$ мин сделал $n = 200$ ходов. Ход малого поршня $h_1 = 20$ см, мощность двигателя $P = 4{,}0$ кВт.

Ответ: $\eta \approx 5{,}5\,\%$.

Решения

1. Вследствие того что поезда движутся навстречу друг другу, скорость движения одного относительно другого будет равна сумме скоростей

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 .$$

Искомое время можно найти из уравнения

$$l_1 + l_2 = (\upsilon_1 + \upsilon_2)\Delta t.$$

Откуда получаем

$$\Delta t = \frac{l_1 + l_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = 30\,\text{с}.$$

2. Дальность полета можно найти из соотношения

$$l = \upsilon \Delta t,$$

а высота, с которой брошено тело,

$$h = \frac{g\Delta t^2}{2}.$$

Вследствие того что по условию задачи $l = h$,

$$\upsilon \Delta t = \frac{g\Delta t^2}{2}.$$

Откуда находим

$$\Delta t = \frac{2\upsilon_0}{g}.$$

Следовательно, высота, с которой брошено тело, равна

$$h = \frac{2\upsilon_0^2}{g} = 20\,\text{м}.$$

3. По определению средняя скорость $\upsilon_{ср} = l / t$, где l - путь, пройденный автомобилем. Путь, пройденный автомобилем, можно определить следующим образом

$$l = \upsilon_1 \frac{t}{3} + \upsilon_2 \frac{2t}{3} = (\upsilon_1 + 2\upsilon_2)\frac{t}{3}.$$

Подставляя найденное l, находим

$$\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1}{3} + \frac{2\upsilon_2}{3}.$$

Откуда получаем

$$\upsilon_2 = \frac{3\upsilon_{ср} - \upsilon_1}{2} = 40 \text{ км/ч}.$$

4. Время полета тела, брошенного под углом к горизонту, равно удвоенному времени подъема t_1 на наибольшую высоту $t = 2t_1$ (без учета сопротивления воздуха). Время подъема t_1 определяется начальной скоростью υ_0 и углом α:

$$t_1 = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g} = \frac{t}{2}.$$

Откуда находим $\upsilon_0 \sin\alpha = gt/2$.

Высоту подъема определим из соотношения

$$h = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{gt^2}{8} = 5 \text{ м}.$$

5. За пятую секунду равнозамедленного движения точка прошла путь

$$l = \upsilon_5 \Delta t - a\Delta t^2/2,$$

где υ_5 - скорость точки к пятой секунде. Эту скорость можно определить из соотношения

$$\upsilon = \upsilon_5 - a\Delta t$$

с учетом того, что конечная скорость равна $\upsilon = 0$:

$$\upsilon_5 = a\Delta t.$$

Подставляя υ_5 в соотношение для пройденного пути, находим ускорение, с которым движется точка

$$a = \frac{2l}{\Delta t^2}.$$

Теперь найдем начальную скорость точки

$$\upsilon_0 = at = \frac{2lt}{\Delta t^2},$$

где $t = 5$ с - полное время движения точки. Для определения пути, пройденного точкой за третью секунду движения, необходимо найти скорость точки к этому времени. Ее можно определить из соотношения

$$\upsilon_3 = \upsilon_0 - a(t - t_2),$$

где $t_2 = 2$ с. Тогда путь, пройденный точкой за третью секунду движения,

$$l_1 = \upsilon_0 \Delta t - a(t - t_2)\Delta t - \frac{a\Delta t^2}{2}.$$

Подставляя в это уравнение найденное ускорение движения точки, находим

$$l_1 = \frac{2lt_2}{\Delta t} + l = 25 \text{ см}.$$

6. Используя зависимость скорости тела, брошенного вертикально вверх, от времени $\upsilon_1 = \upsilon_0 - g\Delta t$, находим скорость камня через промежуток времени $\Delta t = 0{,}50$ с. Она оказывается равной $\upsilon_1 = 5{,}0$ м/с. Это означает, что камень брошен не вертикально вверх, а под каким-то углом α к горизонту. Скорость камня через промежуток времени Δt можно определить из соотношения (рис. 2)

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}.$$

Скорость вдоль оси X равна

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha,$$

а вдоль оси Y -

$$\upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - g\Delta t.$$

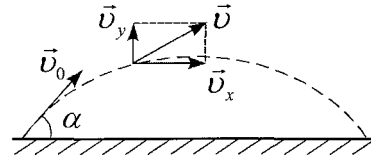


Рис. 2

Подставляя υ_x и υ_y в соотношения для υ, находим

$$\sin\alpha = \frac{\upsilon_0^2 + g^2\Delta t^2 - \upsilon^2}{2\upsilon_0 g\Delta t}.$$

Тогда максимальная высота подъема камня над начальным уровнем равна $h_{max} = \dfrac{-\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{-2g} = 0{,}29$ м.

7. Время падения найдем из кинематического уравнения равноускоренного движения $h = gt^2/2$ Откуда $t = \sqrt{2h/g}$. Путь, пройденный телом до последней секунды движения, определяется из соотношения

$$h - h_1 = g(t - \Delta t)^2/2.$$

Скорость тела, набранная за время падения $(t - \Delta t)$, равна

$$\upsilon = g(t - \Delta t),$$

а путь

$$h_1 = \upsilon\Delta t + g\Delta t^2/2 = \sqrt{2h/g}\Delta t + g\Delta t^2/2 \approx 195 \text{ м}.$$

8. За десятую секунду поезд прошел путь

$$l = \upsilon_9 \Delta t + a\Delta t^2/2,$$

где υ_9 - скорость поезда к десятой секунде, т.е набранная им за 9 секунд. Эту скорость можно определить из соотношения

$$\upsilon = \upsilon_0 + at_1$$

с учетом того, что $\upsilon_0 = 0$ и время $t_1 = 9$ с: $\upsilon_9 = at_1$. Из этого соотношения находим $a = \upsilon_9 / t_1$, подставляем в выражение

для l и определяем

$$\upsilon_9 = \frac{l}{\Delta t(1+\frac{\Delta t}{2t_1})}.$$

Теперь можно найти ускорение, с которым движется поезд

$$a = \frac{l}{\Delta t(t_1 + \Delta t/2)}.$$

Тогда путь, пройденный поездом за время t, равен

$$L = at^2/2 = \frac{lt^2}{2\Delta t(t_1 + \Delta t/2)} = 105\text{м}.$$

9. Уравнения движения тел в проекции на ось Y имеют вид

$$y_1 = \upsilon_0 t - gt^2/2$$

и

$$y_2 = h + \upsilon_0(t - \Delta t) - g(t - \Delta t)^2/2.$$

По условию задачи $y_1 = y_2$. Откуда имеем

$$\upsilon_0 t - gt^2/2 = h + \upsilon_0(t - \Delta t) - g(t - \Delta t)^2/2.$$

Решая полученное уравнение, находим

$$t = \frac{\Delta t}{2} + \frac{\upsilon_0}{g} - \frac{h}{g\Delta t}.$$

10. По формуле кинематики

$$S = \frac{\upsilon_k^2 - \upsilon_0^2}{2a}$$

можно определить высоту

$$h = \frac{\upsilon_k^2 - \upsilon_0^2}{-2g} = \frac{\upsilon_0^2(\frac{\upsilon_\kappa^2}{\upsilon_0^2} - 1)}{-2g} = 10\,\text{м}.$$

Зная высоту h, можно из уравнения $h = \upsilon_0 t - gt^2/2$ найти время нахождения тела на этой высоте:

$$t_{1,2} = \frac{\upsilon_0}{g} \pm \sqrt{\frac{\upsilon^2}{g^2} - \frac{2h}{g}}.$$

Откуда находим $t_1 = 0{,}56$ с и $t_2 = 1{,}4$ с.

11. Угловая ω и линейная υ скорости связаны соотношением $\upsilon = \omega r$ (рис. 3). Из условия задачи

$$n = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\omega R}{\omega(R - \Delta x)} = \frac{R}{R - \Delta x}.$$

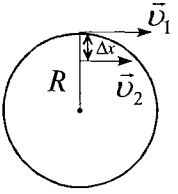


Рис. 3

Решая полученное уравнение, находим

$$R = \frac{n \cdot \Delta x}{n - 1} = 10 \text{ см}.$$

12. По второму закону Ньютона (рис. 4)

$$m\vec{g} + \vec{F}_c = m\vec{a}.$$

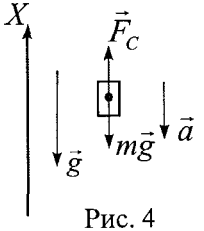


Рис. 4

Проецируя на ось X, получаем

$$mg - F_c = ma.$$

Откуда находим

$$F_c = m(g - a).$$

Ускорение a находим из уравнения кинематики $a = \dfrac{\upsilon^2}{2h}$.

Подставляя a в выражение для силы сопротивления, имеем

$$F_c = m\left(g - \frac{\upsilon^2}{2h}\right) = 7{,}5 \text{ Н}.$$

Второй вариант решения.

По закону сохранения и превращения энергии

$$mgh = F_c h + m\upsilon^2 / 2.$$

Откуда находим

$$F_c = m(g - \frac{\upsilon^2}{2h}) = 7{,}5\ \text{Н}.$$

13. Запишем уравнения движения для каждого груза в проекции на ось X (рис. 5):

$$m_1 g - T = m_1 a,$$

$$T - m_2 g = m_2 a.$$

Здесь T - сила натяжения нити. Складывая полученные уравнения, находим

$$(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a.$$

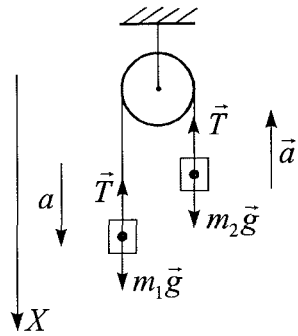


Рис. 5

Так как движение каждого груза равноускоренное с начальной скоростью, равной нулю, то

$$l = \frac{at^2}{2} + \frac{at^2}{2} = at^2.$$

Находим отсюда ускорение $a = \frac{l}{t^2}$, подставляем в полученное уравнение и определяем массу

$$m_1 = m_2(\frac{g + l/t^2}{g - l/t^2}) = 1{,}2\ \text{кг}.$$

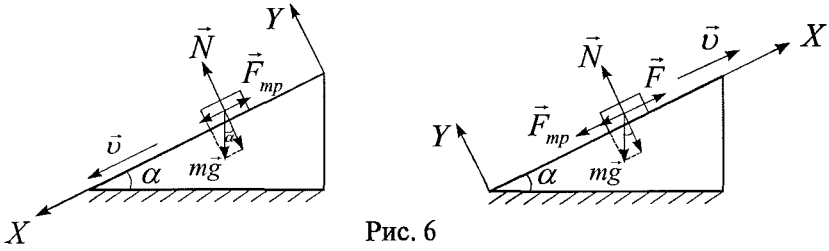


Рис. 6

14. По второму закону Ньютона (рис. 6) при движении вниз по наклонной плоскости $m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} = \vec{0}$.

Проецируя на ось X, получаем

$$mg\sin\alpha - F_{тр} = 0.$$

При движении вверх по наклонной плоскости

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} = \vec{0}.$$

Проецируя на ось X, получаем уравнение

$$F - mg\sin\alpha - F_{тр} = 0.$$

Находим из первого уравнения $mg\sin\alpha = F_{тр}$, подставляем во второе и находим $\alpha = \arcsin(F/2mg)$.

15. Запишем уравнения движения (рис. 7) первого и второго

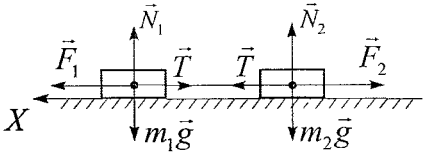


Рис. 7

грузов:

$$F_1 - T = m_1 a,$$
$$T - F_2 = m_2 a.$$

Сложив эти два уравнения, находим ускорение

$$a = \frac{F_1 - F_2}{m_1 + m_2}.$$

Из уравнения движения первого груза определяем силу натяжения нити

$$T = F_1 - m_1 a = \frac{F_1 m_2 + F_2 m_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставляем численные значения указанных величин и находим $T = 4{,}9$ Н.

16. Запишем второй закон Ньютона для движущегося равно-

мерно груза (рис. 8) $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} = \vec{0}$.

В проекциях на оси X и Y имеем соответственно $F = F_{тр}$ и $N = mg$. По определению, $F_{тр} = \mu N = \mu mg$.

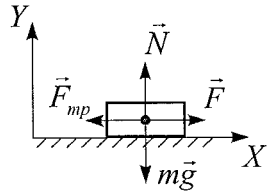


Рис. 8

Откуда находим

$$\mu = \frac{F}{mg} = 0{,}20.$$

17. По закону сохранения импульса $m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = 0$.

Откуда находим $\upsilon_1 = \dfrac{m_2}{m_1}\upsilon_2$.

Расстояние l, на которое разъедутся мальчики, равно

$$l = (\upsilon_1 + \upsilon_2)t.$$

Подставляя в это уравнение выражение для υ_1, находим

$$\upsilon_2 = \frac{l}{(\frac{m_2}{m_1} + 1)t} = 2\,\text{м/с}.$$

Затем определяем

$$\upsilon_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{l}{(\frac{m_2}{m_1} + 1)t} = 3\,\text{м/с}.$$

18. По второму закону Ньютона в импульсной форме для первой частицы (рис. 9)

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} = \vec{p}_1' - \vec{p}_1.$$

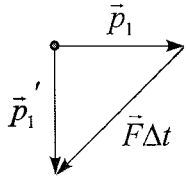


Рис. 9

Модуль импульса действовавшей силы равен

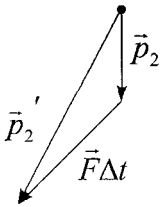


Рис. 10

$$\left|\vec{F}\Delta t\right| = \sqrt{p_1^2 + p_1'^2} = \sqrt{2}m\upsilon.$$

Для второй частицы (рис. 10) по второму закону Ньютона в импульсной форме

$$\vec{p}_2' = \vec{p}_2 + \vec{F}\Delta t\,.$$

Как видно из рисунка, можно с учетом выражения для модуля импульса действовавшей силы найти модуль скорости u по теореме косинусов

$$u = \frac{\sqrt{5}}{2}\upsilon.$$

19. По определению, работа силы равна $A = FS\cos\alpha$, где α - угол между направлениями вектора силы $\vec{F}$ и перемещения $\vec{S}$. Подставляя данные из условия задачи, получаем, что при подъеме на максимальную высоту работа, совершенная силой тяжести, равна $A_1 = mgS/2(\cos(180°)) = -mgS/2$.
При падении с максимальной высоты сила тяжести совершает работу

$$A_2 = mg\frac{S}{2}\cos(0°) = mgS/2.$$

Работа A, совершенная силой тяжести на всем пути, равна

$$A = A_1 + A_2 = 0.$$

20. Из закона сохранения энергии

$$m\frac{\upsilon^2}{2} = mgh$$

можно найти скорость тела при падении с любой высоты h:

$$\upsilon = \sqrt{2gh}\,.$$

По условию задачи

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \sqrt{\frac{2gh}{2gH}} = \sqrt{\frac{h}{H}}\,.$$

Откуда находим

$$h = \left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 H = 10\,\text{м}.$$

21. Согласно второму закону Ньютона (рис. 11),

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

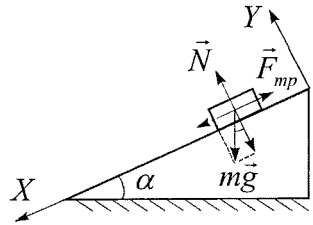


Рис. 11

В проекциях на оси X и Y имеем

$$mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = ma$$

$$N = mg\cos\alpha.$$

По определению силы трения

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg\cos\alpha.$$

Модуль работы определяется как $|A| = |F_{\text{тр}}S|$. Тогда, если длина наклонной плоскости равна l, отношение модулей работ равно

$$\frac{|A_2|}{|A_1|} = \frac{\mu_1 mg\cos\alpha}{\mu_2 mg\cos\alpha} = n = 1{,}3.$$

22. Определим скорость камня через время t

$$\upsilon = \upsilon_0 - gt = 0.$$

Следовательно, вся кинетическая энергия камня превратилась в потенциальную, т.е. $m\dfrac{\upsilon_0^2}{2} = mgh$.

Находим $E_{\text{п}} = 50\,\text{Дж}$. Соответственно $E_{\text{к}} = 0$.

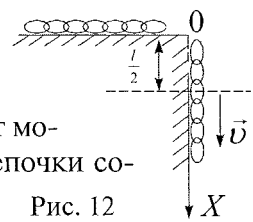


Рис. 12

23. Запишем закон сохранения энергии в тот момент времени, когда последнее звено цепочки соскальзывало со стола (рис. 12):

$$m\upsilon^2/2 - mNgl/2 = 0,$$

где m – масса одного звена. Откуда находим

$$N = \frac{\upsilon^2}{gl}.$$

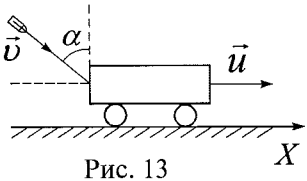


Рис. 13

24. По закону сохранения импульса в проекции на ось X (рис. 13) имеем

$$p_{1x} = p_{2x}.$$

Откуда следует

$$m\upsilon \sin\alpha = (M + m)u.$$

Из полученного уравнения находим

$$u = \frac{m\upsilon \sin\alpha}{M + m} = 15\,\text{м/с}.$$

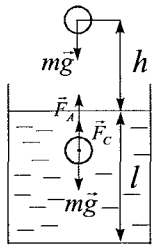


Рис. 14

25. По закону сохранения энергии (рис. 14)

$$mg(h + l) = (F_c + F_A)l.$$

С учетом выражения для силы Архимеда

$$F_A = \rho g V = \rho g \frac{m}{\rho_д}$$

находим $F_c = mg(1 + \frac{h}{l} - \frac{\rho}{\rho_д}) = 72$ Н.

26. Запишем закон сохранения механической энергии для тела, движущегося по поверхности сферы, в момент отрыва от поверхности на высоте h

$$mgR = mgh + \frac{m\upsilon^2}{2}$$

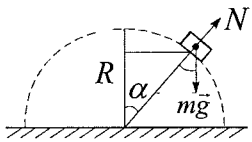


Рис 15

и учтем, что в этот момент сила реакция опоры будет равна нулю $N = 0$ (рис. 15). Следовательно, по второму закону Ньютона

$$mg\cos\alpha = ma = m\frac{\upsilon^2}{R}.$$

Откуда найдем

$$\upsilon^2 = gR\cos\alpha .$$

Из рис. 15 видно, что $\cos\alpha = h / R$. Подставляя полученные величины в закон сохранения энергии, находим

$$h = \frac{2}{3}R = 0{,}2\,\text{м}.$$

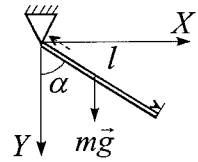


Рис 16

27. Действующие на стержень силы представлены на рис. 16. Из рис. 16 можно найти

$$h = \frac{l}{2}\cos(90°-\alpha) = \frac{l}{2}\sin\alpha = 0{,}4\ \text{м}.$$

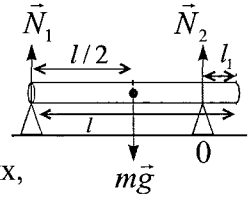


Рис. 17

28. Запишем условия равновесия бревна (рис. 17) для сил, действующих на рабочих, и моментов сил относительно точки O:

$$N_1 + N_2 - mg = 0,$$

$$N_1(l - l_1) = mg(l - l_1 - l/2).$$

Из второго условия находим

$$N_1 = mg\frac{l/2 - l_1}{l - l_1}$$

и, подставляя в первое, определяем

$$N_2 = mg\frac{l/2}{l - l_1}.$$

Силы $|F_1| = |N_1|$ и $|F_2| = |N_2|$.

Поэтому $|F_1| = 455\,\text{Н}$,

$|F_2| = 555\,\text{Н}$.

29. Из условия равенства давлений на поверхности воды и ртути (рис. 18)

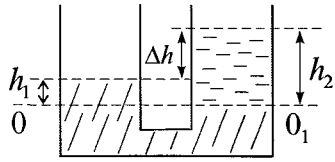


Рис. 18

$$\rho_{\text{рт}} g h_1 = \rho g h_2 .$$

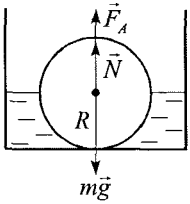


Рис. 19

Вследствие того, что $h_1 = h_2 - \Delta h$, подставляем это выражение в приведенное выше равенство

$$\rho_{\text{рт}} g (h_2 - h_1) = \rho g h_2 .$$

Откуда находим

$$h_2 = \frac{\rho_{\text{рт}}}{\rho_{\text{рт}} - \rho} \Delta h = 16 \text{ мм}.$$

30. Из второго закона Ньютона следует (рис. 19)

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{А}} = \vec{0} .$$

Здесь $\vec{N}$ - сила нормальной реакции опоры шара, $\vec{F}_{\text{А}}$ - сила Архимеда. Проецируя на ось X, получаем

$$mg - N - F_{\text{А}} = 0 .$$

С учетом того, что сила Архимеда по условию задачи $F_{\text{А}} = \rho_{\text{в}} g V / 2$ и $P = mg = \rho_{\text{д}} V g$, находим, что $V = \dfrac{P}{\rho_{\text{д}} g}$ и $F_{\text{А}} = \dfrac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{д}}} P$. Подставляя найденную силу Архимеда в исходное уравнение, получаем

$$N = P\left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{2\rho_{\text{д}}}\right).$$

Сила давления шара на дно равна по величине силе реакции опоры и противоположно направлена. $|F| = |N|$. Поэтому $F = 2{,}25 \text{ Н}$.

31. Когда стержень находится в воздухе показание динамометра равно

$$F_{\text{д1}} = mg .$$

При погружении в жидкость его показание будет

$$F_{д2} = mg - F_A,$$

где F_A - сила Архимеда.

Таким образом изменение показания динамометра будет определяться силой Архимеда F_A:

$$\Delta F_д = F_{д1} - F_{д2} = F_A.$$

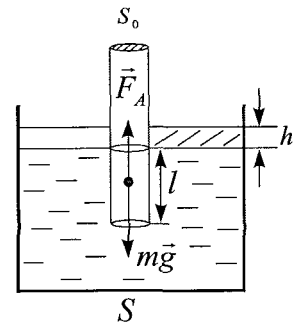


Рис. 20

По определению, сила Архимеда равна

$$F_A = \rho g V,$$

где V - объем вытесненной стержнем жидкости. Он определяется из соотношения (рис. 20) $V = S_0 l = Sh$. Здесь S_0 - площадь поперечного сечения стержня, l - длина части стержня, находящегося в воде. С учетом последнего соотношения для объема вытесненной воды находим

$$\Delta F_д = F_A = \rho g S \Delta h = 2{,}0.$$

32. Из условия плавания льдины $mg = F_A$ находим

$$\rho_л g S h = \rho g S (d - h).$$

Откуда определяем

$$d = \frac{\rho h}{\rho - \rho_л}.$$

Масса льдины

$$m = \rho_л S d = \frac{\rho_л \rho}{\rho - \rho_л} S h = 3{,}6\,кг.$$

33. Запишем условие плавания шара (рис. 21), т. е. сила Архимеда равна силе тяжести

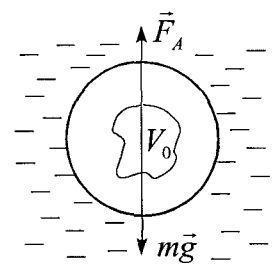


Рис. 21

$$F_A = mg.$$

С учетом выражения для силы Архимеда $F_A = \rho_2 gV/2$ находим массу шара

$$m = \rho_2 V/2.$$

Откуда определяем объем шара

$$V = 2m/\rho_2.$$

С другой стороны, эта же масса шара равна

$$m = \rho_1(V - V_0).$$

Подставляем в это выражение найденный объем шара и определяем объем внутренней полости шара

$$V_0 = \frac{m(2\rho_1 - \rho_2)}{\rho_1\rho_2} = 7{,}3\cdot 10^{-3}\ \text{м}^3.$$

34. Согласно закону Паскаля ($p_1 = p_2$) для гидравлического пресса выполняется соотношение

$$F_1/S_1 = F_2/S_2.$$

Откуда находим

$$F_1 = F_2\frac{S_1}{S_2}.$$

Полезная работа, совершенная прессом, равна

$$A = F_1 h = F_1 n h_1.$$

Полная работа равна $A_п = Pt$. КПД, по определению, равен

$$\eta = A/A_п = \frac{mgnh_1S_1}{PtS_2} = \frac{1}{18} \approx 0{,}055.$$

Молекулярная физика и термодинамика

35. Воду с температурой $t_1 = 20\,°C$ смешивают с водой при температуре $t_2 = 100\,°C$. Определить отношение массы холодной воды к массе горячей m_1 / m_2, если установившаяся температура равна $t_3 = 40°C$.

Ответ: $\dfrac{m_2}{m_1} = 3$.

36. Вода нагревалась в течение $\tau = 12$ мин в нагревателе от температуры $t_1 = 20\,°C$ до температуры кипения. В течение какого времени τ_1 испарится половина воды? Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$, удельная теплота парообразования $\lambda = 2{,}3 \cdot 10^6 \dfrac{Дж}{кг}$.

Ответ $\tau_1 = 41$ мин.

37. В воду объемом $V = 1{,}0$ при температуре $t_1 = 20\,°C$ брошен комок мокрого снега массой $m_1 = 250$ г. Когда весь снег растаял, то общая температура стала равной $t = 5{,}0$ °C. Определить в граммах количество воды в комке снега. Удельная теплоемкость воды $c = 4200 \dfrac{Дж}{кг \cdot К}$, удельная теплота плав-

ления снега $\lambda = 330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

Ответ: $m_в = 75$ г.

38. Два куска льда (при $t = 0\,°\text{C}$) массами по $m_1 = m_2 = 200$ г трут друг о друга с помощью мотора, развивающего мощность $P = 10$ Вт. Через какое время Δt лед растает? (Удельная теплота плавления льда равна $\lambda = 22{,}6 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.)

Ответ: $\Delta t = 25$ ч.

39. В батарею водяного отопления поступает вода по трубе сечением $S = 500\,\text{мм}^2$ при температуре $t_1 = 80\,°\text{C}$ со скоростью $\upsilon = 1{,}2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а выходит из батареи, имея температуру $t_2 = 25\,°\text{C}$. Сколько теплоты Q получает отапливаемое помещение в течение суток τ? Плотность воды $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельная теплоемкость $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Ответ: $Q = 24$ МДж.

40. В электрический чайник, КПД которого $\eta = 60\,\%$, налили воду массой $m = 0{,}60$ кг при температуре $t_1 = 9{,}0$ °С. Чайник включили и забыли выключить. Через какое время τ вся вода в нем выкипит? Сопротивление обмотки чайника $R = 16$ Ом. Удельная теплоемкость воды $c = 4190 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$,

удельная теплота парообразования $\lambda = 22{,}6 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, напряжение в сети $U = 120$ В.

Ответ: $\tau = 42$ мин.

41. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 80{,}0$ кДж. Температура нагревателя $t_1 = 100\,°\text{C}$, холодильника $t_2 = 0\,°\text{C}$. Определить КПД η машины, количество теплоты Q_1, полученное от нагревателя и количество теплоты Q_2, отданное холодильнику.

Ответ: $\eta = 0{,}27$, $Q_1 = 300$ Дж, $Q_2 = 220$ Дж.

42. С высоты H свободно падает тело с удельной теплоемкостью c. На сколько градусов Δt поднялась его температура, если $\eta = 10$ % его первоначальной механической энергии при ударе о землю превратилось в теплоту?

Ответ: $\Delta t = \eta g H / c$.

43. В вертикальном цилиндре под поршнем находится газ объемом $V = 200\ \text{см}^3$ при температуре $T_1 = 350$ К. Масса поршня $m = 30$ кг, площадь его основания $S = 100\ \text{см}^2$. Газ нагрели на $\Delta T = 100$ К, сообщив ему $Q = 50$ кДж теплоты. Найти изменение внутренней энергии газа ΔU. Трением поршня о стенки сосуда пренебречь. Атмосферное давление p_0 нормальное.

Ответ: $\Delta U = 50$ кДж.

44. Идеальный газ в количестве ν молей нагревается так, что температура газа изменяется от T_1 до T_2 прямо пропорционально квадрату давления газа. Определить совершенную при этом работу A.

Ответ: $A = \nu R(T_2 - T_1)/2$.

45. В цилиндре под поршнем находится воздух под давлением $p = 200$ кПа и при температуре $t = 27\,°\mathrm{C}$. Найти массу m груза, который надо положить на поршень, чтобы после нагревания воздуха на $\Delta t = 30\,°\mathrm{C}$ его объем не изменился. Площадь поршня $S = 30\,\text{см}^2$.

Ответ: $m = 40$ кг.

46. В колбе объемом $V = 100\,\text{см}^3$ содержится некоторый газ при температуре $t = 27\,°\mathrm{C}$. На сколько понизится давление газа Δp, если вследствие утечки из колбы выйдет $\Delta N = 1 \cdot 10^{20}$ молекул?

Ответ: $\Delta p = 4 \cdot 10^3$ Па.

47. Закрытую с одного конца трубку длиной $l = 80$ см опускают вертикально открытым концом вниз в сосуд с ртутью до тех пор, пока ртуть не заполнит половину трубки. На каком расстоянии h от поверхности ртути находится закрытый конец трубки, если атмосферное давление равно $p_0 = 76$ см. рт. ст.

Ответ: $h = 0{,}18$ м.

Решения

35. Запишем уравнение теплового баланса

$$cm_1(t_1 - t_3) = cm_2(t_3 - t_2).$$

Откуда находим

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{t_1 - t_3}{t_3 - t_2} = 3.$$

36. Будем считать, что вся энергия, выделяемая нагревателем мощностью P, идет на нагревание воды. В этом случае

$$cm(100\,°\mathrm{C} - t_1) = P\tau.$$

Из этого соотношения находим мощность нагревателя

$$P = cm(100\,°\mathrm{C} - t_1)/\tau.$$

Для того чтобы половина воды испарилась, для данного нагревателя необходимо время τ_1, которое можно найти из соотношения

$$\lambda m/2 = P\tau_1.$$

Откуда имеем

$$\tau_1 = \frac{\lambda m}{2P}.$$

Подставляя найденную выше мощность нагревателя P, определяем искомое время $\tau_1 = \dfrac{\lambda\tau}{2c(100\,° - t_1)} = 41$ мин.

37. Запишем уравнение теплового баланса

$$cm(t_1 - t) = \lambda m_\text{с} + c(m_\text{с} + m_\text{в})(t - 0°),$$

где $m_\text{с}$ - масса снега в комке, $m_\text{в}$ - масса воды.

С учетом того, что $m_1 = m_\text{с} + m_\text{в}$ получаем $m_\text{с} = m_1 - m_\text{в}$ и подставляем в уравнение теплового баланса. Откуда находим

$$m_\text{в} = m_1 + cm_1(t_1 - 0°)/\lambda - cm(t_1 - t)/\lambda = 0{,}075\,\text{кг} = 75\text{ г}.$$

38. Если считать, что вся выделяющаяся при трении кусков льда теплота идет на их плавление, тогда время можно определить из закона изменения энергии

$$P\Delta t = \lambda 2m.$$

Откуда находим

$$\Delta t = \frac{2\lambda m}{P} \approx 9 \cdot 10^4 \text{ с} = 25 \text{ ч}.$$

39. Объем воды, протекающей по трубе в течение суток (за время τ), равен $V = S\upsilon\tau$. Следовательно, помещение получает количество теплоты, равное

$$Q = cm(t_1 - t_2) = c\rho S\upsilon\tau(t_1 - t_2) = 24 \text{ МДж}.$$

40. Для того чтобы вода в чайнике полностью выкипела, к нему необходимо подвести количество теплоты, равное

$$Q = cm(100° - t_1) + \lambda m.$$

По определению, КПД равно

$$\eta = Q / W,$$

где $W = \frac{U^2}{R}\tau$ - электрическая энергия, выделяемая чайником. Теперь можно найти время, необходимое для того, чтобы вода полностью выкипела

$$\tau = \frac{cm(100° - t_1) + \lambda m}{\eta U^2 / R} \approx 2515 \text{ с} = 42 \text{ мин}.$$

41. КПД η тепловой машины, работающей по циклу Карно, равен $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, где T_1, T_2 - абсолютные температуры нагревателя и холодильника. Подставляя заданные температуры, находим

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \approx 0{,}27.$$

С другой стороны, КПД любой тепловой машины равен

$$\eta = A / Q_1 = (Q_1 - Q_2) / Q_1.$$

Используя эти два соотношения, можно найти

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{A}{Q_1}.$$

Откуда определяем количество теплоты, полученное от нагревателя,

$$Q_1 = \frac{AT_1}{T_1 - T_2} = 300 \text{ Дж}.$$

Количество теплоты, отданное холодильнику, равно

$$Q_2 = Q_1(1 - \eta) = 220 \text{ Дж}.$$

42. По определению, КПД равен

$$\eta = \frac{W_{\text{пол}}}{W_{\text{зат}}} = \frac{cm\Delta t}{mgH}.$$

Откуда находим

$$\Delta t = \eta gH / c.$$

43. По второму началу термодинамики

$$\Delta U = \Delta Q - A = \Delta Q - p\Delta V.$$

По закону Менделеева — Клапейрона

$$(p_0 + mg / S)V = \nu RT_1.$$

При изменении объема имеем

$$(p_0 + mg / S)\Delta V = \nu R\Delta T.$$

Разделив второе равенство на первое, находим

$$\Delta V = V\Delta T / T_1.$$

Подставляя найденное значение ΔV во второе начало термодинамики, определяем

$$\Delta U = \Delta Q - (p_0 + mg / S)V\Delta T / T_1 = 5 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

44. По условию задачи $T = \alpha p^2$, где α - коэффициент пропорциональности. Подставим T в уравнение Клапейрона — Менделеева и получим $V = \alpha \nu R p$. В состояниях газа с температурами T_1 и T_2 давления и объемы равны соответственно

$$p_1 = \sqrt{T_1 / \alpha}\,,\ V_1 = \nu R T_1 / p_1$$

и

$$p_2 = \sqrt{T_2 / \alpha}\,,\ V_2 = \nu R T_2 / p_2.$$

$p - V$- диаграмма данного процесса представлена на рис. 22. Работа газа численно равна площади заштрихованной трапеции на диаграмме

$$A = (\frac{p_1 + p_2}{2})(V_2 - V_1).$$

Подставляя в это выражение вышеопределенные давления и объемы p_1, V_1, p_2, V_2, находим

$$A = \nu R(T_2 - T_1) / 2.$$

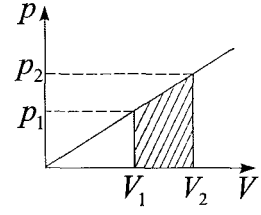


Рис. 22

45. Запишем уравнения Клапейрона — Менделеева для обоих случаев

$$pV = \nu R T_1$$

и

$$V(p + mg / S) = \nu R T_2.$$

Из первого уравнения находим, что

$$\nu R / V = p / T_1,$$

и подставляем во второе

$$p + mg / S = (p / T_1) T_2.$$

Откуда находим

$$m = p(\frac{T_2}{T_1} - 1)\frac{S}{g} = 40\,\text{кг}.$$

46. По закону Менделеева — Клапейрона

$$pV = \nu RT.$$

Тогда

$$\Delta pV = \Delta \nu RT = \frac{\Delta N}{N_A} R(t + 273).$$

Откуда находим

$$\Delta p = \frac{\Delta N}{VN_A} R(t + 273) = 4 \cdot 10^3 \text{ Па}.$$

47. По закону Бойля — Мариотта

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

В исходном состоянии давление равно атмосферному $p_1 = p_0$, а объем - объему трубки $V = Sl$, где S - площадь поперечного сечения трубки. При погружении трубки в ртуть (рис. 23)

$$V_2 = (l/2 + \Delta h)S,$$

а давление

$$p_2 = p_0 + \rho g \Delta h.$$

Подставляя эти выражения в закон Бойля — Мариотта

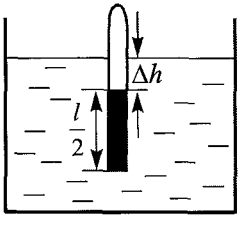


Рис. 23

$$(p_0 + \rho g \Delta h)(l/2 + \Delta h) = p_0 l,$$

получаем квадратное уравнение для определения Δh:

$$\pi g(\Delta h)^2 + h(p_0 + \rho g l/2) - p_0 l/2 = 0.$$

Решая это уравнение, находим $\Delta h \approx 0{,}22$ м.

Искомая высота нахождения верхнего края трубки над уровнем ртути равна

$$h = l/2 - \Delta h = 0{,}18 \text{ м}.$$

Электродинамика

48. Два неподвижных точечных заряда величиной $q_1 = q_2 = q = 1{,}00$мКл $\cdot$ 10^{-9} Кл расположены в воздухе на расстоянии $r = 10{,}0$ см друг от друга. Чему равна напряженность $\vec{E}$ электрического поля в точке, удаленной на расстояние $l = 10{,}0$ см от каждого из зарядов? ($k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{м}}{\text{Ф}}$.)

Ответ: $|E| = 450 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

49. В вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см, расположенного в воздухе, помещены заряды $q_1 = q_2 = q_3 = q = +1 \cdot 10^{-11}$ Кл и $q_4 = -2 \cdot 10^{-11}$ Кл. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля в центре квадрата.

Ответ: Модуль вектора напряженности равен $E = 6$ В / м и вектор направлен к четвертой вершине квадрата.

50. В двух вершинах равностороннего треугольника, расположенного в воздухе, помещены одинаковые заряды $q_1 = q_2 = q = +4{,}0$ мкКл. Какой точечный заряд q_0 надо поместить в середину стороны, соединяющей заряды q_1 и q_2, чтобы напряженность электрического поля в третьей вершине треугольника оказалась равной нулю $\vec{E}_3 = \vec{0}$?

Ответ: $q_0 \approx -2{,}3$ мкКл.

51. Заряженный металлический шарик, висящий вертикально на изолирующей нити, внесли в однородное электрическое поле, силовые линии которого направлены горизонтально. При этом шарик отклонился от вертикали на угол $\alpha = 45°$. Найти уменьшение этого угла $\Delta\alpha$, если шарик потеряет $\frac{\Delta q}{q} = \frac{1}{10}$ часть своего заряда.

Ответ: $\Delta\alpha = 3°$.

52. На шелковой нити подвешен маленький шарик массой $m = 300$ мг и зарядом $q = 30$ нКл. На какое расстояние l следует поместить снизу второй такой же заряд, чтобы сила натяжения нити уменьшилась в $n = 4$ раза?

Ответ: $l = 0{,}06$ м.

53. В вертикальном электрическом поле, напряженность которого $\vec{E}$ направлена вниз, вращается на нити длиной l шарик массой m, заряженный положительным зарядом q. Угол отклонения шарика от вертикали α. Ускорение свободного падения $\vec{g}$. Определить кинетическую энергию $W_к$ шарика.

Ответ: $W_к = (\frac{eE + mg}{2})l \operatorname{tg}\alpha \sin\alpha$.

54. Воздушный плоский конденсатор емкостью $C = 5{,}0$ мкФ наполовину $d_1 = d/2$ погружают в жидкий диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью, равной $\varepsilon = 3{,}0$, так, что его пластины перпендикулярны поверхности диэлектрика. Чему становится равной емкость конденсатора C_0?

Ответ: $C_0 = 10$ мкФ.

55. Как изменится емкость C_1 / C плоского воздушного конденсатора, расстояние между пластинами которого составляет $d = 0{,}2$ см, если пластины сблизить до расстояния $d_1 = 0{,}1$ см, а между ними поместить диэлектрик с диэлектрической проницаемостью, равной $\varepsilon = 2$?

Ответ: $C_1 / C = 4$.

56. Площадь пластин плоского конденсатора $S = 15\ \text{см}^2$, расстояние между пластинами $d_1 = 0{,}885$ мм, заряд $q = 0{,}100$ нКл. До какого расстояния d_2 были раздвинуты пластины отключенного от источника конденсатора, если для этого была затрачена энергия $W = 1{,}00$ нДж.

Ответ: $d_2 = 3{,}54$ мм.

57. Два шара, заряженные одинаково, имеют потенциалы $\varphi_1 = 10$ В и $\varphi_2 = 40$ В. Найти потенциал φ этих проводников после их соприкосновения друг с другом.

Ответ: $\varphi = 16$ В.

58. Четыре одинаковых резистора сопротивлением $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 100$ Ом каждый включены в четыре стороны проволочного квадрата (рис. 24). Какой ток I пройдет в цепи, если параллельно одной из сторон контура подключить источник тока с ЭДС $\varepsilon = 40$ В и внутренним сопротивлением $r = 5$ Ом?

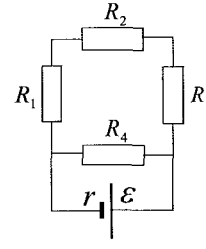


Рис. 24

Ответ: $I = 0{,}5$ А.

59. Для схемы, изображенной на рис. 25, известны сопротив-

ления резисторов $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 30$ Ом и сила тока, протекающего через первый резистор, $I_1 = 0{,}50$. Определить напряжение U источника питания и общую силу тока I в цепи.

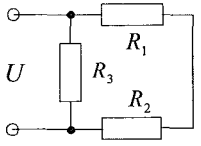


Рис. 25

Ответ: $U = 35$ В, $I = 1{,}5$ А.

60. Три резистора, имеющие одинаковые сопротивления по $R_1 = R_2 = R_3 = R = 100$ Ом каждый, соединены с источником питания напряжением $U = 300$ В по схеме, показанной на рис. 26. Определите напряжения U_1, U_2, U_3 на каждом из резисторов и силу тока I_3, протекающего через резистор R_3.

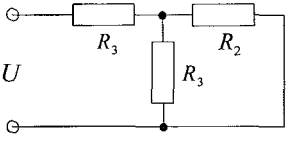


Рис. 26

Ответ: $U_1 = 200$ В, $U_2 = U_3 = 100$ В, $I_3 = 1$ А.

61. На рис. 27 $R_1 = R_2 = 50$ Ом, $R_3 = 100$ Ом, $C = 50$ нФ. Определить ЭДС ε источника, пренебрегая его внутренним сопротивлением, если заряд на конденсаторе $q = 2{,}2$ мкКл.

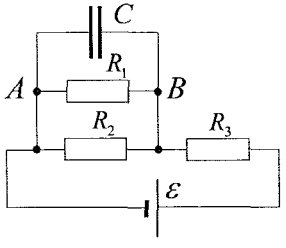


Рис. 27

Ответ: $\varepsilon = 2{,}2 \cdot 10^2$ В.

62. К проволочному кольцу в двух точках a и b присоединены подводящие провода (рис. 28). В каком отношении $k = l_1 / l_2$ точки a и b де-

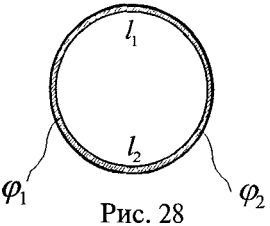


Рис. 28

лят длину окружности кольца, если общее сопротивление R_0 получившегося участка цепи в $n = 4{,}5$ раза меньше сопротивления R проволоки, из которой сделано кольцо? (БГУ)

Ответ: $k_1 = 2$, $k_2 = 1/2$.

63. К генератору постоянного напряжения подключено $n = 200$ ламп, соединенных параллельно, имеющих сопротивление $R = 1200$ Ом каждая. Определить ЭДС ε генератора, если напряжение на лампах равно $U = 220$ В, а внутреннее сопротивление генератора составляет $r = 6{,}0$ Ом.

Ответ: $\varepsilon = \frac{U}{R}(\frac{R}{n} + r) = 33$ В.

64. Две электрические лампочки с сопротивлениями $R_1 = 240$ Ом и $R_2 = 360$ Ом соединены один раз последовательно, второй раз параллельно. Какую мощность P_1 и P_2 потребляет каждая из лампочек при включении в сеть с напряжением $U = 120$ В?

Ответ: При последовательном соединении лампочек — $P_1' = 9.6$ Вт, $P_2' = 14{,}4$ Вт, при параллельном соединении — $P_1 = 60$ Вт, $P_2 = 40$ Вт.

65. Лампа мощностью $P = 500$ Вт рассчитана на напряжение $U = 110$ В. Определить сопротивление лампы R в рабочем состоянии. Определить величину дополнительного сопротивления $R_д$, требуемого для включения ее в сеть с напряжением $U_1 = 127$ В, так, чтобы лампочка горела полным накалом.

Ответ: $R = 24{,}2$ Ом, $R_д = 3{,}74$ Ом.

66. Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена только первая секция, то вода закипает через $t_1 = 15$ мин. Если включена только вторая секция, то вода закипает через $t_2 = 30$ мин. Через сколько минут закипит вода, если секции включить последовательно? параллельно?

Ответ: $\tau_1 = 45$ мин, $\tau_2 = 10$ мин.

67. Два электрона, находившиеся на очень большом расстоянии, начали двигаться навстречу друг другу с одинаковыми начальными скоростями $\upsilon_0 = 2{,}0$ км/с. На какое минимальное расстояние r они смогут сблизиться? Среда - вакуум.

Ответ: $r \approx 63$ мкм.

68. Прямолинейный проводник длиной $l = 0{,}2$ м замкнут на гальванометр и под действием силы $F = 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ Н равномерно перемещается перпендикулярно силовым линиям магнитного поля с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл. Определить скорость υ проводника, если сопротивление цепи $R = 5$ Ом.

Ответ: $\upsilon = 0{,}2$ м / с.

69. В однородном магнитном поле на двух вертикальных невесомых нитях подвешен горизонтально прямой проводник длиной $l = 20$ см, массой $m = 10$ г. Индукция этого магнитного поля $B = 49$ мТл, причем линии вектора индукции $\vec{B}$ направлены вверх перпендикулярно проводнику. На какой угол φ от вертикали отклонятся нити, на которых висит проводник, если по нему пропустить ток плот-

ностью $j = 2{,}0$ А/мм^2? Диаметр поперечного сечения проводника $d = 1{,}0$ мм.

Ответ: $\varphi = 8{,}9°$.

70. За промежуток времени $\Delta t = 0{,}1$ с энергия магнитного поля в катушке индуктивности увеличилась на $\Delta W_м = 20$ Дж. Среднее значение тока в катушке в течение этого времени составило $I_{ср} = 5{,}0$ А. Определить ЭДС самоиндукции ε в катушке.

Ответ: $\varepsilon = 80$ В.

71. Имеются два замкнутых плоских контура площадью $S_1 = 3$ см^2 и $S_2 = 1{,}5$ см^2. Во сколько раз ЭДС ε_1 индукции в первом контуре больше ЭДС ε_2 индукции во втором, если скорости изменения магнитного потока через единицу площади равны?

Ответ: $\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \dfrac{S_1}{S_2} = 2$.

72. Узкий пучок электронов, обладающих энергией $W = 1{,}6 \cdot 10^{-16}$ Дж, проходит в вакууме посредине между пластинами плоского конденсатора $h = d/2$. Какое минимальное напряжение U необходимо подвести к пластинам, чтобы электроны не вышли за пределы пластин? Длина пластин $l = 2$ см, расстояние между ними $d = 1$ см.

Ответ: $U = 0{,}1$ В.

73. Плоский конденсатор с площадью пластин S и расстоянием между ними d помещен в поток проводящей жидкости с удельным сопротивлением ρ, движущейся с постоянной скоростью $\vec{\upsilon}$ параллельно пластинам конденсатора. Перпендикулярно скорости жидкости $\vec{\upsilon}$ приложено однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. Какая тепловая мощность P выделяется на внешней цепи сопротивлением R, замыкающей пластины конденсатора.

Ответ: $P = \left(\frac{Bd\upsilon S}{RS + d\rho}\right)^2 R$.

74. На электролизной установке, КПД которой составляет $\eta = 75\ \%$, из воды получили $V = 5{,}0$ л водорода при температуре $t = 25\,°\mathrm{C}$ и давлении $p = 750$ мм рт. ст. Какое количество электроэнергии W было затрачено, если напряжение между катодом и анодом электролизной ванны равно $U = 5{,}0$ В? Электрохимический эквивалент для водорода равен $k = 1{,}04 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{кг}}{\text{Кл}}$.

Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$, молярная масса водорода $M = 2 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Ответ: $W = 10$ кВт.

75. Электролитическим путем при силе тока $I = 16\text{А}$ разложено $m = 0{,}9$ г воды. За какое время t это произошло? Молярная масса атомарного кислорода $M_{\text{O}} = 16 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$, водорода

$M_{\text{Н}} = 1{,}0 \cdot 10^{-3} \dfrac{\text{кг}}{\text{моль}}$, постоянная Авогадро $N_{\text{А}} = 6 \cdot 10^{23} \dfrac{1}{\text{моль}}$,

заряд электрона - $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Для решения использовать только приведенные данные.

Ответ: $t = 6$ с.

Решения

48. Каждый из зарядов создает электрическое поле (рис. 29), модуль напряженности которого равен

$$E_1 = E_2 = kq / l^2.$$

По принципу суперпозиции напряженность электрического полея в точке O равна $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ и, как видно из рис. 29,

$$\left|\vec{E}\right| = 2E_1 \cos\alpha ,$$

где $\cos\alpha = \dfrac{r}{2l}$.

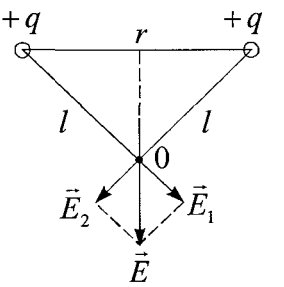


Рис. 29

Подставляя выражения для E_1 и косинуса, находим

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{2kq}{l^2} \cdot \frac{r}{2l} = \frac{kqr}{l^3} = 450 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Направлен искомый вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ перпендикулярно к середине линии, соединяющей заряды (см. рис. 29).

49. По принципу суперпозиции напряженность поля в центре квадрата (рис. 30) равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых зарядами, помещенными в вершины

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4.$$

Как видно из рис. 30, векторы напряженностей полей, создаваемые одинаковыми зарядами q_1 и q_3 в точке O, равны по модулю и противоположны по направлению. Поэтому их сумма даст нуль. Модули напряженностей полей, создаваемых зарядами q_2 и q_4, равны соответственно

$$E_2 = k\frac{q_2}{(a\sqrt{2}/2)^2} = k\frac{2q}{a^2}$$

и

$$E_4 = k\frac{q_4}{(a\sqrt{2}/2)^2} = k\frac{2q_4}{a^2}.$$

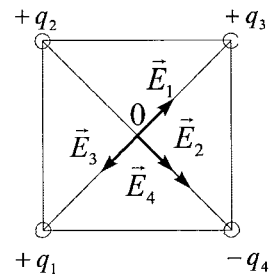


Рис. 30

Вследствие того что это заряды противоположных знаков, направления этих полей совпадают и модуль результирующего поля будет равен сумме модулей напряженностей

$$E = E_2 + E_4 = \frac{2k}{q}(q + q_4) = 6 \text{ В/м}.$$

50. По принципу суперпозиции напряженностей электрических полей в третьей вершине (рис 31) напряженность должна быть равна

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_0 = \vec{0}.$$

Это возможно только в том случае, если заряд, помещенный в середину третьей стороны, будет отрицательный. Так как треугольник равносторонний, то, как видно из рис. 31,

$$E_0 = 2E_1 \cos 30°.$$

С учетом выражений для модулей напряженностей электрического поля

$$E_0 = k\frac{q_0}{r^2} = k\frac{4q_0}{3a^2}$$

и

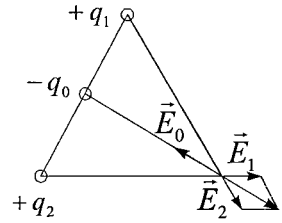


Рис. 31

$$E_1 = E_2 = k\frac{q}{a^2},$$

создаваемых зарядами q_0 и q_1, получаем уравнение для определения q_0

$$k\frac{4q}{3a^2} = k\frac{q}{a^2}2\cos 30°.$$

Откуда находим

$$q_0 = \frac{2}{3}q\cos 30° = 2{,}3 \text{ мкКл}.$$

51. Нарисуем силы, действующие на шарик (рис. 32). Как видно из рис. 32,

$$F_к / mg = \operatorname{tg}\alpha.$$

С учетом выражения для модуля силы Кулона $F = kqE$, находим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{kqE}{mg}.$$

Когда шарик потерял часть заряда и его заряд стал равен $q_1 = q - \Delta q$, то

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{kq_1E}{mg}.$$

Беря отношение тангенсов, находим

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{q_1}{q} = \frac{q - \Delta q}{q}.$$

Откуда находим

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{q - \Delta q}{q}\right).$$

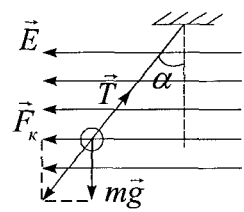


Рис. 32

Тогда искомое уменьшение угла равно

$$\Delta\alpha = 45° - \operatorname{arctg}\left(\frac{q - \Delta q}{q}\right) = 3°.$$

52. В первом случае (рис. 33) сила натяжения равна

$$T_1 = mg.$$

Во втором случае (рис. 34) сила натяжения T_2 равна

$$T_2 = mg - F_к,$$

где $F_к = k\dfrac{q^2}{l^2}$ - сила Кулона, действующая между заряженными шариками.

Найдем отношение сил натяжения

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{mg}{mg - kq^2 / l^2} = n.$$

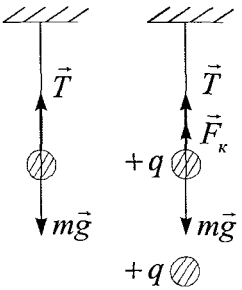


Рис. 33 Рис. 34

Из этого соотношения

$$l = q\sqrt{\frac{nk}{mg(n-1)}} = 0{,}06\,\text{м}.$$

53. По второму закону Ньютона (рис. 35)

$$\vec{F}_к + m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}.$$

Проецируя на ось X, получаем

$$(eE + mg)\operatorname{tg}\alpha = ma = m\frac{\upsilon^2}{l\sin\alpha}$$

Откуда находим

$$\upsilon^2 = (eE + mg)l\operatorname{tg}\alpha\sin\alpha / m.$$

Тогда кинетическая энергия шарика равна

$$W = \frac{m\upsilon^2}{2} = (\frac{eE + mg}{2})l\operatorname{tg}\alpha\sin\alpha.$$

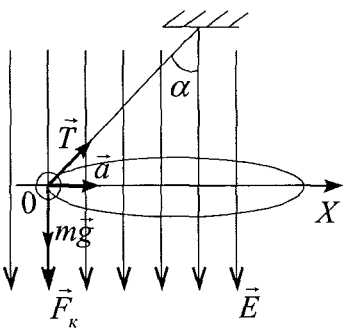


Рис. 35

54. Полученную в результате систему (рис. 36) можно рассматривать как два параллельно соединенных конденсатора (рис.

37). Ее электроёмкость $C_0 = C_1 + C_2$. Здесь $C_1 = \varepsilon_0 S / 2d$ и $C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon S / 2d$ - емкость воздушного и заполненного жидкостью конденсаторов с площадью пластин $S/2$ и расстоянием между ними d. Электроёмкость исходного конденсатора $C = \varepsilon_0 S / d$. Из этого соотношения можно найти $S / d = C / \varepsilon_0$. Подставляя выражения для C_1 и C_2, находим

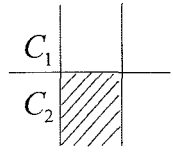


Рис. 36

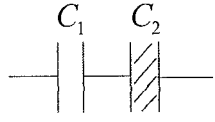


Рис. 37

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}(1+\varepsilon) = \frac{C}{2}(1+\varepsilon) = 10 \text{ мкФ}.$$

55. Электроёмкости плоских воздушных конденсаторов равны $C = \varepsilon_0 S / d$, $C_1 = \varepsilon\varepsilon_0 S / d_1$. Из этих соотношений находим их отношение

$$C_1 / C = \varepsilon d / d_1 = 4.$$

56. Электроёмкость конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d_1}$, его энергия

$$W_1 = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 d_1}{2\varepsilon_0 S}.$$

При раздвигании пластин его емкость изменится и энергия равна

$$W_2 = \frac{q^2 d_2}{2\varepsilon_0 S}.$$

По закону изменения и превращения энергии

$$W_2 = W + W_1.$$

Подставляем выражения для энергий конденсатора и получаем уравнение для определения d_2

$$\frac{q^2 d_2}{2\varepsilon_0 S} = W + \frac{q^2 d_1}{2\varepsilon_0 S}.$$

Откуда находим

$$d_2 = d_1 + \frac{2\varepsilon_0 S}{q^2} W = 3{,}54 \text{ мм}.$$

57. По определению, потенциалы шаров

$$\varphi_1 = q_1 / C_1 \text{ и } \varphi_2 = q_2 / C_2.$$

Откуда находим

$$C_1 = q / \varphi_1 \text{ и } C_2 = q / \varphi_2.$$

По закону сохранения заряда

$$q_1 + q_2 = 2q,$$

где q_1 и q_2 - заряды шаров после их соприкосновения.

Откуда находим

$$q_2 = 2q - q_1.$$

Потенциалы шаров после их соприкосновения равны

$$\varphi = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}.$$

Подставляя C_1 и C_2 в это соотношение, получаем уравнение для нахождения q_1

$$\frac{q_1 \varphi_1}{q} = \frac{(2q - q_1)\varphi_2}{q}.$$

Из него находим

$$q_1 = 2q \frac{\varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2}.$$

Теперь можно найти потенциал шаров

$$\varphi = \frac{q_1}{C_1} = \frac{2q\varphi_2}{(\varphi_1 + \varphi_2)} \cdot \frac{\varphi_1}{q} = \frac{2\varphi_1\varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2} = 16 \text{ В}.$$

58. Данную в задаче электрическую цепь (см. рис. 24) можно заменить эквивалентной (рис. 38). Из нее видно, что три резистора соединены последовательно и один параллель-

но. Поэтому сопротивление внешнего участка цепи можно найти

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{R}.$$

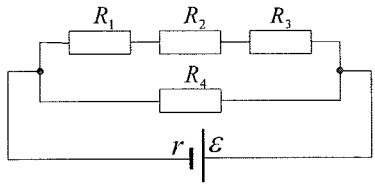


Рис. 38

Откуда находим $R_0 = 3R/4$.

По закону Ома для замкнутой цепи находим

$$I = \frac{\varepsilon}{R_0 + r} = \frac{\varepsilon}{3R/4 + r} = 0{,}5\,\text{А}.$$

59. Заменим представленную на рис. 25 схему эквивалентной (см. рис. 39). Из нее видно, что первый и второй резисторы соединены последовательно, а третий резистор присоединен к ним параллельно. Следовательно их общее сопротивление можно определить из соотношения

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

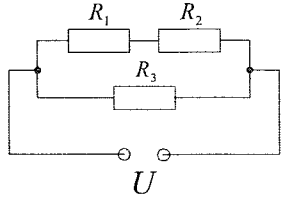


Рис. 39

Откуда находим

$$R = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Общая сила тока в цепи равна сумме токов в ветвях

$$I = I_1 + I_2.$$

Токи I_1 и I_2 можно найти из закона Ома для участков цепи

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2} \text{ и } I_2 = \frac{U}{R_3},$$

где U - напряжение источника питания.

Из первого соотношения для токов находим

$$U = I_1(R_1 + R_2) = 35\,\text{В}.$$

Общая сила тока равна

$$I = \frac{U}{R} = \frac{I_1(R_1 + R_2 + R_3)}{R_3} = 1{,}5\,\text{А}.$$

60. Заменим приведенную на рис. 26 схему на эквивалентную (см. рис. 40). Общее сопротивление участка цепи

$$R_0 = R + R/2 = 3R/2.$$

Общая сила тока по закону Ома для участка цепи равна $I = U / R_0$. Падение напряжения на первом резисторе

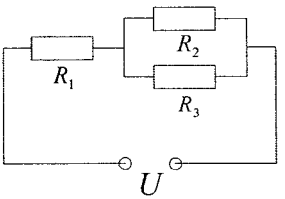


Рис. 40

$$U_1 = IR = UR / R_0 = 200\,\text{В}.$$

Напряжения на втором и третьем резисторах равны

$$U_2 = U_3 = U - U_1 = 100\,\text{В}.$$

Тогда ток, проходящий через третий резистор, равен

$$I_3 = \frac{U_2}{R_3} = \frac{U - U_1}{R} = 1\,\text{А}.$$

61. Напряжение на сопротивлениях R_1 и R_2 (см. рис. 27) равно $U = q / C$. Токи, проходящие через эти сопротивления, равны $I_1 = U / R_1$ и $I_2 = U / R_2$. Ток, проходящий через сопротивление R_3, вследствие параллельного соединения, равен $I = I_1 + I_2$. ЭДС источника равно сумме падений напряжений на сопротивлении R_3 и на сопротивлениях R_1 и R_2

$$\varepsilon = IR_3 + U = (I_1 + I_2)R_3 + U = \frac{q}{C}\left(1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2}\right) = 2{,}2 \cdot 10^2\,\text{В}.$$

62. Сопротивление проводника пропорционально его длине $R = \rho l / S$. Поэтому части окружности, на которые точки a и b (см. рис. 28) делят окружность, имеют сопротивления

$$R_1 = \rho l_1 / S \text{ и } R_2 = \rho l_2 / S.$$

На концах обоих участков разность потенциалов одинакова. Следовательно, они находятся под одинаковым напряжением и значит соединены параллельно. Тогда их общее сопротивлении равно

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\rho}{S}\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}.$$

До подсоединения подводящих проводов сопротивление кольца было

$$R = R_1 + R_2 = \frac{\rho}{S}(l_1 + l_2).$$

По условию задачи

$$R = nR_0, \text{ т. е. } \frac{\rho}{S}(l_1 + l_2) = n\frac{\rho}{S}\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}.$$

Откуда получаем

$$l_1 + l_2 = n\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2}.$$

Приведем к общему знаменателю и разделим обе части уравнения на произведение $l_1 l_2$. В результате получим квадратное уравнение для определения k:

$$k^2 + 2k + 1 = nk.$$

Решая это уравнение, находим

$$k = \frac{n - 2 \pm \sqrt{n(n-4)}}{2}.$$

Откуда находим

$$k_1 = 2, \; k_2 = 1/2.$$

63. Общее сопротивление n параллельно соединенных одинаковых ламп равно $R_0 = R / n$.

По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R_0 + r}.$$

Ток можно найти из закона Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}.$$

Тогда для ЭДС генератора получаем

$$\varepsilon = \frac{U}{R}\left(\frac{R}{n} + r\right) = 33\ \text{В}.$$

64. При параллельном соединении лампочек мощности, потребляемые лампочками, равны

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} = 60\ \text{Вт} \text{ и } P_2 = \frac{U^2}{R_2} = 40\ \text{Вт}.$$

При последовательном соединении лампочек по закону Ома для участка цепи найдем ток

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}.$$

Тогда искомые мощности

$$P_1' = I^2 R_1 = \frac{U^2}{(R_1 + R_2)^2} R_1 = 9{,}6\ \text{Вт},$$

$$P_2' = I^2 R_2 = \frac{U^2}{(R_1 + R_2)^2} R_2 = 14{,}4\ \text{Вт}.$$

65. По определению мощность

$$P = \frac{U^2}{R}.$$

Откуда находим

$$R = \frac{U^2}{P} = 24{,}2\ \text{Ом}.$$

Ток, на который рассчитана лампа, равен $I = \frac{P}{U}$. Дополнительное сопротивление $R_д$ соединяется параллельно лампе, и на него должно падать напряжение

$$U_д = IR_д.$$

Откуда находим

$$R_д = \frac{U_1 - U}{I} = \frac{(U_1 - U)}{P}U = 3{,}74 \text{ Ом}.$$

66. Энергия W, которую необходимо затратить на нагревание одной и той же массы воды, во всех случаях одинакова, а сопротивления обмоток разные. При включении первой секции эта энергия по закону Джоуля—Ленца равна

$$W = \frac{U^2}{R_1}t_1,$$

при включении второй -

$$W = \frac{U^2}{R_2}t_2.$$

Из этих соотношений можно найти сопротивления обмоток

$$R_1 = \frac{U^2 t_1}{W} \text{ и } R_2 = \frac{U^2 t_2}{W}.$$

Тогда при последовательном соединении обмоток их сопротивление равно

$$R = R_1 + R_2,$$

а при параллельном -

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Энергия, затрачиваемая на нагревание воды при последовательном включении обмоток, равна $W = \frac{U^2}{R}t$.

Подставляя в это выражение сопротивление R, находим

$$t = t_1 + t_2 = 45 \text{ мин}.$$

При параллельном соединении обмоток $W = \frac{U^2}{R_0} t_0$. С учетом найденного сопротивления R_0, получаем

$$t_0 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 10 \text{ мин}.$$

67. Электроны сблизятся на минимальное расстояние, когда их кинетическая энергия перейдет в потенциальную, и по закону сохранения энергии

$$\frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = k\frac{e^2}{r},$$

где m - масса электрона, e - заряд электрона.
Откуда находим

$$r = \frac{ke^2}{m\upsilon^2} \approx 0{,}63 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 63 \text{ мкм}.$$

68. На проводник в магнитном поле действует сила Ампера, модуль которой равен

$$F_A = IBl \sin\alpha,$$

где α - угол между проводником и вектором индукции $\vec{B}$. По условию задачи проводник перемещается равномерно и перпендикулярно линиям магнитной индукции ($\sin\alpha = 1$), поэтому действующая на проводник сила равна по модулю силе Ампера и противоположно направлена $F = IBl$. Откуда находим

$$I = \frac{F}{Bl}.$$

В движущемся проводнике возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon = B\upsilon l \cdot$$

С другой стороны, зная сопротивление цепи и ток в ней, можно найти ЭДС индукции $\varepsilon = IR = \dfrac{FR}{Bl}$.

Приравнивая выражения для ЭДС, получаем уравнение для определения скорости υ: $B\upsilon l = \dfrac{FR}{Bl}$.

Откуда находим

$$\upsilon = \frac{FR}{B^2 l^2} = 0{,}2 \text{ м / с}.$$

69. Нарисуем силы, действующие на проводник (рис. 41). Как видно из рисунка

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{F_A}{mg} = \frac{IBl}{mg} = \frac{j(\pi d^2/4)Bl}{mg}.$$

Откуда находим

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{j\pi d^2 Bl}{4mg}\right) = 8{,}9°.$$

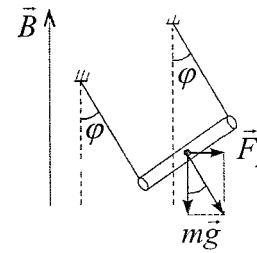


Рис. 41

70. Изменение энергии магнитного поля равно

$$\Delta W_м = L\frac{(\Delta I)^2}{2}.$$

Откуда находим

$$L = \frac{2\Delta W_м}{(\Delta I)^2}.$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

С учетом того, что

$$I_{ср} = \Delta I / 2,$$

находим

$$\varepsilon = \frac{2\Delta W_м}{(\Delta I)^2} \cdot \frac{2\Delta I}{\Delta t} = \frac{4\Delta W_м}{2I_{ср}\Delta t} = 80\,В.$$

71. По определению, ЭДС индукции равна

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = -S\frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Откуда находим

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{S_1(\Delta B\Delta t)}{(\Delta B\Delta t)S_2} = \frac{S_1}{S_2} = 2.$$

72. Электроны, обладающие энергией W, имеют скорость

$$\upsilon = \sqrt{2W/m}\cdot$$

Вдоль оси X (рис. 42) электроны движутся равномерно со скоростью υ, а вдоль оси Y - равноускоренно под действием электрического поля.

По второму закону Ньютона

$$eE = e\frac{U}{d} = ma.$$

Откуда находим ускорение

$$a = \frac{eU}{dm}\cdot$$

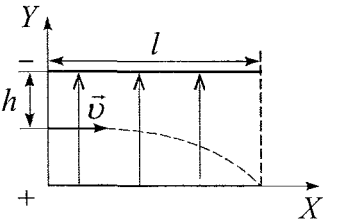


Рис. 42

Для того, чтобы электроны не вышли за пределы пластин за время их пролета, они должны достигнуть одной из пластин, а точнее положительно заряженной. Время полета через конденсатор найдем из уравнения равномерного движения вдоль пластин $l = \upsilon t$. Оно должно быть равно времени падения на пластину

$$h = l/2 = at^2/2\cdot$$

Откуда находим

$$t = \sqrt{d/a}\cdot$$

Подставляем выражения для скорости и времени в уравне-

ния для движения вдоль пластин

$$l = \sqrt{2W / m} \cdot \sqrt{\frac{d^2 m}{eU}}.$$

Откуда

$$U = \frac{2Wd^2}{el^2} = 0{,}1\,\text{В}.$$

73. При движении проводника в магнитном поле между его концами возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon = Bl\upsilon \sin\alpha.$$

По условию задачи (рис 43) проводником является проводящая жидкость, концами проводника являются пластины конденсатора, между которыми и возникает ЭДС. Следовательно пластины конденсатора играют роль клемм генератора тока. По закону Ома для замкнутой цепи

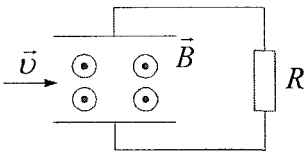


Рис. 43

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{Bd\upsilon}{R + r}.$$

Внутреннее сопротивление генератора определяется сопротивлением проводящей жидкости

$$r = \rho d / S.$$

Тепловая мощность, выделяемая на внешнем участке сопротивлением R, равна $P = I^2 R = (\frac{Bd\upsilon S}{RS + d\rho})^2 R.$

74. Масса водорода, выделяющегося на катоде, определяется по закону Фарадея

$$m = kIt,$$

где k - электрохимический эквивалент водорода.

Эту же массу вещества можно найти из закона Клапейрона — Менделеева

$$m = \frac{pVM}{RT}.$$

Приравнивая массы, получаем уравнение

$$kIt = \frac{pVM}{RT}.$$

Откуда находим

$$It = \frac{pVM}{kRT}.$$

По определению, КПД

$$\eta = \frac{W_{\text{пол}}}{W} = \frac{UIt}{W}.$$

Необходимое количество электроэнергии для получения водорода равно

$$W = \frac{UIt}{\eta} = \frac{UpVM}{\eta kRT} = 10 \text{ кВт}.$$

75. По закону электролиза Фарадея находим массы выделившихся водорода и кислорода

$$m_H = \frac{M_{\text{H}}}{N_{\text{A}} n_1 e} It,$$

$$m_O = \frac{M_{\text{O}}}{N_{\text{A}} n_2 e} It.$$

Здесь n_1, n_2 - валентности водорода и кислорода.

Складывая эти соотношения, получаем уравнение для определения времени электролиза

$$m_{\text{H}} + m_{\text{O}} = m = \frac{It}{N_{\text{A}} e}\left(\frac{M_{\text{H}}}{n_1} + \frac{M_{\text{O}}}{n_2}\right).$$

Откуда находим

$$t = \frac{mN_{\text{A}} e}{I\left(\frac{M_{\text{H}}}{n_1} + \frac{M_{\text{O}}}{n_2}\right)} = 6 \text{ с}.$$

Колебания и волны

76. Волна распространяется со скоростью $\upsilon = 6\frac{\text{м}}{\text{с}}$ при частоте $\nu = 4$ Гц. Чему равна разность фаз $\Delta\varphi$ точек волны, отстоящих друг от друга на расстояние $l = 50$ см?

Ответ: $\Delta\varphi = 2\pi / 3$.

77. Определить отношение l_2 / l_1 длин двух математических маятников, совершающих колебания по закону $x_1 = 0{,}04\cos 6t$ и $x_2 = 0{,}06\cos 5t$.

Ответ: $l_2 / l_1 = 25 / 36$.

78. Найти отношение жесткостей k_1 / k_2 двух пружин, если подвешенный к ним поочередно один и тот же груз за одинаковое время делает соответственно $n_1 = 20$ и $n_2 = 30$ колебаний.

Ответ: $\frac{k_1}{k_2} = 2{,}25$.

79. Математический маятник совершает гармонические колебания. Во сколько раз n возрастет период его колебания T, если длину маятника увеличить в $k = 4$ раза?

Ответ: $T_2 / T_1 = 2$.

80. Небольшой металлический шарик массой m, подвешенный на нити длиной l, колеблется по закону математического маятника внутри большого плоского конденсатора с горизонтальными пластинами, расположенными на рас-

стоянии d друг от друга $(d > l)$. Поле внутри конденсатора считать однородным с напряжением U. Определите период колебаний шарика T при условии, что на нем находится заряд q.

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g \pm \dfrac{qU}{md}}}$.

81. Через какую долю периода t после замыкания заряженного конденсатора на катушку индуктивности энергия в колебательном контуре распределится поровну между конденсатором и катушкой?

Ответ: $t = T/8$.

Решения

76. Разность фаз точек волны, отстоящих друг от друга на расстоянии l, равна

$$\Delta\varphi = \omega(t_2 - t_1) = 2\pi\nu(t_2 - t_1) = 2\pi\nu(l_2/\upsilon - l_1/\upsilon) = \\ = 2\pi\nu(l/\upsilon) = 2\pi/3.$$

77. Из формулы гармонических колебаний $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ находим, что циклические частоты маятников соответственно равны

$$\omega_1 = \sqrt{g/l_1} \text{ и } \omega_2 = \sqrt{g/l_2}.$$

Взяв отношение квадратов циклических частот, находим

$$l_2/l_1 = \omega_1^2/\omega_2^2 = 25/36.$$

78. Частоты колебаний маятников равны

$$\nu_1 = t/n_1 \text{ и } \nu_2 = t/n_2.$$

С другой стороны, частоты колебаний пружинных маятников равны

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}} \text{ и } \nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_2}{m}}$$

Подставляем частоты из первых соотношений и берем их отношение Это позволяет найти отношение жесткостей

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{n_2^2}{n_1^2} = 2{,}25$$

79. Период колебаний математического маятника определяется по формуле Гюйгенса

$$T = 2\pi\sqrt{l / g}$$

Отношение периодов маятников равно

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = 2$$

80. Период колебания математического маятника определяется формулой Гюйгенса

$$T = 2\pi\sqrt{l / a},$$

где a - эффективное ускорение

По условию задачи на шарик, кроме силы тяжести $m\vec{g}$, действует еще и сила Кулона $qE = qU / d$, так как он помещен в конденсатор с горизонтальными пластинами Эти силы могут быть параллельны или антипараллельны Поэтому ускорение, с которым будет двигаться шарик, равно

$$a = g \pm \frac{qU}{md}$$

Следовательно, искомый период движения

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm \frac{qU}{md}}}$$

81. Энергия зараженного конденсатора емкостью C равна

$$W = CU_{max}^2 / 2,$$

где U_{max} — максимальное напряжение на обкладках конденсатора

Через время t после замыкания в колебательном контуре эта энергия распределится между конденсатором

$$W_Э = CU^2 / 2$$

и катушкой

$$W_М = LI^2 / 2$$

Но так как по условию задачи необходимо найти время через которое $W_Э = W_М$, то по закону сохранения энергии

$$\frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = CU^2$$

Откуда находим $U = U_{max} / \sqrt{2}$ Так как колебания напряжения в контуре происходят по гармоническому закону, то через время t

$$U_{max} \sin\frac{2\pi}{T} t = U_{max} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Откуда находим

$$t = T / 8$$

Оптика

82. Определите высоту телевизионной башни H, если длина тени на горизонтальной поверхности земли равна $l = 200$ м. Угол падения солнечных лучей составляет $\alpha = 30°$.

Ответ: $H = l / \mathrm{tg}\alpha \approx 346$ м.

83. На дне сосуда, наполненного водой ($n = 1{,}33$) до высоты $h = 25$ см, находится точечный источник света. На поверхности воды плавает непрозрачная пластинка так, что центр пластинки находится над источником света. Определите минимальный диаметр пластинки d, при котором свет не пройдет сквозь поверхность воды.

Ответ: $d \approx 0{,}53$ м.

84. На пути сходящегося пучка лучей поставили собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 7{,}00$ см. В результате лучи сошлись в точке А, лежащей на главной оптической оси на расстоянии $f = 5{,}00$ см смот линзы. На каком расстоянии l от точки A_1 сойдутся лучи, если линзу убрать?

Ответ: $l = 12{,}5$ см.

85. Собирающая линза увеличивает изображение предмета в $\Gamma_1 = 4$ раза. Если предмет передвинуть на $x = 5{,}0$ см, то увеличение будет двукратным $\Gamma_2 = 2$. Определите фокусное расстояние F линзы.

Ответ: $F = 10$ см.

86. Два точечных источника света находятся на расстоянии $l = 24$ см друг от друга. Между ними, на расстоянии $d_1 = 6$ см от одного из них, помещена собирающая линза. При этом изображения обоих источников получились в одной и той же точке. Найти фокусное расстояние F линзы.

Ответ: $F = 9$ см.

87. С помощью собирающей линзы можно получить два изображения одного и того же предмета с одинаковым увеличением. Расстояния от предмета до линзы при получении таких изображений $d_1 = 60$ см и $d_2 = 20$ см. Определите фокусное расстояние F линзы и увеличение Γ предмета.

Ответ: $F = 40$ см, $\Gamma = 0{,}5$.

88. Линза с фокусным расстоянием $F = 20$ см дает уменьшенное в 4 раза мнимое изображение. Чему равно расстояние d от предмета до линзы и расстояние f от линзы до изображения.

Ответ: $d = 60$ см, $f = 15$ см.

89. На призму с преломляющим углом $\varphi = 30°$ перпендикулярно боковой поверхности падает луч света. При каком минимальном показателе преломления n материала призмы луч не выйдет из призмы через вторую боковую грань?

Ответ: $n = 2$.

90. Сечение стеклянной призмы имеет форму равностороннего треугольника. Луч света падает перпендикулярно на одну из граней. Построить ход светового луча в призме. Найти угол γ между направлениями падающего луча и луча, вышедшего из призмы. Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$.

Ответ: $\gamma = 60°$.

91. На какой угол φ отклоняется от прямолинейного распространения свет, дающий после прохождения дифракционной решетки второй $m = 2$ дифракционный максимум? Длина волны света $\lambda = 0{,}60$ мкм. На длине решетки $l = 1{,}2$ мм укладывается $N = 500$ щелей.

Ответ: $\varphi = 30°$.

Решения

82. Из рис. 44 видно, что $l / H = \mathrm{tg}\alpha$. Откуда находим

$$H = l / \mathrm{tg}\alpha \approx 346\,\text{м}.$$

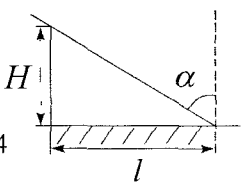


Рис. 44

83. Построим ход лучей от источника (рис. 45). Свет не выйдет из воды в том случае, когда диаметр пластинки будет иметь такой размер, что при падении лучей света на ее край угол падения будет равен углу полного отражения, т.е.

$$\sin\alpha = \frac{n_0}{n} = \frac{1}{n},$$

где n_0 - показатель преломления воздуха.

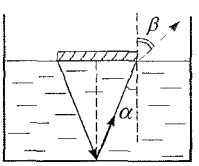


Рис. 45

Из рис. 45 видно, что

$$\sin\alpha = \frac{d/2}{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}}.$$

Подставляем найденное значение синуса, получаем уравнение

$$\frac{d^2}{4} = \frac{1}{n^2}(h^2 + \frac{d^2}{4}),$$

позволяющее определить

$$d = \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}} = 0{,}57\text{м}.$$

84. Точка B (рис. 46), в которой пересеклись бы сходящиеся лучи, если бы не было линзы, является мнимым источником по отношению к линзе. Точка A представляет собой действительное изображение этого мнимого источника. Формула линзы в этом случае имеет вид

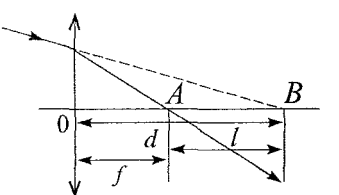


Рис. 46

$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

где d - расстояние от мнимого источника до линзы.
Из этого соотношения находим

$$d = \frac{fF}{F - f}.$$

Искомое расстояние

$$l = d - f = \frac{f^2}{F - f} = 0{,}125\,\text{м}.$$

85. Запишем формулу линзы для обоих положений предмета

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$$

и

$$\frac{1}{d_1 - x} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}.$$

Увеличения в этих случаях будут определяться соотношениями

$$\Gamma_1 = \frac{d_1}{f_1} \text{ и } \Gamma_2 = \frac{d_1 - x}{f_2}.$$

Из последних двух соотношений находим

$$f_1 = \frac{d_1}{\Gamma_1} \text{ и } f_2 = \frac{d_1 - x}{\Gamma_2}.$$

Подставляем их в формулы линзы и получаем уравнение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{\Gamma_1}{d_1} = \frac{1}{d_1 - x} + \frac{\Gamma_2}{d_1 - x}.$$

Из этого уравнения определяем

$$d_1 = \frac{1 + \Gamma_1}{\Gamma_1 - \Gamma_2} x.$$

Тогда

$$f_1 = \frac{d_1}{\Gamma_1} = \frac{(1 + \Gamma_1)}{\Gamma_1(\Gamma_1 - \Gamma_2)} x.$$

Из первой из вышеприведенных формул линз находим

$$F = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{\Gamma_1 x}{\Gamma_1 - \Gamma_2} = 10 \text{ см}.$$

86. Запишем формулы линзы для обоих источников

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

С учетом того, что $d_2 = l - d_1$, сложим два приведенных выше соотношения и получим уравнение для определения F:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{l - d_1} = \frac{2}{F}.$$

Откуда находим

$$F = \frac{2d_1(l - d_1)}{l} = 9 \text{ см}.$$

87. Запишем формулы линзы для обоих случаев расположения предмета

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$$

и

$$\frac{1}{d_2} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}.$$

По условию задачи

$$\Gamma = \frac{d_1}{f_1} = \frac{d_2}{f_2}.$$

Откуда находим

$$f_2 = \frac{d_2 f_1}{d_1}.$$

Вычтем из первой формулы линзы вторую и подставим в полученное соотношение f_2, находим

$$\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f_1}\left(1 + \frac{d_1}{d_2}\right).$$

Откуда определяем

$$f_1 = \frac{d_1(d_1 + d_2)}{d_1 - d_2}.$$

Тогда увеличение равно

$$\Gamma = \frac{d_1}{f_1} = \frac{1}{2}.$$

А фокусное расстояние линзы находим, подставляя найденное f_1 в формулу линзы

$$F = \frac{d_1 f_1}{d_1 + f_1} = 40\,\text{см}.$$

88. Запишем для данной линзы и данного расположения изображения формулу линзы

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}.$$

Из выражения для увеличения линзы

$$\Gamma = \frac{d}{f}$$

находим

$$d = \Gamma f$$

и подставляем в формулу линзы и получаем уравнение для определения f

$$\frac{1}{\Gamma f} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F}.$$

Откуда находим

$$f = -F\left(\frac{1}{\Gamma} - 1\right) = 0{,}15\,\text{м}.$$

Подставляем f в формулу $d = \Gamma f$ и определяем $d = 0{,}60\,\text{м}$.

89. На вторую грань призмы луч падает под углом φ (рис. 47). По закону преломления

$$n\sin\varphi = \sin\alpha,$$

если призма находится в воздухе.

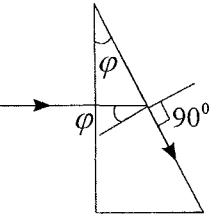


Рис. 47

Для того чтобы луч не вышел из призмы, угол преломления должен быть равен $\alpha = 90°$, т. е. $\sin\alpha = 1$. Это хорошо известное явление полного отражения света. В этом случае показатель преломления материала призмы равен

$$n = 1/\sin\varphi = 2.$$

90. Как видно из рис. 48, на вторую грань равносторонней призмы луч света падает под углом

$$\alpha = 60°.$$

По закону преломления

$$n\sin\alpha = \sin\varphi.$$

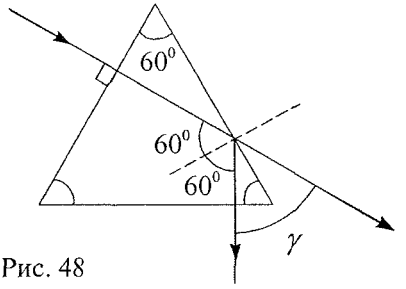


Рис. 48

Откуда находим, что при данном угле падения и показателе преломления призмы на второй грани призмы происходит полное отражение. Поэтому луч отражается от второй грани и, как видно из рис. 48, падает на третью грань призмы нормально (угол падения равен 90°)

Тогда искомый угол

$$\gamma = 180° - 2\alpha = 60°.$$

91. Из формулы дифракционной решетки

$$d\sin\varphi = m\lambda,$$

где d - период решетки, m - порядок дифракции, следует, что

$$\sin\varphi = m\lambda N / l.$$

Откуда находим

$$\varphi = \arcsin(m\lambda N / l) = 30°.$$

Атомная и ядерная физика

92. При увеличении частоты ν падающего на металл света в $k = 2$ раза задерживающее напряжение $U_З$ для фотоэлектронов увеличивается в $n = 5$ раз. Частота первоначально падающего света $\nu_0 = 5{,}0 \cdot 10^{13}$ Гц. Определите длину волны λ_{max} света, соответствующей красной границе для этого металла. Скорость света в вакууме $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ м / с.

Ответ: $2{,}4 \cdot 10^{-7}$ м.

93. Отношение скоростей вылетающих электронов при освещении поверхности металла светом с длинами волн λ_1 и λ_2 равно $\upsilon_1 / \upsilon_2 = 0{,}5$. Определите λ_2, если $\lambda_1 = 400$ нм и красная граница фотоэффекта для этого металла $\lambda_{кр} = 600$ нм.

Ответ: $\lambda_2 = 200$ нм.

94. Фотоны с энергией $E = 5$ эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода $A = 4{,}7$ эВ. Определите максимальный импульс p, передаваемый поверхности этого металла при вылете электрона.

Ответ: $p = 3 \cdot 10^{-6}$ Н/с.

95. Красная граница фотоэффекта для металла $\lambda_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-5}$ см. Найти величину запирающего напряжения $U_З$ для фотоэлектронов при освещении металла светом с длиной волны $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^{-5}$ см.

Ответ: $U_З = 1{,}8$ эВ.

96. За какое время t распадается $\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{3}{4}$ начального количества ядер радиоактивного изотопа, если период его полураспада $T_{1/2} = 24$ ч?

Ответ: $t = 48$ ч.

97. Найти энергию связи $\Delta E_{св}$ ядра атома лития ${}^7_3\mathrm{Li}$. Масса ядра лития $M_{\mathrm{Li}} = 7{,}01601$ а. е. м., масса протона $m_p = 1{,}00783$ а. е. м., масса нейтрона $m_n = 1{,}00866$ а. е. м.

Ответ: $\Delta E_{св} \approx 39{,}2$ МэВ.

98. Период полураспада радиоактивного элемента $T_{1/2} = 8$ суток. Какая часть атомов $\frac{\Delta N}{N_0}$ распадется через $t = 16$ суток?

Ответ: $\Delta N = \frac{3}{4} N_0$.

99. В запаянной ампуле содержалось некоторое количество радиоактивного радона. За $t = 11{,}4$ дня его количество уменьшилось в $N / N_0 = 1/8$ раз. Каков период полураспада $T_{1/2}$ радона?

Ответ: $T_{1/2} = 3{,}8$ сут.

100. Какая бомбардирующая частица использована в ядерной реакции ${}^{14}_{7}\mathrm{N} + ? \rightarrow {}^{11}_{5}\mathrm{B} + \alpha$?

Ответ: ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$.

Решения

92. Запишем уравнения Эйнштейна для фотоэффекта при двух частотах падающего света

$$eU_3 = h\nu_0 - A_{\text{вых}},\ e(nU_3) = h(k\nu_0) - A_{\text{вых}}.$$

Вычитая из второго уравнения первое, получаем

$$e(4U_3) = h\nu_0.$$

Откуда находим

$$U_3 = \frac{h\nu_0}{4e}.$$

С другой стороны, для красной границы

$$h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}} = eU_3.$$

Находим из этого соотношения U_3 и подставляем в полученное выше выражение для U_3. В результате находим

$$\lambda_{\max} = 4c / \nu_0 = 2{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{м}.$$

93. Запишем уравнения Эйнштейна для фотоэффекта для двух длин волн падающего света

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} = h\nu_1 - A_{\text{вых}} = h\frac{c}{\lambda_1} - A_{\text{вых}},$$

$$\frac{m\upsilon_2^2}{2} = h\nu_2 - A_{вых} = h\frac{c}{\lambda_2} - A_{вых}.$$

С учетом определения красной границы фотоэффекта $h\nu_{кр} = A_{вых}$ имеем

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} = h\frac{c}{\lambda_1} - A_{вых} = h\frac{c}{\lambda_1} - h\frac{c}{\lambda_{кр}} = hc(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_{кр}}),$$

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} = h\frac{c}{\lambda_2} - A_{вых} = h\frac{c}{\lambda_2} - h\frac{c}{\lambda_{кр}} = hc(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_{кр}}).$$

Разделив первое уравнение на второе, получим уравнение для определения λ_2

$$\frac{\upsilon_1^2}{\upsilon_2^2} = \frac{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_{кр}}}{\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_{кр}}}.$$

Откуда находим

$$\lambda_2 = \frac{(\frac{\upsilon_1^2}{\upsilon_2^2})\lambda_1\lambda_{кр}}{\lambda_{кр} + \lambda_1(\frac{\upsilon_1^2}{\upsilon_2^2} - 1)} = 200\text{ нм}.$$

94. Из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта $E = h\nu - A$ находим максимальную скорость вылетевших фотоэлектронов

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(E - A)}{m}}.$$

Тогда максимальный модуль импульса, передаваемый по-

верхности этого металла при вылете электрона, равен

$$p = m\upsilon = \sqrt{2m(E - A)} = 3 \cdot 10^{-6}\,\text{Н/с}.$$

95. Согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта,

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = h\nu - A_{\text{вых}}.$$

Запирающим называется напряжение электрического поля, которое полностью останавливает электроны, вылетевшие из металла, т.е.

$$eU_З = \frac{m\upsilon^2}{2} = E_{\text{к}}.$$

Так как известна красная граница фотоэффекта, то на этой длине волны $h\nu_0 = A_{\text{вых}}$. Подставляем выражения для кинетической энергии и работы выхода в формулу Эйнштейна и получаем уравнение для определения $U_З$

$$eU_З = h\frac{c}{\lambda} - h\frac{c}{\lambda_0}.$$

Откуда находим

$$U_З = \frac{hc}{e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) = 1{,}8\ \text{эВ}.$$

96. Число нераспавшихся ядер равно

$$N = N_0 - \Delta N.$$

В соответствии с законом радиоактивного распада

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

находим

$$(N_0 - \Delta N) / N_0 = 1/4 = 2^{-2} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Приравнивая показатели степеней, получаем

$$t / T_{1/2} = 2.$$

Откуда находим

$$t = 2T_{1/2} = 48 \text{ ч}.$$

97. Энергию связи ядра можно определить по формуле

$$\Delta E_{\text{св}} = 931(Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{L}i}) \text{ МэВ}.$$

Подставляя численные данные, получаем

$$\Delta E_{\text{св}} \approx 39{,}2 \text{ МэВ}.$$

98. Количество распавшихся за время t ядер ΔN равно разности первоначального количества ядер и количества ядер, оставшихся нераспавшимися через время t после начала отсчета времени распада

$$\Delta N = N_0 - N.$$

В соответствии с законом радиоактивного распада $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{12}}}$ находим $N / N_0 = 2^{-\frac{16}{8}} = 2^{-2} = 1/4$.

Из этого соотношения видно, что через время t останется четверть атомов. Следовательно распадется $\Delta N = \frac{3}{4} N_0$ атомов.

99. В соответствии с законом радиоактивного распада $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{12}}}$ находим

$$N / N_0 = 1/8 = 2^{-3} = 2^{-\frac{t}{T_{12}}}.$$

Из этого соотношения, приравнивая показатели степеней, определяем $\frac{t}{T_{1/2}} = 3$.

Откуда находим

$$T_{1/2} = t / 3 = 3{,}8 \text{ сут.}$$

100. Запишем ядерную реакцию с учетом того, что α-частица представляет собой ядро атома гелия

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{y}_{x}X \rightarrow {}^{11}_{5}\mathrm{B} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}.$$

Для определения неизвестной частицы X воспользуемся законами сохранения заряда и массы. Заряд частицы равен

$$x = 5 + 2 - 7 = 0.$$

Массовое число

$$y = 11 + 4 - 14 = 1.$$

Таким образом, искомая частица

$$^{1}_{0}\mathrm{X} = {}^{1}_{0}\mathrm{n}$$

является нейтроном.

Содержание

Механика 3
Молекулярная физика и термодинамика 27
Электродинамика 36
Колебания и волны 60
Оптика 64
Атомная и ядерная физика 72

Учебно-методическое издание

Жилко Виталий Владимирович

Физика на вступительных экзаменах в вузы.
Конкурсные задачи и их решения

Редактор *А. И. Кумачев*
Художник *Н. Л. Навроцкая*
Компьютерная верстка *И. В. Макарова*
Компьютерный набор *В. В. Жилко*
Корректор *С. И. Шердюкова*

Подписано в печать с готовых диапозитивов 25.04.2002 г.
Формат 60x84/16. Бумага газетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 4,65.
Тираж 5100 экз. Заказ № 920.

Издательское ООО «Красико-Принт». Лицензия ЛВ № 84 от 30.11.2000 г.
220072, г. Минск, ул. Сурганова, 15–1.

Республиканское унитарное предприятие
«Издательство "Белорусский Дом печати"»
220013, г. Минск, пр-т Ф. Скорины, 79.